Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

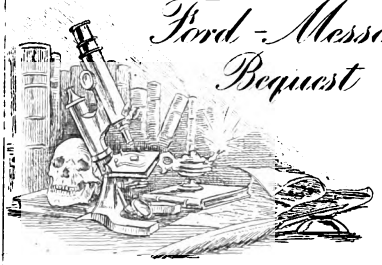
Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

B 379232 DUPL

Digitized by Google

Library of the University of Michigan
Bought with the income
of the
Ford - Messer
Bequest



Digitized by Google

Digitized by Google

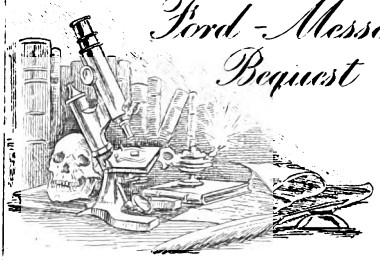
Library of the University of Michigan

Bought with the income

of the

Ford - Messer

Bequest



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

AS
222
.V45

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI

DEL

REALE ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ANNO ACCADEMICO 1928-1929

TOMO LXXXVIII

Digitized by Google

Digitized by Google

1 a 9 VII.

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

DISPENSA PRIMA

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

In esecuzione dell'art. 25 dello Statuto e dell'art. 50 del Regolamento, si dichiara che delle opinioni e dei fatti esposti nei loro scritti rispondono gli autori che ne conservano la proprietà letteraria.

INDICE

PARTE I^{a}

Adunanza ordinaria del 25 novembre 1928 . . . . pag. 1

PARTE II^{a}

B. Baroni — Correnti longitudinali in strati cilindrici di ferro per variazioni di magnetizzazioni longitudinali e circolari . . . . . Pag. 1

Zanon F. S. — Osservatorio Geofisico del Seminario Patriarcale di Venezia. Bollettino mensile. Gennaio, Febbraio, Marzo 1928 . . . . . „ 13

Digitized by Google

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

PARTE PRIMA

(*Verbali e sunti delle Adunanze, Commemorazioni, Relazioni ecc.*)

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

PREM. OFF. GRAFICHE CARLO FERRARI - VENEZIA 1928 (ANNO VII° E. F.)

Digitized by Google

Ford-Messir
Lange

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

ADUNANZA ORDINARIA

DEL 25 NOVEMBRE 1928

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. N. TAMASSIA PRESIDENTE

Presenti i membri effettivi: Giordano, vicepresidente; Bordiga, segretario; Lazzarini, vicesegretario; Spica, Catellani, Arrigoni degli Oddi, Pennato, De Marchi, Forti, Gerola, Meschinelli, Battistella, Serena, Marchesini, Orsi, Dell' Agnola, Lorenzi; ed i soci corrispondenti: Marangoni, F. Vitali, Gola, Minio, Fogolari, Ovio, G. Vitali, Tomaselli, Enriques.

Giustificata l' assenza dei membri effettivi: Landucci, Soler, Gnesotto e dei soci corrispondenti: Moschetti, R. Cessi, Comessatti, L. Ferrari, Ussani.

Si legge e si approva l' Atto della precedente adunanza.

Il presidente ricorda brevemente i vari lutti che più direttamente contristarono l' Istituto nel decorso autunnale periodo: la morte dei senatori Mangiagalli e Gabba, membri del R. Istituto Lombardo; l' immatura perdita di Luigi Sabbatani socio corr., alto intelletto, puro carattere, ardente, geniale nelle ricerche; la scomparsa di un altro illustre farmacologo, notissimo come storico della medicina, Piero Giacosa. E nella mattinata la notizia che è morto improvvisamente a Napoli Giuseppe Salvioli, nostro socio nazionale, compagno ne' comuni studi giovanili nell' italico risveglio della storia del diritto. Vadano le condoglianze del R. Istituto al fratello collega nostro prof. Ignazio; giungano altresì le nostre condoglianze al collega Dal Piaz, al quale è morto il

Digitized by Google

fratello, e al membro effettivo non residente Albertotti, ch' ebbe la sventura di perdere l' amata compagna della vita.

Il presidente comunica che al congresso internazionale di scienze storiche ad Oslo fummo rappresentati dai soci corr. Ussani e Giannino Ferrari; che alle cerimonie voltiane a Como ci rappresentò il presidente dell'Istituto Lombardo; che il presidente nostro ed altri colleghi presenziarono allo scoprimento di una lapide in Roma alla memoria di Vittorio Polacco. Oggi s' inaugura ad Arezzo, nel conspetto del Re, un monumento a Francesco Petrarca: il R. Istituto è presente nella persona del m. e. Landucci; il giorno 9 dicembre si dedicherà un duraturo ricordo a Roberto Ardigò nel suo paese natale, Casteldidone; il presidente fa parte del Comitato d' onore, il R. Istituto sarà rappresentato a suo tempo alla cerimonia.

Si distribuisce l' elenco delle pubblicazioni giunte in dono, tra le quali 7 opuscoli del vicepresidente m. e. Giordano. Il m. e. Serena presenta un volume del sig. Michele Vocino con le seguenti parole:

Il dott. *Michele Vocino*, bibliotecario del Ministero della Marina, dopo di avere nelle geniali sue pubblicazioni di questi ultimi anni raccolto e vagliato le storie e le leggende e di avere ritratto e quasi idoleggiato le bellezze naturali ed artistiche della sua terra di Puglia, ne' più recenti suoi volumi *Re marinaro* e *A orza a poggia* ha trasfuso tutto l'amor suo per il mare, tutta la sua devozione alla gloriosa marina italiana. In quest' ultimo libro di " curiosità marinare „, ove l' erudizione diventa viva e vibrante, facendoci egli assistere al *tramonto d' una potenza navale*, e ricordandoci che l' ammiraglio Montecuccoli in croato augurava nuove vittorie " alla Marina di San Marco sotto le insegne dell' Aquila bicipite „, osserva che " dunque l' aquila non aveva ragion d' essere su quel mare, senza il riflesso delle glorie della Serenissima „, e conclude " che quel mare non tollera ombre di altre ali: su di esso, l' aquila di Roma e il leon di San Marco, ora e sempre „.

Tutto questo ricordando, egli pensa, che non si possa in Italia compiere la documentata figurazione della Nave in tutti i secoli, senza farne omaggio a questa Venezia, che pur fu salu-

Digitized by Google

tata regina del mare; e mi affida il gradito incarico di offrire al Reale Istituto, che della cultura veneta è sì degno rappresentante, l'opera che egli dà ora alla luce, in una splendida edizione dell'Alfieri di Milano, " *La Nave nel tempo: iconografia della Nave dalle origini ai nostri giorni: con 400 illustrazioni e 17 tavole fuori testo* ".

Prospettando la storia iconografica della Nave, e riproducendo i documenti grafici tecnicamente utili allo studio dell'archeologia navale, egli è sempre inteso ad accoppiare l'esattezza storica alla bellezza estetica; per fare, dell'opera sua, non indegno omaggio al genio italico, che in tutte le sue manifestazioni, anche in quelle dei grandi navigatori e dei grandi costruttori navali, è pervaso di bellezza. Onde confida, che il libro, genialmente suggestivo, venga accolto con egual favore dall'ammiraglio e dal mozzo, dallo studioso e dall'artista, dal tecnico e dal dilettante; e riesca a conquistare qualche nuova simpatia e qualche nuovo interessamento alla causa marinara.

Anche per avvalorare col proprio patrocinio questi voti generosi, prego si compiaccia il R. Istituto di accogliere il dono, e di esprimerne con l'usata cortesia il proprio gradimento.

Seguono le letture poste all'ordine del giorno:

G. ALBERTOTTI, m. e. — *La maturazione poetica di G. Cesare Cordara.* — L'A. attraverso la documentazione dei " *Commentarii de Suis* " etc. in corso di pubblicazione col contributo del Ministero della P. I., studia lo sviluppo della educazione letteraria del Cordara e la rivelazione del suo genio poetico, che avrebbe fatto di lui un grande poeta satirico, se le condizioni di vita, a cui dovette acconciarsi, non ne avessero deviato l'attività, arrestando la sua produzione poetica ai primi frutti, che pur rappresentano il più cospicuo precedente della satira pariniana.

G. GEROLA, m. e. — *Gli stemmi cretesi dell' Università di Padova.* — Il lavoro illustra gli stemmi degli studenti cretesi alla Università di Padova, studiati non tanto sugli originali — in pietra od a fresco — troppo sconvolti e rimaneggiati dai recenti restauri, quanto sulla scorta del manoscritto di Ignazio Grotto dell'Ero.

Digitized by Google

Esso presenta qualche interesse, perchè porta un primo contributo alla storia del blasone neo-greco, sul quale tanto poco si è scritto.

La percentuale degli stemmi cretesi, che costituiscono la quindicesima parte della totalità delle armi dell'ateneo patavino, è tanto notevole, da meritare riguardo non soltanto dal punto di vista araldico, ma anche culturale e politico.

G. Marchesini, m. e. — *La filosofia del* come se *è irrazionale?* — La frase " come se „ considerata nell'uso vario che se ne può fare risponde a un atteggiamento, che può essere perfettamente razionale, dello spirito; può anzi diventare il punto centrale della filosofia dei valori ideali, come nelle seguenti massime prammatistiche: " Agisci come se tu fossi l'altro „ (equivalente alla massima evangelica " Ama il tuo prossimo come te stesso „): " Vivi come se la felicità consistesse nella virtù „, " come se la vita meritasse sempre d'essere vissuta „, " come se la giustizia assoluta fosse realizzabile „ ecc. — Si ammette così ciò che in pari tempo si esclude? Contro questa possibile obiezione, dell'irrazionabilità delle dette massime, stanno varî argomenti, i quali portano alla conclusione seguente: Non è irrazionale la filosofia del *come se* (nell'ordine dei valori ideali) 1° perchè si trae in generale la razionalità o naturalità del *come se*, dimostrabile per varie prove: d'altra parte nel *come se* i due termini del rapporto di somiglianza (il quale implica, come nell'analogia, una identità ideale), si rifondono in sintesi e quindi si conciliano; 2° la filosofia del *come se* appaga due bisogni egualmente naturali o legittimi (critico e romantico), e inoltre seconda l'istinto artistico del pensiero, fonte pur questo di verità, sia pure estetica; 3° questa filosofia rappresenta i diritti di tre Ragioni, astratta, affettiva e pratica, dalle quali risulta naturalmente la vita della personalità, intrinsecamente discorde senza che vi s'insedi per ciò la contradizione. — Questo punto di vista trova applicazione importantissima nel campo dell'educazione.

T. Gnesotto, m. e. — *Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili. Ricerche sperimentali.* Nota IV. — L'A. descrive i risultati di altri gruppi di espe-

Digitized by Google

rienze sugli effetti secondari e su alcuni fenomeni supplementari di magnetizzazioni elicoidali variabili.

C. A. DELL' AGNOLA, m. e. — *Intorno alle successioni di variabili casuali discontinue tendenti ad una variabile casuale limite.* — Le ricerche attuali si riattaccano ad altre che va pubblicando l' autore, e mirano principalmente a porre in luce, per una via diversa da quelle sinora seguite, il nesso esistente fra la teoria astratta del Calcolo delle probabilità e la teoria degli aggregati di punti sulla retta.

M. MINIO, s. c. — *Un documento ignorato della flora friulana: l' "Herbarium forojuliense Berinii" della raccolta Contarini.* — Si tratta di un erbario, assai ben conservato, di oltre un migliaio di piante, dovuto certo al concorso di più collaboratori ma indicato come compilazione dell' ab. Berini cioè di uno dei primi, attivi indagatori della flora friulana; erbario che non solo non risulta mai citato ma dovette essere ignoto anche al Pirona, che non avrebbe mancato di usarne nel fondamentale *Florae forojuliensis Syllabus.*

L' importanza ne è duplice, come documento storico dell' attività dei floristi friulani e come archivio utilizzabile anche oggidì, tanto che p. e. alcune specie che erano state escluse dal Friuli per insufficiente documentazione, riacquistano ora il diritto di esservi riammesse in base agli esemplari ivi conservati.

R. CESSI, s. c. — *Il Costituto di Costantino. I. Il testo.* — Scopo di questa indagine è un riesame critico intorno alla genesi di questo documento, altrimenti noto sotto il nome di falsa donazione di Costantino a papa Silvestro. Il quesito, che nella presente nota si affronta e si risolve, è quello relativo al testo, che dopo gli studi del Gaudenzi sulla versione greca si presenta sotto aspetti nuovi. Dall' esame qui compiuto, contrariamente alla comune opinione, risulta che:

1° esistette un primo nucleo redatto in latino e tradotto in greco;

2° nella versione greca fu preparata a distanza di tempo una seconda redazione in greco con aggiunte ed integrazioni rilevanti;

Digitized by Google

3° successivamente il primitivo testo latino fu coordinato col nuovo testo greco traducendo le aggiunte;

4° in una terza fase e il testo latino e quello greco della seconda redazione furono spezzati dividendo la *confessio* dalla *donatio* e, perduto il testo greco della seconda, fu compiuta una nuova versione di questa.

Questi risultati modificano radicalmente i problemi relativi all' epoca di composizione del falso ed alla sua funzione storica e politica.

G. VITALI, s. c. — *Calcolo indiretto di alcuni determinanti.*

S. CHERUBINO — *Sul problema della normalizzazione nella teoria generale delle varietà abeliane reali* (presentata dal s. c. A. Comessatti, s. c., a termini dell' art. 16 del Regol. int.). — L' A. discute il problema, già risolto in due casi fondamentali dal Comessatti, della normalizzazione *in senso reale* d' una forma riemanniana alternata inerente ad una varietà abeliana reale. Si tratta d' un problema notevolmente delicato, che il Cherubino affronta ricorrendo all' algoritmo del calcolo di matrici fino a raggiungere una forma abbastanza espressiva della condizione generale di risolubilità, che gli permette di assegnare, per alcuni casi nuovi, la effettiva soluzione.

Il Presidente
NINO TAMASSIA

Il Segretario
GIOVANNI BORDIGA

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

ADUNANZA ORDINARIA

DEL 13 GENNAIO 1929

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. N. TAMASSIA PRESIDENTE

Presenti i membri effettivi: Giordano, vicepresidente; Bordiga, segretario; Lazzarini, vicesegretario; Spica, Catellani, Crescini, Battistella, Serena, Messedaglia, Marchesini, Orsi, Gnesotto, Dell'Agnola, Lorenzi; ed i soci corrispondenti: F. Vitali, Munerati, Moschetti, Minio, Fogolari, Ovio, Cagnetto, L. Ferrari, Tomaselli.

Giustificata l'assenza dei membri effettivi: Medin, Forti, Alessio e dei soci corrispondenti: Laura, G. Ferrari.

Si legge e si approva l'Atto della precedente adunanza.

Il Presidente porge le congratulazioni del Reale Istituto ai membri effettivi Brugi e Nasini nominati senatori; presenta il poderoso volume del m. e. Arrigoni degli Oddi intorno all'*Ornitologia italiana* ringraziando del dono, felicitandosi coll'autore per la costante sua operosità. Il segretario m. e. Bordiga presenta il libro, inviato dall'Ente autonomo per l'acquedotto pugliese, contenente la *Relazione sull'attività dell'Ufficio di irrigazione.*

Il presidente comunica che la commemorazione del compianto m. e. Molmenti sarà letta dal m. e. Fradeletto nell'adunanza solenne in sala dei Pregadi, e rende intanto noto che la presidenza e il consiglio Minich hanno già deliberato che un ricordo sia eretto al benemerito collega dentro le mura del Reale Isti-

Digitized by Google

tuto, nell'atrio abbellito, a fianco dell'imagine di un altro benemerito, Angelo Minich.

Seguono le letture poste all'ordine del giorno:

G. Ovio, s. c. — *Teoria ottica della retina.* — La retina ha una squisita sensibilità nel suo punto centrale, mentre nelle sue parti eccentriche ha una sensibilità minore. Si ammette comunemente che ciò dipenda dalla struttura, finissima nella parte centrale, meno fine nelle eccentriche. Ma l'autore dimostra che su queste parti le immagini sono imperfette, per cui vi sarebbe una ragione ottica della loro meno buona visione. Dimostra che il punto centrale è un punto preferito anche otticamente, e lo sarebbe anche se fosse meno sensibile, e si domanda perciò se lo speciale differenziamento delle varie parti della retina, non potesse essere stato determinato da queste speciali condizioni ottiche.

A. Mancini — *Un quaderno di scuola di un celebre umanista* (presentata dal m. e. prof. sen. N. Tamassia, a termini dell'art. 16 del Reg. int.). — " L'A. studia il ms. 27 della Forteguerriana di Pistoia, che è un quaderno di scuola datato (1402) dell'umanista Sozomeno.

I testi ricordati dal codice sono tutti medievali. Particolarmente notevole è una nuova redazione in versi dei *Mores de mensa*, che si aggiunge alle pubblicazioni del Corniwal, del Novati, del Biadene e recentemente del Glixelli. È pure nuova una poesia goliardica probabilmente di origine italiana. Passa poi il M. a studiare la tradizione del testo dell'*Elegia* di Arrigo da Settimello, in relazione anche con la recente edizione del Marigo. Nella nota, si corregge anche la data della morte di M.° Antonio da S. Gemignano „.

M. Amadori. — *I fenomeni di ossidazione delle soluzioni tartariche alcaline di manganese* (presentata dal prof. A. Miolati, m. e. (c. s.)). — È presa in esame l'ossidazione che il manganese subisce in soluzione tartarica alcalina, che viene studiata in relazione con le quantità di ossigeno gassoso assorbite da queste

Digitized by Google

soluzioni. I fenomeni di ossidazione dipendono essenzialmente dalla quantità di tartrato e di idrato presente in confronto al manganese e dalla diluizione della soluzione.

G. MATTIOLI — *Sui moti permanenti rotazionali i cui vortici sono rettilinei e paralleli alla velocità* (presentata dal prof. E. Laura, s. c. (c. s.)). — L'importanza dei moti trattati in questa Nota dipende dal fatto che, secondo il Lecornù, i fluidi che escono per un tubo da un recipiente di grandi dimensioni, dovrebbero avere una distribuzione di velocità tale che i vortici sono paralleli alla velocità stessa.

L. SONA — *Sulle formole di rappresentazione degli integrali della Dinamica elastica* (presentata dal prof. E. Laura, s. c. (c. s.)). — In questa Nota seguendo la storia di questo importante problema confronta, con considerazioni critiche, i diversi metodi proposti per la sua soluzione. Particolare importanza ha la deduzione delle formole date dal Somigliana, partendo da quelle ottenute dal Laura, per il caso di propagazione di moto all'esterno di una superficie chiusa.

Il Presidente
NINO TAMASSIA

Il Segretario
GIOVANNI BORDIGA

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

ADUNANZA ORDINARIA

DEL 17 FEBBRAIO 1929

PRESIDENZA DEL M. E. ANZIANO SENATORE E. CATELLANI

Presenti i membri effettivi: BORDIGA, segretario; LAZZARINI, vicesegretario; ARRIGONI DEGLI ODDI, FORTI, SALVIOLI, SERENA, MESSEDAGLIA, MARCHESINI, ORSI, DELL'AGNOLA; ed i soci corrispondenti: MARANGONI, F. VITALI, MINIO, FOGOLARI, OVIO, CAGNETTO, L. FERRARI, ENRIQUES.

Giustificata l'assenza dei membri effettivi: TAMASSIA, presidente; GIORDANO, vicepresidente; SPICA, DE MARCHI, BATTISTELLA, e dei socio corrispondente: MUNERATI.

Si legge e si approva l'Atto della precedente adunanza.

Il m. e. Catellani, salendo alla presidenza come il più anziano dei presenti, nell'assenza, giustificata, del presidente e del vicepresidente, dà notizia della grave malattia del m. e. Spica e propone, con unanime approvazione, che al benemerito collega giungano i saluti e gli auguri del R. Istituto. Comunica quindi che la presidenza, interpretando il sentimento di tutti, inviò particolari condoglianze al m. e. Vicentini per la morte del fratello.

Il m. e. Forti dà relazione delle onoranze tributate a Lazzaro Spallanzani nel secondo centenario della nascita e presenta il bel volume pubblicato dal Municipio di Reggio Emilia.

Il presidente ringrazia vivamente il Collega per l'incarico accettato, per la relazione e per il volume.

Digitized by Google

Seguono le letture poste all' ordine del giorno:

E. CATELLANI, m. e. — *Sulla via della pace - La Conferenza di Genova.* — L' A., dopo aver fatto un confronto fra il *dopo - guerra* del 1815 e del 1871 e quello del 1919, mette in rilievo le cause che hanno reso più difficile, dopo l' ultimo conflitto, il ristabilimento, non solo formale ma sostanziale fra i popoli che erano stati nemici, dei rapporti normali di pace. Egli dimostra come la Conferenza di Genova del 1922 avrebbe potuto avere gli stessi risultati positivi del Congresso di Acquisgrana del 1818, se il persistere fra gli Stati che erano stati più fieramente nemici, degli antagonismi bellici, non ne avesse ostacolata tutta l' opera dal principio alla fine. I patti di Locarno del 1925 sono stati infatti la rivincita della Conferenza di Genova. E più completa parve nel 1928 tale rivincita col patto Kellog, del quale però l' A. mette in luce la sostanziale insufficienza alla universalità della adesione da parte degli Stati ed al carattere assoluto e comprensivo della formula adottata per eliminare la guerra dai rapporti internazionali.

A. ZANOLLI. — *Appunti critici e linguistici a due antiche versioni armene di un frammento euripideo* (presentata dal prof. C. Cessi s. c. n., in conformità all' art. 16 del Reg. int.). — Un codice armeno di S. Lazzaro contiene una versione di un frammento delle *Gressae* di *Euripide* diversa da quella già pubblicata in *Sopherkh.* In ambedue coteste redazioni c' è un' aggiunta che non si trova nella greca: l' A. ritiene che quella della prima versione sia derivata dal libro dei Proverbi e quella della seconda deva essere attribuita al poeta. La seconda parte di questo studio è dedicata al commento etimologico di due espressioni arcaiche armene che servirono all' interpretazione del greco οἱ ἐχοντες.

B. SEGRE. — *Studio dei complessi quadratici di rette di* S_4 (presentata dal prof. F. Severi, s. c. n., (c. s.).

p. Il Presidente
E. CATELLANI M. E. ANZIANO

Il Segretario
GIOVANNI BORDIGA

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

ADUNANZA ORDINARIA

DEL 17 MARZO 1929

PRESIDENZA DEL M. E. SEN. NINO TAMASSIA, PRESIDENTE

Presenti i membri effettivi: Bordiga, segretario; Vicentini, Catellani, Crescini, Landucci, Medin, Arrigoni Degli Oddi, Pennato, Forti, Alessio, Battistella, Salvioli, Serena, Messedaglia, Marchesini, Orsi, Soler, Gnesotto, Dell'Agnola, Lorenzi; ed i soci corrispondenti: F. Vitali, Munerati, Moschetti, Gola, Minio, G. Ferrari, Fogolari, Ovio, Comessatti, L. Ferrari, Tomaselli, V. Ussani.

Giustificata l'assenza dei membri effettivi: Giordano, vicepresidente; Lazzarini, vicesegretario; Spica, e dei soci corrispondenti: Marangoni, R. Cessi e G. Vitali.

Si legge e si approva l'Atto della precedente adunanza.

Il m. e. prof. Dell'Agnola commemora il prof. Francesco D'Arcais, che fu per tanti anni lustro e decoro dell'Istituto, ricordando in particolare i frutti durevoli da lui recati alla scuola e alla scienza nella quale ha continuato con tanto valore la tradizione di Betti e di Dini.

Alla commemorazione affettuosa e dotta diede unanime consenso di reverenza l'assemblea; e il Presidente coll'applauso di tutti ringraziò l'oratore di avere fatto rivivere con tanta nobiltà la memoria dell'indimenticabile amato collega.

Il Presidente comunica poi che il Comitato internazionale di scienze storiche terrà quest'anno la sua adunanza plenaria in Venezia, e che il Comitato nazionale ha chiesto ospitalità per il

Digitized by Google

congresso al nostro Istituto. Il quale, com'era debito suo, ha dato pronta adesione alla domanda, lieto di poter accogliere nella propria sede gli insigni studiosi. In seduta privata comunicherà i particolari e l'Istituto delibererà i necessari provvedimenti.

Seguono le letture poste all'ordine del giorno:

G. Ferrari, s. c. — *Nota sul diritto processuale del Basso Impero (rappresentanza in giudizio ed executor litis).* — L'A. comunica i risultati di sue ulteriori ricerche in materia di diritto processuale, delle quali un saggio apparve nel 1923 negli Studi Senesi col titolo " L'esecuzione forzata gotica e longobarda „. Tratta specialmente della rappresentanza in giudizio e dell'executor litis nel diritto del Basso Impero e dell'alto Medioevo. Si esaminano fra l'altro alcuni testi legislativi del IV e V secolo, dai quali appare l'antitesi fra procurator dominus litis e procurator minister litis. Il primo equivale a procurator in rem suam, ed è nominato con mandato speciale del quale i documenti trasmessici ci hanno conservato degli esempi. Dal passo del Papiano XXXV4 parallelo a Interpr. a Cod. Theodos. (Brev.) II, 12, 1 deve espungersi la particella aut accolta erroneamente nella ediz. Salis e in quella del Bluhme.

R. Cessi, s. c. — " *Nova Aquileia* „. — Il laborioso processo, attraverso il quale si arriva a ricongiungere la funzione metropolitana della Chiesa di Grado all'origine aquileiese, si svolge mediante una complessa opera di contaminazione di documenti autentici e di fabbricazione di falsi. L'una e l'altra cosa non è compiuta da una medesima mano ed in un solo tempo, bensì per gradi successivi. Importa perciò sommamente stabilire i vari modi ed i tempi successivi, nei quali le falsificazioni sono state operate (ed è questo l'oggetto della presente Nota), perchè in esse direttamente è rispecchiato il pensiero politico-religioso della chiesa gradense nei primi secoli della sua esistenza.

A. Comessatti, s. c. — *Curve algebriche e funzioni fuchsiane.* — La Nota è dedicata al problema d'uniformizzazione delle curve algebriche mediante funzioni fuchsiane con cerchio limite, nel

Digitized by Google

doppio proposito di preparare il terreno ad un gruppo di ricerche sull'argomento e di attrarre l'attenzione dei nostri cultori di geometria verso un tema di alto interesse. Posti e variamente commentati i fondamenti topologici del problema, se ne segnalano i più importanti sviluppi gruppali, dando opportuno rilievo alle loro molteplici connessioni ed in particolare ai loro significati algebrico-geometrici.

F. FRATTINI — *La differenziazione tra diritto pubblico e privato secondo un criterio genetico* (presentata dal Sen. Nino Tamassia, m. e., in conformità all'art. 16 del Regol. int.).

G. ZWIRNER — *Dimostrazione analitica di un teorema relativo alle forme quadratiche a discriminante diverso da zero* (presentata dal prof. G. Vitali, s. c., (c. s.)).

G. FURLANI — *Sul concetto dell'eroe in Babilonia* (presentata dal prof. A. Ballini, s. c. n. (c. s.)).

Il prof. Ussani, s. c. n., dà quindi relazione dei lavori compiuti durante il 1928 dal Comitato italiano per il Dizionario latino dell'alto medioevo.

Il prof. Crescini come Presidente del Comitato veneto, desidera riaffermare il proposito suo e del Comitato stesso, che cioè il Dizionario rimanga ristretto all'alto medioevo; è già così ampio compito codesto e richiede già così lunga fatica e tempo nella preparazione, che non è da giudicarsi opportuno estenderlo ad altro periodo.

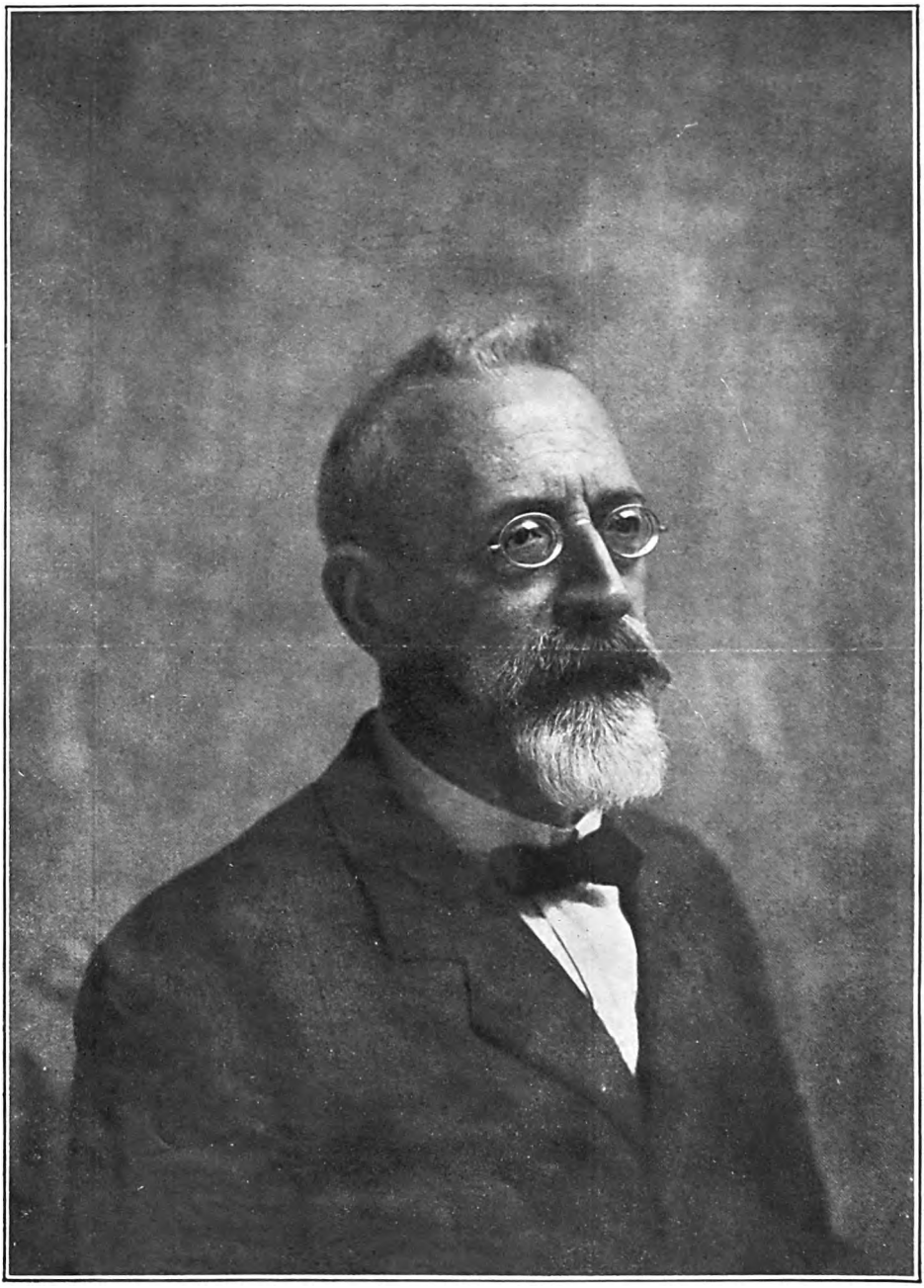
Il Presidente
NINO TAMASSIA

Il Segretario
GIOVANNI BORDIGA

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze lettere ed arti
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima.

Commemorazione del M. E. Prof. Francesco d'Arcais

CARLO ALBERTO DELL'AGNOLA, m. e.

(Adunanza ordinaria del giorno 17 marzo 1929)

La Presidenza del Reale Istituto ha voluto affidare a me l'onorifico incarico di rievocare dinanzi a Voi la figura del compianto Maestro, che per tanti anni fu lustro e decoro di questo Corpo scientifico e impareggiabile docente dell'Università di Padova. Ho accolto l'incarico con la compiacenza dello scolaro, che desidera rendere testimonianza di reverenza e di affetto alla memoria dell'indimenticabile Maestro, ma il compiacimento non è scevro dalla preoccupazione che il mio dire sia impari alle doti eccelse dell'Uomo che mi accingo a commemorare.

Francesco Flores d'Arcais apparteneva a cospicua famiglia patrizia della Sardegna. Nacque a Cagliari il 26 gennaio 1849 dal Marchese Raimondo e dalla N. D. Maria Grazia Boy. Fatti privatamente gli studi elementari e il Ginnasio a Torino, compì la scuola classica nel Liceo di Pisa. Pur dimostrando un particolare amore per la coltura umanistica, la spiccata inclinazione per le Scienze matematiche ebbe la prevalenza, e lo indusse, al termine degli studi liceali, a inscriversi nei corsi di Matematica della Facoltà di Scienze dell'Università di Pisa, ove ebbe Maestri insigni il Betti e il Dini, e ove conseguì brillantemente la laurea a venti anni, e dopo un anno, nel 1872, l'abilitazione all'insegnamento in quella Scuola Normale Superiore. E nello stesso anno 1872 si iniziava sotto i migliori auspici la carriera didattica del d'Arcais con la Sua nomina a professore interno e assistente del Dini nella Scuola Normale Superiore di Pisa.

Digitized by Google

Al Liceo e all' Università ebbe compagno Cesare Arzelà, divenuto poi Maestro illustre dell'Ateneo bolognese, al quale rimase sempre intimamente legato da fraterna amicizia; tanto che, alla morte dell'amico nel marzo 1912, il d'Arcais, prima di iniziare la consueta lezione di Calcolo infinitesimale all' Università, rievocava con parola commossa dinanzi agli scolari, l'alto ingegno e la chiara fama acquistata dal rimpianto Collega con le Sue ricerche in uno dei campi più delicati e più ardui dell'Analisi pura. Con questo nobilissimo, spontaneo atto, rivelava il Nostro, una volta di più, la generosa anima sarda, ardente e tenace nelle sue amicizie.

Il d'Arcais conquistò giovanissimo la cattedra universitaria. Nel 1874, in seguito a pubblico concorso, fu nominato professore straordinario d'Introduzione al Calcolo infinitesimale nella Università di Cagliari. Di qui, nell'anno successivo, passò all' Università di Bologna, ove, con l'insegnamento dell'Algebra e Geometria analitica ebbe anche l'incarico della Statica grafica. Nel 1876 chiese ed ottenne il trasferimento all' Università di Cagliari, vinto dalla prepotente nostalgia della città natale. Nel 1878 fu nominato per concorso professore straordinario di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Padova, ove ebbe anche l'incarico dell'Analisi superiore; insegnamenti tenuti prima di Lui dal Minich. E solo nel 1885 ebbe la nomina ad ordinario, poichè a causa dei ruoli allora separati dei professori ordinari e straordinari, per la promozione bisognava che rimanesse vacante un posto di ordinario. A Padova il d'Arcais compì la lunga carriera didattica di ben 52 anni d'insegnamento, cessata nel giugno del 1924 col raggiungimento del limite di età stabilito dalla Legge sull'insegnamento superiore. Dal 1903 in poi tenne anche l'insegnamento del Calcolo infinitesimale nella libera Università di Ferrara.

L'alta considerazione in cui era tenuto dai Suoi concittadini, Lo chiamò nel 1900 a far parte del Consiglio comunale di Padova, ove ebbe per qualche anno la carica di Assessore alla Pubblica Istruzione.

Fu anche Preside della Facoltà di Scienze nell'anno accademico 1908-1909.

Nel 1875 il d'Arcais si univa in matrimonio con la Baro-

Digitized by Google

nessina Maria Teresa Tola, ed ebbe da questa unione la numerosa prole di dodici figli, dei quali sette sono attualmente in vita. Le figlie Marchesine Giovannica e Maria, che sempre vissero con Lui, contribuirono con le loro cure amorosissime a rendere meno amaro il distacco dall'insegnamento, che il Nostro aveva sempre considerato altissima missione; e a rendere meno sentita l'amarezza della forte miopìa, che negli ultimi anni Lo rendeva quasi cieco, e Lo privava del conforto di potersi dedicare ancora agli studi prediletti.

Due lutti gravissimi afflissero in modo particolare la vita del Nostro: la morte prematura della Consorte, Nobildonna di eccelse virtù, nel 1907; e nel febbraio 1927, quella del figlio primogenito Marchese Raimondo, nel fiore degli anni, quando aveva già raggiunto la posizione cospicua di Ingegnere Capo del Genio Civile di Padova.

Nell'aprile del 1925 una paralisi della parte sinistra aveva scosso notevolmente la forte fibra del Nostro, pur lasciandoGli completa lucidità di mente. Colpito il 27 dicembre 1927 da un attacco influenzale, il venerato Maestro spirava serenamente due giorni dopo, fra l'universale rimpianto.

Il d'Arcais non fu un innovatore, nè si può dire che la Sua opera scientifica sia stata così copiosa, quale l'altezza dell'ingegno poteva produrre. L'azione moderatrice della modestia e dell'autocritica ebbe certamente il suo peso nella produzione scientifica di Lui. Le Sue ricerche si aggirano intorno a svariati argomenti, trattati sempre con lucida penetrazione congiunta ad uno squisito rigore logico. Esse dimostrano l'estensione considerevole e la profondità della Sua dottrina, e recano al tempo stesso notevoli contributi agli argomenti trattati, o col porre in luce proprietà nuove, o con l'originalità dei procedimenti analitici, o, in fine, con semplificazioni di apprezzabile valore nell'ordine didattico.

Nelle ricerche scientifiche il d'Arcais esordì con la Tesi di abilitazione all'insegnamento, nella quale si propose lo studio del moto sopra un ellissoide di un punto sollecitato da forze che hanno una certa funzione potenziale, estendendo un problema che il Neumann aveva già risoluto nel caso della sfera. L'esten-

Digitized by Google

sione richiede l'applicazione degli integrali abeliani, ed è trattata dal Nostro in modo esauriente, non tralasciando di prendere in considerazione il caso particolarmente importante dell'ellissoide di rivoluzione. Fino da queste prime ricerche si scorge nell'Autore l'acutezza dell'ingegno, il pieno possesso dello strumento analitico congiunto ad una grande limpidezza di idee, che si rivela nella lucida esposizione e che fa presagire nel giovane scienziato il futuro eccezionale didatta.

La Nota " Sui sistemi di coordinate „ contiene alcune interessanti considerazioni sopra quel particolare sistema di coordinate immaginato dal Casorati, nell'intento di stabilire una correlazione la più completa possibile fra i punti e le rette del piano.

Nella Nota " Sopra un teorema della teoria delle forme binarie „ il d'Arcais fornisce una nuova pregevole dimostrazione di un fondamentale teorema del Gordan sulle forme a due serie di variabili.

Una geniale applicazione delle funzioni ellittiche allo studio delle curve piane del terzo ordine, spicca per semplicità ed eleganza d'indagine, e conduce l'Autore a stabilire interessanti proposizioni, in parte nuove.

La Nota " Sul grado e sopra i discriminanti di un'equazione algebrico differenziale del primo ordine fra quattro variabili e della sua primitiva completa algebrica „ si riattacca ad un lavoro del Casorati, e in essa il d'Arcais si propone la generalizzazione dei risultati importanti conseguiti dal Casorati nel caso di una equazione algebrico differenziale fra tre variabili.

Nella Nota " Sulle espressioni analitiche rappresentanti porzioni di funzioni analitiche diverse „ viene proposto un elegante procedimento elementare, dedotto da semplici proposizioni sulle serie, per la costruzione di quante si vogliano espressioni analitiche rappresentanti in campi diversi porzioni di funzioni analitiche differenti. Con questo lavoro l'Autore estende notevolmente un risultato conseguito anteriormente per altra via dal Tannery.

Si riattacca in un certo senso alla precedente, la Nota " Sulle funzioni di variabile complessa „ nella quale il d'Arcais si propone la costruzione della espressione analitica di una funzione monogena uniforme nell'intorno di un suo punto singolare b,

Digitized by Google

che sia punto limite isolato di un gruppo isolato di punti singolari; espressione fornita da uno sviluppo in serie di potenze positive e negative di $z - b$, analogo al classico sviluppo di Laurent, colla differenza che i coefficienti, invece di essere costanti, sono certe funzioni determinate di $z - b$.

Nella Nota " Intorno al teorema di Riemann-Roch „ l'Autore si propone di caratterizzare quei gruppi di punti analitici pei quali non esiste una funzione razionale, col numero normale di costanti arbitrarie stabilite dal teorema di Riemann-Roch, che si mantenga ovunque finita e che diventi infinita di primo ordine in tutti i punti del gruppo.

Partendo da uno sviluppo dello Schlömilch di una funzione di variabile complessa in serie i cui termini sono composti di facoltà analitiche, il d'Arcais stabilisce analoghi sviluppi, corredandoli di un metodo semplice per il calcolo dei coefficienti, metodo che costituisce la parte più interessante e originale del lavoro.

Notevole è pure la costruzione proposta dal Nostro della seconda funzione di Green relativa al campo piano limitato da due circonferenze concentriche. L'Autore riesce con ingegnosi accorgimenti analitici a semplificare sensibilmente la ricerca. Nello stesso campo delle funzioni biarmoniche il d'Arcais ha risoluto un problema non contemplato nella teoria classica, consistente nella integrazione della doppia equazione di Laplace, quando sono dati lungo il contorno del campo che si considera i valori della funzione e del suo parametro differenziale di secondo ordine. Premessa la dimostrazione dell'unicità della funzione biarmonica nel campo, Egli risolve completamente il problema per il campo circolare, e il risultato raggiunto è notevole sia per la semplicità della soluzione, sia ancora perchè il problema si riattacca nel modo più naturale a quello relativo alle funzioni armoniche.

Il d'Arcais tenne per parecchi anni nell'Università di Padova un corso libero sul Calcolo delle probabilità, e tale insegnamento Gli offrì l'occasione propizia per pubblicare tre lavori anche in questo campo, recandovi pregevoli contributi di carattere prevalentemente didattico.

Una importante dimostrazione, dovuta al prof. Peano, della unicità degli integrali di un sistema di equazioni differenziali di

Digitized by Google

primo ordine, basata sulle sole condizioni di Lipschitz, lasciava sorgere in un punto qualche dubbio circa la sua legittimità. Il Nostro, previe acute osservazioni, è riuscito con lievissimi ritocchi a rendere la dimostrazione esente da ogni possibile obbiezione, dimostrando una volta di più la finezza e la perspicacia del Suo spirito critico.

Il metodo simbolico, esposto sistematicamente dal Pincherle nella magistrale opera " Le operazioni distributive „, venne utilizzato dal Nostro per la integrazione delle equazioni lineari a derivati parziali di ordine qualunque, ponendone in rilievo la pratica utilità in alcuni casi particolari interessanti.

La dimostrazione del fondamentale teorema sulla invertibilità delle derivazioni, è notevole per la semplicità dei mezzi adoperati, in relazione al minimo numero di condizioni richieste per la validità del teorema stesso. Con questo lavoro il d'Arcais è riuscito, mercè le semplificazioni introdotte, a trasportare nell'insegnamento la dimostrazione ridotta ad una forma didatticamente semplice e piana, e resa perfettamente rigorosa (1).

L'ultima ricerca scientifica, pubblicata nel 1921, contiene un'estensione della relazione conosciuta col nome di " formula del Frullani „, e l'applicazione della formula generalizzata al calcolo di alcuni integrali.

Il d'Arcais tenne per qualche anno la direzione della Scuola di Magistero, la quale consisteva in una conferenza settimanale di carattere prevalentemente didattico, assegnata per turno agli scolari su questioni riguardanti l'insegnamento degli elementi dell'algebra e della geometria. Ma si può ben affermare che la vera scuola di Magistero era rappresentata dalle lezioni del Maestro. Anche quando nel Suo insegnamento ci trasportava nelle sfere più elevate dell'Analisi, dal ritmo sempre calmo e paziente della Sua esposizione si svolgevano con tale incomparabile efficacia ordinate e limpide le idee, da rendere le Sue lezioni un modello di arte didattica. L'opera che rispecchia nel più alto grado le mirabili qualità didattiche del Nostro, congiunte alla singolare

(1) La dimostrazione si trova infatti riprodotta nella terza edizione del corso di Analisi infinitesimale.

Digitized by Google

perizia di un analista consumato, è certamente il corso di Analisi infinitesimale, le cui successive edizioni furono l'oggetto delle cure più assidue dell'Autore. Da una edizione all'altra si notano continui miglioramenti, consistenti principalmente in semplificazioni di teoremi importanti, in modificazioni nell'ordine delle materie rispondenti ai più sani criteri didattici suggeriti dall'esperienza, e in alcune considerevoli aggiunte, sulle quali specialmente mi soffermerò tra breve. In quest'opera, come in tutta la Sua produzione scientifica, il d'Arcais si è sempre uniformato al rigore perfetto dei metodi e dei ragionamenti, e in ciò fu fedele continuatore della riforma sui principi fondamentali dell'Analisi, iniziata e proseguita per lungo volgere di anni dal Suo grande Maestro, il Dini. Così che, nella commemorazione dell'insigne matematico pisano, letta in questo Istituto nella seduta del 24 novembre 1918, il d'Arcais poteva, con illuminata e piena conoscenza di causa, porre in rilievo i felici risultati dell'opera riformatrice del Dini con le seguenti parole: " L'Analisi riposa ora su solide e inattaccabili basi „.

Nel passare in rassegna alcuni fra i capitoli più salienti dell'Analisi infinitesimale del d'Arcais, mi riferirò alla terza ed ultima edizione.

Fra le aggiunte a questa edizione è molto interessante il capitolo concernente i varî metodi per il calcolo numerico del valore approssimato degli integrali definiti, in cui l'Autore, con opportuni raffronti, mette in luce i pregi e i difetti di ciascun procedimento, e, ciò che più importa nella pratica applicazione dei metodi stessi, i criteri per stimare il grado di approssimazione raggiunto.

Lo studio di quel capitolo in cui vengono magistralmente tratteggiate le basi della teoria delle funzioni di variabile complessa, capitolo completato nell'ultima edizione con i celebri teoremi di Mittag-Leffler e di Weierstrass-Betti, è, a mio avviso, il miglior consiglio che si potrebbe suggerire a chi volesse iniziare i suoi passi in quel campo così suggestivo e fecondo di ricerche. E ben si comprende come il Nostro fosse attratto in modo particolare dalla bellezza veramente sublime di quella teoria, ormai definitiva nella sua essenza e nell'armonica distribuzione delle parti, e abbia rivolto, come si è accennato, in alcuni lavori la

Digitized by Google

Sua attività scientifica allo studio delle funzioni nel campo complesso.

Notevole è pure quella parte della teoria delle equazioni differenziali in cui sono esposti i principi del metodo simbolico, e la loro applicazione alle equazioni differenziali lineari. Mi sembra opportuno di farne cenno qui, anche per il fatto che detti principi furono in Italia, se non erro, introdotti dal d'Arcais per la prima volta in un corso di Analisi infinitesimale. È superfluo aggiungere che i giusti limiti fra i quali è contenuta l'esposizione del metodo, la semplicità e la elasticità che questo conferisce all'algoritmo, giustificano ampiamente il criterio didattico dell'Autore.

Il grande sviluppo che ha preso lo studio sistematico delle equazioni integrali da quando furono pubblicati su questo soggetto i lavori, divenuti rapidamente classici, del Volterra, del Fredholm e del Hilbert, e l'importanza ognora più crescente che questo studio è andato acquistando in relazione a molteplici questioni, e particolarmente a numerosi problemi di Fisica Matematica, hanno indotto il Nostro ad aggiungere nell'ultima edizione dell'Analisi infinitesimale un capitolo, in cui, con la consueta semplicità, sobrietà e chiarezza, vengono esposte le prime nozioni sulle equazioni integrali. Questa aggiunta è stata molto opportuna, perchè le nozioni in parola, se pure rappresentano un primo passo, costituiscono un ottimo avviamento allo studio di un ramo così importante dell'Analisi moderna.

Nella prefazione alla prima edizione dell'opera l'Autore dice testualmente: " .... essa non pretende in alcun modo di uscire dai modesti confini di un'opera didattica ed elementare „; e più innanzi soggiunge: " .... ho tentato che questo libro fosse per riuscire non inutile a coloro che intendono darsi completamente allo studio delle matematiche discipline, e a coloro che del Calcolo infinitesimale si devono servire più specialmente come uno strumento per ulteriori studi nel campo delle applicazioni della scienza „. Queste parole caratterizzano il senso di singolare modestia che distinse il Nostro in ogni Suo atteggiamento; ma si può ben dire invece che il corso del d'Arcais è un trattato vero e proprio; un libro prezioso, divenuto ormai classico fra le opere del genere; un libro di consultazione utile agli stessi docenti

Digitized by Google

dell'importante disciplina. Esso costituisce, se così mi è lecito esprimermi, il testamento didattico del venerato, indimenticabile Maestro.

Non saprei meglio chiudere queste imperfette rievocazioni della vita e delle opere del Nostro, se non ponendo in rilievo i caratteri peculiari che Lo resero tanto caro non solo ai Suoi allievi, ma altresì a quanti ebbero la fortuna di conoscerLo e di avvicinarLo: un animo mite, affettuosamente buono, accompagnato da una signorile affabilità dei modi, retaggio questa della nobile prosapia cui apparteva; una rara modestia, con la quale pareva quasi volesse mascherare la profonda dottrina, la forte e larga coltura. La mitezza e la bontà squisita dell'Uomo si rivelavano nella giovialità del carattere, nella tolleranza verso le idee altrui, nei giudizi sempre sereni, sempre inspirati a benevola indulgenza, veramente paterna questa verso gli scolari. E ben dovette comprendere di quanto affetto fosse circondato dai Colleghi della Facoltà e dalla larga schiera dei vecchi e nuovi discepoli, quando il 26 novembre 1922, in occasione del cinquantennio del Suo insegnamento, Gli furono tributate nell'Aula Magna dell'Università di Padova solenni onoranze.

La nobile esistenza, come dissi, si chiudeva serenamente il 29 dicembre 1927, e ben rari sono gli esempi di Maestri, che, come l'illustre Scomparso, hanno lasciato una così larga eredità di affetti.

Digitized by Google

Elenco delle pubblicazioni del Prof. Francesco d'Arcais

Del moto sopra un ellissoide di un punto sollecitato da forze che hanno una certa funzione potenziale - (Tesi per l'abilitazione all'insegnamento). - (Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, Vol. I, 1871).

Sopra i sistemi di coordinate - (Giornale di Matematiche, 1877).

Sopra un teorema nella teoria delle forme binarie - (Memorie dell' Accademia delle Scienze di Bologna, 1878).

Alcuni teoremi sulle curve piane del terz'ordine - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. VIII, 1882).

Lezioni litografate del Calcolo infinitesimale, 1882-83.

Sul grado e sopra i discriminanti di una equazione algebrico differenziale del prim'ordine fra quattro variabili e della sua primitiva algebrica - (Annali di Matematica pura ed applicata, Tomo XIII, 1883).

Della vita e delle opere del Prof. Raffaele Minich - (Commemorazione letta il 9 dicembre 1883 nell'Aula Magna della R. Università di Padova) - (Libreria Drucker, Padova, 1884).

Lezioni litografate di Calcolo infinitesimale, II edizione con aggiunte e modificazioni.

Teoria elementare delle serie. - Litografia ad uso degli studenti.

Corso di Calcolo infinitesimale. - Due Volumi (Libreria Drucker, Padova, 1890).

Sulle espressioni analitiche rappresentanti funzioni analitiche diverse. - (Rivista di Matematica, Vol. V, 1895).

Sulle funzioni di una variabile complessa. (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. IX, 1898).

La seconda funzione di Green pel campo limitato da due circonferenze concentriche. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol IX, 1898).

Corso di Calcolo infinitesimale. - Due Volumi. - (II^{a} Edizione con aggiunte e modificazioni. Libreria Drucker, Padova, 1899).

Un problema sulle funzioni biarmoniche e sua risoluzione per un campo circolare. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. LVIII, 1899).

Un problema di Calcolo di probabilità. - (Atti dell'Accademia di Padova, Vol. XVI, 1900).

Sopra una dimostrazione della unicità degli integrali di un sistema di equazioni differenziali di primo ordine. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. LXI, 1902).

Digitized by Google

Intorno al teorema di RIEMANN-ROCH. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. LXIII, 1904).

Sull' integrazione delle equazioni lineari a derivate parziali d'ordine qualunque. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. LXVII, 1907).

Sopra due problemi di Calcolo di probabilità. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. LXIX, 1910).

Appunti e problemi di Calcolo delle probabilità. - (Atti dell' Accademia di Padova, Vol. XXVI, 1910).

Corso di Analisi infinitesimale. - Due Volumi. - (III[a] Edizione, Libreria Draghi, 1912).

Sul teorema della invertibilità dell' ordine delle derivazioni. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. LXXI, 1912).

Commemorazione del Prof. Ulisse Dini, letta al R. Istituto Veneto. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. LXXVIII, 1918).

Sviluppo di funzioni di variabile complessa in serie di facoltà analitiche. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. LXXX, 1921).

Una formula che contiene come caso particolare quella del Frullani. - (Atti del R. Istituto Veneto, Vol. LXXX, 1921).

Lezioni litografate di Analisi infinitesimale. - (La lito-tipo, Padova, 1921).

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

ADUNANZA ORDINARIA

DEL 14 APRILE 1929

PRESIDENZA DEL M. E. SEN. NINO TAMASSIA, PRESIDENTE

Presenti i membri effettivi: Giordano, vicepresidente; Bordiga, segretario; Lazzarini, vicesegretario; Bellati, Catellani, Crescini, Pennato, Alessio, Meschinelli, Battistella, Serena, Messedaglia, Marchesini, Soler, Gnesotto. Dell'Agnola; ed i soci corrispondenti: F. Vitali, Munerati, Moschetti, Minio, G. Ferrari, Fogolari, Ovio, Ducceschi, Tomaselli, Cagnetto.

Giustificata l'assenza dei membri effettivi: Rossi, Forti, Fradeletto.

Si legge e si approva l'Atto della precedente adunanza.

Il Presidente comunica, con commosse parole di rimpianto, la morte del m. e. Bernardo Benussi, insigne figura di storico, che rappresentava tra noi, e negli studi, una nobilissima regione; il collega Francesco Salata ha accettato l'invito di commemorare a suo tempo l'estinto.

L'Università di Padova festeggiò il cinquantesimo anno d'insegnamento del m. e. Lando Landucci; il Presidente fu presente per l'Istituto alla bella cerimonia, ed ora esprime al collega l'augurio che la sua attività scientifica si protragga, viva feconda, ad multos annos. Il m. e. Landucci ringrazia. Il Presidente presenta l'elenco delle pubblicazioni giunte in dono, tra le quali un gruppo di lavori del m. e. Senatore Giordano nella scienza in cui è maestro; comunica poi che la Segreteria ha tutto disposto affinchè il Comitato centrale dei congressi storici internazionali

Digitized by Google

sia degnamente accolto. I membri effettivi e soci certo non mancheranno di assistere la Presidenza, ne' suoi doveri di ospitalità verso gli scienziati stranieri e nazionali. A questo proposito il m. e. Bordiga esprime, in nome della presidenza e del R. Istituto, un ringraziamento al socio presente Gino Fogolari che gentilmente concesse in deposito alcuni quadri, già ne' depositi delle Regie gallerie, per ornare le nostre stanze.

Seguono le letture poste all' ordine del giorno:

N. Tamassia, m. e. — *Un capitolo della storia di Gregorio di Tours e l' Iliade.* — Si tratta del racconto che Gregorio di Tours fa nel Cap. 27 del I libro della sua *Historia Francorum;* e cioè del vaso di Soissons, reclamato dal vescovo cui fu tolto. Il complotto cui dà luogo la restituzione fra il re Clodoveo e un soldato sembrerebbe richiamare alla mente la scena iniziale dell' Iliade che riguarda la restituzione di Criseide.

P. Pennato, m. e. — *Contributo allo studio della poliomielite acuta dell' adulto.* — È riferita una osservazione clinica ed anatomica. La sintomatologia fu molto singolare per la localizzazione unilaterale nel midollo cervicale, che ha dato luogo contemporaneamente ad emiplegia associata alle sindromi di *C. Bernard - Horner* e *Brown - Sequard.*

Ricordate le molte varietà della malattia di *Heine-Medin*, sono discusse le analogie con questa della stessa osservazione dal lato clinico ed istologico.

L. Messedaglia, m. e. — *Una bolla d'oro del doge Michele Steno.* — La famiglia dell' A. possiede da tempo tre bolle venete (due auree, una d' argento), disgraziatamente mancanti delle loro pergamene originali. L' A. tratta di una delle stesse, d' oro, del doge Michele Steno, identica a quella, nota, posseduta dal Museo Bottacin di Padova, appesa ad un privilegio accordato nel 1409 a Zara. Descritto il rarissimo cimelio, e parzialmente ricostruita, nei limiti del possibile, specialmente di su i documenti del R. Archivio di Stato di Venezia, la serie delle bolle auree, rilasciate dalla cancelleria veneziana sotto il dogato dello Steno, l' A. avanza

Digitized by Google

l'ipotesi, che la sua bolla d'oro sia una delle due concesse a Verona il 16 luglio 1405, dopo la solenne dedizione, avvenuta in Venezia il 12, della città alla Repubblica Veneta.

G. Ovio, s. c. — *L'influenza del nero sulla visione.* — A rigore non si capisce perchè abbassando l'illuminazione si abbassi sempre più la visione. Poichè il nero dell'inchiostro non è un nero assoluto, ma un nero relativo, tale cioè che riflette sempre una certa quantità di luce, il rapporto fra il bianco ed il nero in uno stampato rimane costante, e la leggibilità non dovrebbe quindi modificarsi, sia che si abbassi, sia che si innalzi l'illuminazione. L'A. dimostra con numerose esperienze che se pure questo rapporto rimane costante, mutano le differenze fra il bianco e il nero. Per questo, mentre il nero apparisce costante, sembra mutare il bianco, e per l'occhio è dunque come se mutasse il rapporto fra il bianco ed il nero, e dal mutamento apparente di tale rapporto, dipende il variare della visione col variare dell'illuminazione.

D. Ongaro — *La concentrazione idrogenionica nell'uovo del filugello* (presentata dal Dott. E. Arrigoni degli Oddi, m. e., a termini dell'art. 16 del Regolamento interno).

L. Soremin — *Ricerche sull'azione combinata dei farmaci convulsivanti* (presentata dal prof. V. Ducceschi, s. c. (c. s.)). — È studiata l'azione reciproca di potenziamento, di dominazione e di degradazione che esercitano i farmaci convulsivanti quando siano fatti agire contemporaneamente sull'organismo. Come animale d'esperimento servì il coniglio; i farmaci furono introdotti per via endovenosa. I risultati (raccolti in 11 tabelle) non possono ridursi a leggi generali, come per gli ipnotici ed i narcotici, data la diversa sede d'azione di quei farmaci nel sistema nervoso, e dato il diverso carattere generale della loro azione.

Il Presidente
NINO TAMASSIA

Il Segretario
Giovanni Bordiga

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

ADUNANZA ORDINARIA

DEL 19 MAGGIO 1929

PRESIDENZA DEL M. E. SEN. NINO TAMASSIA, PRESIDENTE

Presenti i membri effettivi: GIORDANO, vicepresidente; BORDIGA, segretario; LAZZARINI, vicesegretario; LANDUCCI, MEDIN, FRADELETTO, ARRIGONI DEGLI ODDI, PENNATO, DE MARCHI, FORTI, ALESSIO, GEROLA, MESCHINELLI, BATTISTELLA, SALVIOLI, SERENA, MARCHESINI, ORSI, DELL'AGNOLA, LORENZI; ed i soci corrispondenti: F. VITALI, MOSCHETTI, GOLA, ANTI, MINIO, LAURA, G. FERRARI, FOGOLARI, OVIO, L. FERRARI, ENRIQUES, SALATA.

Giustificati il membro effettivo MESSEDAGLIA e il socio corrispondente MUNERATI.

Si legge e si approva l'Atto della precedente adunanza.

Il Presidente, nel momento in cui la nave regale sta per toccare Rodi, ricordando la glorie marinare e le conquiste mercantili di Venezia, propone d'inviare alle Loro Maestà ed alle Principesse, il seguente telegramma:

" Sua Ecc. primo aiutante di campo di Sua Maestà il Re. Regio Istituto Veneto prega Vostra Eccellenza presentare alle Loro Maestà ed Altezze Reali in Rodi ossequio devoto e l'augurio più alto pel nome glorioso d'Italia in Oriente.

Presidente Tamassia ".

Il Reale Istituto approva unanime.

Presenta il Bulletin of the international Comittee of historical sciences, Vol. I, N. 1-5, ed il volume dei lavori pubblicati

Digitized by Google

dalla Clinica oculistica diretta dal collega G. Ovio; partecipa che ne' giorni passati fu ospite del R. Istituto il Comitato ordinatore dei Congressi storici internazionali e che gli illustri studiosi dimostrarono il massimo gradimento per le nostre accoglienze cordiali.

Seguono le letture poste all'ordine del giorno:

A. MEDIN, m. e. — *Le stimmate di Dante.*

I. SALVIOLI, m. e. — *Alcune osservazioni intorno al cosidetto bloccaggio dell' apparato reticolo endoteliale.* — L'A. dall' esame microscopico della lingua, e del mesentere delle rane nelle cui vene era iniettato l' inchiostro di China trae riconferma che i granuli neri dell' inchiostro possono fermarsi anche nei vasi sanguigni di altre parti del corpo qualora le loro pareti vengano alterate. Ancora più evidente è il fenomeno se si esperimenta con una rana in cui i vasi sanguigni della lingua abbiano sofferto per una anemia prolungata. Nelle rane questo deposito dei granuli di carbone è così notevole da dar luogo all' arresto della circolazione, ed è molto più spiccato che nei mammiferi: probabilmente questa differenza deve dipendere dal fatto che nel sangue della rana subisce l' inchiostro più lentamente quelle modificazioni, che nel sangue dei mammiferi si compiono con grande rapidità, cioè la conglutinazione dei granuli. Questa ipotesi troverebbe una conferma in altre esperienze fatte sui cani nei quali si può vedere l' inchiostro depositarsi anche nei vasi del polmone. Il fatto che deve essere preso in maggiore considerazione del così detto bloccaggio del fegato è la forte e rapida conglutinazione dei granuli dell' inchiostro nell' interno dei vasi sanguigni, forse più intensa nei vasi del circolo portale. Se il fenomeno della fagocitosi da parte delle cellule del reticolo-endotelio si produrrà, questa sarà in un secondo tempo, solo dopo che i grossi ammassi fiocconosi dei granuli neri saranno stati trattenuti nella rete capillare dell' acino. Il fegato, la milza, il midollo osseo sottraggono troppo presto dal circolo l' inchiostro perchè esso possa fermarsi in qualche altro organo che potrebbe presentare pure condizioni favorevoli al suo arresto. Alcune esperienze assai semplici confermerebbero tale concetto.

Digitized by Google

G. DOLFIN — *Ricerche sul ricambio delle cellule cordali nel digiuno* (presentata dal prof. I. Salvioli, m. e., a termini dell' art. 16 del Regol. int.). — Le cellule della corda dorsale non modificano il loro aspetto nè il loro contenuto in glicogene e in grasso neanche spingendo il digiuno fino alla morte dell' animale. Ciò dimostra che queste cellule hanno un ricambio poco attivo, e che l'enorme quantità di glicogene che esse contengono non ha significato di materiale di riserva.

R. ZANETTI — *Sulle possibili applicazioni cinematiche di un teorema di Geometria* (presentata dal prof. E. Laura, s. c., (c. s.)).

B. BARONI — *Sull' equilibrio di una porzione di superficie sviluppabile* (c. s.). — In questa Nota l'A. estende al caso delle superficie a curvatura nulla un teorema che il Prof. V. Volterra ha dimostrato per le superficie a curvatura positiva.

R. LICEN — *Sulla forma F_2 di Fubini - Vitali* (presentata dal prof. G. Vitali, s. c. (c. s.). — L'A. mette in evidenza che una certa forma differenziale a carattere proiettivo, che risulta associata ad ogni individuo di una certa famiglia di varietà, ha in tutti i casi una proprietà di contatto che finora era nota solo in casi particolari.

Il Presidente
NINO TAMASSIA

Il Segretario
GIOVANNI BORDIGA

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

Relazione della Commissione nominata dal Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti per giudicare i lavori presentati al concorso di Fondazione ARRIGO FORTI per il triennio 1926-1928 per la Botanica.

La sottoscritta Commissione dalla vostra fiducia nominata a giudicare su l' opportunità di assegnare il premio di Fondazione " Arrigo Forti „ per incoraggiamento agli studi di Botanica scaduto nel gennaio ultimo passato ritiene possa senz' altro venir per intero concesso al concorrente prof. Carlo Cappelletti dell' Università di Padova.

Il candidato si presenta con dieci pubblicazioni tutte eseguite nel triennio essendo stampate fra il 1926 e il 1928, opuscoli che trattano argomenti assai diversi fra loro sebbene siano per lo più di argomento biologico. Cinque di questi sono di micologia: Nuove osservazioni sul ciclo biologico di *Biatorella difformis* (Fr.) (1926) sulla flora fungina della resina (1927 e 1927) e sul ciclo evolutivo di *Massaria Mori* Miyake parassita del Gelso (1928). Due sono di schietta sistematica delle Epatiche: Un numeroso contributo alla Flora Epaticologica Piemontese (1927) prodotto dell' esame di oltre 1200 campioni provenienti da tutte le località della regione per raccolte fatte dall' autore stesso ma anche trovate ancora indeterminate nelle principali collezioni fatte dagli altri botanici piemontesi. E un altro contributo alla Flora epaticologica dell' Italia mediterranea (1928) su materiali dell' Istituto Botanico di Torino provenienti da diverse località: la Toscana, la Campania, lo Stromboli, la Sardegna etc. Un terzo argomento è di anatomia e fisiologia sperimentale patologica col tema di indagare quali divengano i danni prodotti negli ovuli di diverse piante impedendo la fecondazione (1927). Furono all' uopo scelti soggetti da famiglie tra loro assai diverse, con

Digitized by Google

l' effetto di aver ottenuto modificazioni rilevanti somatiche per il prolungarsi del periodo vegetativo ma soprattutto constatazioni di processi degenerativi mutevoli volta per volta col mutare dei soggetti e degli organi esaminati. Il quarto argomento costituisce un capitolo ex novo di Biologia e di Tecnica biologica generale, con due lavori: " La forma a Bacteroide e l' immunità delle Leguminose „ (1926); " i tubercoli radicali delle Leguminose considerati nei loro rapporti immunitari e morfologici „ (1928).

Per la prima volta anni fa l' Autore (1924) aveva segnalato nei Tubercoli radicali gli anticorpi analoghi alle agglutinine già note nella patologia animale come prodotti antagonistici dei batteridi ed ora il tema viene affrontato in pieno con relative esperienze in serie su diversi soggetti posti in condizioni particolari e diverse per accertarsi della stabilità del comportamento spesso traendo conclusioni di già notevole formazione e importanza.

La vostra Commissione ritiene che quest' ultima parte sola degli studi sarebbe sufficiente a rendere il prof. Cappelletti meritevole di conseguire il premio, tanto meglio poi col resto degli studi fatti che avendo carattere tutt' affatto diverso depongono anche per la versatilità delle sue attitudini di sperimentatore.

Propone per altro l' aggiudicazione in modo unanime e ringrazia il Reale Istituto Veneto della fiducia, rimettendo l' onorevole mandato.

La Commissione

Gola Giuseppe
Meschinelli Luigi
Munerati Vittorio
Minio Michelangelo
Forti Achille, *rel.*

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

ADUNANZA ORDINARIA

DEL 16 GIUGNO 1929

PRESIDENZA DEL M. E. SEN. NINO TAMASSIA, PRESIDENTE

Presenti i membri effettivi: GIORDANO, vicepresidente; BORDIGA, segretario; LAZZARINI, vicesegretario; LANDUCCI, FRADELETTO, PENNATO, FORTI, ALESSIO, MESCHINELLI, BATTISTELLA, SALVIOLI, SERENA, MARCHESINI, ORSI, GNESOTTO, DELL'AGNOLA; ed i soci corrispondenti: MOSCHETTI, ANTI, MINIO, LAURA, L. FERRARI, ENRIQUES.

Giustificati i membri effettivi: DE MARCHI, GEROLA, DAL PIAZ, MESSEDAGLIA; ed i soci corrispondenti: MARANGONI, F. VITALI.

Si legge e si approva l'Atto della precedente adunanza.

Il Presidente dà il mesto annuncio della morte del m. e. prof. Pietro Spica e ne ricorda le benemerenze verso la Scienza e l'Istituto, di cui fu presidente negli anni 1922-23. La sua fu una vita operosa, intemerata, tutta dedicata alla Scuola. La morte lo colse mentre doveva incominciare per Lui il periodo di quiete e di riposo, che mai non conobbe nei lunghi anni della sua carriera didattica e scientifica. Il compianto Collega, nel suo testamento, vietò ogni discorso. Ma non ne sarà violato il desiderio, inviando alla Sua memoria questo addio supremo.

L'Istituto conserverà piamente il ricordo del Collega insigne.

Il Presidente presenta poi il libro del s. n. sen. F. Salata: *Per la storia della Questione Romana.* L'Istituto sarà grato al chiarissimo collega di questo suo dono. Dai ricchi archivi austriaci, non più vietati alle ricerche storiche, l'A. trasse il materiale diplo-

Digitized by Google

matico, che illustra un tragico periodo di rapporti fra il Papato e l'Italia. Il Collega continua così l'opera sua di paziente e dotto indagatore della nostra storia nazionale, felicemente da Lui iniziata con la documentazione poderosa del *Diritto d'Italia su Trieste e l'Istria*, e proseguita con altre importantissime pubblicazioni ben note agli studiosi, e da questi apprezzatissime.

Il m. e. prof. Serena presenta a nome della vedova il terzo volume delle " Opere „ di Lorenzo Ellero, con prefazione del professore Giuseppe Tarozzi, in cui giustamente si afferma che " se vi fosse ancor bisogno di dimostrare infondata e malevola l'accusa fatta al positivismo di aver depresso i valori spirituali dell'uomo, gli scritti di Lorenzo Ellero, contenuti in questo volume, darebbero a tale accusa la più evidente smentita „. Questi Discorsi, s'iniziano col magistrale studio su " La psichiatria, la libertà morale, e la responsabilità penale „, e si chiudono con la magnanima lettera del dicembre 1917 a Teodoro Moneta su " Il soldato e il paese „: " O soldati, belli e benedetti, voi purificate la patria, voi santamente la disinfettate dalla carogneria palese e larvata che tentò insozzarla, piagarla, e stroncarla „.

Seguono le letture poste all'ordine del giorno:

V. Lazzarini, m. e. — *Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni.* — La tutela dei garzoni a Venezia incomincia nel 1291, coll'obbligo fatto ai datori di lavoro di far scrivere in un quaderno della Giustizia Vecchia i fanciulli tolti con sè, con contratto scritto o senza. I padroni furono dapprima liberi o di accettare il salario proposto dai Giustizieri oppure di far stipulare un contratto di lavoro, naturalmente più favorevole, da un pubblico notaro. Nel 1396 si fa divieto ai notai di rogare tali contratti, e si impone di presentarsi in tutti i casi alla Giustizia vecchia, vera magistratura del lavoro, che avrebbe fissato le mercedi ed impedito che minorenni ignoranti fossero defraudati. Ordinanze e proclami a tal fine seguono fino agli ultimi tempi della Serenissima.

Rispetto al quesito se a Venezia fu stabilito un limite minimo di età per i garzoni, l'esame delle *mariegole* e dei registri de' garzoni prova che una disposizione generale non fu mai presa,

Digitized by Google

ma che non poche arti, nel periodo moderno dello Stato veneziano, fissarono l'età minima per iniziare il garzonato e, in alcuni casi, anche la massima.

G. GEROLA, m. e. — *Alcuni documenti sul paese dei Mòcheni.* — Dell'oasi tedesca dell'alta valle della Fersina soltanto in questi ultimi tempi si era cominciato a ricercare la storia con intendimenti di serietà.

Un notevole contributo alla conoscenza dello stanziamento di quei coloni alloglotti, all'origine, alle cause, alla portata del fenomeno offrono i documenti qui raccolti, desunti dagli archivi di Trento e dai piccoli archivi locali di Pergine e di Viarago, tuttora inesplorati per tale riguardo.

E. LAURA, s. c. — *Sui moti spontanei di particolari sistemi a vincoli anolonomi.* — L'A. considera le varietà anolonome di uno spazio a tre dimensioni, e suppone ridotta a forma canonica l'equazione differenziale del vincolo. Dimostra che, in questo caso, la ricerca delle traiettorie spontanee è riducibile alla integrazione di una equazione differenziale del 3° ordine.

C. MARCHESI, s. c. — *Questioni Arnobiane.* — L'autore tratta di alcuni passi controversi dell'opera apologetica di Arnobio e di alcune erronee o malsicure interpretazioni della sua dottrina relativamente ai demoni e ai numi pagani, all'ammaestramento del Cristo e alla responsabilità del peccato. Egli si propone di dimostrare 1) che Arnobio pone sempre come ipotetica la esistenza dei numi pagani quali *dii minores* 2) che è fallace in I 38 l'apparenza epicurea del *Christus magister* 3) che in I 49 è da restituire la lezione manoscritta *sed* invece di *seu* per salvare da un assurdo determinismo il pensiero arnobiano sul peccato degli uomini.

L. SIMEONI — *Rapporti tra le opere dei due eruditi veronesi Lodovico Perini e G. B. Biancolini* (presentata dal Dott. A. Forti, m. e., a termini dell'art. 16 del Reg. int.). — L'illustrazione delle chiese di Verona, fatta da G. B. Biancolini, era stata tentata prima di lui, da un altro erudito veronese poco noto, Lodo-

Digitized by Google

vico Perini, le cui carte il Biancolini stesso, nella prefazione al I volume, ammette di aver consultato con profitto, senza però accennar mai negli otto volumi, a ciò che da esse avrebbe preso. Queste carte del Perini (forse non complete) si trovano nella Comunale di Verona, ed esse ci mostrano che l' opera del Perini consisteva sopratutto in una grande raccolta di documenti e che era già prossima la stampa, cosicchè erano già state preparate molte incisioni e l'autore ne aveva abbozzata la prefazione. Dal confronto con i volumi del Biancolini si può precisare con certezza che il B. usò non solo di tutti i disegni, ma utilizzò anche le notizie raccolte e in alcuni casi persino alla lettera il testo: così pure si può credere che egli traesse da quelle carte gran parte dei documenti che si trovano negli ultimi volumi della sua opera.

Il Presidente
NINO TAMASSIA

Il Segretario
GIOVANNI BORDIGA

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

ADUNANZA SOLENNE

DEL 26 MAGGIO 1929

NELLA SALA DEI PREGADI NEL PALAZZO DUCALE

PRESIDENZA

del M. E. Senatore NINO TAMASSIA, Presidente

Sono presenti le principali Autorità cittadine: il Cav. Uff. Zattera per il Prefetto, il primo presidente della Corte d'Appello, il Procuratore Generale, il Generale Laria, il Comandante Notarbartolo per l'Ammiraglio, l'ing. Pagan per il Presidente della Provincia, il prof. Dell'Agnola per il Provveditore agli Studi, il Podestà Co. Orsi, il Senatore conte Marcello, il Gr. Uff. Errera, il Comm. Waldis, il comm. Priolo, il comm. Bosmin, il Marchese Fraia, il comm. Toniolo, il cav. Varagnolo, il comm. Bazzoni, la vedova di Pompeo Molmenti signora Bisacco Palazzi, la signora Maria Pezzè Pascolato, la signora Adriana Fradeletto, ed altre.

Vi assistono i membri effettivi: GIORDANO vice-presidente; BORDIGA, segretario; LAZZARINI, vice-segretario; CATELLANI, MEDIN, DE MARCHI, ALESSIO, MESCHINELLI, BATTISTELLA, MARCHESINI, GNESOTTO; ed i soci corrispondenti: MARANGONI, F. VITALI, MOSCHETTI, MINIO, L. FERRARI, ENRIQUES.

Giustificati i membri effettivi: FORTI, SOLER, ALBERTOTTI, ed il s. c. ANTI.

Aperta l'adunanza, il Presidente invita il Segretario Prof. Giovanni Bordiga a dare lettura della Relazione sul risultato

Digitized by Google

dei concorsi scientifici chiusi nell'anno 1928 e sui temi posti a concorso per gli anni venturi.

Segue il Senatore Antonio Fradeletto che legge la commemorazione del membro effettivo Senatore Pompeo Molmenti.

Il Presidente
NINO TAMASSIA

Il Segretario
GIOVANNI BORDIGA

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

RELAZIONE

DEL M. E. G. BORDIGA SEGRETARIO DEL REALE ISTITUTO VENETO

LETTA NELLA SOLENNE ADUNANZA DEL 26 MAGGIO 1929

Debito e consuetudine è ad ogni anno la nostra adunanza solenne in questa augusta sala per pubblicare i risultati o i temi dei concorsi banditi dal R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; breve relazione sarà oggi la mia, affinchè non tardi a voi nè a me l'eloquente e calda parola ravvivatrice dell'opera del nostro indimenticabile collega e dilettissimo amico.

***

Alla fine del 1928 si chiusero i seguenti tre concorsi: due della *Fondazione Querini Stampalia*; l'uno col premio di lire 4000 sulla *questione delle materie prime*, l'altro col premio di lire 7000 sulla *Bibliografia veneziana*; ed uno della *Fondazione Cavalli*, col premio di lire 7000 per un " manuale di nozioni utili ad ogni buon italiano con particolare riguardo al diritto pubblico e privato e ai problemi industriali e coloniali „.

Taluni studiosi che avevano già iniziato i loro lavori su quei temi, nella impossibilità di completarli entro il tempo stabilito, mostravano desiderio che il termine di scadenza fosse prorogato. L'Istituto ha concesso la proroga al 31 dicembre 1929, e confida che essa non sia vana.

Si chiuse al 9 gennaio 1929 il concorso di *Fondazione Arrigo Forti* per incoraggiamento agli studi di *botanica*, col premio di lire 3000. Due i concorrenti: la Commissione delegata giudicò che i titoli di uno dei concorrenti non corrispondevano alle condizioni volute; e diligentemente considerò le dieci pubblica-

Digitized by Google

zioni dell' altro. Di queste, nove si volgono su argomenti diversi: di micologia, di sistematica delle epatiche, di anatomia e fisiologia sperimentale patologica; la decima riprende con maggiore larghezza un tema già studiato precedentemente dall' autore, sui tubercoli radicali delle leguminose considerati nei loro rapporti immunitari e morfologici e vi dà contributo notevole. La Commissione unanime propose e l' Istituto unanime approvò che all' autore di codeste pubblicazioni, che è il dott. *Carlo Cappelletti*, libero docente e aiuto nell' Istituto botanico della R. Università di Padova, venga conferito il premio Forti sulla botanica.

Doveva l' Istituto indicare il tema del concorso al premio di lire 7000 della *Fondazione Querini Stampalia* per il 1932. La scelta dei temi è e deve essere sempre per noi argomento di meditato esame. Tra gli undici temi che vari membri dell' Istituto avevano suggerito, la Commissione delegata dalla Presidenza fissò la sua attenzione su quello che riguardava la legislazione agraria della Repubblica Veneta. Ricordati i lavori di Andrea Gloria, sulla agricoltura nel Padovano e intorno alle leggi del pensionatico, che si riferiscono ad una parte del territorio veneto; riconosciuta l' utilità e l' attualità dell' argomento proposto, la Commissione concluse per l' estensione di questo a tutto lo Stato della Repubblica Veneta, limitandolo però al periodo nel quale, col maggior dominio territoriale dello Stato, i nobili e i cittadini veneziani ebbero la maggiore estensione di proprietà agricole. Il tema proposto fu così formulato: " Saggio storico della legislazione agraria veneta nel periodo della maggiore espansione territoriale della Repubblica „. E così fu approvato dall' Istituto.

Giova qui ricordare che verso la metà del secolo XVI per qualche scarsezza di biade, dice lo storico ufficiale della Repubblica, che affliggeva gli abitanti di Venezia e dei luoghi sudditi, in guisa da dover ricorrere a straniere o confinanti contrade " cosa che mal confacevasi con l' ampiezza dello Stato veneziano „ il Governo notava la incoltura di molti fondi di Vicenza, Padova, Rovigo, Verona e dell' Istria; e perciò istituiva il *Magistrato dei Beni inculti, per adacquar, essicar, irrigar* vasti tratti di territori.

Il ricordo di questo decreto della Repubblica che si connette al tema posto a concorso, dice la utilità che può venire

Digitized by Google

anche nel presente dal chiedere agli studi storici le ragioni e la saviezza delle leggi e la maggiore o minore efficacia degli esperimenti antichi. I modesti incoraggiamenti che ora così vogliamo dati a quegli studi teorici potranno forse anche collegarsi ad altri nel campo pratico, che vorremmo più particolarmente rivolgere ai nuovi problemi sulle bonifiche integrali e che noi speriamo di aggiungere ai concorsi industriali degli anni venturi, se non ci verranno meno gli aiuti di altre Istituzioni. Tutti insieme codesti studi e problemi, sia teorici come sperimentali, varranno a trarre: dal passato, lume al presente, dal presente energie spirituali alle più ampie opere, intorno cui lo Stato ora fervidamente si affatica per accrescere la produttività della agricoltura; nella quale è la prima e più sana sorgente della vita economica nazionale.

Non nuovo in noi è il proposito di vivere cogli studi e per gli studi nella vita reale e di giovare come meglio si possa e dentro i confini del nostro ministero a quelle che sono le necessità più urgenti del paese. Nè questa è la prima volta che vi accenniamo. Chi ponga attenzione al tema che or ora leggeremo, già bandito negli anni passati, vedrà non mutato nè recente il nostro programma di lavoro.

A Ginevra dove si vorrebbero iniziare vaste collaborazioni internazionali intorno a tutti quei fenomeni, al cui studio non sono barriere i confini delle patrie, è stato costituito un comitato per le calamità; che vuol dire il succedersi, il propagarsi, il ripetersi con leggi periodiche o no, di tutte quelle piccole o grandi perturbazioni che, di dentro o sopra terra, o nel cielo o sulle acque, ostacolano o contristano o sconvolgono la nostra vita: terremoti, inondazioni, invasioni nemiche alla vegetazione animale o vegetale ecc. ecc.; fenomeni colossali, problemi di osservazioni secolari, ricerca di leggi agli occhi nostri ancora troppo lontane da probabili formulazioni. Ma la poesia o Signori è divinità immortale e ride anche dalle sponde del Lemano. Pur giova ed è savio avviare gli studi, anche se incerta, anche se non visibile la mèta. Codesta solenne ascensione dell' umanità verso l' ignoto non è forse il suo fatale e inseparabile sogno? Stavolta più modesti per noi, meno accademici per i nostri critici e meno poeti per i sognatori, abbiamo limitata in breve cerchia la nostra opera

Digitized by Google

e pensato soltanto alla diffusione di uno dei malanni più gravi dell' agricoltura e abbiamo chiamato i volonterosi allo studio dei rimedi.

Or dunque diciamo che oltre i quattro concorsi dei quali abbiamo letto i temi; cioè i tre prorogati e quello nuovo proposto, sono aperti i concorsi che seguono:

FONDAZIONE QUERINI STAMPALIA.

5. *Studi e risultati di esperienze scientifiche, nella cura di una o più malattie infettive di animali domestici.*

Scadenza 31 dicembre 1929. Premio di lire 7000.

6. *Per il miglior lavoro diretto a far progredire in qualche modo per via matematica o per via dell' osservazione e dell' esperimento l' interpretazione dei fenomeni relativi alla portata delle radiocomunicazioni.*

Scadenza 31 dicembre 1930. Premio di lire 5000.

FONDAZIONE BALBI VALIER.

7. *all' italiano che avrà fatto progredire nel biennio 1927-28 le scienze mediche e chirurgiche, sia colla invenzione di qualche strumento o di qualche ritrovato che valga a lenire le umane sofferenze, sia pubblicando qualche opera di sommo pregio.*

Scadenza 31 dicembre 1929. Premio di lire 3000.

FONDAZIONE ANGELO MINICH.

8. *Contributo all' anatomia ed allo sviluppo del sistema nervoso simpatico.*

Scadenza 31 dicembre 1929. Premio di lire 14000.

9. *Contributo nel campo della chirurgia del sistema nervoso.*

Scadenza 31 dicembre 1929. Premio di L. 20000.

FONDAZIONE ARRIGO FORTI.

10. *per incoraggiamento agli studi di zoologia.*

Scadenza 31 dicembre 1932. Premio di L. 3000.

Digitized by Google

FONDAZIONE VANNA ARRIGONI DEGLI ODDI.

11. *La pittura a fresco in Italia. Origine, splendori, decadimento.*

Scadenza 31 dicembre 1931. Premio di L. 10000.

LASCITO ELIA LATTES.

12. *La letteratura nei dialetti di Padova e Vicenza e dei rispettivi contadi.*

Scadenza 30 giugno 1930. Premio di L. 4000.

***

In tutto, per i dodici concorsi, la somma dei premi è di lire 91000. Ai molti essa parrà poca o misera. Ma quei molti si rassegnino alla nostra miseria; tant'è, essi non verranno alla gara. Noi lieti, anche se pochi saranno a prepararvisi; già degni anche quei pochi per ciò solo che avranno tentato il cimento; dacchè, più che lo scarso compenso a meditata e oscura fatica, li avrà stimolati nobile amore e confortati la speranza di modesto, non clamoroso, ma più raccolto e più durevole onore per sè, per la scienza, per la patria.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

UNIV. OF MICH.

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

Commemorazione del M. E. Pompeo Molmenti

DETTA DA ANTONIO FRADELETTO, M. E.

(*Adunanza solenne del giorno 26 maggio 1929*)

Da ben più d' un anno Egli riposa nel sacro silenzio della tomba; eppure in questo momento la mia commozione è così profonda come se dovessi porgere il commiato estremo alla sua bara. Penso che per oltre un quarantennio fummo legati da affinità di sentimenti e di studi; che potè dividerci solo e per breve qualcuna di quelle disinteressate controversie d' ordine ideale che non valgono mai a turbare l' armonia di due anime; che più venivano declinando gli anni, più strettamente famigliari si facevano i nostri vincoli, quasi volessimo compensare con intensità maggiore d' affetto la brevità del tempo che ci sarebbe stato ancora concesso di trascorrere vicini; e ne provo l' inestinguibile accoramento d' un lutto fraterno. Ma, chiamato a ritrarre l' alta figura di **Pompeo Molmenti** da questo nostro Istituto che lo onorò e ne fu onorato, che gli aperse nella sua giovinezza la via alla fama e nell' inoltrata maturità lo volle a proprio Capo, non basta che io m' abbandoni ai cari e mesti ricordi. Io devo prendere in diligente esame la sua poderosa e varia opera, raccoglierla in sintesi, metterne in pieno rilievo l' intrinseca importanza, ricomporre in unità viva l' intelletto dello scrittore e l'indole dell' uomo. Questo l' ufficio austero e pio che mi fu commesso.

Procurerò d' assolverlo con senso di verità rievocatrice; e mi parrà di ritornare presso a lui, commemorandolo in questa augusta sede, tra i ricordi di sapienza civile e di gloria e le im-

Digitized by Google

magini eterne di bellezza che furono il culto perenne del suo spirito.

*
* *

Gli anni che tennero immediatamente dietro al 1866 segnarono per Venezia, col riscatto nazionale, un vivido risveglio degli animi dalla plumbea tetraggine del dominio straniero. Fu allora un' ansia manifesta di ricuperare il tempo forzatamente perduto, un prorompere di nuove idee, un' affermazione un po' tumultuaria di nuovi intenti, insomma quel dilatarsi dei polmoni in un gran respiro di fede che è il massimo beneficio della riacquistata libertà. Il ritorno solenne della salma di Daniele Manin dalla terra d' esilio al suo San Marco — apoteosi, non esequie — riaccendeva gli orgogli della magnanima resistenza, soffocati per diciassette anni nei cuori, sotto l' occhio sospettoso del gendarme. L' apertura del Canale di Suez svegliava la speranza che all' esausta Città dovesse rifluire la corrente di traffici orientali sviata da secoli. Illusioni molte e insieme errori nell' azione pratica, per difetto di matura esperienza; ma nell' ordine spirituale gli entusiasmi — anche illusori — furono fecondi; essi contribuirono a formare una calda atmosfera, in cui presto sbocciarono le cose belle, dal nuovo teatro vernacolo, iniziatore Riccardo Selvatico e maestro Giacinto Gallina, alla nuova arte pittorica con una fiorita d' ingegni, fra i quali primeggiò per colore e per brio Giacomo Favretto. E con la vita civile, pareva ridestarsi quella privata. I palazzi aristocratici, già chiusi, si riaprivano a festosi convegni; il carnevale, quasi spento, si rianimava popolarescamente in Piazza; la cronaca quotidiana, poco innanzi grigia e vuota, si coloriva di gaia vivacità.

In quel periodo di fiducia e di letizia si affermò la balda giovinezza di **Pompeo Gherardo Molmenti.**

Di famiglia oriunda del Friuli, era nato a Venezia il 1. settembre 1852 (l' anno stesso del Gallina, tre anni dopo del Selvatico e del Favretto) da Ettore Molmenti, privato amministratore, intelligente e probo, e da Lucinda Regazzi, sua seconda moglie, donna gentile di cuore e madre affettuosissima. Due corde vibravano forte nell' anima di quella famiglia: patria e arte. Il

Digitized by Google

padre, nel 1848-49, aveva partecipato alla difesa di Venezia contro gli austriaci; il fratello maggiore di Pompeo — Francesco, nato dal primo matrimonio del padre — arruolatosi volontario nell' esercito nazionale, era caduto valorosamente sul campo, ancora giovanissimo. Lo zio, Pompeo Marino Molmenti (1819-1894), era un pittore allora rinomato, romantico per i soggetti, non del tutto sciolto dai ceppi accademici, ma coscienzioso, disegnatore sicuro, maestro ottimo, amico de' suoi allievi e da questi filialmente riamato. Egli avrebbe voluto fare un pittore anche del nipote: il quale, invece, aderendo al desiderio paterno e seguendo una consuetudine invalsa nelle famiglie dell' agiata borghesia, si inscrisse nella Facoltà universitaria di giurisprudenza. Preferì, peraltro, recarsi a Pisa, perchè, sentendosi attratto ben più che agli studî legali a quelli letterarî, pensava di poter meglio coltivarli nell' Ateneo Pisano e a Firenze, e insieme d' impratichirsi nella lingua viva, al contatto con l' uso toscano. Fu avvocato poco più che di nome; sostenne una sola causa in Corte d' Assise e la vinse; ma la facile e non giusta vittoria, anzichè lusingarlo, destò in lui come un senso di repulsione, e subito dopo smise la toga.

Il giovine **Pompeo Gherardo** non aveva tardato a brillare nel mondo artistico e aristocratico. Bello, elegante d' aspetto e di modi, arguto di parola, coraggioso, talvolta aggressivo, fu preferito con facile larghezza dalle signore, invidiato e anche temuto dagli uomini. E il successo mondano venne favorito dalla precocità della produzione letteraria.

Il suo primo lavoro, " *Il Castello di Zumelle* „, romanzetto storico medievale, scritto a tredici anni, di cui egli raccontò le origini in un brioso capitolo autobiografico, chiamandolo *sanguinario* per l' atrocità del soggetto e *scellerato* per l' orgasmo retorico della forma, doveva rimanere pressochè clandestino, quantunque stampato a Verona " *col tramite compiacente d'un amico* „. Altri scritti invece — comparsi dal 1867 al 1875 — destarono la simpatica attenzione del pubblico, per la fresca età dell' autore, per la scioltezza e vivacità dello stile, per la varietà dei soggetti che attestavano una coltura versatile, per qualche atteggiamento di ardita indipendenza, come la difesa del Guerrazzi. Ma non si potrebbe affermare che dessero garanzia di un luminoso avve-

Digitized by Google

nire. Erano reminiscenze, profili, cenni biografici d' attualità, recensioni, cronache e critiche teatrali, descrizioni di corse campestri; erano racconti, *Clara*, *Maria*, *Dolor*, intonati al romanticismo non più storico ma sentimentale o passionale, allora in voga; erano *Impressioni letterarie*, garbate nella forma ma leggere e più d' una volta troppo recise nei giudizî: tutt' insieme, la produzione estemporanea e frammentaria di un giovane ingegno, che avendo piena fiducia in sè stesso, cerca con ardore impaziente la sua vera via.

Per fortuna, un imperioso sentimento, direi un irrefrenabile istinto, intervenne se non ad allontanarlo del tutto da quel genere di produzione (che egli stesso giudicò effimera), certo a distoglierne la parte maggiore e migliore delle sue forze. E fu l' immenso amore per Venezia. Lo vedevano di giorno e di notte, tutto solo, o in compagnia di amici pittori (1), percorrere per ogni verso l' adorata Città, esplorarne ogni angolo, indugiarsi dinanzi alle sue bellezze anche più recondite. Così egli venne accumulando via via un tesoro di sensazioni di natura e d' arte; e questa disposizione spontanea potè in lui nutrirsi e vestirsi di dottrina, grazie ad un severo movimento di studî, che s' impadronì del suo spirito, determinandovi la tendenza a cui più non venne meno.

***

Già negli anni estremi della Repubblica, prima che i suoi novissimi e vari detrattori — democratici che avevano assistito e applaudito al suo crollo, partigiani dei Governi stranieri a cui era stata venduta, scrittori leggeri e romanzeschi, storici tendenziosi — s' apprestassero all' opera denigratrice, fra noi altri onesti studiosi s' erano dati alla coscienziosa indagine erudita sulle sue vicende e instituzioni. Il Gallicciolli pubblicava le " *Memorie antiche, profane ed ecclesiastiche* „; Jacopo Filiasi le " *Memorie storiche sui Veneti primi e secondi* „; Carlo Antonio Marin imprendeva a scrivere la " *Storia civile e politica del Commercio*

(1) I compagni più frequenti erano Giacomo Favretto, goldonianamente placido, e Luigi Nono, romanticamente pensoso.

Digitized by Google

dei Veneziani „ ; e intanto Teodoro Correr, che sopravvisse trentatre anni alla rovina della patria, sacrificava la sua modesta fortuna per strappare al vandalismo e all' ingorda speculazione quante più reliquie potesse della grande defunta. Dal 1806 al 1852 il Cons. Giovanni Rossi veniva ininterrottamente raccogliendo una somma ingente di notizie sui costumi e le leggi dei Veneziani ne' suoi centoventi volumi in 4° piccolo, rimasti inediti per sua volontà ; volumi farraginosi, ma candida attestazione d' amore cittadino. Coetanea e posteriore una famiglia d' ingegni non volgari, fra i quali non saprei tacere almeno qualche nome : Vincenzo Lazari, per la costante esattezza dei ragguagli storici e artistici, di cui fu saggio la sua *Guida di Venezia ;* Francesco Zanotto, per avere iniziato gli studî, poi di tanto ampliati, corretti, integrati, intorno al Palazzo Ducale ; Agostino Sagredo, per l' attenzione rivolta all' importantissimo argomento de *Le Consorterie delle Arti edificatorie* e per certa larghezza originale di vedute di cui diede prova col succoso " *Sommario della Storia della Repubblica di Venezia* „. Nel 1847 il Comune pubblicava, per il IX Congresso degli scienziati, una dotta miscellanea " *Venezia e le sue Lagune* „, ricca di notizie storiche stese in gran parte dal Sagredo, e nella quale comparve, tra il fiore della coltura locale, una lucida, se pur oggi sorpassata, monografia di Daniele Manin su " *La Giurisprudenza veneta* „. L' anno appresso, al Manin, capo della nuova Repubblica instaurata al grido *Viva San Marco !* l' abate Giuseppe Cappelletti dedicava il primo volume della sua *Storia,* compilazione ampia, ma non ponderata, non serena di forma, e senza lume di critica. Da codeste pubblicazioni spirava un alito di rivendicazione del passato ; e quando, nel 1854, Fabio Mutinelli, fautore dell' Austria, tracciò un quadro obbrobrioso della vita della Repubblica durante l' ultimo cinquantennio, Girolamo Dandolo sorse a confutarlo con senso di patria carità. Senonchè l' Archivio dei Frari era quasi impenetrabile, e difettavano spesso negli studî storici d' allora, insieme con la conoscenza diretta delle fonti, il buon metodo e l' obbiettività ; onde, per un esempio, la difesa del Dandolo a cui ora accennai perdeva valore per eccesso d' indulgente parzialità. Obbiettivamente, analiticamente poderose, fra tutte e su tutte, le opere di Emmanuele Antonio Cicogna, massime le " *Inscrizioni ve-*

Digitized by Google

neziane „, il " *Saggio di Bibliografia veneziana* „ e il " *Catalogo de' suoi Codici manoscritti* „ : fatica nella quale si esplicarono le virtù laboriose della pazienza ordinatrice. Ma la narrazione più sagace delle vicende millenarie della Repubblica fu la *Storia documentata* di Samuele Romanin (1853-61), la quale — se pure non sempre esatta nei particolari, nè accettabile in ogni giudizio — riuscì, per le molteplici difficoltà affrontate e vinte dall' autore un magnifico esempio di perseveranza, per lo spirito che la guidò una valida confutazione di falsità largamente divulgate e credute, e per i suoi risultati una salda base d' avviamento alle posteriori ricerche e conclusioni.

Era così alimentato e rinvigorito il culto delle patrie memorie; e i mezzi più efficaci ed austeri per manifestarsi gli venivano offerti dal libero accesso agli Archivi e dallo strumento rinnovato, o almeno perfezionato, del metodo.

Quando il **Molmenti** era nel fiore della giovinezza, un gruppo di scrittori concittadini attendeva appunto a ricerche archivistiche, a pubblicazioni di documenti inediti, a traduzioni d' importanti libri stranieri intorno a Venezia antica e agli antichi Veneziani. Nel gruppo di codesti scrittori emergeva l' abate Rinaldo Fulin, per la rara perspicacia dell' intelletto, per la sicurezza del metodo da lui seguito e propugnato, pel senso giuridico ch' egli applicava acutamente alla disamina di istituti, magistrature e procedure, per l' esposizione lucida e robusta. Minori d' assai, ma sempre degni di onorato ricordo, Guglielmo Berchet e Nicolò Barozzi, che già dal 1856 stavano pubblicando le *Relazioni degli Ambasciatori veneti del secolo XVII*, e il primo dei quali traduceva dall' inglese la bellissima monografia del colonnello Enrico Yule su *Marco Polo;* Bartolomeo Cecchetti, esploratore infaticabile dell' Archivio dei Frari da lui diretto, adunatore pazientissimo di utili materiali; e Federico Stefani, parco scrittore, ma ricco di dottrina, ch' egli prodigava col consiglio amorevole e disinteressato. Nel 1871 Rinaldo Fulin aveva fondato con Adolfo Bartoli l' *Archivio Veneto*, rimanendo in capo a due anni a dirigerlo da solo: miniera di preziosi filoni storici, dove, si lesse, tradotta dal tedesco, quella " *Storia di Venezia dalla sua fondazione fino all' anno 1084* „ del Gfrörrer, la quale, con la sua tesi concernente l' originaria dipendenza delle nostre

Digitized by Google

isole dall'Impero bizantino — tesi giusta, sebbene accompagnata da qualche sottigliezza ipercritica — fu incitamento a controversie e ricerche.

Venivano aumentando gli scritti eruditi e storici di maggiore o minor pregio, e nel 1872 usciva la prima edizione d'un libro modesto in apparenza, ma suggestivo e utilissimo a consultarsi, " *Curiosità veneziane* „ di Giuseppe Tassini: notizie riguardanti particolarmente le antiche origini delle denominazioni stradali, esposte senza alcuna genialità di forma o apparato critico, ma raccolte con diligente cura e contributo tutt'altro che trascurabile alla conoscenza dell'intima storia della Città.

Il 1874 segnava una data d'importanza civile e scientifica, con l'instituzione della *Deputazione Veneta di Storia patria*. La avevano fervidamente promossa il Fulin, lo Stefani, il Berchet, il Barozzi; ed essi medesimi, in rappresentanza della Deputazione, iniziavano nel '79 la pubblicazione dei *Diari* di Marin Sanudo: gigantesca impresa, condotta felicemente a termine nel 1903, con quella sana modestia che allora usava e che preferisce la grandezza del fatto all'enfasi della parola.

E ai nomi nostri potrei aggiungerne altri di stranieri. Mi restringerò a due: il francese Armand Baschet, frequentatore assiduo e innamorato di Venezia, autore della *Histoire de la Chancellerie secrète*, e l'inglese Rawdon Brown, fattosi nostro concittadino di consuetudine e d'animo, tanto da voler essere avvolto in morte nella bandiera di San Marco, il quale diede in luce, per incarico del suo Governo, le carte di Stato attinenti ai rapporti tra l'Inghilterra e la Repubblica, e divulgò, con un compendioso volume, la conoscenza dei tesori contenuti nell'Archivio dei Frari.

Ora, poteva un veneziano come il **Molmenti,** dall'ingegno aperto, ascoltante, alacre, plastico, rimanere insensibile a questo movimento propulsivo?

Una vocazione, o la comprensione lampeggiante di grandi fatti, può derivare da esterne cause intellettuali in maniera diversa. Talvolta, basta l'eccitamento provocato da poche frasi evocatrici, come accadde ad Agostino Thierry, leggendo nello Chateaubriand l'appello dei guerrieri di Faramondo; oppure è il suggerimento persuasivo di un'opera, come gli *Studî di Diritto pubblico* del Cenni, che rivelarono a Benedetto Croce la funzione

Digitized by Google

storica e politica del Regno di Napoli, rimastagli prima celata, o quel volume di Leopoldo Ranke da cui balenò al Pastor la prima idea di scrivere una Storia dei Papi. Tal' altra, invece, sono ondate d' una circostante atmosfera che investono e trascinano; o, fuori di metafora, è un complesso d' influenze e di esempî che convergono in un impulso determinante. Questo dovette essere il caso del **Molmenti** sui venticinque anni.

Natura di primo impulso, che al pensiero faceva seguire immediatamente il proposito e al proposito l' atto, egli aggiunse allora alla sua vita quotidiana un nuovo capitolo, il più laborioso. Si diede a frequentare con assiduità febbrile l' Archivio dei Frari, la Marciana, il Museo Civico, altri archivi privati; prese lezioni di paleografia dal rude ma bravo e buono Riccardo Predelli; si legò particolarmente a Federico Stefani, che mise a disposizione del giovane studioso la sua ricca biblioteca e la sua raccolta di documenti, confortandolo di utili consigli ed essendone ricambiato d' affettuosa gratitudine.

Ma qualunque influenza intellettuale operasse dal di fuori sul **Molmenti,** il suo animo, come già osservai, attingeva ad una perenne fonte sensitiva: al fascino di Venezia. Prima d' accingersi a studiarla nei documenti della sua grande storia, l' aveva *sentita* nella sua incomparabile bellezza; e allorchè si volse per via diretta all' erudizione, egli ebbe il raro privilegio di poterla associare a virtù che troppi altri eruditi non avevano conosciuto: alla fervida vena, alla nitida visione dei luoghi e delle cose, ai tocchi coloriti della parola, ben altrimenti efficace del pennello che lo zio pittore gli aveva posto per un momento in mano.

E m' affretto anche a soggiungere che gli studi severi intorno al passato, per quanto dominassero ormai il suo spirito, non valsero ad attutire in lui il senso vigile e appassionato del presente. Se egli non si stancava di consultare antiche cronache e storie, di spogliare filze d' archivio, d' interrogare le vecchie carte ingiallite, seguiva altresì con calore di consenso o di dissenso le principali vicende e questioni cittadine, dettando periodiche corrispondenze e articoli sui più diversi argomenti, spirituali e pratici: corrispondenze e articoli che formano una cronaca veneziana contemporanea, scritta da un liberale conservatore, illuminato e di buon gusto. L' impressionista sensibile, il polemista

Digitized by Google

vivace, il giornalista facile e agile continuarono a vivere accanto all' erudito coscienzioso e cauto; e questo duplice aspetto dell' ammirevole attività intellettuale del **Molmenti** costituisce uno dei tratti più originali e simpatici della sua mobile fisionomia di scrittore.

***

Il tema su cui nel 1877 il nostro Istituto bandiva il terzo dei Concorsi a premio fondati dal patrizio Giovanni Querini-Stampalia " *Della vita privata dei Veneziani fino al cadere della Repubblica, con ispeciale riguardo alla scambievole influenza del Governo e del popolo* „, era felicemente scelto e singolarmente appropriato alla Città nostra, perchè forse in nessun altro luogo come quì lo Stato venne grado grado avviandosi a formare una compatta e solidale famiglia, onde la vita privata e quella pubblica ebbero continue ed intime attinenze fra di loro. Ciò per un complesso unico di condizioni naturali e storiche.

Già nella stessa epoca più remota e torbida, quando le isole dell' estuario erano insanguinate da feroci discordie e travagliate da quelle crisi che Roberto Cessi ha procurato di lumeggiare non con sussidio di documenti nuovi che mancano, bensì con sottili interpretazioni critiche e ingegnose congetture, vediamo che l' anima veneziana, dinanzi ai grandi pericoli, era pronta a riprendersi e a reagire validamente. Più tardi, la cittadinanza fu ammansata e disciplinata dal vigore dei pubblici ordinamenti, e non essendo divisa da diversità etniche, a malgrado di inevitabili innesti forestieri, non lo era nemmeno, in maniera sostanziale, dal costume. L' insularità creava una psicologia gelosamente conservatrice, rendeva più stretti gli interni rapporti e avvicinava maggiormente gli interessi individuali a quelli dello Stato. In questa Città di gente di mare e di mercatura, un disastro navale, la perdita di una colonia, l' interruzione d' una strada consueta di traffici, la scoperta d' una via nuova, significavano penuria e rincaro di merci, danno diretto e comune. La classe dominante, che esercitò a lungo il suo ufficio per la potenza e la gloria di Venezia, amministrando rettamente la giustizia, equamente ripartendo le pubbliche gravezze, trovava docili, non però

Digitized by Google

passive e inerti, le classi inferiori. La religiosità dogmaticamente irreprensibile dei governanti e del popolo, e insieme la rigorosa esclusione d' ogni ingerenza chiesastica dal campo politico, contribuivano con duplice forza morale all' infrangibile unità dello Stato. Il Governo, che si adoperava a frenare il lusso nella vita privata come causa di dissesti famigliari, se ne serviva nella vita pubblica, massime nei ricevimenti dei principi e degli ambasciatori, come elemento di prestigio rappresentativo, un elemento che ha sempre gran presa sull' animo e la fantasia della moltitudine. Tenaci, sospettosi custodi dei loro privilegi ereditari, quei patrizi si circondavano, fin dove era possibile, di segreto; ma non rimanevano del tutto sordi all' opinione pubblica, che sapeva con chiari segni manifestarsi. E mentre altrove la nobiltà feudale era altezzosa e dura coi soggetti, questa aristocrazia si mostrò verso di essi affabile e bonaria, non tanto, come fu asserito, per compensarli del potere a loro sottratto, quanto per ragioni intrinseche e spontanee: perchè quell' aristocrazia, non essendo sorta dall' invasione e dalla conquista, portava nelle vene il sangue medesimo del popolo; perchè il fondamentale antagonismo economico fra la proprietà terriera e la ricchezza mobiliare che altrove fu e rimase a lungo causa organica di conflitto politico, qui, dopo essersi in un primo tempo apertamente manifestato, era venuto attenuandosi in guisa che le due forme della proprietà risultarono nei varî ceti promiscue; perchè, infine, il gentiluomo di terraferma, uso a salire quotidianamente dapprima a cavallo, più tardi sur un cocchio scintillante e lanciato volentieri a gran corsa, si sentiva tratto ad ostentare grandigia assai più del patrizio veneziano, che, nelle anguste calli, dava di gomito alla gente minuta, o, più di frequente, s' abbandonava sull' acqua al placido remeggio della gondola. Quanto all' azione del popolo, se non poteva in alcun modo esplicarsi politicamente, aveva carattere morale; era, cioè, un' azione di controllo collettivo, di giudizio sintetico, di freno o di incitamento, come quando (ricordo uno tra i più celebri episodî) all' annuncio della sconfitta di Agnadello, la folla irruppe nel cortile del Palazzo Ducale e attese ansiosamente l' esito della seduta dei *Pregadi*, applaudendo prima e poi i senatori che si sapevano animosi e disapprovando i pavidi. E allorchè la Repubblica cadde, i suoi reggitori non eb-

Digitized by Google

bero il menomo lampo di dignità e di fierezza, perchè non li tratteneva più il timore d' apparire vili agli occhi del popolo.

Il tema, dunque, oltrechè essere ricco di varie e vivaci attrattive, si prestava ad accomunare i due diversi indirizzi storici dei quali richiedevasi ormai l'integrazione: l'uno che dava l'importanza maggiore ai fatti più propriamente politici; l'altro, alle vicende del costume e ai progressi della civiltà. Integrazione feconda, alla quale aveva aderito anche Samuele Romanin (1).

La Commissione giudicatrice del concorso, composta di uomini competenti, taluno illustre — Giuseppe de Leva, Rinaldo Fulin, Fedele Lampertico, Emilio Morpurgo, Giovanni Veludo — con un' ampia ponderata Relazione stesa dal Fulin, assegnava il premio a **Pompeo Gherardo Molmenti.** La busta contenente il suo nome recava al di fuori il motto *Truth and love*, col quale l' autore voleva alludere al suo proponimento di non disgiungere dall' obbiettività storica la simpatia umana. A questo proponimento egli si mantenne costantemente fedele.

Il lavoro premiato, dopo una concisa Introduzione riguardante l' epoca oscura e in gran parte ipotetica delle origini, si divideva in tre periodi: — quello in cui le forze della Repubblica prima fervono occulte, poi mano mano si esplicano con energia crescente, per giungere a gagliarda maturità; — quello in cui la maturità si espande in una gloriosa e gioiosa efflorescenza, mentre già qualche radice del grande tronco comincia ad essicare; — quello in cui le forze tutte si esauriscono, intorpidisce la volontà, muscolo operante della vita pubblica, ma vibrano ancora i nervi delicati della sensibilità artistica. E questa partizione rimase inalterata, a malgrado dei posteriori mutamenti, perchè rispondeva non solo all' ordine naturale, ma ad un organico criterio di psicologia storica.

---

(1) " ... la storia d' un popolo — egli scriveva — non si compone sol- " tanto di guerre, di vicende politiche, di genealogie, ma sono parte " principalissima di essa il Governo, il movimento morale ed intellettuale, " le industrie e i commerci, le belle arti e le lettere, e la relazione di " tutto questo con la religione, con le leggi regolatrici del pubblico co- " stume, della sicurezza e della prosperità del cittadino ... „. — S. ROMANIN, *Storia documentata di Venezia.* — Venezia, Naratovich, 1853, Vol. I, pag. VI.

Digitized by Google

La Commissione, facendo le maggiori lodi dell'opera, aveva però notato che nella prima parte " *la conoscenza delle fonti inedite era men piena che nelle altre due parti* „ e aveva pure accennato, senza specificarle, a " *piccole e quasi inevitabili inesattezze* „. Il **Molmenti** si affrettò a correggere le inesattezze per la prima edizione, stampata a Torino nel 1880 da Roux e Favale; e nelle due seguenti, la seconda pure del 1880, la terza del 1885, pubblicate dalla stessa Casa, emendò altri difetti e colmò lacune che lo studio più meditato e l'intuito felice gli additavano. Il successo librario fu grande in Italia e, attraverso le traduzioni, fuori d'Italia; tanto che nel 1904 l'Istituto Italiano d'Arti Grafiche di Bergamo fece al **Molmenti** la proposta di una edizione nuova, largamente illustrata. Dopo qualche perplessità, egli aderì, e allora imprese una vasta ed acuta revisione, meglio ancora un vero rifacimento. Il volume originario, cresciuto grandemente di materia, si ripartì in tre, corredati di note abbondantissime e di appendici, avvivati di figurazioni, che, ad ogni pagina, formano un commento grafico, istruttivo e piacevole, del testo.

Se il tempo me lo consentisse, vorrei seguire passo passo questo coscienzioso rifacimento; devo restringermi a riassumerne i criterî e i risultati. — Larghe aggiunte di fatti e documenti inediti; assimilazione o disamina di vedute nuove; determinazione più precisa di circostanze; rettificazione di giudizî; riferimenti più appropriati: — un lavoro da certosino, per compiere il quale egli attinse sia alle fonti dirette d'Archivio, sia ad uno sterminato numero di pubblicazioni, italiane e straniere, vaste e minute, spicciolate e periodiche.

In questa diuturna revisione e rifusione il **Molmenti** persistette infaticabilmente per parecchi lustri, durante tutte le edizioni dell'Istituto di Bergamo: — la prima, che, computando le tre precedenti di Torino, divenne la quarta (1905-1908); — la quinta, più copiosa (1910-1912); — la sesta (1922-1926), la più armonica, la più curata scientificamente nel periodo primitivo, pel quale egli tenne nel massimo conto le rigorose dimostrazioni documentarie e analisi critiche di eruditi specialisti in fatto di cose veneziane (1); e due terzi della settima (1927), che offre

(1) Fra gli eruditi nostri, egli si richiama segnatamente a questi: —

Digitized by Google

poche differenze dalla precedente e fu interrotta per sempre dalla morte, quand' egli aveva appena finito di correggere le bozze del secondo volume (1).

Un giorno gli avevo detto, con scherzosa libertà, alludendo al suo temperamento insofferente d' ogni indugio: " *Il tuo è il miracolo di pazienza d' un impaziente* „ ed egli mi aveva risposto sorridendo: " *Se vuoi proprio adoperare la parola iperbolica* **miracolo,** *devi dire piuttosto miracolo d' amore d'un innamorato* „.

***

Naturalmente, nessun miracolo dell' ingegno umano può riuscire perfetto, specialmente se si tratti di ricostruzioni con materiale vetusto e in parte disputabile; e anche quest' opera non apparisce senza qualche lacuna o sproporzione. Si potrebbe, ad esempio, osservare che i fenomeni economici vi figurano più come elementi integrativi che come forze determinanti o cospiranti; che gli interni dissensi delle varie correnti non sono sempre posti in tal rilievo da farci intravvedere, dietro le scene sontuose, i trambusti del retroscena; che mentre l' autore illustra magistralmente l' azione plasmatrice esercitata dal Governo sul popolo, forse neglige un poco l' influenza morale del popolo sul Governo. Ma queste mende, o che ci sembrano tali, scompaiono nella grandiosità viva e vitale dell' opera.

Giovanni Monticolo, magistrale illustratore della *Cronaca del Diacono Giovanni*, commentatore sagace dei *Capitolari delle Arti* e delle *Vite dei Dogi* di Marin Sanudo; — Riccardo Predelli, che tanta luce trasse dal nostro Archivio, sopra tutto con la pubblicazione dei *Regesti dei Commemoriali della Repubblica;* — Enrico Besta, analizzatore dotto e penetrante delle leggi civili veneziane e in particolare delle funzioni legislative del Senato; — Roberto Cessi, il quale sa imprimere l' orma esperta del suo ingegno in ogni campo che riguardi l' antica Venezia; — e il nostro eminente e caro collega Vittorio Lazzarini, alla reputazione scientifica del quale basterebbero, fra altri preziosi lavori, la ricostruzione de *La Congiura di Marin Falier* e la sapiente restituzione di quell'*Inscrizione torcellana del secolo VII*, che in poche linee ci ritrae la condizione politica delle nostre isole prima del costituirsi del Dogado.

(1) Il terzo volume, postumo, riproduce alla lettera quello corrispondente della sesta edizione, salvo qualche raro lievissimo ritocco e aggiunta, predisposti dall' autore.

Digitized by Google

Pompeo Molmenti fu insieme architetto, pittore, animatore. Egli piantò saldamente le basi del suo edificio e ne distribuì con sagacia le parti; compose in persuasiva armonia il noto, il men noto e ciò che fino a lui era inedito; aggruppò e colorì intorno alle cose capitali quelle minori e minime circostanze che concorrono a meglio chiarire le prime; non si limitò a narrare, a descrivere; volle rievocare gli istituti e i costumi, gli aspetti laboriosi e festosi della Città, la vita delle case e delle strade; volle risuscitare l' anima che fu negli uomini morti da secoli e trarre in luce l' anima ideale delle creazioni che mai non muoiono. E lo fece con uno stile ammirevole per misura e signorilità, vivo, svelto, colorito, caldo, senza ombra d' enfasi retorica, neppure quando l' indole dell' argomento avrebbe potuto scusarla.

Scorrendo questi volumi, mille visioni e sensazioni diverse si affacciano agli occhi e si seguono nell' anima. Cominciamo con l' assistere alle esplorazioni archeologiche venute a gittare qualche sprazzo di luce sulle condizioni della Venezia preistorica. Vediamo nel vespero procelloso dell' Impero dileguare le Città della Venezia romana, già agonizzanti e devastate dalle furie barbariche; le povere isole della laguna, dove i profughi di quelle Città sono corsi a cercare prima asilo temporaneo, poi — a seguito dell' invasione longobardica — stabile dimora, dilaniate dalle lotte civili, sconvolte dai cataclismi, taluna ruinata; e fra quelle isole, il gruppo delle più interne e sicure, le rialtine, assurgere a centro urbano, a convegno dei migliori elementi già disseminati per gli altri luoghi dell' estuario, a fondamento dell' unità ducale, protetta dal palladio cristiano di San Marco. Vediamo la Venezia primitiva, frugale, laboriosa, che naviga lungo l' Adriatico verso i paesi del sole e ha già posto il piede sull' altra sponda, *aurea* come la chiama il cronista in senso spirituale (o forse per i barbagli d' oro raggianti dai più cospicui edifici tra le acque e il cielo?), ma ancora e per molto tempo mezzo rustica, con la Piazza e i campi verdi di ortaglie e d' alberi, con prati dove pascolano armenti, con le vele delle barche pescherecce alte sopra i tetti, con le saline, i mulini, i ponti di legno piatti o lievemente arcuati, le strade sterrate e battute dagli zoccoli dei cavalli e delle mule, che, al suono della *trottèra*, recano i magistrati al Palazzo Ducale; la Venezia approdata ormai a

Digitized by Google

tutti gli scali d' Oriente, mercantessa, guerriera, colonizzatrice, signora della quarta parte e mezzo dell' Impero di Romania, che gitta un manto scintillante d' oro e di musaici sulla Basilica del santo patrono, imposta sulla fronte di essa i cavalli dell' Ippodromo costantinopolitano, e s' avvia a costituire il più forte e durevole tra i Governi aristocratici; la Venezia del Rinascimento, emporio mondiale, avvolta nella veste marmorea de' suoi monumenti in cui prevalgono ancora le forme snelle e trapunte del sesto acuto, arrisa dalle fantasie e dai colori dell' arte, opulenta, sontuosa di costumanze e di fogge, ma che già smette la robusta energia e piega a mollezza; la Venezia spossessata della fonte maggiore della sua prosperità dalle correnti occidentali dei traffici marittimi, circondata da più gravi pericoli per le nuove condizioni degli Stati continentali e per la conquista turca dell' Oriente, assalita da una crociata italiana e europea, ma che tuttavia può e sa virilmente resistere per le sue grandi tradizioni politiche e diplomatiche e per la riserva di lucri accumulati durante la mattiniera giovinezza; la Venezia, che pure precipitando a decadenza e corrompendosi sempre più il costume, ritrova ancora tanto residuo di forze da difendere Candia per quasi un quarto di secolo e da conquistare il Peloponneso, finchè l' infausto trattato di Passarowitz sopravviene ad annullarla; la Venezia che esausta per i supremi sforzi compiuti e per non aver mai ritemprato il suo vetusto e logoro organismo con infusione di sangue giovine, sembra voler chiudere gli occhi in faccia al domani, stordirsi con le feste, col gioco, con gli amori, con l' arte, e ad un urto straniero, meno assai, alla minaccia d' un urto, cede e si dissolve in polvere storica.

È una vicenda millenaria di lotte, di glorie, di sventure, di sperimentata sapienza e di errori, d' eroismi e di debolezze, di alta rettitudine civile e di traviamenti, della quale noi diveniamo, a così dire, testimoni oculari, entrando nel Palazzo del Governo, nelle dimore gentilizie come nelle abitazioni modeste, nelle Chiese, nei conventi, nei banchi di Rialto, nei cantieri, nei teatri, nei ritrovi del godimento e del vizio, partecipando alle cerimonie pubbliche e alle consuetudini private, salendo sulle galere mercantili e di guerra, ascoltando le deliberazioni dei Consigli e le sentenze dei Magistrati, raccogliendo le notizie registrate nelle

Digitized by Google

cronache e nelle lettere, mescolandoci alla varia folla del popolo d' arte, seguendone negli opifici e nei fondaci l' industre lavoro, nelle consorterie gli ordinamenti professionali e tecnici, nelle scuole di devozione gli atti di fede e di mutuo ausilio. — Chi ha saputo parlare con linguaggio così veridico alla memoria e all' intelletto, al sentimento e alla fantasia, ci ha dato un monumento di dottrina cementata dall' amore, che rimarrà nel suo insieme indistruttibile, quali che siano le ulteriori indagini e le eventuali scoperte dell' avvenire.

***

Intorno all' *Opus majus*, crebbero, come cespi verdeggianti ai piedi d' una quercia, studî molteplici e disparati di storia cittadina.

Ora sono argomenti che stanno, per così dire, sul margine tra la vita privata e la vita pubblica, come *Vecchie storie*, in cui l' autore raccoglie e commenta episodi lontani, ricordi e versi di un poeta bizzarro, lettere dimenticate, pagine sparse di qualche processo (cose morte e coperte di polvere, che risuscitano fresche sotto la sua agile penna); — la *Dogaressa*, che ci mostra la parte pomposa, ma politicamente insignificante o addirittura nulla, quì riserbata alla moglie del Capo dello Stato; — *I Banditi della Repubblica di Venezia*, foschi capitoli dell' antica criminalità, sia d' origine e carattere feudale nella terraferma, sia nata dal prorompere di selvaggie passioni o dal disordine sociale dei tempi, che il Governo s' adoperava severamente, ma troppe volte indarno, a reprimere. — Ora sono i più eccelsi monumenti spirituali e civili, la Basilica d' oro, Cappella del Doge, soggetta al suo giuspatronato e affidata all' alta vigilanza dei Procuratori di San Marco, con le mistiche leggende e i gloriosi ricordi; il Palazzo Ducale, creazione collettiva, il cui vero e sommo artefice fu quella forte e fastosa aristocrazia che ebbe in esso la sua dimora e il suo presidio; il Campanile di San Marco, voce squillante della vita di Venezia e faro delle sue lagune. — Ora è un avvenimento epico, come la battaglia di Lepanto, con la figura giovanilmente impetuosa di *Sebastiano Venier*, e le azioni belliche del fiero vegliardo dopo quella superba vittoria, resa vana per Ve-

Digitized by Google

nezia dalle gelosie della maggiore alleata. — Ora è il mondo settecentesco, con alcuni tra i suoi più caratteristici rappresentanti: *Carlo Goldoni*, l'artista sereno che illuminò quella piccola umanità borghese e popolaresca d'un sorriso immortale; *Gaspare Gozzi*, personificazione arguta del buon senso negli scritti se non sempre nella vita; suo fratello *Carlo*, conservatore rigido in politica e avviatore involontario di novità romantiche con le sue *Fiabe: Giacomo Casanova*, l'avventuriere libertino, preparato ad ogni raggiro dalla sfrontata irresponsabilità; e in una sfera intellettualmente assai più bassa, *Pietro Ballarini*, tipo sguaiato di quel cicaleccio maldicente che la vena goldoniana portò dalla vita sul palcoscenico. — Altra volta è una corsa attraverso i secoli, come " *Venezia nell' arte e nella letteratura francese* „, ampia e geniale rassegna dei mutui scambi d'influenze e simpatie fra i due paesi, dal Medio Evo fino all'ottocento. — E fra i tanti scritti comparsi in Riviste e in Atti accademici, rammenterò quelli ripubblicati nel volume oggi esaurito " *Curiosità di Storia veneziana* „, dove, insieme ai soggetti più diversi, dall'irrompere dei Barbari nella Venezia romana alla decadenza della Repubblica nel Seicento, studiata in due Relazioni contemporanee, ritroviamo un saggio che, al suo primo apparire, ebbe larga eco, non letteraria soltanto, ma igienica e morale: quello su *Luigi Cornaro e la Vita sobria*, intonato a così sano e discreto ottimismo e che lascia in noi un'impressione pienamente conforme al Ritratto del vecchio patrizio umanista e salutista, dipinto dal Tintoretto e spirante placida e decorosa gravità.

Accanto a questi studî di maggiore importanza, svolti ampiamente in densi volumi o riassunti in rapidi saggi, noi possiamo sfogliare una serie senza fine d'articoli sopra argomenti minori, fatti spiccioli, figure e figuri, costumanze, cerimonie, istituzioni, feste, delitti: tanto da poter dire che non v'ha quasi pagina, splendida o buia, decisiva o episodica della storia di Venezia, che **Pompeo Molmenti** (1) non abbia avvivata col sa-

(1) Dopo la morte dello zio Pompeo Marino, avvenuta nel 1894, il Molmenti rinunciava al suo secondo nome di battesimo *Gherardo*, che gli era stato dato per distinguerlo dal pittore.

Digitized by Google

pere, con l' arte, con la luce inoffuscabile degli autentici documenti.

***

Come il nostro scrittore scruta l' anima della Città, così ne coglie e rende con felice evidenza le sembianze esteriori. La topografia di Venezia, col suo intrico dedaleo di vicoli angusti e di meandri acquei, era sembrata a certe fantasie romantiche quasi predisposta per l' agguato e il delitto; anzi fu questa non ultima fonte di sinistre leggende. Eccola, invece, genuina, pittoresca, avvolta in blando velo di poesia e di mistero, spoglia di fosche suggestioni, propizia piuttosto agli abbandoni dell' amore e ai rapimenti del sogno. Il **Molmenti,** insieme col suo rimpianto discepolo e amico Dino Mantovani, ce la ritrae in due pubblicazioni, il testo delle quali serve di vivo corredo a una duplice serie di cento belle tavole: nell' una, sono *Calli e Canali*, coi più attraenti particolari ed effetti delle loro singolarità e bellezze anche nascoste; nell' altra, è la corona delle isole verdi e fruttifere, disseminate per l' ampio specchio lagunare. — E l' intera visione della Città egli raccoglie in sintesi nella monografia illustrata " *Venezia* „.

Artista di sensi, d' anima, di parola, il **Molmenti,** nel rievocare la vita privata degli antichi Veneziani, assegna all' arte il posto cospicuo che le compete. Egli rileva l' intima rispondenza delle sue forme alle condizioni spirituali e materiali dei tempi; ci mostra il sovrano decoro ch' essa conferiva alla sede del Governo, alle cerimonie e alle feste dello Stato e della Chiesa; e quando la rappresentazione artistica può servirgli di commento al costume o di indicazione morale, ha pagine deliziose, come quella che ci descrive la stanza da letto di Sant' Orsola, nel quadro carpaccesco. Ma nella sua vasta narrazione storica egli deve di necessità subordinare lo svolgimento della materia artistica all' economia generale del lavoro.

D' arte trattò espressamente, oltre che in saggi speciali, come quelli sulle origini della pittura veneziana, sui Bellini, sul Moretto da Brescia, in altri insigni volumi. Fu, primo o tra i primissimi in Italia, il glorificatore di *Giovanni Battista Tiepolo*,

Digitized by Google

del quale promosse a Venezia nel maggio del 1896 una stupenda Esposizione. Fu da solo e con Gustavo Ludwig, il più completo biografo e critico di *Vittore Carpaccio*. Egli si compiaceva di abbracciare con larghezza di comprensione l'arte tranquilla e casta del mattino e quella irruenta del tramonto, le pie leggende candidamente narrate dal pittore cronista del Rinascimento e le superbe fantasie lanciate nei fulgidi cieli dal magniloquente favoleggiatore della decadenza. E al Tiepolo rivolgeva ancora il pensiero poco innanzi alla morte, curando una seconda edizione del suo studio su *Gli Affreschi della Villa Valmarana*, uscito nel 1881 (1).

Nè il **Molmenti** poteva rimanere estraneo al senso vivo dell'arte contemporanea. Aveva assistito alla nuova primavera della pittura veneziana, che fioriva nelle tele dei migliori allievi di suo zio; s'era stretto d'intima amicizia con Giacomo Favretto; ne aveva seguito amorevolmente il lavoro e la fortuna. Da parte sua, l'artista trasfondeva nello scrittore il proprio gusto per l'estro decorativo del Settecento e gli ornava qualche opera di disegni inspirati a quel gusto. Morì il Favretto nel vigore dell'età e dell'ingegno, mentre i suoi quadri trionfavano nell'Esposizione Nazionale di Venezia del 1887; e allora l'amico consacrò alla sua memoria uno Studio dove, fra i rilievi sottili del critico, vibra l'accento commosso della consuetudine fraterna.

***

Con queste doti squisite d'intelletto e di cultura, di sensibilità artistica e civile e di spirito comunicativo, **Pompeo Molmenti** doveva riuscire un Maestro geniale. Nel novembre del 1879 egli cominciò ad insegnare, come professore reggente, lettere ita-

(1) Di fronte ad alcune recenti riserve intorno al sommo artista, il Molmenti si domandava se questa nuova edizione avrebbe avuto la fortuna medesima della prima. Domanda suggeritagli dalla scrupolosità di studioso, abituato a tener nota d'ogni atteggiamento della critica e del gusto; ma dubbio, a mio credere, infondato, tanto è grande il Tiepolo e povere mi paiono le tentate revisioni de' suoi titoli di gloria. Del resto, il Molmenti medesimo conchiudeva che il nome del magnifico decoratore " *non potrà più venire sommerso dal flutto di nuove idee* „.

Digitized by Google

liane nel nostro Istituto tecnico; nel dicembre del 1881 venne trasferito, come titolare, nel Liceo Marco Foscarini, e vi rimase per nove anni. Il suo insegnamento non procedeva con passo metodico, attenendosi rigorosamente alle norme e ai limiti del programma ufficiale; era, invece, suggestivo e incitatore; portava nella scuola la fiamma dell' entusiasmo, l' eco dei più recenti studî e dibattiti letterarî, il soffio vibrante della vita. Il professore leggeva col suo caldo accento poeti e critici; li commentava con dottrina discreta e accessibile; nè mancava mai d' avvertire le analogie di spiriti e di forme che corrono tra le opere letterarie e le creazioni sincrone dell' arte. Non poteva certo rinunciare ai proprî gusti e impressioni personali; ma era evidente il suo proposito di contemperarli con le nuove esigenze obbiettive della critica. Nelle lezioni, che veniva dettando, s'adoperava a conciliare la sintesi psicologica ed estetica con l'analisi storica, Francesco De Sanctis con Adolfo Bartoli e con Alessandro D'Ancona. Allorchè qualche giovine gli pareva frigido, svagato, sordo alle grandi voci della poesia, il suo temperamento focoso prorompeva in aspri rimbrotti; ma bisognava bene rassegnarvisi — mi diceva un giorno uno dei più colpiti — giacchè in quelle dure parole c' era l' *animus corrigendi* e non *injuriandi*.

Due fra quegli allievi, divenuti maestri e critici eminenti, Vittorio Cian e Vittorio Rossi, rammentano sempre con gratitudine quanto debbano alla fervida e libera genialità del **Molmenti** (1). Dalla cattedra universitaria essi abituano i giovani a se-

---

(1) Vittorio Cian mi scriveva (2-XII-1928): " .... Le ripetizioni, " come le letture commentate dei classici — di Dante sopra tutto — gli " offrivano occasioni propizie di dar prova del suo buon gusto, della sua " modernità, della personalità sua nei giudizi e nelle impressioni, di tener " desta la curiosità giovanile e incitare lo spirito dei suoi scolari. Questi " incitamenti egli procurava ad essi anche con tentativi alquanto arri- " schiati, (come una recensione delle *Conférences d'Angleterre* del Renan), " ma solo allorchè sapeva di poterlo fare, cioè quando conosceva le " attitudini di essi .... Anche coi temi che assegnava, otteneva lo scopo " di stimolare efficacemente .... „.

E Vittorio Rossi (4-XII-1928): " .... le sue lezioni furono per me " una specie di rivelazione; voglio dire che valsero ad allargare rapida- " mente il mio orizzonte intellettuale .... Nelle frequenti digressioni ci " faceva conoscere, o almeno intravvedere, le belle cose che non solo

Digitized by Google

vera disciplina di metodo, a rigore d'indagini, ma ben sanno che se nell'Università l'insegnamento delle lettere deve mirare sopra tutto a questo fine, nel Liceo il suo primo ufficio è quello d'educare l'anima giovanile alle nobili curiosità del sapere e all'amore del bello.

***

Alla cattedra il **Molmenti** rinunciò, per ragioni d'incompatibilità legale, nel novembre del 1890, volendo affrontare il responso delle urne politiche. Aveva sempre militato nel campo liberale-conservatore; passato, a seguito delle sue prime nozze con una gentildonna bresciana, a dimorare alcuni mesi dell'anno a Moniga del Lago di Garda, s'era conquistato in quei paesi larghe simpatie e aderenze, tanto che gli amici lo designarono tra i candidati d'opposizione alla parte zanardelliana. Eletto, rappresentò per la XVII legislatura il I Collegio di Brescia; indi, dalla XIX a tutta la XXII, quello di Salò. Per qualche tempo lo Zanardelli e il **Molmenti**, senza conoscersi di persona, si investirono reciprocamente e con asprezza; poi, avvicinatisi, si legarono con un sentimento cordiale, che fu di stima e benevolenza nel vecchio statista, di deferenza nel giovine deputato. Del resto, il **Molmenti**, negli efficaci discorsi che tenne alla Camera, trattò di questioni non propriamente politiche, bensì riguardanti la cultura e l'educazione nazionale (scuola, biblioteche, monumenti, restauri); e, d'altro lato, le vicende parlamentari trassero la sua parte, che aveva a capo il Marchese di Rudinì, ad allearsi con la democrazia zanardelliana e con quella radicale.

Udii esprimere meraviglia che un cuore generoso, un intelletto così alto fosse tra gli avversarî di Francesco Crispi. Se-

---

" nella letteratura ma anche nelle arti figurative meritavano di essere " conosciute e gustate.... Ricordo che certe sue allusioni a non so quale " personaggio dello Schiller mi fecero cercare la traduzione del Maffei, " e che fu una digressione del Momenti sul Carpaccio che mi condusse " all'Oratorio degli Schiavoni a S. Antonino.... Inezie; ma sintomatiche. " E il fatto che dopo quasi mezzo secolo me ne ricordi, ti prova quale " impressione facesse in me quell'insegnamento „.

Digitized by Google

nonchè l' atteggiamento politico si fonda e plasma su quell' insieme di fatti contingenti che si riassumono nella parola *attualità*. Ora il senso dell' attualità è assai di raro equo, perchè chi è tutto assorto nell' oggi non presente il domani e, giudicando l' uomo di Stato, si lascia facilmente colpire dai difetti che emergono alla superficie, senza apprezzare adeguatamente le virtù che stanno al fondo. Così, troppi fra i coetanei, anche eminenti, videro solo gli errori di temperamento e di metodo del Crispi e non seppero scorgere i larghi orizzonti del suo pensiero, i nobili fini nazionali per cui i mezzi e gli animi non erano ancora maturi. Ma non avviene questo di frequente? La Vita, incalzata dal tempo e dalle passioni, altera, o addirittura inverte, le proporzioni del merito e del demerito; la Morte, tranquilla nell' eternità, ristabilisce l' equa misura, strappando le spine dell' ingiustizia e surrogandole coi fiori perenni della gratitudine.

Nel 1909 il Molmenti passò, senza rammarico, dalla Camera elettiva al Senato. Era alieno dalle vanità e ambizioni parlamentari, dagli intrighi di corridoio; sicchè, mentre si videro figure mediocri salire più volte al Governo e avvicendarvisi, egli partecipò al potere una volta sola, nel 1919, quale Sottosegretario di Stato alle Belle Arti. Tenne l' ufficio signorilmente per la forma, validamente per l' opera rispetto all' esiguità dei mezzi di cui poteva disporre; e a lui dobbiamo, fra altro, il provvido trasferimento nel Palazzo già Reale del nostro Civico Museo, dove oggi egli vive in immagine e in ispirito, nella sua intimità di studioso o d' artista.

Parte notevole egli aveva avuta nell' Amministrazione cittadina, allorchè nel 1895, nominato Assessore alla pubblica Istruzione nella Giunta Grimani, ristabilì la preghiera nelle scuole elementari. Uomini moralmente irreprensibili e credenti nel divino quali Riccardo Selvatico e i suoi colleghi non l' avevano certo abolita col proposito biecamente settario di *scristianizzare Venezia*, come ne furono accusati nell' infierire della polemica. " *Non in odio alla preghiera, sublime colloquio dell' anima con* " *Dio, ma piuttosto per rispetto verso di essa, credemmo di sop-* " *primere nelle scuole la consuetudine di quelle orazioni vociate* " *in comune, che nessuna parola di maestro varrà a rendere più* " *reverenti e spiritualmente più efficaci* „ dichiarava il Selvatico

Digitized by Google

nel Consiglio Comunale, e soggiungeva che la preghiera infantile deve essere raccolta ed effondersi nell' intimità della famiglia e nella santità della Chiesa. Concetti tutt' altro che volgari, ma che potevano facilmente prendersi per sottigliezze escogitate dall' ostilità e che praticamente costituivano un errore offensivo per molte coscienze, poichè nessun giudizio individuale o di pochi, per quanto in buona fede, può contrapporsi alla forza d' un sentimento tradizionalmente consacrato, presumendo insegnargli dove debba espandersi e dove tacere.

Per un altro e maggior titolo emerse il **Molmenti** nella vita pubblica: per il costante patriottismo, sinceramente sentito e manifestato con nobiltà d' anima latina, scevra d' enfasi iperboliche e di jattanze. Egli rinarrò eloquentemente, per monito ai vivi, alcuni fra gli eventi più memorabili del nostro Risorgimento, come l' assedio impavidamente sostenuto da Venezia e le dieci eroiche giornate di Brescia; fu tra gli italiani che fecero propaganda di spiriti nazionali nelle terre irredente, massime nella fraterna Trieste; e quando scoppiò la grande guerra, il suo cuore condivise ardentemente la fede e le ansietà della patria. Pianse senza disperare dopo il disastro di Caporetto; esultò per la superba resistenza dei nostri soldati adolescenti sul Piave; salutò come gioia suprema della sua vita al tramonto, l' annuncio di Vittorio Veneto; e intanto aveva contribuito ad illustrare, con voto ahimè non interamente sciolto, i monumenti della Dalmazia romana e veneta. Gli era stato mosso rimprovero d' aver detto in Senato che quando dichiarammo la nostra neutralità, si poteva forse ottenere dall' Intesa qualche affidamento nel campo coloniale ed economico, perchè vi sono certe ore di sovreccitazione idealistica in cui nessuno può avventurarsi ad enunciare opinioni di carattere positivo; ma che quelle parole rispondessero proprio ad un intuito di verità, lo dimostrò l' atteggiamento degli alleati verso l' Italia dopo la comune vittoria, che a lui, pronto sempre a trovare qualche analogia con la storia veneziana, rammentava un poco il contegno tenuto dalla Spagna con la Repubblica, alleata, dopo la battaglia di Lepanto.

Digitized by Google

*
* *

Un geniale scrittore straniero diceva del **Molmenti**: " *Egli* " *ama Venezia con la pietà d' un figlio e con la tenerezza appas-* " *sionata d' un amante* „. Nulla di così vero. Questa sua disposizione d' animo sembrava talvolta temperare il rigore dello storico cittadino, perchè, dopo aver proferito un severo giudizio, egli cedeva al bisogno d' attenuarne in qualche modo e misura la portata; ma la pietà del figlio e la passione dell' amante si manifestarono di continuo nel fiero atteggiamento ch' egli assunse contro *I nemici di Venezia* (per ripetere il titolo del volume in cui il nostro Elio Zorzi ha raccolto tutte le polemiche del Maestro), cioè contro i calunniatori della sua storia o con gli scritti o sugli schermi fino a ieri muti, contro i profanatori della sua arte, contro gli insidiatori della sua bellezza.

Gli argomenti in difesa del Governo della Repubblica, che il **Molmenti** svolse con fervore d' eloquenza nel discorso " *Venezia calunniata* „, detto il 4 novembre 1894 nell' adunanza generale della *Deputazione Veneta di Storia Patria*, e che ripeteva volentieri ogni qualvolta se ne offrisse l' occasione, ribadiscono in buona parte quelli di Rinaldo Fulin, la cui solidarietà morale egli invocava dal sepolcro. Ma sua, tutta sua, fu l' incessante difesa dell' incolumità di Venezia.

Agli occhi di **Pompeo Molmenti** gli aspetti della Città nostra erano così connaturati con la sua originalità storica, ch' egli non sapeva tollerare alcuna innovazione, quando non fosse dimostrata imperiosamente necessaria ed eseguita in perfetta armonia col carattere locale. L' allargamento che gli paresse eccessivo di vecchie strade, l' abbattimento o l' alterazione di vecchie caratteristiche case, l' erezione d' un edificio poco intonato all' ambiente, e non si parli poi d' un piano di cosidetto *sventramento*! lo trovavano veemente oppositore. Tutti rammentiamo le sue nostalgiche querele allorchè si volle destinare Sant' Elena a sede d'una fabbrica di carrozzoni ferroviari; e le miserevoli peripezie di quel romantico nido di verzura, caro agli artisti, ai poeti e agli innamorati, gli diedero ragione. Per fortuna, dall' angusto e fallito concetto venne impulso all' idea ben più larga e provvida di co-

Digitized by Google

struire quel quartiere urbano che riuscì un nuovo capitolo di venezianità edilizia; nè il **Molmenti** esitò più tardi a riconoscere questa fortuna, se non altro come onesta transazione fra l'arte e l'illuminata modernità. Parmi invece singolare che egli, il quale ammetteva in massima non potersi sacrificare le esigenze pratiche dell'industria, non abbia apertamente veduto come Venezia, che avrebbe indarno attesa la sua salvezza artistica dalla propaganda degli esteti, la debba proprio ad una iniziativa industriale, a quel Porto di Marghera, che con la sua zona di opifici allontana dal superbo centro storico il deprecato pericolo d'una odiosa invasione di tettoie e di fumaiuoli.

Nelle sue polemiche, sempre garbate di forma e nobili pel fine, il **Molmenti** esponeva e coloriva giuste osservazioni d'indole edilizia e architettonica; ma forse le ragioni ideali dell'arte e della riverenza al passato gli velavano talora i sollecitanti bisogni del presente e le possibilità dell'avvenire. Il progetto di quel Ponte che dovrebbe stabilire un'altra e più agevole comunicazione con la terraferma e ch'egli strenuamente combattè, era il suo incubo, e contro di esso proferì in Senato l'estrema parola di protesta. Ora, su questo punto è lecito avere un pensiero diverso, osservando che se un giorno la clausura insulare era stata per Venezia presidio e causa di forza, oggi — in condizioni di tanto mutate, anzi invertite — il non saperla adeguatamente correggere diventerebbe causa di debolezza.

Pure, anche coloro che non sempre concordavano col nostro insigne concittadino, sentivano di dover rendere omaggio alla sua intransigenza conservatrice, come quella che nasceva dal puro disinteressato amore della bellezza, dalla religione delle memorie avite, e che, in ogni modo, serviva di freno alla sventata manìa di iconoclasti, i quali non avrebbero esitato a sfregiare e snaturare la Città senza pari nel mondo.

*
* *

Pompeo Molmenti aveva sortito le più amabili doti così dell'indole veneziana, come d'una naturale giovinezza di spirito che il tempo non sapeva estinguere: festività, brìo, parola fluente, alternata di finezze aristocratiche e di frizzi popolareschi, con

Digitized by Google

versazione piacevolissima. Negli ultimi anni gli attacchi dell'asma sopravvenivano a renderla faticosa o addirittura a interromperla, accendendogli le guance di fiamma, poi lasciandole smortamente sbiancate. Erano momenti di penosa sospensione, durante i quali si palesavano più intensamente l'ansia e l'affetto della Donna gentile che gli fu virtuosa compagna e consolatrice e alla quale, quì presente, io porgo un rispettoso saluto. Ma, superati appena quei momenti, ricompariva la freschezza giovanile dello spirito e rifluiva dalle labbra il vivido eloquio. Era volentieri caustico; e questa causticità lo fece ritenere uno scettico da chi non lo conosceva. No, scettico non fu mai. Gli è piuttosto che la facile vena dell'arguzia, seducendo chi ascolta, trae chi la possiede ad assecondarla più in là della misura, magari a dissimulare con la celia pungente qualche stato d'animo a cui meglio si converrebbe un sospiro. Oltrechè, per l'istinto non saprei se di contraddizione o di compensazione psicologica insito tanto spesso nella nostra natura, come incontriamo uomini veramente scettici o peggio cinici, che per non scoprirsi troppo, ostentano a parole il senso dell'idealità, così vi sono degli idealisti che in qualche momento, per non apparire troppo ingenui, si atteggiano a spregiudicati. Ma se certe uscite mordaci o canzonatorie del **Molmenti** potevano essere interpretate come indizî di scetticismo, questo era smentito in ogni forma dalla realtà. Smentito dal tòno della sua produzione intellettuale, perchè — come fu giustamente notato — egli, che amava sorridere e anche irridere, non si è abbandonato nelle sue opere neppure ad un breve sarcasmo. Smentito dai tratti più vivi del suo carattere personale: l'impulsività provocata sempre da motivi generosi, anche se non sempre praticamente plausibili, la costante fedeltà nelle amicizie (1), l'affetto

(1) Nella chiusa della sua bella recensione del volume di Ugo Da Como " *Umanisti del secolo XVI ecc.* „, che fu pubblicata postuma nella *Nuova Antologia* del 16 Febbraio 1928, il Molmenti, riferendosi alla fraterna amicizia che aveva legato l'autore di quel libro al deputato bresciano Conte Gian Giacomo Morando, così scriveva: " *Prezioso, dolcis-* " *simo sentimento; nel tramonto d'ogni esistenza, gli amici che sanno* " *amare e comprendere sono la luce della speranza che qualche cosa duri* " *tra le fragili e caduche vicende del mondo* „. Commosse parole, probabilmente le ultime uscite dalla sua penna.

Digitized by Google

per i giovani, la sollecitudine nel porgere la mano ai caduti, la tenera sensibilità ai dolori degli intimi (ed io n' ebbi una prova incancellabile nell' ora più crudele pel mio cuore di padre). Smentito infine, e sopra tutto, questo presunto scetticismo dalla coerenza del suo pensiero nell' ordine spirituale. Per quanto amasse la vita e indulgesse alle sue lusinghe, per quanto un lieto senso di mondanità fosse rimasto in lui superstite alle abitudini della lontana giovinezza, egli non rinnegò mai le aspirazioni trascendenti dell' anima, mai non gittò su di esse l' ombra dello scredito. Era profondamente convinto dell' efficacia morale e sociale dello spirito evangelico: convinzione che traluce dalle sue opere storiche, si afferma in alcuni fra i suoi più vigorosi discorsi, ed è eloquentemente significata nello studio su *Antonio Fogazzaro*, pervaso d' alta spiritualità e riboccante d' affettuosa riverenza verso il nobile scrittore cristiano. E quando io lessi che poco prima d' entrare in agonia, dalla porta della sua stanza che si schiudeva per lasciarne uscire il nostro venerando Patriarca, egli fu visto farsi con mano tremante il segno della croce, subito pensai che quel segno non esprimeva la resa a discrezione d' uno spirito già incredulo alle promesse e ai timori del di là, ma era il supremo suggello d' una speranza immortale, custodita nel cuore anche in quegli anni della salute e della gioia che più facilmente inducono a porla in oblìo.

*
* *

La storia d' Italia essendo in tanta parte municipale, tutte le Città nostre, dalle maggiori alle minori, ebbero figli eletti e amorosi che le illustrarono dottamente, ravvivandone i più lontani ricordi. Ma nessuna, io credo, può — come Venezia — vantare un figlio sapiente e geniale insieme, artista della Storia e storico dell' Arte, che meriti di chiamarsi veramente " *genius loci* „ ; che abbia identificata la sua anima coll' anima stessa della Città ; che sia vissuto dell' intima sua vita nel corso dei secoli ; che abbia combattuto senza tregua per la sua integrità ; che le abbia votato l' acume dell' intelletto, la tenacia diuturna dello studio, le compiacenze alate della fantasia e le effusioni gentili del cuore. Questo fece l' illustre e diletto estinto, e volle consa-

Digitized by Google

crare a Venezia il suo pensiero anche d' oltre la tomba, legando al Museo Civico i suoi più cari ricordi, e all' Istituto nostro un lascito cospicuo, parte del quale è destinata a compiere il ripristino del superbo monumento commemorante la gloriosa vittoria navale e cristiana da lui degnamente rievocata.

Giusto è, dunque, che la Madre tributi, senza indugio, pubblici perpetui segni di riconoscenza al grande Figlio scomparso. La mora decennale, se si comprende come legittima cautela contro il pericolo postumo di esaltazioni improvvise e immeritate, sarebbe stata offesa alle opere e alle virtù d' uno scrittore e di un cittadino quale **Pompeo Molmenti.** Non ch' egli abbisogni di marmi e d' epigrafi per la perennità della sua fama; è la nostra Città che deve onorare sè stessa, mostrando di non essere immemore e indegna di Chi tanto la amò e la glorificò.

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

ADUNANZA ORDINARIA

DEL 7 LUGLIO 1929

PRESIDENZA DEL M. E. SEN. NINO TAMASSIA, PRESIDENTE

Presenti i membri effettivi: GIORDANO, vicepresidente; BORDIGA, segretario; LAZZARINI, vicesegretario; CATELLANI, CRESCINI, LANDUCCI, BREDA, MEDIN, FRADELETTO, ARRIGONI DEGLI ODDI, PENNATO, DE MARCHI, FORTI, ALESSIO, MESCHINELLI, BATTISTELLA, SALVIOLI, SERENA, MESSEDAGLIA, MARCHESINI, ORSI, SOLER, GNESOTTO, LORENZI; ed i soci corrispondenti: F. VITALI, GEROLA, G. FERRARI, COMESSATTI, CAGNETTO.
Giustificati i membri effettivi: VICENTINI, ROSSI; ed i soci corrispondenti: MUNERATI, ANTI, L. FERRARI, MINIO, MOSCHETTI.

Si legge e si approva l'Atto della precedente adunanza.

Il presidente comunica che, in seguito alla improvvisa morte del prof. Alfredo Trombetti avvenuta al Lido il 5 di questo mese, la presidenza inviò le condoglianze del R. Istituto ad Università ed Accademie, rimpiangendo l' immatura perdita dell' insigne glottologo, noto per le felici sintesi, le ardite ipotesi nella scienza del linguaggio. Presenta, rallegrandosi col collega De Marchi, il volume *Fondamenti di geografia politica*, e comunica che sono giunte in dono due pubblicazioni dell' ing. Armando Levi-Cases. Il m. e. Bordiga presenta il bel libro edito nell' occasione delle onoranze a Jacopo Sansovino, opera dovuta alla particolare competenza del prof. Giulio Lorenzetti.

Digitized by Google

Seguono le letture poste all'ordine del giorno.

T. GNESOTTO, m. e. — *Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali. Ricerche sperimentali.* - Nota IV. P. II. (Oscillazioni torsionali libere). — In questa seconda parte della nota IV, l'A. ha esteso nei Capitoli XIII e XIV lo studio dei fenomeni elettromagnetici, sui quali ha in precedenza riferito, al caso di oscillazioni torsionali libere di cilindri di ferro, nichel ed acciaio magnetizzati.

T. GNESOTTO, m. e. — *Variazioni di resistenza elettrica di metalli magnetostrittivi in campi magnetici.* — In questa Nota l'A. descrive un metodo e dà le prime misure delle esigue variazioni di resistenza elettrica del nichel in campo magnetico trasverso come primo saggio di un lavoro che ha intrapreso per studiare gli opposti comportamenti dei metalli magnetostrittivi nei fenomeni galvanomagnetici.

A. COMESSATTI, s. c. — *Studi sulle equazioni differenziali fuchsiane di genere zero.* — La Nota è dedicata alle equazioni differenziali del tipo $y'' = Q(z)\, y$, per le quali la variabile indipendente z risulta *funzione fuchsiana* del rapporto tra due integrali particolari qualunque, con particolare riguardo alla dipendenza della funzione razionale $Q(z)$ dagli elementi che caratterizzano il gruppo fuchsiano, ed al conseguente *problema dei parametri accessori.*

Si enunciano e si sviluppano due principî che conducono a casi di determinazione algebrica della $Q(z)$, e si segnalano varie proprietà funzionali dell'unico parametro accessorio relativo ai gruppi fuchsiani di genere zero e *segnatura* (ν, ν, ν, ν) che formano anche l'oggetto d'una diretta indagine geometrica.

G. CAGNETTO, s. c. — *Reperti anatomici dell'appendice nel tifo.* — L'A. afferma che nessun tratto dell'intestino va esente da localizzazioni tifoidee. Queste possono localizzarsi a vari segmenti come al ceco, non solo, ma colpire l'appendice con forme ulcerose emorragiche da lui dimostrate all'autopsia di molti malati.

Digitized by Google

Il vicepresidente senatore Giordano si compiace degli studi del Cagnetto che dimostrano male essere accusati i chirurghi di errore di diagnosi ogni qualvolta operano per appendicite un tifoso. Corrobora il suo dire con un caso in cui trovò piccola perforazione tifosa del tenue, e grossa appendicite ulceroemorragica.

E. Fabris — *Sul potere rifrangente del joduro di cadmio.* - Nota I (presentata dal prof. R. Nasini, m. e., a termini dell'art. 16 del Regol. int.). — L'A. ha determinato gli indici di rifrazione e il peso specifico di molte soluzioni acquose di joduro di cadmio e ha quindi calcolato il potere rifrangente specifico e molecolare del joduro stesso. Lo studio ha per iscopo di portare un contributo alla risoluzione di varie questioni riguardanti le stato del joduro di cadmio in soluzione, sia dal punto di vista della teoria della dissociazione elettrolitica che da quello delle attuali teorie elettroniche. In questa I Nota, oltre a un riassunto dei lavori precedenti di vari sperimentatori, sono esposte le determinazioni esperimentali. In una prossima Nota seguiranno le deduzioni che si possono trarre dalle esperienze.

G. Poato — *Variazioni cicliche di resistenza elettrica nel ferro in campo magnetico trasverso* (presentata dal prof. G. Vicentini, m e. (c. s.)). — L'A. riferisce su interessanti misure sull'effetto galvanometrico trasverso nel ferro.

L. A. Alberti — *Sui moduli di rigidità e viscosità del ferro e dell' indilatans a varie temperature* (presentata dal prof. G. Vicentini, m. e. (c. s.)). — L'A. riferisce sui risultati di misure di elettricità di torsione sul ferro e su una lega di ferro e nichel a varie temperature e li raffronta a quelli precedentemente ottenuti col nichel puro.

L. Bertalot — *Cinquanta lettere inedite di Gasparino Barzizza* (presentata dal prof. V. Crescini, m. e. (c. s.)). — L'A., notissimo ai cultori degli studi intorno all'umanesimo e agli umanisti, sta per pubblicare un manipolo di lettere, non mai finora edite, di Gasparino Barzizza, il celebrato maestro, a Padova

Digitized by Google

e a Venezia, per cui risorse a nuovi trionfi lo stile di Cicerone. Ma non si ferma a questo il suo fervore di esumazioni barzizziane. Un'ampia miscellanea, relativa sempre all'umanista famoso, ha egli messa a disposizione di Remigio Sabbadini (e basti il nome, ch'è veneto, e corre il mondo, ovunque si dia opera a ricostruire la storia dell'umanesimo): e il Sabbadini ha trascelta quasi una cinquantina d'altre lettere, inedite ancor esse, le quali pare a lui giustamente che adeguato luogo troverebbero nelle pubblicazioni del nostro Istituto; poichè, oltre che la vita e il metodo di Gasparino, lumeggiano le sue relazioni con i patrizi di Venezia e con l'Università di Padova. Il testo, accuratamente costituito dal Bertalot, sarà dal Sabbadini riveduto; ma non desidera però questi che dal titolo della pubblicazione apparisca l'amichevole ausilio. È merito infatti del Bertalot se l'epistolario del Barzizza, disperso in moltissime biblioteche italiane e straniere, fu raccolto, con tanto spendio di tempo e di fatica, in bella e preziosa unità. Si compiono così le indagini che fin dal 1886 il Sabbatini aveva iniziate e fatte pubbliche; per modo che le due edizioni dal Bertalot allestite renderanno ormai possibile sul grande umanista una sintesi, cui è sperabile s'accinga qualche allievo dello Studio di Padova, dove il Barzizza effuse prima la luce del suo magistero glorioso.

A. Levi-Cases — *Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano Barsanti e Matteucci* (presentata dal prof. L. V. Rossi, m. e., (c. s.)). — L'A. ricorda il principio informatore della costruzione dell'antico motore; e ricerca se, e come, esso principio possa armonizzarsi col moderno funzionamento a precompressione. L'indagine lo porta a ritenere che, senza che possa escludersi l'eventualità di una esperienza, in senso tecnico-teorico, il concepire il motore a stantuffo libero come motore di seconda espansione di motori moderni può essere, in fatto di aumento di rendimenti, apprezzabilmente fruttuoso.

R. Brenzoni — *Francesco Lorenzi e uno dei suoi gioielli d'arte: " Il trionfo dell'aurora „ nel palazzo dei conti Giusti del Giardino in Verona* (presentata dal prof. L. Messedaglia, m. e.

Digitized by Google

(c. s.)). — È uno studio illustrativo di un gioiello pittorico di Francesco Lorenzi, " Il Trionfo dell'Aurora „, nel palazzo dei Conti Giusti del Giardino a Verona. Accennato ai dati biografici del pittore, nato a Mazzurega di Valpolicella l'anno 1723 da una famiglia, che conservò ininterrotta la gloriosa tradizione di arte, l'A. lumeggia i pregi di questa vasta composizione pittorica, fatta di simboli, di allegorie, di acrobatismi tecnici, rivestiti di forme leggiadre, di vivace immaginazione, di aristocratica sensibilità coloristica. Dallo studio dell'A. emerge chiara la figura del valoroso pittore veronese, dotato di particolare eclettismo: scrittore in prosa, facile verseggiatore, spigliato e arguto dissertatore. Il Brenzoni esamina la forma e lo spirito di ogni singola composizione, interpreta ogni narrazione simbolica o iconologica, e dalla descrizione della magnifica opera fa balzare il nome del pittore, che spicca così luminoso nel settecento veronese.

G. Oselladore — *Il tessuto vescicologo glicogenico nell' intossicazione fosforica* (presentata dal prof. I. Salvioli, m. e., (c. s.)). — Dalle sue ricerche l'A. ha potuto venire alle seguenti conclusioni:

I° Che la mancanza di variazione nel contenuto glicogenico del tessuto vescicoloso per effetto dell'intossicazione fosforica deve essere ritenuta una prova che il glicogene di questo tessuto non ha il significato biologico-energetico (e forse chimico?) da quello contenuto in altri organi e tessuti;

II° Che le differenze in rapporto al contenuto adiposo rilevato fra il tessuto della bolla gelatinosa lombosacrale del pollo e quello del nucleo polposo intervertebrale dei mammiferi sia da considerare come espressione di una loro non perfetta identità, giustificabile considerando che il secondo è un tessuto in via di atrofizzazione.

G. Dolfini — *Ricerche sul ricambio delle cellule cordali nel digiuno* (presentata dal prof. I. Salvioli, m. e. (c. s.)).

M. Tonin — *Il digiuno inibisce lo choc anafilattico* (presentata dal prof. I. Salvioli, m. e. (c. s.)). — L'A. ha voluto vedere se il digiuno potesse avere qualche azione anche sull'anafilassi;

Digitized by Google

nell' esperimento si è servito del cane per la sua resistenza al digiuno e il carattere specifico che in esso presenta l' anafilassi; e per la sensibilizzazione e per lo scatenamento ha usato il siero di cavallo. L' A. ha praticato la sensibilizzazione mediante una sola iniezione di siero e dopo non meno di 21 giorni veniva provocato lo choc iniettando nella giugulare esterna 2 cc. di siero per kg. di peso.

Come criterio per controllare e studiare lo choc l' A. ha tenuto conto sopratutto della caduta della pressione e dell' incoagulabilità del sangue, fenomeni ben fissati e studiati da vari AA.

Vennero fatte quattro serie di esperimenti che l'autore particolarmente e minutamente indica.

Da questi esperimenti si può dedurre che il digiuno inibisce lo choc. Che il fenomeno della incoagulabilità del sangue, pur essendo strettamente legato allo choc non è indispensabile perchè esso avvenga. Che le modificazioni prodotte dal digiuno sul fenomeno anafilattico non hanno carattere permanente e non agiscono sulla sensibilizzazione.

G. Boaga — *Sopra una formula trinomia considerata come variazione della densità nell' interno della terra* (presentata dal prof. E. Soler, m. e. (c. s.)). — L' A. aveva mostrato come la formula data dal Roche quale ipotesi per la distribuzione interna della terra, formula binomia della quale i geodeti fanno larghissimo uso ed adoperata dallo Schweydar nella teoria delle Maree terrestri, potendo disporre di una sola costante arbitraria, non permette la determinazione della stessa in modo da soddisfare ad alcuni dati generalmente accettati, come quelli della densità terrestre superficiale, densità al centro, ecc.

L' A. proponendo invece una formula trinomia, nella quale entrano due costanti arbitrarie, riesce con opportuna integrazione della celebre equazione di Clairaut ed altri opportuni sviluppi a determinare le due costanti in modo da ottenere dei valori per i dati accennati sopra, prossimi a quelli ordinariamente accettati.

Date le varie applicazioni che da una ipotesi sulla distribuzione di densità nello interno della terra possono derivare, è interessante poterne adoperare una che abbia il controllo della rispondenza e delle quantità fisiche note.

Digitized by Google

R. Poli — *Fenomeni elettromagnetici dovuti ad oscillazioni torsionali libere in fili di indilatans magnetizzati* (presentata dal prof. T. Gnesotto, m. e. (c. s.)). — L'A. riferisce su misure elettromagnetiche fatte con cilindri di una speciale lega di nichel e ferro, magnetizzati circolarmente e longitudinalmente o sottoposti ad oscillazioni torsionali libere.

P. Zancan — *Il diagramma di Cyrene* (presentata dal prof. C. Anti, s. c. (c. s.)). — L'A. riprende in esame, dopo alcuni altri studiosi, il testo epigrafico recentemente rinvenuto a Cyrene e conosciuto ormai sotto il nome di *Diagramma*. La prima parte della nota dimostra, contro il convergere di tutte le opinioni sin qui proposte, ad eccezione di una sola, che il documento è da riferire con piena sicurezza al 322 a. C., perchè solo per quell'anno si verifica un accordo totale di tutte le testimonianze letterarie ed estrinseche con i dati storici ed intrinseci del Diagramma. La seconda parte procede alla interpretazione critica dei singoli dati e ne manifesta la coerenza e ne determina la origine. Il valore eccezionale del Diagramma è individuato nel fatto che questo è il primo testo documentario da cui risultino con evidenza i rapporti di diritto fra Comune autonomo e Monarchia ellenistica.

G. Coen — *Sulla pretesa presenza nel Mediterraneo del genere Hindsia H. & A. Adams e di due rarissime forme tirrene di Pseudomurex* (presentata dal prof. M. Minio, s. c. (c. s.)). — L'autore rettifica, mediante l'esame dell'esemplare e il confronto con altro materiale e con le descrizioni originali, l'attribuzione di un Muricide del Mare di Sicilia erroneamente fatta a una specie del genere *Hindsia* H. & A. Adams, che è propria dei mari tropicali, riconoscendolo per un *Pseudomurex*, confermando di conseguenza l'esclusione del genere *Hindsia* dal Mediterraneo: inoltre egli dà una nuova diagnosi specifica d'una specie affine, che nella specie precedente era stata inclusa dal Monteroseto, pure in base a un unicum della sua stessa collezione.

G. Zanetti — *Sull'intossicazione sperimentale da benzina.* - Nota I (presentata dal prof. G. Cagnetto, s. c. (c. s.)). — Le

Digitized by Google

intossicazioni da benzina hanno importanza quali malattie professionali facili a riscontrarsi nei lavoratori della gomma e del caucciù, tra i quali la letteratura registra anche delle forme di avvelenamento collettivo.

Hanno inoltre importanza i cosidetti avvelenamenti per errore che si verificano in bambini delle prime età, quasi sempre per ingestione.

Il reperto necroscopico di tali forme non è ben chiaro. Molti autori ne hanno trattato; dalla patologia sperimentale si hanno risultati discordi.

L'A. ha preso in esame la questione ed ha sperimentato su quindici animali attossicati per via gastrica, arrivando alle seguenti conclusioni:

Io La benzina provoca una anemia leucolitica acuta.

IIo La dose letale è assai cospicua, arrivando negli animali adulti fino a 5 cc. di liquido per kg. di peso corporeo.

IIIo Negli animali giovani è meno tollerata.

IVo La sintomatologia è prevalentemente nervosa.

Vo Il quadro necroscopico nelle forme acute dà: gastrite pseudomembranosa, congestione polmonare e cerebrale.

VIo Istologicamente si confermano i dati macroscopici, in più ha l'A. rivolto particolarmente l'esame al sistema nervoso. Riferisce per ora i risultati circa la microglia la quale presenta le caratteristiche figure granulose di degenerazione. La forma granulosa della microglia è da considerarsi in questi casi prettamente degenerativa poichè negli animali guariti se ne vede il ripristino porfologico.

VIIo La fenomenologia clinica nervosa può essere messa in relazione anche con le alterazioni microgliali suddette e raggrupparsi fra i quadri delle tossicosi microgliali transitorie.

Il Presidente
NINO TAMASSIA

Il Segretario
GIOVANNI BORDIGA

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima.

CATALOGO DEI LIBRI ED OPUSCOLI

PERVENUTI ALLA BIBLIOTECA DELL' ISTITUTO

DAL 2 LUGLIO 1928 AL 7 LUGLIO 1929

Albertotti Giuseppe - *La mortificazione di G. Cesare Cordara poeta* - Venezia. Ferrari, 1928, 8.o, br., pp. 45.

Amadori Mario - *I fenomeni di ossidazione delle soluzioni tartriche alcaline di manganese. Nota* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 11.

Amedeo VI di Savoia (*Il Conte Verde*) (*1334-1383*) di COGNASSO FRANCESCO - Torino, Paravia, 1926, 8.o, br., pp. 332, rit. tav.

Anti Carlo - *Archeologia d' oltremare* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 15.

Aquileia - CESSI ROBERTO - " *Nova Aquileia* „ - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 52.

Arcilibro - *Vita e opere degli italiani nell'anno sesto* - Milano, Alleanza naz. del libro - Varese, S. A. La Varese, 1929, 8.o, br., pp. 430, ill.

Babilonia - FURLANI GIUSEPPE - *Sul concetto dell'eroe in Babilonia* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 12.

Bergadani Roberto - *Carlo Emanuele I* - Torino, G. B. Paravia & C., 1926, 8.o, br., pp. 136, rit. tav.

Cappelletti Carlo - *Contributo alla Flora Epaticologica Piemontese* - Venezia, Ferrari, 1927, 8.o, br., pp. 32.

Nuove osservazioni sulla flora fungina della resina - Roma, Bardi, 1927, 8.o, br., pp. 6.

La forma a bacteroide e l'immunità nelle leguminose - Roma, Bardi, 1926, 4.o, br., pp. 5.

Processi degenerativi negli ovuli in seguito ad impedita fecondazione - Forlì, Valbonesi, 1927, 8.o, br., pp. 81, 2 tav.

Sull' " *Herpotrichia Resinae* „ *Bres. n. sp. conservata nell'Erbario P. A. Saccardo* - Roma, Bardi, 1927, 8.o, br, pp. 1.

Contributo alla Flora epaticologica dell'Italia mediterranea - Forlì, Valbonesi, 1928, 8.o, br., pp. 6.

I tubercoli radicali delle leguminose considerati nei loro rapporti immunitari e morfologici - Roma, Bardi, 1928, 8.o, br., pp. 87.

Digitized by Google

Massaria Mori J. Miyake parassita del gelso ed il suo ciclo evolutivo - Pavia, Cooperativa, 1928, 8.o, br., pp. 19.

Nuove osservazioni sul ciclo biologico di " Biatorella difformis " (*Fr.*) - Roma, Bardi, 1926, 8.o, br., pp. 3.

Il parassitismo di Massaria Mori J. Miyaka, ed il ciclo evolutivo di questa specie fungina - Verona, Veronese, 1928, 8.o, br. pp. 4.

Carlo Emanuele I di BERGADANI ROBERTO - Torino, Paravia, 1926, 8.o, br., pp. 136, ritr. e tav.

Catellani Enrico - *Sulle vie della pace. La conferenza di Genova* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 34.

Cessi Roberto " *Nova Aquileia* " - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 52.

Chanousia - *Giardino Botanico Alpino dell'Ordine Mauriziano al Piccolo S. Bernardo* (*m. 2200 s. m.*) - Annuario N. 1 per gli anni 1922-27 pubblicato a spese del Ministero dell'Economia col concorso del dott. Marco De Marchi - Roma, Luzzatti, 1928, 8.o, br., pp. 170 ill.

Cherubino Salvatore - *Sul problema della normalizzazione nella teoria generale delle varietà abeliane reali* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 41.

Chinaglia Alcide - *Sul presunto assorbimento intestinale di polveri inerti* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 18, 15 tav.

Cognasso Francesco - *Il Conte Verde* (*1334-1383*) - Torino, G. B. Paravia & C., 1926, 8.o, br., pp. 332, ritr. tav.

Comenius - *Johannes Amos* - Prague, 1928, 8.o, perg., pp. 59, ritr.

Comitato *Provinciale Vicentino per la pesca e l'acquicoltura 1893-1929* (*Attività del*) del prof. LUIGI MESGHINELLI - Vicenza, Peronato, 1929, 16.o, br., pp. 39 ill.

Consiglio *Provinciale dell'Economia di Genova. Censimento industriale e commerciale al 15 ottobre 1927 nella provincia di Genova.* Note illustrative del dott. BRUNO ROSELLI, prefaz. del dott. DAVIDE BALBI - Genova, 1928, VI, 4.o, br., pp. XIX, 465, 1 carta.

Cordara G. Cesare - ALBERTOTTI GIUSEPPE - *La mortificazione di G. Cesare Cordara poeta* - Venezia, Ferrari, 1928, 8.o, br., pp. 45.

Curli Graziella - *Sopra le vibrazioni di risonanza dei corpi elastici isotropi* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 23.

D'Arcais Francesco (*Commemorazione del prof.*) *letta dal prof.* CARLO ALBERTO DELL'AGNOLA - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 12, ritr.

Decennale (Il) - *X Anniversario della Vittoria. Anno VII dell'era fascista* - Firenze, Vallecchi, 1929, 16.o, br., pp. 526, ritratti.

Dell'Agnola Carlo Alberto - *Commemorazione del membro effettivo prof. Francesco D'Arcais letta nella adunanza del 17 marzo 1929 del Reale Istituto Veneto di Scienze Lettere ed Arti* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 12, ritr.

Intorno alle successioni di variabili casuali discontinue tendenti ad una variabile casuale limite - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 22.

Digitized by Google

De Marchi Luigi - *Fondamenti di Geografia politica* - Sancasciano, Stianti. 1929, 8.o, br., pp. VIII, 208.

De Toni Ettore - FORTI ACHILLE - *Ettore De Toni. Il Libro dei Semplici di Benedetto Rinio* - Siena, S. Bernardino, 1927, 8.o, br., pp. 9.

De Toni J. B. - FORTI ACHILLE - *J. B. De Toni (1864-1924)* - Paris, 1925, 8.o, br., pp. 18, ritr.

Disertori Benvenuto - *I rami Raimondeschi alla R. Calcografia. (Notizia aggiunta al Bartsch)* - Firenze, Giuntina, 1927, 4.o, br., pp. 14, 16, ill.

Ellero Lorenzo - *Opere. Volume terzo " Diverse voci .... „ (Discorsi)* - Firenze, Ariani, 1929, 8.o, br., pp. XXIII, 378.

Emanuele Filberto - *(1528-1559); (1559-1580)* di SEGRE ARTURO - Torino, Paravia, 1928, 8.o, br., pp. 178, 291, ritr., tav.

Forma Italiae - *Regio I Latium et Campania. Vol. I Ager Pomptinus. Pars I Anxur-Tarracina. Descripsit Lugli Josephus* - Roma, 1926, 4.o, br., pp. 218 e tav.

Forti Achille - *Il basilisco esistente al Museo Civico di Storia Naturale a Venezia e gli affini simulacri finora conosciuti. Contributo alla storia della Ciarlataneria* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 14, tav.

ETTORE DE TONI - *Il Libro dei Semplici di Benedetto Rinio* - Siena, S. Bernardino, 1927, 8.o, br., pp. 9.

J. B. De Toni (1864-1924) - Paris, 1925, 8.o, br., pp. 18, ritr.

L'anniversario della morte di G. B. Massalongo - Giornale Arena Verona, 21 marzo 1929.

Frattini Ferdinando - *La differenziazione tra diritto pubblico e privato secondo un criterio genetico* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 9.

Furlani Giuseppe - *Sul concetto dell'eroe in Babilonia* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 12.

Genova - *(Consiglio Provinciale dell'Economia di) Censimento industriale e commerciale al 15 ottobre 1927 nella provincia di Genova.* Note illustrative del dott. BRUNO ROSELLI. Prefazione del dott. DAVIDE BALBI - Genova, 1928, VI, 4.o, br., pp. XIX, 465, 1 carta.

Gerola Giuseppe - *Gli stemmi cretesi dell'Università di Padova* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 39.

Architettura minore e rustica trentina - 4.o, br., pp. 11, ill.

Giordano D. - *Riflessioni su due casi di peritonite acuta: da invasione tubercolare, l'una; da appendicite pelvica, l'altra* - Napoli, 1929, 8.o, br., pp. 10.

Grandi chirurghi italiani nell'ultimo secolo - Roma, " Sereno „, pp. 24.

Per la conoscenza delle colecistiti: malattie che le complicano o le simulano. Supposizioni in occasione di un caso di cancro del fegato scambiato per colecistite - Napoli, 1929, 8.o, br., pp. 8.

Digitized by Google

Per la conoscenza delle colecistiti: malattie che le complicano o le simulano - Napoli, 1929, 8.o, br., pp. 14.

Di alcune complicanze tardive alla asportazione della appendicite - Napoli, 1928, 8.o, br. pp.10.

Due osservazioni di cancro vescicale complicato l'uno da un secondo cancro del pancreas e l'altro da calcolosi - Napoli, 1928, 8.o, pp. 4.

Appendicite in tubercolotici - Milano, Ist. Biochimico italiano, 1928, 8.o, br., pp. 5, ill.

Glossaria latina - *Vol. I Glossarium Ansileubi — Vol. II Arma, Abavus, Philokenus — Vol. III Abstrusa abelita* - Poitiers, Marc Texier, 1926, 8.o, br.

Gnesotto Tullio - *Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili. Nota IV, P. I* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 36.

Gola Giuseppe - *Hepaticae. (Estratto dal I vol. dell'Opera: " Il Ruwenzori „. Relazioni scientifiche)* - 8.o, br., pp. 27, 3 tav.

Sulla presenza nelle piante di composti ematoidi di ferro. Note I, II, III - Roma, Befani, 1915, 4.o, br., pp. 7, 7, 4.

Saggio di una teoria sull'osmotica dell'edafismo - Roma, Voghera, 1929, 8.o, br., pp. 277.

Le epatiche della regione del Kenia (Africa orientale) Memoria. Torino, Bona, 1914, 8.o br. pp. 11, 1 tav.

Ricerche sulla biologia e sulla fisiologia dei semi a tegumento impermeabile. Memoria. Torino, Bona, 1905, 4.o, br., pp. 34, 1 tav.

Piante rare o critiche per la flora del Piemonte. Memoria - Torino, Bona, 1909, 4.o, br., pp. 56, 1 tav.

Le avene piemontesi della sez. " Avenastrum „ Koch. Osservazioni critiche. Torino, Bona, 1911, 4.o br., pp. 24, 1 tav.

La luce come fattore antagonista della vita vegetale - Pavia, Succ. Fusi, 1925, 4.o, br., pp. 21.

Sopra alcuni ibridi tra Pinus Pinaster, P. Halepensis E. P. Brutia dei dintorni di Grado - 1925, 8.o, br. pp. 3.

Le epatiche raccolte dal dott. G. B. De Gasperi nella Terra del Fuoco sud-occidentale - 1922, 8.o, br., pp. 12, 2 tav.

Epatiche dell'Abissinia - Roma, Voghera, 1914, 8.o, br., pp. 17, 1 tav.

Contributo alla conoscenza delle Epatiche del Katanga (Congo Belga) - 1920, 8.o, br., pp. 6, 1 tav.

Epatiche del Kashmir raccolte dalla Spedizione Piacenza. Nota - Torino, Bona, 1914, 8.o, br., pp. 5, 1 tav.

Species novae in excelsis. Ruwenzori in expeditione. Ducis Aprutii lectae. III Hepaticae - Roma, Voghera, 8.o, br., pp. 6.

Contributo alla conoscenza delle Epatiche delle isole Canarie. Nota - Torino, Bona, 1911, 8.o, br., pp. 8.

Digitized by Google

Osservazioni sul valore sistematico del Bromus Dertonensis All. Genova, Ciminays, 1904, 8.o br., pp. 8.

Sopra una nuova pianta infesta alle risaie del Vercellese. Nota - Torino, Bona, 1911, 8.o, br., pp. 9.

Ricerche sui rapporti tra i tegumenti semitali e le soluzioni saline - Roma, Voghera, 1905, 8.o, br., pp. 41.

Studi sulla funzione respiratoria nelle piante acquatiche - Roma, Voghera, 1907, 8.o, br. pp. 96.

La vegetazione dell'Appennino piemontese - Roma, Voghera, 1913, 8.o, br., pp. 149.

Lo zolfo e i suoi composti nell'economia delle piante. Ricerche di fisiologia vegetale - Torino, 8.o, br. pp. 25.

Studi sul ricambio dei composti ternarii delle piante sul clima mediterraneo - Padova, Seminario, 1923, 8.o, br., pp. 71.

Sulle membrane dei tessuti fellogenici delle radici di " Diospyros Lotus L. " - 1924, 8.o, br., pp. 8.

Sulla riflessione di radiazioni ultraviolette per parte di alcuni organi vegetali - Firenze, 1927, 8.o, br., pp. 16.

Grassi Carmelo - *Maria o la Virago di Motta Camastra. Poema* - Catania, Sociale, 1929, 8.o, br., pp. XVII, 204, ritr.

Levi-Cases A. - *Studî sul problema della creazione del motore ad olio pesante per la navigazione aerea* - Roma, Soc. poligr. ital., 1929, 4.o, br., pp. 247, ill.

Stato attuale del problema delle grandi concentrazioni di potenza nei motori a combustione interna - Padova, Soc. Coop., 1929, 4.o, br., pp. 165, ill.

L'evoluzione dei motori a combustione interna dall'epoca della definitiva realizzazione del motore a precompressione - Padova, Soc. Coop., 1928, 4.o, br., pp. 63, ill.

Lorenzetti Giulio - *Itinerario Sansoviniano a Venezia. (In occasione della traslazione dei resti mortali di Jacopo Sansovino in Basilica di S. Marco ricorrendo il quarto centenario della sua nomina a " proto " della procuratia. MDXXIX-MCMXXIX* - Milano, Archetipografia, 1929, 8.o, br., pp. 93, 35 tav.

Malthus - Munerati Ottavio - *Le disponibilità di alimenti e la densità della popolazione nei postulati di T. R. Malthus. Rilievi critici* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br. pp. 8.

Mancini Augusto - *Un quaderno di scuola di un umanista celebre. (Contributo alla critica dei testi scolastici medioevali)* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 10.

Francesco Zambaldi - *Commemorazione letta nell'Aula Magna della R. Università di Pisa il 14 febbraio 1929* - Pisa, Pacini, 1929, 8.o, br., pp. 16.

Marchesini Giovanni - *La filosofia del " come se " è irrazionale?* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 29.

Digitized by Google

Mattioli Gian Domenico - *Sui moti permanenti rotazionali i cui vortici sono rettilinei e paralleli alla velocità* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 9.

Massalongo C. B. - FORTI ACHILLE - *L'anniversario della morte di C. B. Massalongo* - Verona, Giornale Arena, 21 marzo 1929.

Meschinelli Luigi - *L'attività del Comitato provinciale vicentino per la pesca e l'acquicoltura. 1893-1929.* Vicenza, Peronato, 1929, 16.o br., pp. 39, ill.

Messedaglia Luigi - *Una bolla d'oro del doge Michele Steno* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 11, 2 tav.

Minio Michelangelo - *Un documento ignorato della flora friulana. L'" Herbarium forojuliense Berinii „ della raccolta Contarini* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br. pp. 25.

Le osservazioni fitofenologiche della rete italiana nel 1926 (annata V), 1927 (annata VI) - Forlì, Valbonesi, 1927-1928, 8.o br., pp. 15.

Fenologia e suoi recenti sviluppi. Primi risultati italiani - Treviso, Longo e Zoppelli, 1929, 8.o, br., pp. 9.

" Arcani delle piante di Monte Baldo „. Codice Erbario veronese del secolo XVIII - Verona, Veronese, 1929, 8.o, br., pp. 26 e 6 tav.

La Flora urbica di Venezia. (1. Notizia storica, dal sec. XVI al sec. XIX) - Forlì, Valbonesi, 1928, 8.o, br., pp. 18.

Munerati Ottavio - *Le disponibilità di alimenti e la densità della popolazione nei postulati di T. R. Malthus. Rilievi critici* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 8.

Nallino Carlo Alfonso - *Sul libro siro-romano e sul presunto diritto siriaco* - Pavia, Succ. Fusi, 1929, 8.o, br., pp. 261.

Navarra Antonio - *Introduzione al Diritto corporativo. Storia e Diritto* - Milano, Libraria, 1929, 8.o, br., pp. XI, 275.

Ongaro Dante - *La concentrazione idrogenionica nell'uovo del filugello* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 10, fig.

Ovio Giuseppe - *Influenza del nero sulla visione* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 16, 2 tav.

Teoria ottica della retina - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 4.

Padova - GEROLA GIUSEPPE - *Gli stemmi cretesi dell'Università di Padova* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 39.

Paternò Emanuele - *Conferenze e Discorsi scientifici (1877-1926)* - Roma, S. Cremonese, 1928, VII, 8.o, br., S. Cremonese, 1929, pp. 202, ritratto.

Pennato Papinio - *Contributo allo studio della poliomielite acuta dell'adulto* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 10.

Petragnani Enrico - *Il Sahara tripolitano (Presentazione di Corrado Zoli)* - Roma, Sindacato ital. arti graf., 1928, 8.o, br., pp. XXI, 516, ill. tav.

Picchini L. - *Semeiologia degli apici polmonari* - 1928, 8.o, br., pp. 40, ill.

Digitized by Google

Ralz Odorico - *Le operazioni libiche sul 29° parallelo Nord (Riassunto e saggio critico)* - Roma, Sindacato ital. arti graf., 1929, 8.o br., pp. 86, incis. e tav.

Rizzoli Luigi - *Contraffazioni barbariche di dramme massaliote rinvenute recentemente a Padova* - Venezia, Ferrari, 1928, 8., br., pp. 5.

Sacilotto Ines - *Normali associate alle direzioni di una varietà generica a tre dimensioni giacente in uno spazio lineare a sei dimensioni* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 5.

Salata Francesco - *Per la storia diplomatica della Questione Romana. I. Da Cavour alla Triplice Alleanza. Con documenti inediti* - Milano, Treves, 1929, 8.o, br., pp. XII, 293.

Sansovino Jacopo - LORENZETTI GIULIO - *Itinerario Sansoviniano a Venezia* - Milano, Architipografia, 1929, 8.o, br., pp. 93, 15 tav.

Sardegna - SEGHETTI GAETANO - *La mano d'opera agricola e la colonizzazione in Sardegna* - Roma, Senato (Bardi), 1929, 8.o, br., pp. 194, 1 carta.

Seghetti Gaetano - *La mano d'opera agricola e la colonizzazione in Sardegna* - Roma, Senato (Bardi), 1929, 8.o, br., pp. 194. 1 carta.

Segre Arturo - *Emanuele Filiberlo I (1528-1559)* - Torino, G. B. Paravia & C., 1928, 8.o, br., pp. 178, ritr. tav. — *II (1559-1580)* - Torino, G. B. Paravia & C., 1928, 8.o, br., pp. 291, ritr. tav.

Vittorio Emanuele I (1759-1824) - Torino, G. B. Paravia, 1928, 8., br., pp. 322, ritr. tav.

Segre Beniamino - *Studio dei complessi quadratici di rette di S_4* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 55.

Sona Luigi - *Sulle formule di rappresentazioni degli integrali della Dinamica Elastica* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp, 23.

Spallanzani Lazzaro - *Municipio di Reggio nell' Emilia. Onoranze a Lazzaro Spallanzani nel II centenario dalla nascita. XII Gennaio 1929* - Reggio Emilia, Off. graf., 1929, 8.,o br., pp. X, 458.

Steno - L. MESSEDAGLIA - *Una bolla d'oro del doge Michele Steno* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 11, 2 tav.

Trento - GEROLA GIUSEPPE - *Architettura minore e rustica trentina.* 4.o br., pp. 11, ill.

Vitali Giuseppe - *Calcolo indiretto di alcuni determinanti. Nota* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 6.

Forme differenziali a carattere proiettivo associate a certe varietà. Nota - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 8.

Vittorio Emanuele I - *(1759-1824) di* SEGRE ARTURO - Torino, Paravia, 1928, 8.o, br., pp. 322, ritr. tav.

Wigmore Jhon Henry - *A panorama of the world's legal systems* - Saint Paul, 1928, 8.o, tela, vol. 3, ill. e tav.

Zambaldi Francesco - *Commemorazione letta nell'Aula Magna della R. Università di Pisa il 14 febbraio 1929 da* AUGUSTO MANCINI - Pisa, Pacini, 1929, 8.o, br., pp. 16.

Digitized by Google

Zanolli Almo - *Appunti critici e linguistici a due antiche versioni armene di un frammento euripideo* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 5.

Zwirner Giuseppe - *Dimostrazione analitica di un teorema relativo alle forme quadratiche a determinante diverso da zero. Nota* - Venezia, Ferrari, 1929, 8.o, br., pp. 3.

Digitized by Google

INDICE GENERALE DEL TOMO LXXXVIII

DELLA PARTE PRIMA

PER AUTORI, PER NOMI E PER MATERIE

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

INDICE GENERALE

PER AUTORI, PER NOMI E PER MATERIE

INDICE DELLA PARTE PRIMA

PER AUTORI E PER NOMI

ALBERTI B. A. - Sui moduli di rigidità e viscosità del ferro e dell'indalatans a varie temperature (*cenno*), p. 87.

ALBERTOTTI GIUSEPPE - La mortificazione di G. Cesare Cordara poeta (*cenno*), p. 3.

AMADORI MARIO - I fenomeni di ossidazione delle soluzioni tartriche alcaline di manganese. Nota (*cenno*), p. 14, 15.

ANTI CARLO - Archeologia d'oltremare (*cenno*), p. 8.

ARNOBIO - Questioni Arnobiane - C. Marchesi (*cenno*), p. 47.

BARONI BRISEIDE - Sull'equilibrio di una porzione di superficie rigata sviluppabile (*cenno*), p. 41.

BARSANTI e MATTEUCCI - (Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano) - A. Levi-Cases (*cenno*), p. 88.

BARZIZZA GASPARINO - (Cinquanta lettere inedite di) - L. Bertalot (*cenno*), p. 87-88.

BERTALOT L. - Cinquanta lettere inedite di Gasparino Barzizza (*cenno*), p. 87-88.

BIANCOLINI G. B. e L. PASINI - (Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi) - L. Simeoni (*cenno*), p. 47-48.

BOAGA G. - Sopra una formola trinomia considerata come variazione della densità nell'interno della terra (*cenno*), p. 90.

BORDIGA GIOVANNI - (Relazione del m. e.) segretario del Reale Istituto Veneto, letta nella solenne adunanza del 26 maggio 1929 (*cenno*), p. 51-55.

BRENZONI R. - Francesco Lorenzi e uno dei suoi gioielli d'arte: " Il trionfo dell'aurora „ nel palazzo dei conti Giusti del Giardino in Verona, p. 88-89.

CAGNETTO G. - Setticemia mortale da vibrione (*cenno*), p. 9. — Reperti anatomici dell'appendice nel tifo (*cenno*), p. 86-87.

CATELLANI ENRICO - Sulle vie della

Digitized by Google

pace. La conferenza di Genova (*cenno*), p. 18.

CESSI ROBERTO - " Nova Aquileia „ (*cenno*), p. 20. — Il Costituto di Costantino I. (Il testo) (*cenno*), p. 5, 6.

CHERUBINO SALVATORE - Sul problema della normalizzazione nella teoria generale delle varietà abeliane reali (*cenno*), p. 6.

CHINAGLIA ALCIDE - Sul presunto assorbimento intestinale di polveri inerti (*cenno*), p. 10, 11.

COEN GIORGIO - Sulla pretesa presenza nel Mediterraneo del genere " Hindsia „ H. & A. Adams e di due rarissime forme tirrene di " Pseudomurex „ (*cenno*), p. 91.

COMESSATTI ANNIBALE - Curve algebriche e funzioni fuchsiane. Nota introduttiva (*cenno*), p. 20, 21. — Studi sulle equazioni differenziali fuchsiane di genere zero (*cenno*), p. 86.

CORDARA G. CESARE - (La mortificazione di) poeta - Giuseppe Albertotti (*cenno*), p. 3.

COSTANTINO I - (Il Costituto di) (Il testo) R. Cessi (*cenno*), p. 5, 6.

D'ARCAIS FRANCESCO - (Commemorazione del m. e. prof.) C. A. dell'Agnola, p. 23-33.

DELL'AGNOLA C. A. - Commemorazione del m. e. prof. Francesco d'Arcais, p. 23-33. — Intorno alle successioni di variabili casuali discontinue tendenti ad una variabile casuale limite (*cenno*), p. 5.

DOLFINI G. - Ricerche pel ricambio delle cellule cordali nel digiuno (*cenno*), p. 40.

FABRIS EMMA - Sul potere rifrangente del ioduro di Cadmio (*cenno*), p. 87.

FERRARI GIANNINO - Note sul diritto processuale del Basso Impero (rappresentanze in giudizio ed executor litis) (*cenno*), p. 20.

FORTI ACHILLE, GOLA GIUSEPPE, MESCHINELLI LUIGI, MUNERATI VITTORIO, MINIO MICHELANGELO - Relazione della Commissione nominata dal Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti per giudicare i lavori presentati al concorso di Fondazione Arrigo Forti per il triennio 1926-1928 per la Botanica, p. 43-44.

FORTI ACHILLE - Il basilisco esistente nel Museo Civico di storia naturale a Venezia e gli affini simulacri finora conosciuti. Contributo alla storia della ciarlataneria. (*cenno*), p. 8.

FRADELETTO ANTONIO - Commemorazione del m. e. Pompeo Molmenti, p. 57-84.

GEROLA GIUSEPPE - Gli stemmi cretesi dell' Università di Padova (*cenno*), p. 3, 4. — Alcuni documenti sul paese dei Mócheni (*cenno*), p. 47.

GNESOTTO TULLIO - Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili. Ricerche sperimentali. Nota quarta. (Parte prima) (*cenno*), p. 4, 5. — Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali. Ricerche sperimentali. Nota IV, P. II. (Oscillazioni torsionali libere) (*cenno*), p. 86. — Variazioni di resistenza elettrica di metalli magnetostrittivi in campi elettrici (*cenno*), p. 86.

GOLA GIUSEPPE, MESCHINELLI LUIGI, MUNERATI VITTORIO, MINIO MICHELANGELO, FORTI ACHILLE. Relazione della Commissione no-

Digitized by Google

minata dal Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti per giudicare i lavori presentati al concorso di Fondazione Arrigo Forti per il triennio 1926-1928 per la Botanica, p. 43-44.

GREGORIO DI TOURS (Omero e) - N. Tamassia (*cenno*), p. 36.

LAURA ERNESTO - Sui moti spontanei di particolari sistemi a vincoli anolonomi. Nota (*cenno*), p. 47.

LAZZARINI VITTORIO - Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni (*cenno*), p. 46-47.

LEVI-CASES A. - Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano Barsanti e Matteucci (*cenno*), p. 88.

LICENI RITA - Sulla Forma F_2 del Fubini-Vitali. Nota (*cenno*), p. 42.

LORENZI FRANCESCO e uno dei suoi gioielli d'arte: " Il trionfo dell'aurora „ nel palazzo dei conti Giusti del Giardino in Verona. R. Brenzoni, p. 88-89.

MARCHESI C. - Questioni Arnobiane, (*cenno*), p. 47.

MANCINI AUGUSTO - Un quaderno di scuola di un umanista celebre. (Contributo alla critica dei testi scolastici medioevali) (*cenno*), p. 14.

MARCHESINI GIOVANNI - La filosofia del " come se „ è irrazionale? (*cenno*), p. 4.

MATTEUCCI e BARSANTI - (Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano) A. Levi-Cases (*cenno*), p. 88.

MATTIOLI GIAN DOMENICO - Sui moti permanenti rotazionali i cui vortici sono rettilinei e paralleli alla velocità. Nota (*cenno*), p. 15.

MESCHINELLI LUIGI, MUNERATI VITTORIO, MINIO MICHELANGELO, FORTI ACHILLE, GOLA GIUSEPPE - Relazione della Commissione nominata dal Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti per giudicare i lavori presentati al concorso di Fondazione Arrigo Forti per il triennio 1926-1928 per la Botanica, p. 43-44.

MESSEDAGLIA LUIGI - Una bolla d'oro del doge Michele Steno. Con 2 tavole (*cenno*), p. 36, 37.

MINIO MICHELANGELO, FORTI ACHILLE, GOLA GIUSEPPE, MESCHINELLI LUIGI, MUNERATI VITTORIO - Relazione della Commissione nominata dal Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti per giudicare i lavori presentati al concorso di Fondazione Arrigo Forti per il triennio 1926-1928 per la Botanica, p. 43-44.

MINIO MICHELANGELO - Un documento ignorato della flora friulana. L'" Herbarium forojuliense Berinii „ della raccolta Contarini (*cenno*), p. 5.

MOLMENTI POMPEO - (Commemorazione del m. e.). Antonio Fradeletto, p. 58-84.

MUNERATI VITTORIO, MINIO MICHELANGELO, FORTI ACHILLE, GOLA GIUSEPPE. MESCHINELLI LUIGI - Relazione della Commissione nominata dal Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti per giudicare i lavori presentati al concorso di Fondazione Arrigo Forti per il triennio 1926-1928 per la Botanica, p. 43-44.

OMERO e GREGORIO di Tours - N. Tamassia (*cenno*), p. 36.

Digitized by Google

Oselladore G. - Il tessuto vescicologo glicogenico nell'intossicazione fosforica (*cenno*), p. 89.

Ovio Giuseppe - Teoria ottica della retina (*cenno*), p. 14. — Influenza del nero sulla visione. Con 2 tavole (*cenno*), p. 37.

Pasini Lodovico e G. B. Biancolini - (Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi) - L. Simeoni, (*cenno*), p. 47-48.

Pennato Papinio - Contributo allo studio della poliomielite acuta dell'adulto (*cenno*), p. 36.

Poato G. - Variazioni cicliche di resistenza elettrica nel ferro in campo magnetico trasverso (*cenno*), p. 87.

Poli R. - Fenomeni elettromagnetici dovuti ad oscillazioni torsionali libere in fili di indilatans magnetizzati (*cenno*), p. 91.

Rizzoli Luigi - Contraffazioni barbariche di Dramme massaliote rinvenute recentemente a Padova (*cenno*), p. 10.

Sacilotto Ines - Normali associate alle direzioni di una varietà generica a tre dimensioni giacente in uno spazio lineare a sei dimensioni (*cenno*), p. 10.

Salvioli Ignazio - Alcune osservazioni intorno al cosidetto blocaggio dell'apparato reticolo endoteliale (*cenno*), p. 40.

Scremin L. - Ricerche sull'azione combinata dei farmaci convulsivanti (*cenno*), p. 37.

Serena Augusto - Presentando un volume di Michele Vocino. " La Nave nel tempo: iconografia della Nave dalle origini ai nostri tempi „, p. 2, 3.

Simeoni L. - Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi. Lodovico Pasini e G. B. Biancolini (*cenno*), 47-48.

Sona Luigi - Sulle formule di rappresentazioni degli integrali della Dinamica Elastica. Nota (*cenno*), p. 15.

Spica Pietro - (Annuncio della morte del m. e. prof.) N. Tamassia, p. 45.

Steno Michele - (Una bolla d'oro del doge). Messedaglia Luigi. Con 2 tavole (*cenno*), p. 36, 37.

Tamassia Nino - Omero e Gregorio di Tours (*cenno*), p. 36.

Tonin M. - Il digiuno inibisce lo choc anafilattico (*cenno*), p. 89-90.

Vitali Giuseppe - Forme differenziali a carattere proiettivo associate a certe varietà. Nota (*cenno*), p. 8.

Vocino Michele - (Presentando un volume di) " La Nave nel tempo: iconografia della Nave dalle origini ai nostri tempi „. A. Serena (*cenno*), p. 2-3.

Zancan P. - Il diagramma di Cyrene (*cenno*), p. 91.

Zanetti G. - Sull'intossicazione sperimentale da benzina. Nota I (*cenno*), p. 91-92.

Zanolli Almo - Appunti critici e linguistici a due antiche versioni armene di un frammento euripideo (*cenno*), p. 18.

Digitized by Google

DELLA PARTE PRIMA

PER MATERIE

Adunanze - Atti: Adunanza ordinaria 25 novembre 1928 p. 1-6
" " 16 dicembre " " 7-11
" " 10 gennaio 1929 " 13-15
" " 17 febbraio " " 17-18
" " 17 marzo " " 19-21
" " 14 aprile " " 35-37
" " 19 maggio " " 39-41
" " 16 giugno " " 45-48
" solenne 26 maggio " " 49-50
" ordinaria 7 luglio " " 85-92

Aquileia - " Nova Aquileia ". Cessi Roberto (*cenno*), p. 20.

Araldica - Gli stemmi cretesi dell' Università di Padova. G. Gerola (*cenno*), p. 3-4.

Archeologia - Gli stemmi cretesi dell' Università di Padova. Gerola Giuseppe (*cenno*), p. 3-4. — Archeologia d' oltremare. Anti Carlo (*cenno*), p. 8. — Rapporto tra le opere di due eruditi veronesi L. Pasini e G. B. Biancolini. L. Simeoni (*cenno*), p. 47-48.

Arte - Francesco Lorenzi e uno dei suoi gioielli d' arte: " Il trionfo dell'aurora " nel palazzo dei conti Giusti del Giardino a Verona. R. Brenzoni (*cenno*), pp. 88-89.

Bibliografia - Presentando un volume di Michele Vocino " La Nave nel tempo: iconografia della Nave dalle origini ai nostri tempi ". A. Serena (*cenno*), p. 2-3. — Catalogo dei libri ed opuscoli pervenuti alla Biblioteca dell' Istituto dal 2 luglio 1928 al 7 luglio 1929, pp. 93-100.

Botanica - Un documento ignorato della flora friulana. L' " Herbarium forojuliense Berinii " della raccolta Contarini. M. Minio (*cenno*), p. 5.

Chimica - I fenomeni di ossidazione delle soluzioni tartriche alcaline di manganese. Nota. Amadori Mario (*cenno*), p. 14-15. — Sul potere rifrangente del ioduro di Cadmio. Emma Fabris (*cenno*), p. 87.

Commemorazioni - Commemorazione del M. E. Prof. Francesco d' Arcais. Dell' Agnola C. A., p. 23-33. — Commemorazione del m. e. Pompeo Molmenti. Fradeletto Antonio, p. 57-84.

Concorsi scientifici - Vedi Relazioni.

Creta - Gli stemmi cretesi dell'Università di Padova. G. Gerola (*cenno*), p. 3-4.

Diplomatiça - Una bolla d' oro del doge Michele Steno. L. Messedaglia (*cenno*), p. 36-37.

Filologia - Il diagramma di Cyrene. P. Zancan (*cenno*), p. 91.

Filosofia - La filosofia del " come se " è irrazionale? Marchesini Giovanni (*cenno*), p. 4.

Fisica - Intorno a fenomeni elettro-

Digitized by Google

magnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili. Ricerche sperimentali. Nota IV. (Parte prima). Gnesotto Tullio (*cenno*), p. 4-5. — Variazioni di resistenza elettrica di metalli magnetostrittivi in campi magnetici. T. Gnesotto (*cenno*), p. 86. — Intorno ai fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali. Ricerche sperimentali. Nota IV. P. II (oscillazioni torsionali libere). T. Gnesotto (*cenno*), p. 86. — Variazioni cicliche di resistenza elettrica nel ferro in campo magnetico trasversale. G. Poato (*cenno*), p. 87. — Sui moduli di rigidità e viscosità del ferro e dell'indalatans a varie temperature B. A. Alberti (*cenno*), p. 87. — Fenomeni elettromagnetici dovuti ad oscillazioni torsionali libere in fili di indalatans magnetizzati. R. Poli (*cenno*), p. 91.

Friuli - Un documento ignorato della flora friulana. L'Herbarium forojuliense Berinii della Raccolta Contarini. M. Minio (*cenno*), p. 5.

Istruzione - Un quaderno di scuola di un umanista celebre. (Contributo alla critica dei testi scolastici medioevali), Mancini Augusto (*cenno*), p. 14.

Legislazione - Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni. V. Lazzarini (*cenno*), p. 46-47. — Nota sul diritto processuale del Basso Impero (rappresentanza in giudizio ed executor litis). G. Ferrari (*cenno*), p. 20.

Letteratura - La mortificazione di G. Cesare Cordara poeta. Albertotti Giuseppe (*cenno*), p. 3. — Appunti critici e linguistici a due antiche versioni armene di un frammento euripideo. Zanolli Almo (*cenno*), p. 18. — Questioni Arnobiane. C. Marchesi (*cenno*), p. 47. — Cinquanta lettere inedite di Gasparino Barzizza. L. Bertalot (*cenno*), pp. 87-88.

Matematica - Intorno alle successioni di variabili casuali discontinue tendenti ad una variabile casuale limite. Dell'Agnola C. A. (*cenno*), p. 5. — Sul problema della normalizzazione nella teoria generale della varietà abeliane reali. Cherubino Salvatore (*cenno*), p. 6. — Forme differenziali a carattere proiettivo associate a certe varietà. Nota. Vitali Giuseppe (*cenno*), p. 8. — Normali associate alle direzioni di una varietà generica a tre dimensioni giacente in uno spazio lineare a sei dimensioni. Sacilotto I. (*cenno*), p. 10. — Sui moti permanenti rotazionali i cui vortici sono rettilinei e paralleli alla velocità. Nota. Mattioli Gian Domenico (*cenno*), p. 15. — Sulle formule di rappresentazioni degli integrali della Dinamica Elastica. Nota. Sona Luigi (*cenno*), p. 15. — Curve algebriche e funzioni fuchsiane. Nota introduttiva. Comessatti Annibale (*cenno*), p. 20 e 21. — Sull'equilibrio di una porzione di superficie rigata sviluppabile. Baroni Briseide (*cenno*), p. 41. — Sui moti spontanei di particolari sistemi a vincoli anolonomi. Nota. Laura Ernesto (*cenno*), p. 47. — Studi sulle equazioni differenziali fuchsiane di genere zero. A. Comessatti

Digitized by Google

(*cenno*), p. 86. — Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano Barsanti Matteucci. A. Levi-Cases (*cenno*), p. 88. — Sopra una formola trinomia considerata come variazione della densità nell' interno della terra. G. Boaga *cenno*), p. 90.

Medicina - Setticemia mortale da vibrione. G. Cagnetto (*cenno*), p. 9. — Sul presunto assorbimento intestinale di polveri inerti, Chinaglia Alcide (*cenno*), p. 10-11. — Contributo allo studio della poliomielite acuta dell' adulto. Pennato Papinio (*cenno*), p. 86. — Influenza del nero sulla visione. Con 2 tavole. Ovio Giuseppe (*cenno*), p. 37. — Ricerche sull' azione combinata dei farmaci convulsivanti. Scremin L. (*cenno*), p. 37. — Alcune osservazioni intorno al cosidetto bloccaggio dell' apparato reticolo endoteliale. I. Salvioli (*cenno*), p. 40. — Ricerche sul ricambio delle cellule cordali nel digiuno. G. Dolfini (*cenno*), p. 40. — Reperti anatomici dell' appendice nel tifo. G. Cagnetto (*cenno*), p. 86-87. — Il tessuto vescicoloso glicogenico nell' intossicamento fosforico. G. Oselladore (*cenno*), p. 89. — Il digiuno inibisce lo choc anafilattico. M. Tonin (*cenno*), p. 89-90. — Sull' intossicazione sperimentale da benzina. Nota I. G. Zanetti (*cenno*), p. 91-92.

Membri effettivi dell' Istituto Veneto defunti: Annuncio della morte del m. e. Bernardo Benussi (*cenno*), p. 35. — Annuncio della morte del m. e. prof. Pietro Spica (*cenno*), p. 45.

Membri effettivi del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere defunti: Mangiagalli Gabba (*cenno*), p. 1.

Mòcheni - (Alcuni documenti sul paese dei). G. Gerola (*cenno*), p. 47.

Numismatica - Contraffazioni barbariche di " Dramme „ massaliote rinvenute recentemente a Padova. L. Rizzoli (*cenno*) p. 10.

Oculistica - Teoria ottica della retina. Ovio Giuseppe (*cenno*), p. 14.

Padova - Gli stemmi cretesi dell' Università di —. G. Gerola (*cenno*), p. 3-4.

Politica - Sulle vie della pace. La conferenza di Genova. Catellani Enrico (*cenno*), p. 18.

Premi scientifici - Vedi Relazioni.

Relazioni - (Relazione del m. e.) segretario del Reale Istituto Veneto letta nella solenne adunanza del 26 maggio 1929. Bordiga Giovanni, p. 51-55. — Relazione della Commissione nominata dal Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti per giudicare i lavori presentati al concorso di Fondazione Arrigo Forti per il triennio 1926-1928 per la Botanica. Gola Giuseppe, Meschinelli Luigi, Munerati Vittorio, Minio Michelangelo, Forti Achille, p. 43-44.

Soci corrispondenti del R. Istituto Veneto defunti: Luigi Sabbatani, Piero Giacosa, Giuseppe Salvioli (*cenno*), p. 1.

Storia - Il Costituto di Costantino I°. (Il testo). R. Cessi (*cenno*), p. 5-6. — " Nova Aquileia „. Cessi Roberto (*cenno*), p. 20. — Omero e

Digitized by Google

Gregorio di Tours. N. Tamassia (*cenno*), p. 36. — Una bolla d'oro del doge Michele Steno. Messedaglia Luigi (*cenno*) p. 36-37. — Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni. Lazzarini Vittorio (*cenno*), p. 46-47. — Alcuni documenti sul paese dei Mócheni. G. Gerola (*cenno*), p. 47. — Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi Lodovico Pasini e G. M. Biancolini. L. Simeoni (*cenno*), p. 47-48. — Il diagramma di Cyrene. P. Zancan (*cenno*), p. 91.

Università di Padova - (Gli stemmi cretesi dell'). G. Gerola (*cenno*), p. 3-4.

Venezia - Una bolla d'oro del doge Michele Steno. L. Messedaglia (*cenno*), p. 36-37. — Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni. V. Lazzarini (*cenno*), p. 45-47.

Verona - Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi Lodovico Pasini e G. B. Biancolini. L. Simeoni (*cenno*), p. 47-48.

Zoologia - Il " Basilisco „ esistente al Museo Civico di Storia Naturale a Venezia e gli affini simulacri finora conosciuti. Contributo alla storia della Ciarlataneria. Forti Achille (*cenno*), p. 8. — Sulla pretesa presenza nel Mediterraneo del genere " Hindicas „ H. X A. Adams e di due rarissime forme tirrene di " Pseudomurex. G. Coen (*cenno*), p. 91.

Digitized by Google

ATTI

DEL

REALE ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ANNO ACCADEMICO 1928-1929

TOMO LXXXVIII

Digitized by Google

Digitized by Google

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

PARTE SECONDA

(*Pubblicazioni letterarie e scientifiche*)

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

PREM. OFF. GRAFICHE CARLO FERRARI - VENEZIA 1928 (ANNO VII° E. F.)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Correnti longitudinali in strati cilindrici di ferro per variazioni di magnetizzazioni longitudinali e circolari.

DOTT. BRISEIDE BARONI

(*presentata dal prof. T. Gnesotto, m. e., nell'ad. ord. 1 luglio 1928*)

§ 1. — In questa Nota riferisco su alcune ricerche eseguite misurando le correnti che percorrono longitudinalmente uno strato cilindrico magnetico, praticamente indeformato, sottoposto a magnetizzazioni elicoidali variabili, allo scopo di allargare le indagini sull'effetto *principale* nei processi di magnetizzazione elicoidale ciclica del ferro, appartenenti alla *III^a classe* nel quadro generale presentato dal Prof. GNESOTTO(1) nella sua Nota: " *Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili* ".

Rimando quindi a questa Nota per quanto riguarda il dispositivo sperimentale relativo alle canne corte (2) ed il metodo per la descrizione dei cicli di corrente longitudinale i_l quando si faccia percorrere da una corrente sinoidale a lento periodo:

1° l'avvolgimento longitudinale A_l, producendo quindi un campo alternato circolare H_c in presenza o no di un campo longitudinale H_l costante (*1ª specie*),

2° l'avvolgimento circolare A_c producendo un campo alternato longitudinale H_l in presenza di un campo circolare H_c costante (*2ª specie*),

3° gli avvolgimenti A_l ed A_c in serie producendo campi alternati variabili sinoidalmente lungo eliche di direzione costante (*3ª specie*).

Digitized by Google

§ 2. — *1ª specie* — H_c *variabile*, H_t *costante*. Il campo circolare varia con legge sinoidale. La corrente i_t che si sviluppa

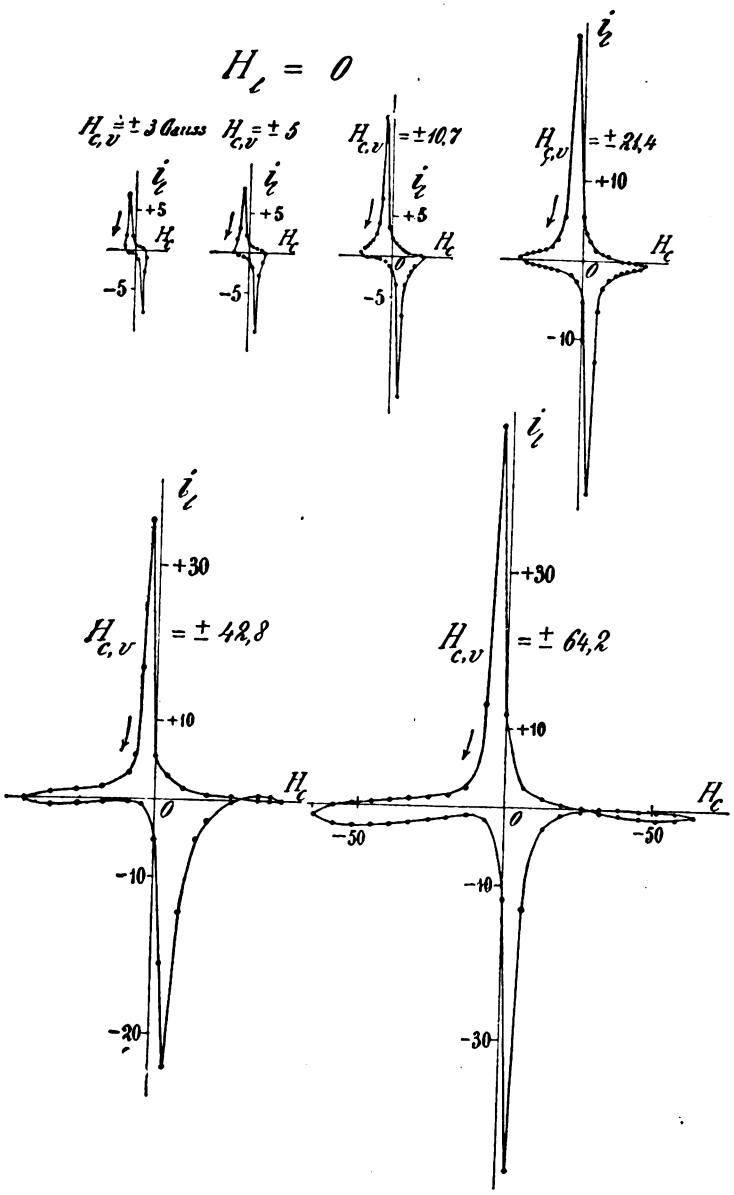


Fig. 1

Digitized by Google

lungo il cilindro cavo segue le variazioni di magnetizzazione circolare; la massima i_l si ha in corrispondenza alla massima permeabilità magnetica (3).

Anzitutto in una serie descritta per $H_l = o$ mi propongo di far vedere che l'effetto della variazione del campo circolare cresce con l'ampiezza di questo. Occorre però sorpassare per $H_{c,v}$ i *3 Gauss* perchè il fenomeno sia bene avvertibile come si vede dalla fig. 1, nella quale riporto sei cicli che danno le correnti i_l per ampiezze diverse $H_{c,v}$ dei campi circolari. Le ampiezze $H_{c,v}$, segnate accanto ai relativi cicli, sono *Gauss 3 - 5 - 10,7 - 21,9 - 42,8 - 64,2*.

I cicli risultano centrati e le $i_{l,m}$ sono funzioni crescenti di $H_{c,v}$.

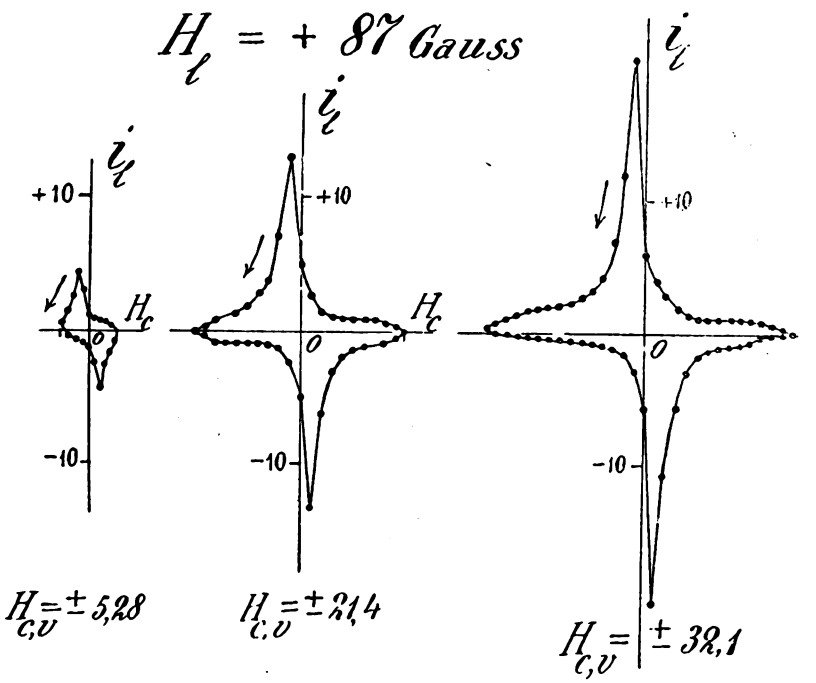


Fig. 2

Per il campo di massima ampiezza *64,2* si presenta evidente l'assimmetria ai vertici rispetto all'asse delle ordinate (cappio

Digitized by Google

di destra), assimetria già avvertibile nel penultimo ciclo della serie.

Una seconda serie feci con campo longitudinale costante di *87 Gauss* la cui presenza produce un' evidente diminuzione di effetto, essa è descritta nella fig. 2 per ampiezze di campo circolare rispettivamente di *5 - 21,4 - 32 Gauss*. Ciò conferma quanto asserì il GNESOTTO(1) ed è in relazione alla fig. 45 della Nota citata.

La legge di variazione di i_l è analoga a quella ottenuta per $H_l = o$. La presenza del campo longitudinale costante ritarda rispetto ad $H_{c,v}$ il manifestarsi delle assimetrie che nell' ultimo ciclo di questa serie sono dell' ordine di grandezza di quelle presentate nella serie di parametro $H_l = o$ dal ciclo descritto per $H_{c,v} = \pm$ *21,4 Gauss*.

Nella Ia Tabella numerica dò un esempio del metodo col quale ho seguito il processo ciclico e si tratta di dati relativi ad un ciclo generico qual' è quello descritto per $H_l = 87$ *Gauss*, $H_{c,v} = \pm$ *21,4 Gauss*.

TABELLA I

$+ H_c$	i_l	$- H_c$	i_l
0	— 5,2	0	+ 5,1
2,14	— 14,9	2,14	+ 13,8
4,28	— 7,1	4,28	+ 7,1
6,42	— 5,6	6,42	+ 3,9
8,56	— 2,3	8,56	+ 2,8
10,70	— 2	10,70	+ 1,9
12,84	— 1,7	12,84	+ 1,3
14,98	— 1,2	14,98	+ 1,1
17,12	— 1,1	17,12	+ 0,9
19,26	— 0,1	19,26	+ 0,2
21,40	— 0,8	21,40	0
19,26	— 0,05	19,26	— 0,2
17,12	+ 0	17,12	— 0,8
14,98	+ 0,2	14,98	— 0,8
12,84	+ 0,8	12,84	— 0,8
10,70	+ 0,8	10,70	— 0,9
8,56	+ 0,8	8,56	— 0,9
6,42	+ 0,9	6,42	— 1
4,28	+ 1,1	4,28	— 1,1
2,14	+ 2,2	2,14	— 2,2
		0	— 5,2

Digitized by Google

Nella prima colonna di questa tabella sono riportati i valori in Gauss dei campi circolari alternati, nella seconda i corrispondenti valori di i_l in deviazioni del galvanometro.

Un esame comparativo dei risultati ottenuti nei due casi in cui $H_l = o$, $H_l = 87$ *Gauss* porta anche alla seguente conclusione.

Per piccoli valori di $H_{c,v}$ nell'una e nell'altra serie l'ascissa corrispondente ad $i_{l,m}$, che indico con $H_{c.m}$, va spostandosi verso campi H_c maggiori; ma poi si fissa stabilmente ad un valore che dipende da H_l e che è massimo per $H_l = o$ ed eguale a *2,57*; per $H_l = 87$ il campo $H_{c,m} = 2{,}25$.

Nella Tabella II^a ho raccolto alcuni dati numerici che provano quanto più sopra ho asserito.

TABELLA II

$H_{c,v}$	H_l	$i_{l,m}$	$H_{c,m}$
± 1,5	0	1,4	1
± 3	0	7,5	1,93
± 5	0	9,95	2,14
± 10,7	0	16,45	2,15
± 21,4	0	26,5	2,57
± 42,8	0	34	2,57
± 64,2	0	39,4	2,57
± 5,28	87	4,75	0,53
± 21,8	87	14,35	2,25
± 32,1	87	18	2,25

2^a specie — H_c costante, H_l variabile.

§ 2. — Nella seconda specie il fenomeno è molto esiguo, ed è necessario che l'ampiezza del campo longitudinale alternato superi i *120 Gauss* circa perchè sia rivelabile.

Digitized by Google

Nella fig. 3 ho riportato quattro cicli descritti tutti per $H_{i,v} = \pm 174$ *Gauss* e per intensità di campo circolare diverse, da $H_c = 2{,}5$ ad $H_c = 21{,}8$ *Gauss*.

Tracciati prendendo sull'asse delle ascisse i valori di H_i e su quello delle ordinate le corrispondenti i_i, i cicli risultano sim-

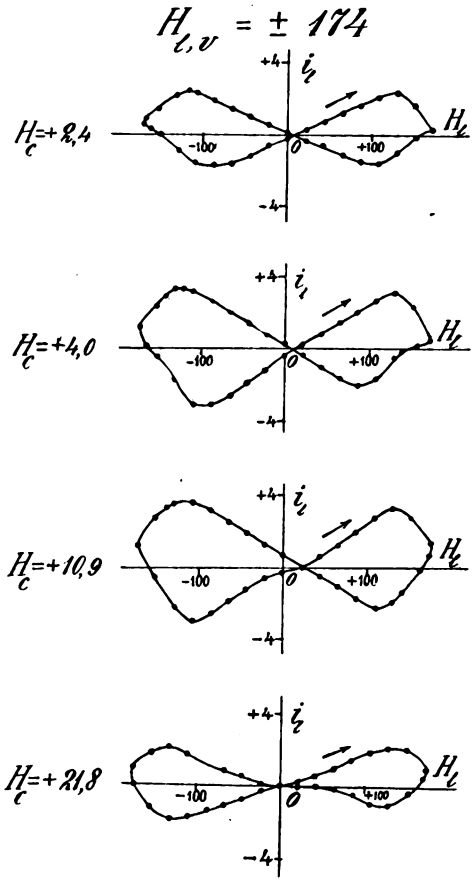


Fig. 3

metrici rispetto all'asse delle ordinate e presentano il fenomeno in modo più cospicuo quando si operi in presenza di un campo circolare costante per il quale si abbia la massima permeabilità.

La durata di un periodo è $\tau = 300^s$; il processo fu eseguito

Digitized by Google

lento appositamente perchè si tratta di un fenomeno molto delicato e per mettersi al coperto da qualunque disturbo elettromagnetico puro.

Non può esserci dubbio sull' esistenza di queste tenui forze elettromotrici che si destano in questo lento processo di variazione della induzione magnetica circolare.

3ª specie — H_c variabile, H_l variabile.

§ 3. — Mi sono occupata in particolar modo di quei processi di *3ª specie* nei quali variano sinoidalmente in concordanza di fase i due campi longitudinale e circolare così che il campo applicato in ogni punto del materiale è rappresentabile da un vettore alternato sinoidale di costante direzione (5).

Nella sua Nota (6) il Prof. GNESOTTO a questo proposito dà soltanto per sommi capi le caratteristiche fondamentali della specie. In questo § allargai la indagine.

Per questa specie ho descritte due serie distinte.

La prima comprende un gruppo di cicli descritti con un ampiezza costante di campo longitudinale $H_{l,v} = 27$ *Gauss* e con ampiezze variabili di campo circolare da *Gauss 3,3* a *42*. Essi presentano un aspetto del tutto simile a quelli della prima specie descritti per $H_l = o$, e perciò credo inutile riportare i grafici.

Si differenziano da quelli della prima specie solo nelle intensità di $i_{l,m}$ che in corrispondenza ad uno stesso $H_{c,v}$ sono maggiori per $H_{l,v} = \pm 27$ *Gauss* che non per $H_l = o$ come fu già notato dal Prof. GNESOTTO.

In questa serie, come in quella della *1ª specie* ottenuta per $H_l = o$, si riscontrano assimmetrie ai vertici del ciclo oltre $H_{c,v} > 40$ *Gauss*.

La fig. 4 contiene la seconda serie di cicli. In essa ne riporto due già ottenuti dal GNESOTTO.

Essi sono descritti con un' ampiezza comune $H_{c,v} = 21,8$ e per ampiezze di campo longitudinale variabili da *13* a circa *300 Gauss*.

In essa si vede la evoluzione che il processo ciclico subisce

Digitized by Google

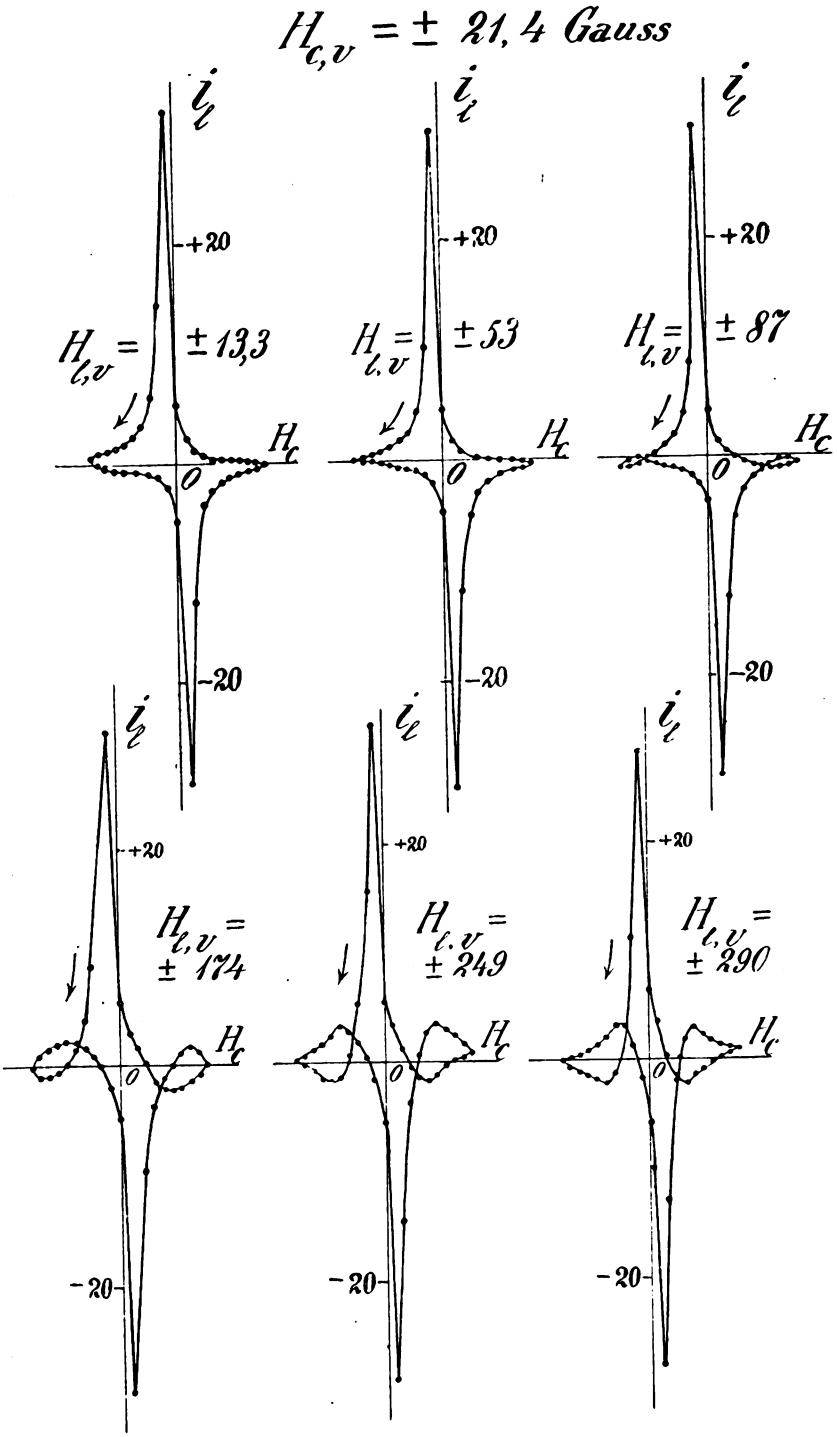


Fig. 4

Digitized by Google

quando si faccia gradualmente aumentare l' ampiezza del campo H_t mantenendo $H_{c,v} = 21{,}4$.

Dapprima i cicli si mostrano regolari; i punti angolosi quasi cuspidali ai vertici del secondo ciclo sono indizio della prossima nascita dei cappi, nel terzo ciclo avviene il primo rovesciamento di verso in vicinanza ai vertici; sono le azioni reciproche della magnetizzazione longitudinale sulla circolare che si rivelano con la corrente i_l che invece di crescere e poi decrescere in valore assoluto ai vertici, in questi punti ha vicenda opposta.

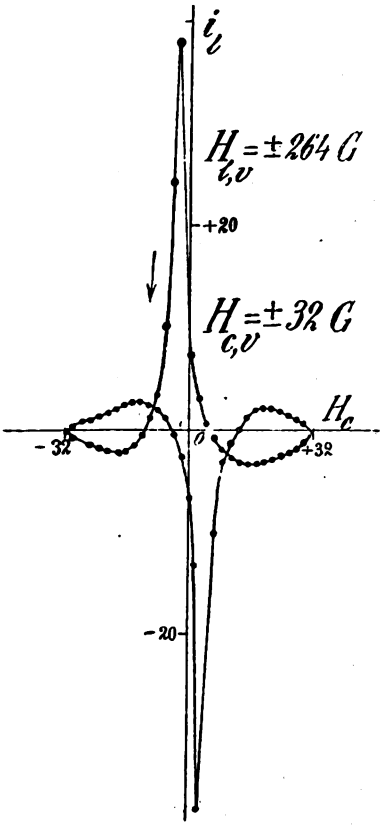


Fig. 5

Non ancora spiegabili, ma ripetutamente accertate, sono le forme ottenute per le grandi $H_{l,v}$ in particolare del sesto ciclo al quale gradualmente si arriva dal terzo, come ben vedesi.

Le $i_{l,m}$ in questa serie per $H_{c,v} = cost$ sono pressochè le stesse.

Qualche lieve differenza è imputabile a non perfetta eguaglianza dei periodi, circostanza questa essenziale per avere risultati confrontabili e che nelle mie misure, conforme alle indicazioni del Prof. Gnesotto, fu mia costante preoccupazione.

Un ciclo eseguito per

$$H_{c,v} = \pm 32 \text{ Gauss} \text{ ed } H_{l,v} = \pm 270 \text{ Gauss}$$

che riporto a parte nella fig. 5 mostra come aumentando l' ampiezza del campo circolare si possano in certo qual modo ritardare

Digitized by Google

rispetto ad $H_{l,v}$ queste singolari variazioni di forma dei cappi terminali del ciclo.

In esso infatti i cappi terminali presentano discontinuità di curvatura soltanto ai vertici del ciclo.

I risultati ottenuti e quì sopra esposti sono raccolti nella seguente tabella nella quale le $i_{l,m}$ sono espresse in divisioni del galvanometro.

TABELLA III

$H_{c,v}$	$H_{l,v}$	$i_{l,m}$	$\lvert H_{c,m} \rvert$
± 3,31	± 27	6,6	1,92
± 5,3	± 27	12,9	1,92
± 10,7	± 27	22,4	2,14
± 21,4	± 27	29,1	2,35
± 32,5	± 27	34,5	2,57
± 42,8	± 27	40,3	3,85
± 21,4	± 13,3	30,4	2,35
± 21,4	± 26	28,8	2,35
± 21,4	± 52,2	30,2	2,35
± 21,4	± 87	29	2,35
± 21,4	± 174	29,4	2,35
± 21,4	± 261	29,6	2,35
± 21,4	± 296,3	28,5	2,35

Dai dati offerti dalla quarta colonna di questa tabella si può anche dedurre che per piccoli valori di $H_{c,v}$ l'ascissa corrispondente ad $i_{l,m}$ va spostandosi verso campi H_c maggiori e che per una determinata ampiezza del campo circolare essa si fissa ad un valore che è indipendente dall'ampiezza del campo longitudinale.

Il presente lavoro fu eseguito nell'Istituto di Fisica Sperimentale del R. Università di Padova diretto dal chiarissimo prof. G. VICENTINI.

Digitized by Google

CITAZIONI

(1) T. Gnesotto - *Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili. Ricerche Sperimentali. (Nota III).* Capitolo IX. Atti R. Ist. Veneto, Vol. 87 pag. 1466 (1928).
(2) T. Gnesotto - Vedi (1) *(Nota I).* Capitolo II. § 14 pag. 1330.
(3) T. Gnesotto - Vedi (1). Capitolo IX. § 57, pag. 1471.
(4) T. Gnesotto - Vedi (3) § 57, pag. 1473.
(5) T. Gnesotto - Vedi (2) Capitolo I. § 9, pag. 1322.
(6) T. Gnesotto - Vedi (1) Capitolo IX. § 59, pag. 1474.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 20 novembre 1928*)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

1928 N. 1-2-3

OSSERVATORIO GEOFISICO

DEL

SEMINARIO PATRIARCALE DI VENEZIA

BOLLETTINO MENSILE

Gennaio - Febbraio - Marzo 1928

Delle Osservazioni Meteorologiche Anno 93°
„ „ Geodinamiche „ 24°

COORDINATE DELL'OSSERVATORIO

LATITUDINE		45° 25' 48",9 N
LONGITUDINE	*in tempo*	*in arco*
dal merid. dell'EUROPA CENTRALE	0h 10m 41s,02	2° 40' 19",7 W
da GREENWICH	0h 49m 18s,2	12° 19' 40",3 E
„ ROMA (M. Mario)	0h 0m 28s,2	0° 07' 01",49 W
„ „ (Coll. Rom.)	0h 0m 34s,7	0° 08' 40",50 W
„ „ (Campidoglio)	0h 0m 38s,14	0° 9' 25",7 W

I pozzetti dei Barometri si trovano a m. 25,00 sul. liv. m. del mare.

Digitized by Google

MESE D

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Medi
1	769.34	769.10	771.18	769.87	3.5	0.0	1.0	3.8	3.1	1.
2	71.58	68.76	69.49	69.94	3.0	-1.0	0.9	2.1	0.0	0.
3	66.71	66.16	67.35	66.80	1.0	-1.7	-0.9	1.0	1.0	-0.
4	70.16	69.69	70.33	70.06	2.9	-0.2	1.0	2.9	1.9	1.
5	66.15	64.15	63.80	64.70	1.8	0.3	1.4	2.0	1.8	1.
6	65.20	62.47	58.75	62.14	2.5	-0.2	0.7	2.9	1.4	1.
7	59.32	59.17	61.32	59.93	4.5	0.3	1.0	4.7	3.1	2.
8	61.53	60.76	62.08	61.45	7.0	1.5	2.9	7.0	5.0	4.
9	62.81	61.86	63.08	62.58	6.1	3.0	4.5	6.8	6.0	4.
10	63.72	62.86	63.40	63.32	7.8	4.0	5.7	7.8	6.6	6.
I. Dec.	**765.67**	**764.49**	**765.07**	**765.07**	**4.0**	**0.5**	**1.8**	**4.1**	**2.9**	**2.**
11	61.85	59.65	59.97	60.49	10.8	4.2	4.9	11.2	7.6	6.
12	61.05	61.10	63.79	61.98	10.6	4.9	5.5	10.8	7.4	7.
13	62.14	60.41	60.27	60.94	8.6	3.9	5.0	8.9	5.7	5.
14	59.20	58.68	59.93	59.27	6.8	0.3	1.0	5.9	4.0	3.
15	59.61	58.73	58.66	59.00	5.0	1.8	3.0	5.0	4.9	3.
16	54.79	51.71	50.45	52.31	8.5	4.1	5.8	7.4	7.8	6.
17	51.75	53.51	56.80	54.02	8.8	6.2	7.1	7.5	8.3	7.
18	59.19	59.57	62.28	60.34	9.0	5.8	6.7	9.0	7.6	7.
19	64.46	62.59	62.46	63.17	7.2	2.3	3.3	6.6	5.5	4.
20	64.76	65.41	68.13	66.10	7.6	2.2	4.5	8.0	6.5	5.
II. Dec.	**759.88**	**759.13**	**760 27**	**759.76**	**8.2**	**3.5**	**4.6**	**8.0**	**6.5**	**5.**
21	69.98	68.63	68.25	68.95	6.5	2.1	3.5	7.0	4.5	4.
22	63.69	61.49	62.40	62.52	5.2	2.0	2.8	5.1	3.0	3.
23	63.56	65.46	67.94	65.65	5.4	1.9	2.8	5.6	4.6	3.
24	70.73	69.99	70.98	70.56	5.9	1.8	3.4	6.0	3.1	3.
25	71.13	71.03	73.12	71.76	5.4	1.1	2.5	4.9	5.3	3.
26	74.60	72.66	69.87	72.37	8.5	4.0	4.9	9.0	7.0	6.
27	65.66	64.41	64.83	64.96	7.1	3.9	4.8	6.5	6.0	5.
28	66.35	65.88	66.07	66.10	8.0	5.0	6.0	8.3	6.2	6.
29	63.54	61.79	62.07	62.46	7.3	5.9	6.4	7.4	6.8	6.
30	57.59	52.98	53.24	54.60	9.9	6.0	7.0	10.1	8.3	7.
31	52.10	54.57	58.23	65.16	7.2	4.8	6.5	7.4	6.7	6.
III. Dec.	**765.35**	**764.44**	**765.23**	**765.00**	**6.9**	**3.5**	**4.6**	**7.0**	**5.5**	**5.**
Media mens.	763.63	762.68	763.52	763.28	6.3	2.5	3.6	6.3	4.9	4.

Massima	774.60 il giorno 26	10.8 il giorno 11
Minima	750.45 „ 16	- 1.7 „ 3

Digitized by Google

GENNAIO 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
3.22	3.56	4.17	3.98	91	59	72	74	1	2	3	2
4.21	3.44	4.08	3.91	98	64	99	87	3	1	1	1
3.36	4.27	4.27	3.96	77	94	98	89	0	0	0	0
4.65	4.68	4.40	4.57	94	83	84	87	0	0	0	0
4.23	4.35	4.46	4.31	83	82	85	83	0	0	0	0
4.27	4.77	4.60	4.58	90	84	91	88	0	0	0	0
5.01	5.68	5.53	5.07	81	89	97	89	0	0	0	0
5.29	5.45	5.30	5.01	75	73	81	76	1	0	0	0
5.80	6.21	5.04	5.68	92	84	85	87	0	0	0	0
6.30	6.68	6.32	6.10	77	84	87	82	0	0	0	0
5.44	**4.90**	**4.81**	**4.71**	**85**	**79**	**88**	**84**	**0**	**0**	**0**	**0**
6.36	6.55	5.94	5.95	82	66	76	74	0	0	0	0
5.20	6.11	5.63	5.64	77	63	73	71	1	0	1	0
5.50	6.68	6.11	6.09	84	78	89	83	1	0	0	0
5.65	5.99	5.39	5.34	94	86	88	89	0	0	0	0
5.37	5.71	5.56	5.54	95	87	86	89	0	0	0	0
7.05	7.14	7.24	6.81	88	93	91	90	1	0	1	0
6.78	6.48	7.27	6.84	90	78	89	85	1	1	0	0
6.05	7.19	5.09	6.11	82	84	65	77	0	0	0	0
5.53	5.69	6.12	5.44	78	78	91	82	1	0	0	0
5.60	5.70	5.64	5.64	89	71	78	79	0	0	1	0
6.50	**6.32**	**5.99**	**5.94**	**85**	**78**	**82**	**81**	**0**	**0**	**0**	**0**
5.51	5.23	4.59	4.77	76	70	72	72	1	0	1	0
5.64	5.65	5.10	5.13	84	86	89	86	0	0	0	0
4.64	5.14	4.05	4.61	84	75	63	74	0	0	0	0
5.96	5.94	5.23	5.37	85	85	91	87	0	0	0	0
6.00	5.87	6.35	5.74	91	90	95	92	0	0	0	0
5.56	5.42	5.24	5.40	86	63	71	73	0	0	1	0
5.81	5.02	5.83	5.22	74	69	83	75	0	0	0	0
6.47	6.93	6.35	6.58	92	85	89	88	0	0	0	0
7.66	7.14	6.85	6.88	92	93	93	92	0	0	0	0
6.40	6.64	6.38	6.47	85	72	78	78	1	0	2	1
6.49	6.93	6.80	6.74	90	90	93	91	2	1	0	1
6.46	**5.99**	**5.70**	**5.71**	**85**	**79**	**83**	**82**	**0**	**0**	**0**	**0**
5.13	5.73	5.50	5.45	85	78	84	82	0	0	0	0

7.27 il giorno 17
3.36 „ 3

99 il giorno 2
59 „ 1

Giorni con mare

Calmo (0) 17 | legg. mosso (1) 9 | mosso (2) 3
agitato (3) 2 | grosso (4) — | tempestoso (5) —

Digitized by Google

MESE D

DATA	VENTO — Velocit																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h	12-13
1	17	N	19	N	19	N	24	N	21	NE	17	NE	23	NE	20	NE	16	NE	21	NE	25	NE	37	NE	40	N
2	34	NE	33	NE	31	NE	31	NE	32	NE	30	NE	34	NE	40	NE	34	NE	33	NE	20	NE	26	NE	30	N
3	23	NE	25	NE	23	NE	21	NE	13	NE	12	NE	16	NE	18	NE	16	NE	11	NE	12	NE	11	N	9	
4	4	NW	3	N	4	N	6	SE	2	SE	4	SE	3	S	4	S	2	S	4	S	4	W	4	W	7	S
5	1	NW	2	NW	4	NW	3	NW	1	NW	5	NW	4	NW	2	NW	2	NW	2	NW	3	NW	3	NW	7	N
6	6	NW	8	NW	10	NW	10	NW	8	NW	6	NW	6	NW	9	NW	4	NW	4	NW	3	NW	3	NW	2	N
7	4	SE	5	N	4	NW	6	NW	10	NW		NW	1	NW	7	NW	3	NW	5	SW	6	W	5	W	8	S
8	16	N	12	N	7	NE	9	N	9	N	14	N	12	N	15	N	10	N	9	N	12	N	8	N	5	N
9	6	N	6	N	8	N	5	N	5	N	6	N	5	NW	7	NW	8	N	6	N	4	N	3	N	5	
10	7	N	2	N	5	NW	12	NW	8	NW	6	NW	2	N	7	N	9	N	12	N	4	N	2	N	4	
I. Dec.	11	N	11	N	11	NW	11	NW	10	NW	10	NW	10	NW	12	NW	10N,NE,NW		10	N,NE	9	N,NE	12	N	11	NN
11	7	N	13	N	9	N	5	N	2	N	3	N	5	N	6	N	6	N	7	N	10	N	6	N	5	N
12	14	N	16	N	19	N	15	N	15	N	14	N	17	N	14	N	13	N	11	N	14	N	15	N	3	N
13	17	N	15	N	11	N	9	N	7	W	3	W	3	W	4	W	1	N	1	N	1	NE	2	SE	4	S
14	2	NW	2	NW	2	NW	2	NW	2	NW	3	NW	3	NW	3	NW	5	NW	5	NE	6	NE	5	NW	4	N
15	1	SE	1	SE	1	SE	1	SE		SE	2	SE	4	SE	3	SE	3	SE	4	SE		SE	2	SE	2	S
16	7	N	9	N	9	N	10	N	8	N	12	N	13	NE	19	NE	13	NE	14	N	17	N	17	N	22	
17	14	N	21	NE	26	N	26	N	29	NE	31	NE	32	NE	33	N	28	NE	24	N	25	NE	28	N	27	
18	7	N	8	NW	10	N	9	N	10	NW	9	N	7	N	9	N	10	N	8	N	6	N	4	N	2	
19	7	N	6	NE	8	N	6	N	4	N	5	N	8	N	7	N	10	N	10	N	11	N	11	N	7	
20	17	N	27	N	27	N	20	N	15	N	16	N	20	N	13	N	12	N	8	N	10	NE	12	NE	16	
II. Dec.	9	N	11	N	12	N	10	N	9	N	9	N	11	N	10	N	10	N	9	N	10	N	10	N	9	
21	15	NE	13	NE	15	NE	17	NE	16	NE	17	NE	17	NE	18	NE	15	NE	15	NE	14	NE	15	NE	12	
22		E		E		E		E		E		NE		NE		NE	4	S	4	S	5	S	4	S	7	
23	7	N	10	N	11	N	12	N	13	N	16	N	14	N	18	N	18	N	14	N	15	N	11	N	6	
24	10	NW	16	NW	8	NW	6	W	9	W	12	W	7	NW	4	NW	8	SW	10	SW	7	SW	2	NW	5	S
25	3	W	3	W	3	W	3	W	2	N	4	N	5	N	4	NE	4	NE	5	N	6	N	6	N	5	
26	26	NE	23	NE	16	NE	10	N	10	N	8	N	7	N	10	N	12	N	14	N	16	N	17	N	16	
27	14	N	18	N	16	N	16	NE	15	NE	17	NE	15	N	15	NE	16	NE	19	NE	22	NE	15	NE	14	
28	14	NE	18	NE	16	NE	14	N	15	N	10	N	9	N	9	N	7	N	3	NW	9	NW	9	NW	7	N
29	6	NW	4	NW	5	NW	3	N	4	N	6	N	5	N	5	N	4	N	3	W	7	W	3	W	2	
30	10	N	12	NE	13	NE	11	NE	11	NE	10	NE	11	NE	12	NE	13	NE	19	NE	15	NE	12	NE	12	
31	27	NE	33	NE	32	NE	36	NE	13	NE	38	NE	45	NE	51	NE	49	NE	50	NE	37	NE	36	NE	32	
III. Dec.	12	NE	14	NE	11	NE	13	NE	13	N	13	NE	13	N	14	NE	14	N,NE	12	NE	12	NE	10	NE	10	
Media mensile	10	N	10	N	10	N	11	N	11	N	11	N	11	N	12	N	11	N	10	N	10	N	10	N	10	

Frequenza rela

	N	NE	E	SE
I. decade	65	57	2	4
II. decade	115	42	12	34
III. decade	74	103	6	9
mese	254	202	20	47

Pred

Digitized by Google

GENNAIO 1928

Direzione																	Vento predominante		
13-14h	14-15h	15-16h	16-17h	17-18h	18-19h	19-20h	20-21h	21-22h	22-23h	23-24h	Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
4 NE 46	NE 43	NE 40	NE 44	NE 37	NE	37	NE	36	NE	31	NE	30	NE	34	NE	NE	20	44
9 NE 23	NE 31	NE 28	NE 27	NE 24	NE	23	NE	23	NE	24	NE	21	NE	23	NE	NE	29	46
N 6	N 7	N 9	NW 7	NW 10	NW	14	NW	12	NW	6	NW	6	NW	4	NW	NE	12	28
SW 6	SW 7	SW 5	SW 4	SW 3	SW	5	SW	5	NW	5	NW	4	NW	3	NW	SW	4	7
NW	NW	NW	NW	N	N		N		NW	5	NW	4	NW	5	NW	NW	2	7
NW 7	W 3	SW 5	SW 3	SW 5	SW	5	SW	5	SW	5	SW	4	W	5	NW	NW	5	10
1 SW 14	SW 7	E 7	E 7	NE 11	N	10	N	8	N	16	N	11	N	7	N	NW,N	7	16
NW 2	NW 4	NW 3	N 4	N 4	NW	5	NW	4	NW	3	W	2	NW	3	W	N	7	16
N 1	N 2	N 5	N 3	NW 3	NW	5	NW	7	NW	7	N	9	N	7	N	N	5	9
N 3	NW 3	W 3	W 7	NW 11	NW	14	NW	4	NW	2	N	6	N	5	N	N	5	14
1 NNW 11	N	10 NSW 10	NE, NW 10	NE, NW 10	NW	10	NW	9	NW	10	NW	10	NW	9	NW	NW	10	46
NW 2	NW 1	N 1	N 5	NW 10	NW	10	NW	9	NW	7	N	4	N	10	N	N	6	10
NE 3	NE 5	N 7	N 6	N 12	N	12	E	12	E	18	N	16	N	18	N	N	12	19
SE 4	SE 1	SE 2	SE 5	SE 7	SW	8	W	9	W	4	W	3	W	2	NW	W	5	17
NW 1	NW 2	N W 1	SE 2	SE 2	SE	1	SE	35	SE	1	SE	1	SE	1	SE	NW	2	6
SE 2	SE	SE 3	SE 5	SE 5	SE	4	SE	8	E	6	N	12	N	11	N	SE	3	11
6 NE 25	NE 12	N 25	N 24	N 17	NE	23	NE	38	NE	26	NE	25	N	25	NE	SE	13	38
1 NE 34	NE 9	NE 23	N 19	N 16	NE	13	N	14	NE	19	E	14	E	10	E	N	21	34
N 2	SW 2	SW 4	SW 2	SW 4	N	2	N	5	N	8	N	9	N	4	N	NE	5	10
N 5	E 4	E 6	E 2	E 2	E	2	N	3	N	6	N	9	N	12	N	N	6	11
1 NE 11	NE 3	NE 15	NE 12	NE 13	NE	11	NE	20	NE	20	NE	13	NE	13	NE	NE	15	27
0 NE 8	NE 3	V 8	N 3	V 8	V	8	N	12	V	11	N	10	N	10	N	N	7	38
2 NE 10	NE 12	N 8	N 10	N 12	N	13	N	12	N		N		N		N	NE	11	18
SE 6	SE 8	S 5	S 4	S 4	S	4	S	3	S	3	S	4	N	6	N	S		8
N 2	W 2	NW 3	W 3	NW 8	NW	9	NW	11	NW	12	NW	13	NW	9	NW	N	10	18
SW 8	SW 5	SW 7	SW 7	SW 9	SW	7	SW	6	SW	7	SW	4	NW	5	NW	SW	7	16
N 6	N 5	NW 5	NW 6	NW 6	NW	6	N	10	N	24	NE	22	NE	20	NE	N	7	24
1 NE 8	NE 7	NE 5	E 9	N 14	N	18	NE	14	NE	12	N	14	N	18	N	N	11	26
0 NE 10	NE 15	N 16	NE 15	NE 14	NE	11	NE	14	NE	15	NE	18	NE	16	N	NE	15	22
NW 8	NW 4	NW 6	NW 5	NW 5	NW	4	NW	3	NW	5	NW	8	NW	8	NW	NW	8	18
W 6	W 7	W 8	NE 7	NE 8	NE	8	NE	9	NE	10	N	11	N	16	N	N	6	11
0 NE 12	NE 3	NE 10	NE 10	NE 22	NE	20	NE	13	NE	23	NE	26	NE	23	NE	NE	13	23
6 NE 31	NE 14	NE 46	NE 41	NE 35	NE	25	NE	26	NE	22	NE	21	NE	13	N	NE	32	50
2 NE 8	NE 6	NW 10	NE 9	NE 11	NE	10	NE	10	NE	11	NE	11	NE	10	N	NE	12	26
0 NE 9	NE 6	V 9	N,NE 8	N,NE 9	NE	9	NE	10	NE	10	N	10	N	9	N	N	10	46

I Venti

S	SW	W	NW	calma
4	18	10	80	—
—	5	8	24	—
12	13	16	38	—
16	36	34	42	—

nte N

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione cm.² di alcool evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	1	2	0	1	—	—	—	6 40	—
2	1	1	9	3	—	—	—	7 35	—
3	7	10	10	9	—	—	—	0 00	—
4	9	6	9	8	—	—	—	2 30	—
5	10	10	10	10	—	—	—	0 00	—
6	10	10	10	10	—	—	—	0 00	—
7	0	0	0	0	—	—	—	6 25	—
8	5	8	5	6	—	—	—	1 40	—
9	10	10	10	10	—	—	—	0 00	—
10	10	7	3	6	—	—	—	0 00	—
I. Dec.	**6**	**6**	**6**	**6**				**23 10**	—
11	2	0	3	1	—	—	—	8 00	—
12	2	0	0	0	—	—	—	7 40	—
13	0	0	3	1	—	—	—	8 00	—
14	10	0	10	6	—	—	—	3 05	—
15	8	9	10	9	—	—	—	0 00	—
16	10	6	10	8	—	—	—	0 00	—
17	10	7	9	8	—	—	—	0 00	—
18	4	0	2	2	—	—	—	6 35	—
19	0	7	3	3	—	—	—	3 30	—
20	10	1	0	3	—	—	—	4 10	—
II. Dec.	**5**	**3**	**5**	**4**			—	**41 00**	—
21	4	9	0	4	—	—	—	4 20	—
22	3	3	0	2	—	—	—	7 20	—
23	9	6	4	6	—	—	—	0 00	—
24	4	5	10	6	—	—	—	7 40	—
25	10	10	10	10	—	—	—	0 00	—
26	2	2	10	5	—	—	—	6 50	—
27	10	10	10	10	—	—	—	0 00	—
28	10	10	10	9	—	—	—	0 00	—
29	10	10	10	10	—	—	—	0 00	—
30	4	4	10	7	—	—	—	0 00	—
31	10	10	10	10	—	—	—	0 00	—
III. Dec.	**6**	**7**	**7**	**7**				**26 10**	—
Media mens.	6	5	6	6			Totali mensili	90 20	—

Stato del cielo:	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡
giorni	7	11	13	4	4	6	6

Digitized by Google

GENNAIO 1928

Evaporazione totale (all'ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
1.7	—	—	—	—	≡
1.9	—	—	—	—	≡
0.0	—	—	—	—	
0.2	—	—	—	—	≡ pomeriggio ≡¹ sera
0.0	—	—	—	—	≡² mattino ≡² pomriggio
1.0	—	—	—	—	≡³ mattino ≡³ pomeriggio ≡³ sera
0.0	—	—	—	—	≡³ mattino ≡¹ pomeriggio ≡² sera
1.0	—	—	—	—	
0.5	—	—	—	—	≡² mattino ≡² pomeriggio
1.0	—	—	—	—	≡¹ mattino ≡¹ pomeriggio
7.3	—	—	—	—	
1.0	—	—	—	—	≡² mattino
1.7	—	—	—	—	≡ mattino
1.0	—	—	—	—	∨ mattino ≡¹ mattino ≡ sera
0.0	—	—	—	—	∨ mattino ≡³ mattino ≡ pomeriggio ≡¹ sera
0.2	—	—	—	—	≡³ mattino ≡¹ pomeriggio ≡³ sera
1.1	2.8	—	—	—	≡³ mattino ≡ pomeriggio ● sera
0.2	1.2	—	—	—	
1.0	—	—	—	—	
1.2	—	—	—	—	∨ mattino ≡ sera
1.3	2.1	—	—	—	≡ mattino ● mattino
8.7	6.1	—	—	—	
1.5	—	—	—	—	
1.0	—	—	—	—	≡² sera
1.1	—	—	—	—	≡ pomeriggio
0.9	—	—	—	—	≡² mattino ≡ pomeriggio ≡³ sera
0.2	2.7	—	—	—	≡² mattino ● mattino ≡² pomeriggio
1.6	—	—	—	—	
2.0	gocce	—	—	—	● gocce
1.0	—	—	—	—	
0.0	2.8	—	—	—	● ≡² mattino ≡ pomeriggio
1.0	1.2	—	—	—	● ≡¹ mattino
1.2	9.1	—	—	—	● mattino
11.5	15.8	—	—	—	
27.5	21.9	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
7	—	—	3	—	—	—	3	—	—

Digitized by Google

MESE I

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	759.79	757 25	756.85	757.96	13.0	5.8	7.6	11.3	8.3	9.2
2	54.58	54.98	57.72	55.76	9.0	4.6	6.0	7.5	6.9	6.6
3	58.38	56.40	57.45	57.41	11.0	5.9	6.8	9.1	8.2	7.7
4	64.24	65.49	68.56	66.09	8.2	3.9	4.4	8.1	7.0	5.8
5	71.68	70.76	69.79	70.74	7.0	2.8	4.0	7.2	5.0	4.7
6	65.83	64.91	65.63	65.45	5.5	1.2	2.9	4.0	4.2	3.4
7	70.27	72.36	74.12	72.25	9.2	1.3	3.4	7.5	5.1	4.6
8	75.45	74.42	75.29	75.05	7.5	1.5	3.5	7.5	6.0	4.6
9	74.45	72.72	71.92	73.03	9.0	1.8	4.1	7.5	6.2	5.2
10	68.10	64.81	62.46	65.12	6.5	2.4	3.9	5.6	5.5	4.5
I. Dec.	**766.27**	**765.41**	**765.98**	**765.88**	**8.6**	**3.1**	**4 6**	**7.5**	**6.2**	**5.6**
11	754.81	750.75	749.79	751.78	5.5	4.0	5.0	5.5	5.5	5.0
12	46.05	45.97	50.15	47.39	19.2	2.5	2.5	8.2	6.5	5.9
13	53.28	52.93	59.25	53.48	12.0	2.7	3.7	9.3	7.5	6.3
14	56.42	55.90	56.45	56.25	11.0	4.0	4.4	8.9	6.5	6.4
15	59.42	60.79	63.06	61.09	14.6	4.9	6.9	12.0	9.4	8.6
16	65.04	64 39	64.03	64.48	11.5	7.6	8.0	11.5	9.0	9.0
17	61.99	58.26	62.80	61.01	10.0	7.8	8.5	10.0	9.0	8.8
18	63.49	64.54	66.51	64.84	12.0	5.0	6.4	11.4	9.5	8.1
19	67.11	66.03	68.81	67.31	10.8	4.0	5.4	10.8	9.0	7.3
20	67.22	66.14	67.86	67.07	10.0	4.2	5.9	10.0	8.1	7.0
II. Dec.	**759.48**	**758.57**	**760.37**	**759.47**	**10.7**	**4.7**	**5.6**	**9.7**	**8.0**	**7.7**
21	772.07	772.55	777.05	772.22	8.1	4.3	7.5	8.0	7.6	6.8
22	68.24	65.01	68.28	67.17	7.9	4 9	5.5	9.0	6.9	6.3
23	72.70	72.65	71.82	72.39	7.5	3.0	5.0	7.4	6.0	5.3
24	71.43	69.48	70.91	70.30	8.4	2.0	2.7	7.8	5.5	4.9
25	74.90	75.15	76.37	75.47	6.1	0.0	1.0	5.5	4.4	2.8
26	76.22	74 59	73.24	74.68	8.0	-1.0	2.9	8.0	6.6	4.6
27	70.06	68.02	67.73	68.60	9.5	-1.0	4.3	9.6	7.5	5.5
28	67.21	66.14	66.42	66.59	10.3	2.9	5.1	10.5	7.6	6.4
29	66.86	66.18	66.98	66.67	9.0	1.1	3.5	8.5	7.5	5.2
III. Dec.	**770.97**	**769.97**	**770.42**	**770.55**	**8.3**	**1.8**	**4.1**	**8.2**	**6.6**	**5.8**
Media mens.	765.57	764.65	765.59	765.30	9.2	3.2	4.7	8.4	6.9	6.2

Massima	776.37 il giorno 25	14.6 il giorno 15
Minima	745.97 „ 12	-1.0 „ 26 e 27

Digitized by Google

FEBBRAIO 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
6.15	6.61	6.49	6.41	79	66	79	74	1	0	1	0
5.94	6.97	6.85	6.58	85	90	91	88	0	0	0	0
6.74	7.13	6.55	6.80	91	82	81	91	1	0	1	0
5.35	5.64	5.45	5.48	85	70	73	76	1	1	0	0
4.83	5.11	5.30	5.08	79	67	81	75	0	0	1	0
4.49	4.41	4.87	4.59	80	72	79	77	0	0	0	0
4.38	6.00	5.14	5.17	74	77	78	76	0	0	0	0
4.80	6.32	6.04	5.72	82	81	86	83	1	0	0	0
5.33	6.21	6.24	5.92	87	80	88	85	1	0	0	0
5.15	6.06	5.41	5.54	85	89	80	84	0	0	0	0
5.41	**6.04**	**5.83**	**5.72**	**82**	**77**	**81**	**80**	**0**	**0**	**0**	**0**
5.60	6.23	5.20	5.67	86	92	77	85	0	0	0	0
4.91	6.66	6.17	5.91	89	82	85	85	0	0	0	0
4.49	6.33	5.46	5.42	75	72	70	72	1	0	0	0
5.66	7.13	6.49	6.42	90	83	90	87	1	0	0	0
5.72	7.96	7.29	6.99	77	76	83	78	1	0	0	0
6.78	8.87	7.65	7.76	84	88	89	87	0	0	0	0
7.60	7.97	8.11	7.89	92	87	95	91	0	0	0	0
6.87	8.08	6.88	7.27	90	80	78	84	0	0	0	0
5.26	7.49	7.42	6.72	78	77	86	80	1	0	0	0
5.89	7.51	6.18	6.52	85	82	76	81	0	0	0	0
5.87	**7.42**	**6.68**	**6.65**	**85**	**81**	**82**	**83**	**0**	**0**	**0**	**0**
5.57	5.91	6.80	6.09	71	73	87	77	0	0	0	0
4.09	5.85	5.40	5.11	60	68	73	67	1	0	0	0
4.49	5.21	5.42	5.04	69	67	77	71	0	0	0	0
4.80	5.82	4.90	5.17	86	73	72	77	0	0	0	0
3.70	3.51	3.87	3.69	74	52	62	62	2	1	0	1
4.39	5.70	3.79	5.29	78	71	79	76	0	0	1	0
5.11	6.49	6.75	6.11	82	72	87	80	0	0	0	0
4.33	5.49	5.94	5.25	67	58	76	67	0	0	0	0
4.22	5.19	5.46	4.95	71	62	70	67	0	0	0	0
4.52	**5.46**	**5.59**	**5.18**	**73**	**66**	**75**	**70**	**0**	**0**	**0**	**0**
5.27	6.30	6.00	5.85	80	74	79	78	0	0	0	0

8.87 il giorno 16
3.51 „ 25

95 il giorno 18
52 „ 25

Giorni con mare

Calmo(0) 16 | legg. mosso(1) 11 | mosso(2) 2
agitato(3) — | grosso(4) — | tempestoso(5) —

Digitized by Google

MESE D

DATA	VENTO — Velocit																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h	12-13
1	14	N	16	N	16	NE	18	N	15	N	16	N	13	N	12	N	12	N	15	N	16	N	12	N	12	
2		N		N		N		N		N		N		N		N		NW		NW		NW		NW		NV
3		N		N		N		N		N		N		N		NW		NW		NW		NW		NW		NV
4	13	N	14	N	13	N	16	N	17	N	14	N	12	N	12	N	13	N	11	N	9	N	8	N	8	
5	26	NE	21	NE	19	NE	18	NE	17	N	20	N	22	N	23	N	19	N	20	N	22	NE	23	NE	27	N
6	10	N	11	NE	12	NE	13	NE	12	NE	10	NE	11	NE	11	NE	10	NE	11	NE	15	NE	12	NE	8	N
7	11	N	14	N	16	N	16	N	16	N	17	N	15	N	12	N	10	NE	6	NE	5	SE	4	SE	9	SI
8	2	SE	4	SE	8	SE	5	SE	7	SE	7	SE	6	SE	7	SE	7	SE	6	SE	8	SE	7	SE	3	SI
9	9	SE	6	SE	7	SE	6	SE	8	SE	6	SE	10	E	4	SE	4	SE	3	SE	4	SE	6	SE	7	SI
10	2	S	7	N	7	NE	10	NE	8	NE	7	NE	11	N	10	N	7	N	7	N	4	N	6	NW	4	
I. Dec.	11	N	12	N	12	NNE	13	N	12	N	11	N	12	N	11	N	10	N	10	N	10	N,SE	10	SE	10	S
11	4	N	5	N	3	N	3	N	3	NW	2	NW	2	NW	3	NW	7	NE	8	NE	10	NE	14	NE	14	N
12	9	W	11	SW	6	SW	7	SW	10	N	9	N	10	N	11	NE	20	N	17	N	14	N	9	N	7	
13	5	N	9	N	4	N	6	SW	6	NW	10	NW	17	NE	24	NE	22	NE	18	NE	11	SE	10	SE	7	S
14	6	NW	2	SE	3	SE	4	SE	4	NE	5	NE	3	NE	4	NE	5	NE	8	NE	12	NE	11	NE	4	N
15	17	NW	16	NW	16	NW	16	NW	16	NW	16	NW	15	NW	14	NW	13	NW	12	NW	10	NW	6	NW	4	NV
16	4	SW	4	SW	7	SW	7	SW	9	SW	7	N	8	W	3	W	4	NW	9	N	10	NE	7	NE	5	S
17	10	SE	8	SE	6	SE	7	SE	5	SE	4	SE	7	SE	8	SE	6	SE	6	SE	11	SE	9	S	6	
18	10	N	6	NE	5	NE	4	N	4	N	7	N	8	N	9	N	5	N	5	N	2	NW	6	E	11	S
19	8	NW	5	NW	4	NW	5	N	5	N	10	N	9	N	8	N	9	N	9	N	11	N	8	N	8	
20	9	N	10	N	9	N	6	NE	8	NE	8	N	8	N	8	NE	8	N	11	N	12	N	5	N	5	N
II. Dec.	8	N,NW	7	var.	6	var.	6	SNW	7	NW	7	N	8	N	9	NE	9	NNE	10	N	10	NE	8	N,NE	8	E,
21	8	E	10	E	8	E	11	E	12	SE	12	SE	8	SE	7	SE	10	SE	25	SE	23	SE	21	SE	11	S
22	7	W	5	SW	7	SW	10	SW	6	SW	7	SW	9	SW	6	SW	5	NW	5	SW	5	SW	8	S	8	
23	11	SE	25	SE	22	SE	13	SE	11	NE	14	NE	16	NE	12	E	25	E	16	E	18	E	15	E	15	
24	11	SE	4	NW	2	NW	2	NW	5	NW	8	NW	6	NE	6	N	8	N	8	N	11	N	7	N	9	I
25	24	NE	29	NE	25	NE	23	NE	23	NE	23	NE	27	NE	29	NE	28	NE	22	NE	31	E	31	SE	27	
26	11	NW	15	NW	12	NW	8	NW	10	NW	10	NW	8	N	4	N	1	N	2	N	4	NW	6	SW	6	S
27	8	SW	5	W	4	NW	2	NW	3	NW	5	NW	6	NW	5	NW	5	N	5	N	5	NE	11	NE	10	I
28	11	N	6	N	11	N	12	N	16	N	14	N	9	N	16	N	23	N	24	N	22	NE	22	SE	18	
29	19	NE	17	N	22	N	21	. N	21	N	22	N	24	N	26	N	22	N	25	NE	23	NE	18	NE	16	I
III. Dec.	12	var.	12	var.	12	NW	11	NW	11	NW	12	NW	12	NNE	12	N	14	N	14	N	15	var.	15	var.	13	
Media mensile	10	N	10	var.	10	var.	10	var.	10	N	10	N	11	N	11	N	11	N	11	N	12	var.	11	var.	10	

Frequenza rela

	N	NE	E	SI
I. decade	85	57	—	5
II. decade	62	36	13	4
III. decade	42	36	16	5
mese	189	129	29	1

Prede

Digitized by Google

FEBBRAIO 1928

Direzione																		Vento predominante		
13-14h	14-15h	15-16h	16-17h	17-18h	18-19h	19-20h	20-21h	21-22h	22-23h	23-24h	Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
) NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	NE	N	N	N	N	14	18
NW	NW	NW	NW	NW	NW	NW	NW	NW	NW	NW	NW	debole	11
SW	SW	SW 13	SW 12	SW 5	S 7	S 12	NE 13	N 16	N 12	N	N	debole	13
1 NE 10	NE 18	N 17	NE 11	NE 15	SE 15	N 19	NE 23	NE 24	NE 28	NE	N	14	28
3 NE 17	NE 12	NE 12	NE 10	NE 11	NE 11	NE 12	NE 11	NE 12	NE 14	N	NE	17	27
NE 4	N 4	N 4	N 5	NW 8	NW 8	N 10	N 10	N 8	N 10	N	NE	9	15
SE 10	SE 4	SE 6	SE 3	SE 3	SE 4	SE 2	SE 4	SE 2	SE 1	SE	SE	8	17
SE 9	SE 5	SE 1	SE 5	SE 5	SE 5	SE 2	SE 3	SE 3	SE 5	SE	SE	5	9
SE 9	SE 6	SE 11	SE 8	SE 6	S 7	S 9	S 6	S 8	S 21	S	SE	6	11
N 2	NE 1	SE 2	SE 6	N 5	N 5	NE 7	NE 7	N 7	N 5	N	N	6	10
) NE 9	NE 7	SE 8	SE 8	NE,SE 7	SE 8	NE 9	NE 10	N 10	N 10	N	N	10	28
3 NE 6	NE 8	NW 7	NW 10	NW 12	NW 8	NW 9	NW 4	NW 4	NW 9	W	NW	7	14
N 6	N 12	NW 7	NW 5	S 5	S 7	N 8	N 5	N 6	N 8	N	N	8	20
SE 6	SE 6	E 5	E 3	E 2	NE 1	NE 1	NE 1	NW 5	NW 6	NW	NE	8	24
E 6	E 9	SE 8	E 5	E 8	E 8	NE 12	NE 13	N 11	N 10	N	NE	7	16
NW 3	SW 3	S 4	S 4	S 6	W 5	S 4	SW 5	SW 3	SW 5	SW	NW	9	17
SE 11	SE 11	SE 7	SE 5	SE 4	SE 7	SE 9	SE 4	SE 5	SE 6	SE	SE	6	11
S 4	S 5	S 7	S 8	S 7	S 7	S 6	S 8	S 12	S 13	S	S	7	13
7 S 12	SW 13	SW 14	SW 9	SW 9	SW 12	SW 9	SW 10	SW 9	SW 6	NW	SW	8	17
3 N 12	NE 16	SE 15	SE 9	SE 7	E 7	E 6	SE 4	SE 3	E 7	N	N	8	16
NE 15	SE 3	SE 5	N 2	N	calma 2	N 5	N 6	N 4	N 6	E		6	12
var. 6	SE 8	SE 7	var. 6	S 6	var. 6	var. 6	var. 6	N 6	N 8	var.	N	7	24
7 SW 18	SW 6	S 22	SW 18	SW 17	SW 16	SW 15	SW 11	SW 10	W 8	SW	SE	13	25
1 S 14	S 12	S 20	SE 22	SE 18	SE 12	E 7	S 8	S 7	N 8	N	SW	9	22
3 SE 10	SE 4	SE 7	SE 5	SE 5	SE 6	SE 6	SE 5	SE 7	SE 6	SE	SE	11	25
NE 7	NE 7	NE 11	NE 8	NE 6	NE 7	NE 2	NE 6	NE 15	NE 23	NE	NE	7	23
5 SE 23	SE 11	SE 21	SE 21	SE 14	NE 12	N 10	N 13	N 10	N 11	NW	NE	21	31
SW 7	SW 4	S 4	S 3	S 6	S 6	S 7	S 8	S 4	SW 3	SW	S	6	15
SE 6	SE 7	SE 7	SE 7	SE 8	SE 7	SE 5	SE 1	SE 4	SE 10	N	SE	5	11
7 SE 12	SE 7	SE 6	SE 8	SE 6	SE 5	SE 7	SE 11	SE 17	N 18	NE	SE	13	24
1 E 11	E 10	SE 7	E 5	E 6	E 10	N 12	N 12	N 16	N 16	N	N	16	26
1 SE 12	SE 7	SE 11	SE 10	SE 9	SE 9	SE 7	SE 8	SE 10	N 11	N	SE	10	26
) var. 9	SE 7	SE 9	SE 8	SE 7	SE 8	var. 7	var. 8	N 9	N 10	N	N	9	28

Venti

S	SW	W	NW	calma
9	5	—	25	—
20	23	5	40	1
15	25	3	20	—
44	53	8	85	1

ale N

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13h	
1	14	N	16	N	16	NE	18	N	15	N	16	N	13	N	12	N	12	N	15	N	16	N	12	N	12	N
2		N		N		N		N		N		N		N		N		NW		NW		NW		NW		NW
3		N		N		N		N		N		N		N		NW		NW		NW		NW		NW		NW
4	13	N	14	N	13	N	16	N	17	N	14	N	12	N	12	N	13	N	11	N	9	N	8	N	8	N
5	26	NE	21	NE	19	NE	18	NE	17	N	20	N	22	N	23	N	19	N	20	N	22	NE	23	NE	27	NE
6	10	N	11	NE	12	NE	13	NE	12	NE	10	NE	11	NE	11	NE	10	NE	11	NE	15	NE	12	NE	8	NE
7	11	N	14	N	16	N	16	N	16	N	17	N	15	N	12	N	10	NE	6	NE	5	SE	4	SE	9	SE
8	2	SE	4	SE	8	SE	5	SE	7	SE	7	SE	6	SE	7	SE	7	SE	6	SE	8	SE	7	SE	3	SE
9	9	SE	6	SE	7	SE	6	SE	8	SE	6	SE	10	E	4	SE	4	SE	3	SE	4	SE	6	SE	7	SE
10	2	S	7	N	7	NE	10	NE	8	NE	7	NE	11	N	10	N	7	N	7	N	4	N	6	NW	4	N
I. Dec.	11	N	12	N	12	NNE	13	N	12	N	11	N	12	N	11	N	10	N	10	N	10	N,SE	10	SE	10	SE
11	4	N	5	N	3	N	3	N	3	NW	2	NW	2	NW	3	NW	7	NE	8	NE	10	NE	14	NE	14	NE
12	9	W	11	SW	6	SW	7	SW	10	N	9	N	10	N	11	NE	20	N	17	N	14	N	9	N	7	N
13	5	N	9	N	4	N	6	SW	6	NW	10	NW	17	NE	24	NE	22	NE	18	NE	11	SE	10	SE	7	SE
14	6	NW	2	SE	3	SE	4	SE	4	NE	5	NE	3	NE	4	NE	5	NE	8	NE	12	NE	11	NE	4	NE
15	17	NW	16	NW	16	NW	16	NW	16	NW	16	NW	15	NW	14	NW	13	NW	12	NW	10	NW	6	NW	4	NW
16	4	SW	4	SW	7	SW	7	SW	9	SW	7	N	8	W	3	W	4	NW	9	N	10	NE	7	NE	5	SE
17	10	SE	8	SE	6	SE	7	SE	5	SE	4	SE	7	SE	8	SE	6	SE	6	SE	11	SE	9	S	6	S
18	10	N	6	NE	5	NE	4	N	4	N	7	N	8	N	9	N	5	N	5	N	2	NW	6	E	11	SE
19	8	NW	5	NW	4	NW	5	N	5	N	10	N	9	N	8	N	9	N	9	N	11	N	8	N	8	N
20	9	N	10	N	9	N	6	NE	8	NE	8	N	8	N	8	NE	8	N	11	N	12	N	5	N	5	NE
II. Dec.	8	N,NW	7	var.	6	var.	6	SNW	7	NW	7	N	8	N	9	NE	9	NNE	10	N	10	NE	8	N,NE	8	SE,NE
21	8	E	10	E	8	E	11	E	12	SE	12	SE	8	SE	7	SE	10	SE	25	SE	23	SE	21	SE	11	SE
22	7	W	5	SW	7	SW	10	SW	6	SW	7	SW	9	SW	6	SW	5	NW	5	SW	5	SW	8	S	8	S
23	11	SE	25	SE	22	SE	13	SE	11	NE	14	NE	16	NE	12	E	25	E	16	E	18	E	15	E	15	SE
24	11	SE	4	NW	2	NW	2	NW	5	NW	8	NW	6	NE	6	N	8	N	8	N	11	N	7	N	9	NE
25	24	NE	29	NE	25	NE	23	NE	23	NE	23	NE	27	NE	29	NE	28	NE	22	NE	31	E	31	SE	27	SE
26	11	NW	15	NW	12	NW	8	NW	10	NW	10	NW	8	N	4	N	1	N	2	N	4	NW	6	SW	6	SW
27	8	SW	5	W	4	NW	2	NW	3	NW	5	NW	6	NW	5	NW	5	N	5	N	5	NE	11	NE	10	NE
28	11	N	6	N	11	N	12	N	16	N	14	N	9	N	16	N	23	N	24	N	22	NE	22	SE	18	SE
29	19	NE	17	N	22	N	21	N	21	N	22	N	24	N	26	N	22	N	25	NE	23	NE	18	NE	16	NE
III. Dec.	12	var.	12	var.	12	NW	11	NW	11	NW	12	NW	12	NNE	12	N	14	N	14	N	15	var.	15	var.	13	SE
Media mensile	10	N	10	var.	10	var.	10	var.	10	N	10	N	11	N	11	N	11	N	11	N	12	var.	11	var.	10	SE

Frequenza relativa

	N	NE	E	SE
I. decade	85	57	—	59
II. decade	62	36	13	40
III. decade	42	36	16	59
mese	189	129	29	158

Predomi

Digitized by Google

FEBBRAIO 1928

e Direzione																							Vento predominante		
13-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h			Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
10	NE		NE		NE		NE		NE		NE		NE		NE		N		N		N		N	N	14	18
	NW		NW		NW		NW		NW		NW		NW		NW		NW		NW		NW		NW	NW	debole	11
	SW		SW		SW	13	SW	12	SW	5	S	7	S	12	NE	13	N	16	N	12	N		N	N	debole	13
11	NE	10	NE	18	N	17	NE	11	NE	15	SE	15	N	19	NE	23	NE	24	NE	28	NE		N	N	14	28
26	NE	17	NE	12	NE	12	NE	10	NE	11	NE	11	NE	12	NE	11	NE	12	NE	14	N		NE	NE	17	27
4	NE	4	N	4	N	4	N	5	NW	8	NW	8	N	10	N	10	N	8	N	10	N		NE	NE	9	15
8	SE	10	SE	4	SE	6	SE	3	SE	3	SE	4	SE	2	SE	4	SE	2	SE	1	SE		SE	SE	8	17
5	SE	9	SE	5	SE	1	SE	5	SE	5	SE	5	SE	2	SE	3	SE	3	SE	5	SE		SE	SE	5	9
8	SE	9	SE	6	SE	11	SE	8	SE	6	S	7	S	9	S	6	S	8	S	21	S		SE	SE	6	11
4	N	2	NE	1	SE	2	SE	6	N	5	N	5	NE	7	NE	7	N	7	N	5	N		N	N	6	10
10	NE	9	NE	7	SE	8	SE	8	NE,SE	7	SE	8	NE	9	NE	10	N	10	N	10	N		N	N	10	28
13	NE	6	NE	8	NW	7	NW	10	NW	12	NW	8	NW	9	NW	4	NW	4	NW	9	W		NW	NW	7	14
6	N	6	N	12	NW	7	NW	5	S	5	S	7	N	8	N	5	N	6	N	8	N		N	N	8	20
8	SE	6	SE	6	E	5	E	3	E	2	NE	1	NE	1	NE	1	NW	5	NW	6	NW		NE	NE	8	24
4	E	6	E	9	SE	8	E	5	E	8	E	8	NE	12	NE	13	N	11	N	16	N		NE	NE	7	16
6	NW	3	SW	3	S	4	S	4	S	6	W	5	S	4	SW	5	SW	3	SW	5	SW		NW	NW	9	17
7	SE	11	SE	11	SE	7	SE	5	SE	4	SE	7	SE	9	SE	4	SE	5	SE	6	SE		SE	SE	6	11
4	S	4	S	5	S	7	S	8	S	7	S	7	S	6	S	8	S	12	S	13	S		S	S	7	13
17	S	12	SW	13	SW	14	SW	9	SW	9	SW	12	SW	9	SW	10	SW	9	SW	6	NW		SW	SW	8	17
13	N	12	NE	16	SE	15	SE	9	SE	7	E	7	E	6	SE	4	SE	3	E	7	N		N	N	8	16
6	NE	15	SE	3	SE	5	N	2	N	calma		2	N	3	N	6	N	4	N	6	E				6	12
8	var.	6	SE	8	SE	7	var.	6	S	6	var.	6	var.	6	var.	6	N	6	N	8	var.		N	N	7	24
17	SW	18	SW	6	S	22	SW	18	SW	17	SW	16	SW	15	SW	11	SW	10	W	8	SW		SE	SE	13	25
11	S	14	S	12	S	20	SE	22	SE	18	SE	12	E	7	S	8	S	7	N	8	N		SW	SW	9	22
13	SE	10	SE	4	SE	7	SE	5	SE	5	SE	6	SE	6	SE	5	SE	7	SE	6	SE		SE	SE	11	25
8	NE	7	NE	7	NE	11	NE	8	NE	6	NE	7	NE	2	NE	6	NE	15	NE	23	NE		NE	NE	7	23
25	SE	23	SE	11	SE	21	SE	21	SE	14	NE	12	N	10	N	13	N	10	N	11	NW		NE	NE	21	31
7	SW	7	SW	4	S	4	S	3	S	6	S	6	S	7	S	8	S	4	SW	3	SW		S	S	6	15
6	SE	6	SE	7	SE	7	SE	7	SE	8	SE	7	SE	5	SE	1	SE	4	SE	10	N		SE	SE	5	11
17	SE	12	SE	7	SE	6	SE	8	SE	6	SE	5	SE	7	SE	11	SE	17	N	18	NE		SE	SE	13	24
11	E	11	E	10	SE	7	E	5	E	6	E	10	N	12	N	12	N	16	N	16	N		N	N	16	26
12	SE	12	SE	7	SE	11	SE	10	SE	9	SE	9	SE	7	SE	8	SE	10	N	11	N		SE	SE	10	26
10	var.	9	SE	7	SE	9	SE	8	SE	7	SE	8	var.	7	var.	8	N	9	N	10	N		N	N	9	28

del Venti

S	SW	W	NW	calma
9	5	—	25	—
20	23	5	40	1
15	25	3	20	—
44	53	8	85	1

nante N

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione cm.³ di alcool evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	6	0	0	2	Fi-Cu	sereno	sereno	8 40	—
2	8	10	10	9	St.-Ci	St.-A-Cu	A-Cu	0 00	—
3	6	6	8	6	A-Cu	St.-Ci	St.	4 30	—
4	7	8	8	7	A-Cu	A-Cu	A-Cu	0 00	—
5	3	0	0	1	Ci	sereno	sereno	8 50	—
6	8	8	10	8	St.	St.	St.	1 00	—
7	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 40	—
8	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 20	—
9	0	3	6	3	sereno	St.	St.	8 20	—
10	10	10	10	10	St.	St.	St.	0 00	—
I. Dec.	**4**	**4**	**5**	**4**				**48 20**	—
11	10	10	7	9	A-Cu	A-Cu	St.	0 00	—
12	10	0	5	5	St.	sereno	St.	0 00	—
13	2	1	3	2	Ci	Ci	St.	8 00	—
14	2	0	0	0	St.	sereno	sereno	7 25	—
15	0	0	6	2	sereno	sereno	St.	6 00	—
16	7	6	10	7	A-Cu	St.	St.	3 40	—
17	10	10	10	10	St.	St.	—	0 00	—
18	10	0	0	3	—	sereno	sereno	8 35	—
19	1	0	0	0	Ci	sereno	sereno	9 35	—
20	7	7	2	5	Ci	St.	St.	3 20	—
II. Dec.	**4**	**3**	**3**	**3**				**46 35**	—
21	8	10	10	9	Cu	St.-Cu	St.	0 30	—
22	4	0	2	2	St.	sereno	St.	9 00	—
23	10	7	0	5	St.	St.-Ci-Cu	sereno	3 05	—
24	8	8	3	6	St.-Cu	St.-Ci-Cu	St.	4 30	—
25	0	0	2	0	sereno	sereno	St.	9 35	—
26	0	0	1	0	sereno	sereno	St.	9 30	—
27	0	0	1	0	sereno	sereno	St.	9 05	—
28	0	0	1	0	sereno	sereno	St.	9 40	—
29	4	7	8	6	St.-Cu	St.	A-Cu	1 40	—
III. Dec.	**3**	**3**	**3**	**3**				**56 85**	—
Media mens.	5	3	4	3			**Totali mensili**	151 30	—

Stato del cielo :	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡³
giorni	13	10	6	3	3	4	3

Digitized by Google

FEBBRAIO 1928

Evaporaz. totale in mm. (all' ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
1.1	—	—	—	—	
1.0	10.4	—	—	—	◍ pomeriggio
1.0	0.4	—	—	—	◍ mattino
1.2	—	—	—	—	
1.7	—	—	—	—	
0.9	—	—	—	—	
1.2	—	—	—	—	≡ mattino
1.5	—	—	—	—	$\equiv^2$ ∨ mattino $\equiv^2$ pomeriggio
0.5	—	—	—	—	$\equiv^2$
0.9	—	—	—	—	≡ mattino e pomeriggio
11.0	**10.8**	—	—	—	
1.0	gocce	—	—	—	$\equiv^1$ sera
—	—	—	—	—	$\equiv^2$ mattino $\equiv^1$ pomeriggio
1.0	—	—	—	—	
0.8	—	—	—	—	
1.2	—	—	—	—	≡ mattino
—	—	—	—	—	$\equiv^2$ mattino $\equiv^3$ pomeriggio
—	—	—	—	—	$\equiv^3$ sera
0.6	—	—	—	—	$\equiv^3$ e ∨ mattino
1.2	—	—	—	—	
0.5	—	—	—	—	$\equiv^1$ e ∨ mattino
6 8	gocce	—	—	—	
1.0	—	—	—	—	
2.0	—	—	—	—	
1.0	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
1.7	—	—	—	—	
1.8	—	—	—	—	$\equiv^2$ mattino
1.8	—	—	—	—	$\equiv^2$ e ∨ mattino
1.6	—	—	—	—	≡ e ∨ mattino
2.0	—	—	—	—	
12.9	**0 00**	—	—	—	
30.2	10.8	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
2	—	—	5	—	—	—	—	—	—

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	767.08	767.97	769.13	768.06	7.8	5.0	6.0	7.5	6.0	6.2
2	69.09	68.52	68.49	68.70	6.5	5.0	4.5	5.0	4.6	5.1
3	67.25	66.58	67.00	66.94	7.6	3.2	5.1	7.4	7.1	5.6
4	65.65	65.28	65.74	65.54	11.0	6.0	7.0	10.0	8.5	7.4
5	64.61	63.76	63.25	63.87	10.0	7.2	8.6	9.4	9.5	8.8
6	60.89	59.95	60.85	60.56	11.0	8.7	9.6	10.6	10.0	9.8
7	60.06	57.71	58.44	58.70	12.8	8.8	9.5	12.4	10.1	10.3
8	56.90	54.90	54.79	55.56	10.0	6.7	8.7	9.8	9.0	8.9
9	54.27	53.83	54.43	54.17	10.2	7.3	8.4	10.0	8.2	8.5
10	53.03	51.98	51.91	52.30	10.1	6.3	8.2	9.5	8.5	8.2
I. Dec.	**761.88**	**761.05**	**761.40**	**761.44**	**9.7**	**6.4**	**7.5**	**9.2**	**8.1**	**8.0**
11	749.51	749.91	751.46	750.27	8.1	6.0	7.5	7.2	6.6	7.0
12	54.02	55.89	57.69	55.26	7.6	5.4	6.5	7.6	6.9	6.6
13	58.19	57.04	56.31	57.18	8.5	4.9	5.2	8.4	7.6	6.5
14	56.99	58.13	60.72	58.61	10.9	5.1	7.0	10.5	8.7	7.9
15	62.59	61.32	63.15	62.35	10.5	5.8	6.6	9.5	7.1	7.5
16	66.33	68.08	69.96	68.12	8.3	3.6	5.0	6.0	6.0	5.7
17	71.45	70.56	71.72	71.24	6.7	1.1	3.9	6.3	5.9	4.4
18	69.93	70.08	70.51	70.17	6.8	1.0	3.0	6.7	4.5	3.8
19	69.12	66.96	67.18	67.75	6.6	-0.2	2.5	6.0	6.0	3.8
20	66.38	63.56	64.26	64.73	6.4	1.1	2.5	1.5	5.1	3.7
II. Dec.	**762.45**	**762.15**	**763.29**	**762.63**	**8.0**	**3.3**	**4.9**	**7.4**	**6.4**	**5.7**
21	764.31	762.41	762.11	762.94	4.0	0.0	1.5	1.4	3.7	2.3
22	60.39	58.66	58.99	59.34	7.8	2.8	5.7	7.8	7.5	5.9
23	56.17	56.22	56.07	56.15	8.0	6.0	6.5	7.6	7.5	7.0
24	54.22	53.73	51.68	52.31	10.5	6.0	8.4	10.5	9.5	8.6
25	47.63	45.32	45.80	46.25	10.5	7.0	8.4	10.0	10.0	8.9
26	47.98	51.03	53.41	50.80	11.7	8.8	9.5	11.5	10.4	10.1
27	50.74	50.54	50.88	50.72	12.5	9.3	10.5	12.0	11.0	10.8
28	46.13	43.90	43.05	44.36	12.2	9.8	11.3	11.5	10.2	10.8
29	44.23	45.96	48.56	46.25	15.8	8.3	9.8	14.8	13.6	11.9
30	51.99	51.32	53.45	52.25	16.2	9.0	10.4	15.0	13.9	12.4
31	52.73	52.40	50.46	51.86	15.0	11.0	12.4	13.9	13.1	12.8
III. Dec.	**752.41**	**751.96**	**752.22**	**752.19**	**11.2**	**7.0**	**8.5**	**10.5**	**10.0**	**9.2**
Media mens.	758.91	758.38	758.96	758.75	9.6	5.6	6.9	9.0	8.1	7.5
Massima	771.72 il giorno 17				16.2 il giorno 30					
Minima	743.05 » 28				-0.2 » 18					

Digitized by Google

MARZO 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
4.90	5.25	4.90	5.01	70	68	70	69	0	1	2	1
5.09	5.60	5.83	5.50	81	86	90	85	1	1	1	1
6.16	7.14	7.10	6.80	94	93	94	93	0	0	0	0
7.16	7.97	7.72	7.61	96	87	93	92	1	1	1	1
7.66	8.45	8.16	8.09	92	96	92	93	0	0	1	0
8.21	8.80	8.45	8.84	92	92	92	92	0	0	0	0
8.27	9.58	8.63	8.82	94	89	94	92	0	0	0	0
7.48	8.09	6.85	7.47	89	89	80	86	0	0	0	0
7.78	8.57	7.90	8.08	94	94	97	95	0	0	0	0
6.88	8.04	7.72	7.54	84	91	93	89	0	1	1	0
6.95	**7.74**	**7.81**	**7.34**	**88**	**88**	**89**	**88**	**0**	**0**	**0**	**0**
7.08	7.26	6.75	7.03	91	96	92	93	2	1	1	1
6.70	6.53	6.46	6.56	92	83	87	87	1	0	0	0
6.30	6.48	6.49	6.45	95	78	84	85	0	0	1	0
5.87	6.40	6.25	6.17	78	67	74	73	1	1	2	1
5.47	5.55	5.81	5.61	75	63	77	71	0	0	2	0
3.81	3.41	3.61	3.61	58	49	51	52	3	3	3	3
4.00	3.92	4.66	4.19	70	55	67	64	2	2	3	2
2.82	3.48	4.20	3.50	50	48	66	68	1	0	1	0
3.12	3.90	4.39	3.80	57	56	63	58	1	1	2	0
3.12	5.46	4.93	4.80	57	74	75	68	2	1	1	1
4.82	**5.23**	**5.36**	**5.14**	**72**	**66**	**73**	**71**	**1**	**0**	**1**	**0**
4.00	4.70	5.73	4.81	90	93	97	93	1	1	1	1
6.11	7.46	7.53	7.03	89	94	97	93	0	0	0	0
6.70	7.69	7.19	7.19	92	99	93	94	0	0	1	0
7.78	8.63	8.04	8.15	94	91	91	92	0	0	1	0
8.24	9.05	8.57	8.62	100	99	94	97	0	0	0	0
8.16	9.49	8.33	8.66	92	94	88	91	1	0	0	0
8.27	8.44	7.97	8.22	94	81	81	85	0	0	0	0
8.99	9.24	8.69	8.97	90	91	94	91	0	0	0	0
8.69	9.68	9.62	9.33	96	77	83	85	0	1	0	0
7.85	10.48	9.40	9.24	82	83	80	81	1	1	1	1
9.20	10.48	10.05	9.91	86	89	90	88	0	0	1	0
7.63	**8.39**	**8.28**	**8.19**	**91**	**90**	**89**	**90**	**0**	**0**	**0**	**0**
6.46	7.12	6.95	6.89	83	81	83	83	0	0	0	0

10.48 il giorno 30 e 31
2.82 „ 18

100 il giorno 25
48 „ 18

Giorni con mare

Calmo (0) 8 | legg. mosso (1) 14 | mosso (2) 7
agitato (3) 2 | grosso (4) — | tempestoso (5) —

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13h	
1	18	N	21	N	22	N	19	NE	20	NE	22	NE	22	NE	20	NE	21	NE	20	NE	22	NE	24	NE	21	N
2	19	NE	22	NE	24	NE	19	NE	20	N	19	N	22	N	22	N	23	N	24	NE	26	NE	24	NE	29	N
3	27	NE	29	NE	26	NE	26	NE	22	NE	21	NE	20	NE	21	NE	22	NE	20	NE	19	NE	15	NE	14	N
4	9	N	9	N	7	N	8	N	9	N	11	N	12	N	8	N	7	N	7	N	6	N	5	NE	4	N
5	16	NE	18	NE	19	NE	19	NE	26	NE	19	NE	15	E	13	E	8	E	8	E	9	E	7	E	7	
6	9	N	7	N	7	N	9	NE	9	NE	10	NE	11	NE	9	NE	10	NE	9	NE	12	NE	18	NE	12	N
7	3	E	6	E	4	E	5	E	2	E	2	E	3	E	5	E	5	E	3	E	3	E	6	E	4	
8	3	SE	4	SE	6	SE	5	SE	7	SE	7	SE	10	SE	11	SE	9	SE	11	SE	10	SE	10	SE	7	SE
9	16	E	14	E	11	E	8	E	9	E	7	E	9	E	0	E	10	E	10	E	10	E	7	E	6	
10	27	N	26	NE	22	NE	25	NE	24	NE	27	NE	25	E	30	E	26	E	30	E	26	NE	26	NE	27	N
I. Dec.	14	N	15	NE	14	NE	14	NE	14	NE	14	NE	14	E	15	E	14	E	14	E,NE	14	NE	14	NE	13	NE
11	44	NE	45	N	47	N	22	N	25	NE	36	E	40	E	40	E	41	NE	39	NE	33	NE	34	NE	38	N
12	38	NE	38	NE	43	NE	38	NE	39	NE	38	NE	35	NE	39	NE	38	NE	39	NE	35	NE	33	NE	32	N
13	13	NE	21	E	24	NE	22	NE	23	NE	21	NE	18	NE	16	NE	20	NE	22	NE	21	NE	20	NE	17	N
14	23	NE	23	NE	26	NE	30	NE	28	NE	27	NE	27	NE	27	NE	30	NE	29	NE	38	NE	30	NE	33	N
15	19	NE	17	NE	19	NE	20	NE	22	NE	22	NE	23	NE	22	NE	17	NE	19	NE	20	NE	19	NE	17	N
16	38	NE	36	NE	36	NE	35	NE	32	NE	35	NE	34	NE	34	NE	40	NE	54	NE	47	NE	49	NE	47	N
17	27	N	18	N	19	NE	18	NE	18	N	24	E	21	NE	21	N	30	NE	30	NE	33	NE	35	NE	40	N
18	24	NE	24	NE	23	N	19	N	17	N	17	N	16	N	18	N	23	NE	22	NE	25	NE	39	NE	38	N
19	19	NE	19	N	25	NE	20	N	13	N	16	N	13	N	13	N	22	NE	20	NE	18	NE	23	NE	14	N
20	21	N	25	NE	30	NE	25	NE	50	NE	32	NE	31	NE	32	NE	30	NE	33	NE	29	NE	25	NE	25	N
II. Dec.	26	NE	26	NE	28	NE	24	NE	26	NE	26	NE	25	NE	26	NE	29	NE	30	NE	29	NE	30	NE	29	N
21	22	NE	29	NE	33	NE	34	NE	33	NE	32	NE	31	NE	29	NE	28	NE	28	NE	28	NE	31	NE	39	N
22	29	N	32	NE	28	NE	24	NE	15	NE	12	N	9	N	7	N	4	N	6	N	3	N	6	N	14	N
23	10	N	18	NE	15	NE	8	NE	10	NE	6	E	4	W	2	W	8	W	8	W	10	W	5	W	3	
24	12	E	14	E	17	NE	21	NE	22	NE	22	NE	29	NE	29	NE	35	NE	38	NE	35	NE	36	NE	33	N
25	28	NE	28	NE	34	NE	34	NE	31	NE	26	NE	24	NE	18	NE	17	NE	19	NE	20	NE	20	NE	21	N
26	48	E	47	E	43	E	31	E	33	E	42	E	34	E	35	E	37	NE	36	NE	35	NE	35	NE	20	N
27	15	N	18	N	17	N	20	N	20	N	16	N	17	N	16	N	15	N	13	N	13	N	15	N	14	
28	8	S	8	S	6	S	6	S	6	S	4	S	5	S	7	S	14	S	19	S	17	S	13	S	12	
29	6	N	9	N	13	N	14	NW	13	N	11	N	13	NW	15	N	12	S	12	S	9	SW	6	S	23	
30	14	N	3	NE	5	N	3	N	10	NE	13	N	16	N	13	N	15	NE	16	N	15	NE	10	NE	7	
31	12	S	7	SE	10	SE	16	S	12	SE	9	E	6	E	1	E	5	N	8	E	7	E	13	E	12	
III. Dec.	18	N	19	NE	20	NE	19	NE	18	NE	17	N	17	N,NE	15	N	17	NE	28	NE	17	NE	17	NE	17	N
Media mensile	19	N	20	NE	20	NE	19	NE	19	NE	19	NE	18	NE	18	N	20	NE	20	NE	20	NE	20	NE	19	N

Frequenza relati

	N	NE	E	SE
I. decade	35	102	64	39
II. decade	20	177	29	8
III. decade	47	95	41	20
mese	102	374	134	67

Predo

Digitized by Google

MARZO 1928

Direzione																			Vento predominante		
3-14h	14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km ora
3 NE	15	NE	22	NE	23	NE	22	NE	21	NE	22	NE	23	NE	24	NE	23	NE	20	NE	NE	21	24
9 NE	13	NE	30	N	29	N	29	NE	34	NE	33	NE	25	NE	26	NE	26	NE	24	NE	NE	25	34
6 NE	8	NE	13	NE	12	NE	9	N	12	N	10	N	9	N	2	N	8	N	14	N	NE	16	29
NE	5	NE	9	NE	16	NE	15	NE	13	NE	14	NE	15	NE	16	NE	17	NE	17	NE	NE	10	17
E	14	E	13	SE	14	SE	12	SE	11	SE	10	SE	10	SE	3	SE	4	SE	6	SE	E,SE	11	21
1 NE	13	E	9	E	16	E	17	E	15	E	12	E	11	E	9	E	8	E	8	E	NE	10	18
E	8	E	8	SE	10	E	12	SE	9	SE	9	SE	11	SE	9	SE	8	SE	9	SE	E	6	10
SE	5	SE	6	SE	13	SE	15	SE	14	SE	19	SE	14	SE	10	E	10	E	16	E	SE	9	19
E	2	E	2	E	6	E	7	E	8	E	10	E	15	E	17	E	19	E	23	N	E	9	23
8 NE	29	NE	18	NE	35	NE	33	NE	29	NE	30	NE	29	N	31	N	33	NE	39	NE	NE	28	39
3 NE	11	NE	13	NE	18	NE	17	NE	16	NE	16	NE	16	NE,SE	15	E,NE	15	NE	16	NE	NE	14	39
1 NE	45	NE	33	NE	42	NE	37	NE	35	NE	35	NE	33	NE	33	NE	39	NE	41	NE	NE	37	45
9 NE	26	NE	14	NE	18	NE	17	NE	17	NE	18	NE	20	NE	21	NE	17	NE	12	NE	NE	29	43
9 NE	19	E	12	NE	15	NE	15	NE	12	NE	14	NE	19	NE	18	NE	20	NE	24	NE	NE	18	24
6 SE	27	NE	29	NE	31	NE	24	NE	27	NE	28	NE	29	NE	33	NE	33	NE	21	NE	NE	29	33
6 NE	15	NE	14	NE	15	NE	14	NE	18	NE	27	NE	30	NE	29	NE	30	NE	40	NE	NE	22	40
3 NE	57	NE	49	NE	44	NE	44	E	47	E	45	E	51	E	48	NE	42	NE	30	NE	NE	42	57
8 NE	34	NE	18	E	35	E	34	E	34	E	32	E	34	E	52	E	30	E	23	NN	NE	28	40
4 E	29	E	21	E	29	E	26	E	25	E	27	E	24	NE	27	NE	30	NE	22	NE	NE	24	39
1 SE	24	SE	18	NE	9	SE	6	S	4	S	2	NE	6	NE	2	SE	9	S	15	NE	NE	14	25
1 SE	38	SE	34	SE	17	E	28	E	25	E	25	E	12	S	10	S	6	S	20	NE	NE	25	38
0 NE	31	NE	24	NE	26	NE	24	NE	24	NE	25	NE	25	NE	25	NE	25	NE	24	NE	NE	26	57
5 NE	40	NE	37	NE	29	NE	43	NE	37	NE	33	NE	39	NE	38	NE	37	NE	31	N	NE	34	40
4 NE	11	NE	6	NE	6	NE	11	NE	8	NE	13	NE	16	NE	16	N	15	NE	14	N	NE	13	32
W	6	W	9	E	10	E	9	E	13	E	7	E	7	E	9	E	11	E	12	E	E	8	18
4 NE	31	NE	28	NE	22	NE	23	NE	21	NE	20	NE	20	NE	20	NE	23	NE	25	NE	NE	25	38
5 NE	21	NE	22	NE	23	SE	23	SE	30	SE	39	SE	42	SE	33	SE	33	E	38	E	NE	26	39
9 NE	20	NE	17	NE	17	E	23	E	25	NE	26	N	24	N	21	N	15	NE	17	N	E,NE	30	48
5 N	22	N	18	N	16	SE	18	SE	12	E	17	S	5	S	5	S	6	S	9	S	N	14	22
S	8	S	20	S	19	S	23	N	20	S	20	S	18	S	12	S	6	S	9	N	S	12	23
SW	19	S	18	S	9	S	13	SW	12	S	11	S	12	S	13	S	13	S	14	S	S	12	19
S	7	SE	8	SE	8	SE	12	SE	13	S		S	19	SE	24	S	19	SE	13	SE	N,SE	11	24
1 E	18	NE	17	E	14	E	12	E	16	E	16	E	21	E	26	SE	25	E	24	SE	E	13	26
3 NE	18	NE	18	NE	15	vario	19	NE,SE	18	NE	18	S	20	S,NE	10	S	18	NE	18	N	NE	18	48
9 NE	20	NE	18	NE	19	NE	20	NE	19	NE	19	NE	20		19	NE	19	NE	19	NE	NE	19	57

Venti					
S	SW	W	NW	calma	
—	—	—	—	—	
6	—	—	—	—	
47	3	9	2	—	
53	3	9	2	—	

nte NE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione cm.² di ghiaccio evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	10	10	9	9	St.-Cu	St.	A-Cu	0 00	
2	10	10	10	10	St.-Cu	St.-A-Cu	St.	0 00	
3	10	10	10	10	St.	St.	St.	0 00	
4	3	3	8	4	St.-Ci	St.-Ci	A-Cu	1 50	
5	10	10	10	10	St.	St.	A-Cu	0 00	
6	10	10	10	10	A-Cu	St.	St.	0 00	
7	11	8	10	9	St.-Cu	A-Cu	St.	0 00	
8	10	10	10	10	St.	St.	St.	0 00	
9	9	10	10	9	St.	St.	St.	0 00	
10	8	10	10	9	Ci-Cu	St.-A-Cu	St.-A-Cu	0 00	
I. Dec.	**9**	**9**	**9**	**9**				**1 50**	
11	10	10	10	10	A-Cu	A-Cu	A-Cu	0 00	
12	10	10	10	10	A-Cu	St.-A-Cu	St.	0 00	
13	10	5	8	7	Cu-Ci-St.	St.	id.	0 00	
14	9	3	6	6	id.	St.-Ci	id.	0 00	
15	10	3	0	4	St.	id.	sereno	4 30	
16	4	0	0	1	Fi-Cu	sereno	id.	—	
17	0	0	0	0	sereno	id.	id.	9 30	
18	2	2	0	1	St.	St.	id.	—	
19	0	0	0	0	sereno	sereno	id.	10 30	
20	0	0	8	2	sereno	id.	St.	8 40	
II. Dec.	**5**	**3**	**4**	**4**				**33 10**	
21	10	10	10	10	St.-A-Cu	St.-A-Cu	St.-A-Cu	0 00	
22	10	10	10	10	id.	id.	id.	0 00	
23	10	10	10	10	id.	id.	St.	0 00	
24	10	10	6	8	id.	St.-Ci-Cu	St.	0 00	
25	10	10	10	10	id.	St.-A-Cu	St.-A-Cu	0 00	
26	10	8	10	9	St.-A-Cu	St.-Cu	id.	0 00	
27	10	10	10	10	Cu-Ci-St.	Cu-Ci-St.	St.-Ci-Cu	0 00	
28	10	10	10	10	Cu-Ci-St.	Cu-Ci-St.	Cu-Ci-St.	0 00	
29	7	1	1	3	St.	Ci	Ci	8 15	
30	1	4	1	2	St.-Ci	St.-Ci	St.-A-Cu	10 50	
31	8	10	10	9	St.-A-Cu	St.	St.	2 00	
III. Dec.	**8**	**8**	**8**	**8**				**21 05**	
Media mens.	7	6	7	7			**Totali mensili**	66 05	

Stato del cielo:	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡
giorni	6	5	20	2	1	2	4

Digitized by Google

MARZO 1928

Evaporaz. totale in mm. (all' ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
1.8	—	—	—	—	≡ mattino
1.4	4.6	—	—	—	◍ mattino
1.7	7.0	—	—	—	◍ mattino
1.0	1.5	—	—	—	≡³ mattino
—	1.2	—	—	—	≡¹ mattino ◍ pomeriggio
—	9.5	—	—	—	◍ mattino ≡³ mattino ≡³ sera
0.3	0.3	—	—	—	≡³ sera
1.2	—	—	—	—	≡ pomeriggio
0.2	6.5	—	—	—	≡² mattino ◍ mattino e pomeriggio
1.0	3.3	—	—	—	◍ pomeriggio
8.6	**88.9**	—	—	—	
0.3	34.3	—	—	—	◍ tutto il dì ⌐
0.8	13.0	—	—	—	◍ tutto il di ⌐
1.0	—	—	—	—	
1.4	—	—	—	—	
1.5	—	—	—	—	
1.3	—	—	—	—	
2.8	—	—	—	—	
2.0	—	—	—	—	
1.7	—	—	—	—	
1.8	—	—	—	—	
14.6	**47.8**	—	—	—	
—	8.1	—	—	—	✳ mattino e pomeriggio ◍ verso sera ⌐
—	15.0	—	—	—	◍ mattino e pomeriggio
—	0.5	—	—	—	≡³ mattino ≡³ pomeriggio ≡³ sera sera
1.0	12.3	—	—	—	◍ mattino e pomeriggio
0.3	23.5	—	—	—	◍ mattino, pomeriggio e sera
0.2	25.8	—	—	—	◍ mattino, pomeriggio e sera ⌐
1.3	2.7	—	—	—	◍ notte e sera
1.8	2.7	—	—	—	◍ notte ◍ mattino
1.0	0.6	—	—	—	≡² mattino ◍ notte
1.1	—	—	—	—	
1.6	0.2	—	—	—	◍ pomeriggio
8.3	**96.4**	—	—	—	
31.5	**177.6**	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
17	1	—	—	—	—	—	9	1	4

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	Ampiezza Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	Ampiezza An	Ae
1928											
Gennaio 1	I, *v*	P	—					h m s 4 12 48			
		S	—					4 13 13	2s	a. m. 1,5	a. m.
		F						4 16			
6	I, *u*	P	tracce incerte					20 40 57	2.5s	deb.	
		S						20 48 34?		debss.	
		L						21 2 28	18,5 s	debss.	
		M						21 5 54	10s	1,4	
		F						21 25			
17 e 19			contin.					contin.			
22	I, *v*	P	—					h m s 1 23 34	2-8 s		
		M	—					1 26 26	5 ?	a. m. 5	
		F	—					1 37			
24	I, *r*	P						8 44 20?			
		F						8 55			
30	I, *r*	P						4 28 c.			
31			tutto il dì					tutto il dì			
Febbraio 3	I, *u*	*e* P	—					h m s 14 57 08	3s		
		S	—					15 11 12?			
		M	—					15 11 48?		a. m. 1,5	trac
		F	—					16 c.			
2 e 4			tutto il dì					tutto il dì			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Scossette nella regione del M. Grappa.

Terremoto distruttore nella regione del M. Kenia. Epicentro a circa 0,5° S e 36,5° E. Δ = km. 6400 c.

Anemosismi.

Debole registrazione. Il principio si confonde coi moti microsismici.

Debole registrazione, quasi intieramente confusa coi moti microsismici.

Forte anemosismo.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni: 1, 2, 7, 8, 17, 19, 20, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31.
" " *debole* " 4, 13, 14, 15.
" " *mediocre* " 3, 5, 6, 16, 18, 21, 22, 23.
Calma, o quasi, nei giorni: 9, 10, 11, 12, 13.

Epicentro in Siberia. Incerta la cronografia.

Anemosismo

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	AE	AN	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA AN	AE
1928											
Febbr. 11	I, *v*	P	—					h m s 2 30 04	1s	debss.	debss
		S	h m s 2 30 58					2 31 04			a. m. 2.
		a. m.	2 31 34					2 33 24	4½	5,8	
		F	2 37					2 39 c.			
21	I, *u*	P	—					21 c.			
Marzo 7	I, *v*	P	h m s 11 57 03					h m s 11 56 58	1,2s	0.5	0,5
		S	11 58 12					11 58 14		4	4
		M_1	11 59 19					11 59 19	4		
		a. m.	12 1 30			32		12 2		23	20
		C	12 6					12 6 15			
		F	12 15					12 22 c.			
9	I, *u*	P	19 17 55			a. m. 3		19 17 53	2½	a. m. 2	a. m. 0
		S	—					19 28 15	6	a. m. 2	
		L	—					19 43 10	19	debss.	
		M_1	—					19 50 8	20	0,8	
		F	—					20 32 c.			
11-15			anemosismi					anemosismi			
13	I, *u*	P	—					h m s 19 50 c.			
		F	—					20 15			
16	I, *u*	P	—					6 21 c.			
		a. m.	—					6 24	4,4	3	

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Epicentro nella penisola Balcanica. Δ = km. 480.

Registrazione debolissima, confusa coi microsismi. Epicentro in Siberia.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 29.
" " *mediocre* " 1, 3, 5, 13, 21, 28.
" " *debole* " 17, 20, 22, 23, 24, 26, 27.
Calma, o quasi, nei giorni 18, 19, 25.

Epicentro in mare, fra l'is. di Stromboli e il Capo Vaticano. Δ = km. 731. Case crollate a Stromboli.

M_1 con 11 rinforzi

Epicentro nell'Oceano indiano a 1° S e 89°,5 E. Δ = km. 9143.

Registrazione debolissima, fasi indistinte, confuso il P coi movimenti microsismici.

Epicentro all'is. Matthew a circa 22°,5 S e 171° E. Registrazione debolissima, mascherata da forti moti microsismici meteorici.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA An	Ae
1928											
Marzo 16		F	—					?			
17	I, *v*	P						h m 20 42 c.		a. m. 2	a. m. 2
		F						20 48 c.			
19	I, *v*	P						0 50 37	1,1	debss.	debs
		S						0 51 26	2,2		
		M_1						0 51 58	3	2	7,5
		C						0 56 15			
		F						1			
22	I, *u*	P						5 30 13	2s	0,8	
		S						5 40 44	3,4	1,5	
		L						6 02 17	21,4	0,5	
		M						6 12 1			
		F						6 30 c.			
21-26			contin.					contin.			
26	III-IV, *v*	*i* P	h m s 15 40 57		20		1	h m s 15 40 59	3,9-2	2	3
		i M_1	15 41 12		55	70		15 41 12	2	24	37
		i M_2						15 41 59	6	124	95
		i M_3						15 42 43		125	95
		i M_4						15 43 19		130	96
		i M_5						15 45 32		130	96
		C						15 46 57		8	7
		F						15 59			
27	III-IV, *v*	*i* P						9 32 56	2	7	15
		i M_1						9 33 10	2	164	87

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Registrazione mascherata da forti microsismi

Epicentro in Croazia (VI°-VII°) a circa 17°10' E e 45°25' N. Δ = km. 417 c.

Terremoto distruttore al Messico. Epicentro a 19° N e 95,°5 W. Δ = km. 9400 c.

Anemosismi.

Terremoto della Carnia. Epicentro a Tolmezzo. Δ = km. 116.

A Venezia scossetta di III-IV° Mercalli.

Poco dopo il M_1, le pennine del Vicentini si guastano.

Terremoto disastroso in Carnia, specialmente a Tolmezzo. Δ = km. 112.

A Venezia scossetta di III-IV° Mercalli.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	AE	AN	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA AN	AE
1928											
Marzo 27		C						h m 9 39 c.			
		F						9 50 c.			
28	I, *v*							15 29			
29	I, *v*	*e* P						15 53			
		i M						15 53 13			
		F						16			
31	I, *r*	*e* P						1 33 02	2	debss.	debss
		i M						1 37 44			
		a. m.						1 40 30		66	45
		F						2 5			
id.	I, *r*	*e* P						6 18 30			
		F						6 26			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Per 4 minuti primi l'Agamennone segna agitazione violenta, poi 4 riprese, la pennina della Kn dell'Agamennone esce dalla zona.

Ultime tracce di una registrazione avvenuta durante il cambio della carta. Replica del precedente.

Replica del terremoto della Carnia.

Terremoto distruttore a Smirne. Epicentro a 38° N e 27° $^1/_2$ E. $\Delta =$ km. 1505.

Debole registrazione. Incerto il P.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27.
" " *mediocre* " 1, 2, 3, 24.
" " *debole* " 4, 10, 13, 28, 31.
Calma, o quasi, nei giorni 5, 6, 7, 8, 9, 29, 30.

Digitized by Google

NOTE

1. — Spiegazione dei segni meteorici internazionali abbreviativi: ● **Pioggia.** - ✳ **Neve.** - △ **Nevischio.** - ▲ **Grandine.** - ≡ **Nebbia.** - ≡ **Nebbia all'orizzonte.** - V **Brina.** - ⌴ **Gelo.** - ∞ **Gelicidio.** - ⏢ **Rugiada.** - ← **Aghi di ghiaccio.** - ∞ **Caligine.** - K **Temporale.** - T **Temporale lontano.** - ≺ **Lampi senza tuoni.** - ≻ **Lampi e tuoni.** - ⚟ **Vento forte.** - ⚟ **Vento fortissimo.** - ⸸ **Uragano di neve.** - ⊖ **Alone solare.** - ☾ **Alone lunare.** ⊖ **Corona solare** - ☾ **Corona lunare.** - ⌒ **Arco baleno.**

2. — Le giornate si contano in 24^h da una mezzanotte all'altra, secondo il Tempo Medio dell'Europa Centrale.

3. — Per la forma delle nubi si adottano le seguenti abbreviazioni: *ci* = cirri; *cu* = cumoli; *sr* = strati; *n* = nembi; *ci-cu* = cirro-cumoli; *si-ci* = cirro-strati; *s-cu* = strato cumoli; *cu-n* = cumolo-nembi; *alto-s* = alto strati; *alto-cu* = alto cumoli.

4. — La radiazione solare è misurata da noi in cm^3 di alcool, che distilla nel *radio-integratore* Wilson della Casa Hicks di Londra.

5. — Le costanti del *Microsismografo Vicentini* sono le seguenti:

Massa pendolare comp.	orizz.	Kg. 100;	lunghezza m. 1,50
„ „ „	vertic.	„ 50;	„ „ 1,32
Periodo oscillaz. completo	orizz.	2^s,4	
„ „ „	vertic.	0^s,8	
Velocità oraria del nastro	mm.	300	
Ingrandimento della comp.	orizz.	120	
„ della comp.	vertic.	140	

6. — Le costanti del *sismografo Agamennone a pendoli orizzontali* sono:

Masse pendolari	Kg. 50
Periodo osc. comp.	K_N 5^s, K_E 2^s,8
Ingrandimento	K_N 44, K_E 49
Velocità zona	mm. 27 al minuto

7. — Il *carattere* di un terremoto è espresso dal grado della scossa, secondo la *Scala Mercalli*, in numeri romani, e dal simbolo della distanza secondo la seguente notazione internazionale:

d	Terrae motus	*domesticus*	= locale, entro un raggio di	100 Km.
v	„ „	*vicinus*	= vicino „ „	100-1000 Km.
r	„ „	*remotus*	= lontano „ „	1000-5000 „
u	„ „	*ultimus*	= molto lontano (telesisma) oltre i 5000	„

8. — Altre abbreviazioni: K_V = componente verticale; K_E = componente E — W; K_N = componente N — S.

A_V, A_E, A_N rispettivamente = Ampiezza registrata dalla pennina della componente verticale, della componente E — W, o della componente N — S; espressa in millimetri.

P = principio della registrazione S = onde di seconda fase; L = onde lunghe; M = onde di massima ampiezza; C = onde di coda; F = fine della registrazione; c = circa, a. m. = ampiezza massima; deb = debole; debss. = debolissima, R = rinforzo, contin. = continuamente.

i = (impetus) principio subitaneo del movimento: e = (emersio) principio graduale del movimento; T = periodo in secondi delle oscillazioni; △ = distanza in Km. dell'epicentro.

Il Direttore
Prof P. Francesco Saverio Zanon

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 1 dicembre 1928*)

Digitized by Google

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

DISPENSA SECONDA

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

In esecuzione dell'art. 25 dello Statuto e dell'art. 50 del Regolamento, si dichiara che delle opinioni e dei fatti esposti nei loro scritti rispondono gli autori che ne conservano la proprietà letteraria.

INDICE

PARTE I^{a}

Adunanza ordinaria del 16 dicembre 1928 . . . . Pag. 7

PARTE II^{a}

Dell'Agnola C. A., m. e. — Intorno alle successioni di variabili casuali discontinue tendenti ad una variabile casuale limite . . . . . Pag. 41
G. Curli — Sopra le vibrazioni di risonanza dei corpi elastici isotropi . . . . . „ 63
G. Marchesini, m, e. — La filosofia del " come se „ è irrazionale ? . . . . . „ 87
Zanon F. S. - - Osservatorio Geofisico del Seminario Patriarcale di Venezia. Bollettino mensile. Aprile, Maggio, Giugno 1928 . . . . . „ 117

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Intorno alle successioni di variabili casuali discontinue tendenti ad una variabile casuale limite.

C. A. DELL' AGNOLA, m. e.

(*Adunanza ordinaria del giorno 25 novembre 1928*)

Le presenti ricerche si riattaccano ad altre contenute in una mia Memoria in corso di stampa (1), alla quale dovrò riferirmi di tratto in tratto per qualche richiamo. Esse mirano principalmente a porre in luce lo stretto contatto esistente fra la teoria astratta del Calcolo delle probabilità e la teoria dei gruppi di punti sulla retta; e traggono origine dalla questione seguente, posta fino dal 1916 dal prof. F. P. Cantelli: " esaminare fino a qual punto gli ordinari teoremi sui limiti si possono trasportare alle successioni di variabili casuali „ (2).

I risultati essenziali delle attuali ricerche furono da me esposti, in forma sintetica, al Congresso internazionale dei Matematici (3), e trovano qui ampia giustificazione.

(1) C. A. Dell' Agnola — " Sulla tendenza ad un limite di una successione di variabili „. — Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, 1928.

(2) F. P. Cantelli — " Sulla legge dei grandi numeri „. — Memorie della R. Accademia dei Lincei, Vol. XI. Serie V., 1916, pag. 349.

F. P. Cantelli — " La tendenza ad un limite nel senso del Calcolo delle probabilità „. — Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. Tomo XLI, Fasc. II e III, 1916, pag. 191-201. Con questo lavoro il prof. Cantelli ha posto le basi di una " Teorica delle variabili casuali „, e aperto agli studiosi un nuovo campo di ricerche quanto mai fecondo e suggestivo, al quale Egli stesso, in numerosi altri lavori, ha recato contributi di fondamentale importanza.

(3) Atti del Congresso internazionale dei matematici, Bologna, 3 - 10 settembre 1928 - A. VI.

Digitized by Google

§ 1. — Sia

$$G_1, G_2, \ldots, G_n, \ldots \quad (1)$$

una successione numerabile di aggregati di numeri reali, *limitati nel loro insieme.* In base a questa ipotesi, i punti dei varî gruppi che dovremo considerare, cadono tutti in un intervallo finito (a, b), ed è lecito anche supporre che essi sieno contenuti in (a, b) *in senso stretto.*

Nelle considerazioni che seguono acquistano una particolare importanza i concetti contenuti nelle seguenti definizioni, già stabilite nella citata mia Memoria.

I.ª — Indichiamo con $\overline{G'}$ il gruppo dei punti x dell' intervallo (a, b), che godono della seguente proprietà:

" Scelti arbitrariamente un intorno c_x del punto x e un numero intero positivo N, fra gli aggregati della successione (1) successivi a G_N, sempre esiste un aggregato G_n avente almeno un punto in comune con l' intorno c_x ".

L'aggregato $\overline{G'}$ esiste certamente, ed è chiuso; è il *gruppo derivato completo della successione* (1).

II.ª — Indichiamo con $\overline{\Gamma'}$ il gruppo dei punti x di (a, b), che soddisfano alla condizione seguente:

" Scelto arbitrariamente un intorno c_x del punto x, esiste un intero positivo N, tale che per $n > N$, l' aggregato G_n ha un punto almeno in comune con l' intorno c_x ".

L' aggregato $\overline{\Gamma'}$ è il gruppo *derivato ristretto della successione* (1). Questo gruppo, quando esiste, è contenuto in $\overline{G'}$, $(\overline{G'} \geqq \overline{\Gamma'})$, ed è chiuso alla sua volta.

È evidente che l' insieme limite completo e l' insieme limite ristretto, definiti dal Sig.r Borel(1), sono contenuti rispettivamente in $\overline{G'}$ e in $\overline{\Gamma'}$. Appartengono pure $\overline{G'}$ e a $\overline{\Gamma'}$ rispettivamente, l' insieme limite completo e ristretto, secondo Borel, della successione dei derivati

$$G'_1, G'_2, \ldots, G'_n, \ldots$$

dei gruppi della (1).

(1) É. Borel — " Leçons sur les fonctions de variables réelles et les développements en séries de polynomes ". Paris, Gauthier-Villars, 1905, pag. 18.

Digitized by Google

Ciò posto, dimostreremo il seguente:

TEOREMA I.° — " Se gli aggregati della successione

$$G_1, G_2, \ldots, G_n, \ldots$$

sono limitati nel loro insieme; se il derivato completo $\overline{G'}$ di questa successione è di misura nulla; se (a, b) è un intervallo contenente in senso stretto i punti di $\overline{G'}$; allora, assegnato un numero positivo η piccolo a piacere, esiste nell'intervallo (a, b) un numero *finito* di tratti $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$, senza punti comuni a due a due, la cui somma è minore di η, i quali contengono in senso stretto tutti i punti di G_n, da un certo valore dell'indice n in poi „.

Dall'ipotesi che $\overline{G'}$ è di misura nulla risulta intanto che, assegnato un numero positivo η arbitrariamente piccolo, esiste un sistema (μ) di intervalli, i quali racchiudono in senso stretto i punti di $\overline{G'}$, e la cui somma è minore di η. E poichè il gruppo $\overline{G'}$ è chiuso, per un teorema di BOREL generalizzato da LEBESGUE e poi ulteriormente da JOUNG, esiste un numero finito di intervalli (μ) racchiudenti in senso stretto i punti di $\overline{G'}$, e la cui somma è quindi minore di η (1). Siano $\mu'_1, \mu'_2, \ldots, \mu'_n$ questi intervalli. L'ipotesi che il gruppo $\overline{G'}$ è di misura nulla permette di sostituire agli intervalli $\mu'_1, \mu'_2, \ldots, \mu'_n$ degli altri intervalli $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$, *senza punti comuni a due a due*, racchiudenti, sempre in senso stretto, i punti di $\overline{G'}$, e la cui somma è minore di η. Indichiamo con $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_{p+1}$ i tratti che rimangono asportando gli intervalli $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$ dall'intervallo (a, b). Ciascuno degli intervalli τ_i appartiene in senso stretto ad uno degli intervalli contigui a $\overline{G'}$. Esiste per conseguenza (2) un intero positivo N, tale che per $n > N$, il gruppo G_n non

(1) La proprietà: " un gruppo chiuso di misura nulla è rinchiudibile „ si può dimostrare per altra via — Vedasi a proposito: H. LEBESGUE " Leçons sur l'intégration „. Paris. Gauthier-Villars, 1904, pag. 109. I gruppi rinchiudibili sono quelli che Du Bois-Reymond ha chiamato integrabili in relazione alla notissima proprietà delle funzioni atte all'integrazione secondo il concetto di Riemann. La stessa denominazione venne adottata dal Lebesgue nel lavoro testè citato.

(2) C. A. DELL'AGNOLA — " Sulla tendenza ad un limite di una successione di variabili casuali „, loco citato, § 2.

Digitized by Google

ha punti in comune con gli intervalli $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_{p+1}$, di guisa che per $n > N$, i punti di G_n sono tutti distribuiti nei tratti $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$, la cui somma è minore di η. Il teorema rimane così dimostrato.

Ammessa l'esistenza del gruppo $\overline{\Gamma'}$, sieno $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$, quelli fra i tratti $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$, di cui al teorema precedente, che contengono, sempre in senso stretto, almeno un punto di $\overline{\Gamma'}$. Da un certo valore dell'indice n in avanti, il gruppo G_n ha almeno un punto in comune con ciascuno dei tratti $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$. Abbiamo così, *nelle ipotesi del teorema precedente e supposto esistente il gruppo* $\overline{\Gamma'}$, che:

TEOREMA II.° — " Assegnato un numero positivo η piccolo a piacere, esiste un numero *finito* di tratti $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$, senza punti comuni a due a due, la cui somma è minore di η, tali che ciascuno di essi contiene almeno un punto di G_n, da un certo valore dell'indice n in avanti ".

Osservazione. — Più generalmente, si può supporre che $\overline{\Gamma'}$ esista, sia di misura nulla, senza stabilire alcuna ipotesi circa la misura del gruppo $\overline{G'}$. Si arriva così alla stessa conclusione del teorema precedente. Ma la *dispersione* degli elementi dei gruppi G_n della successione proposta, non è più limitata, almeno in generale, a certi determinati intervalli in numero finito, la cui somma possa ridursi piccola a volontà.

Suppongasi ora, come caso particolare, che i due gruppi derivati $\overline{G'}$ e $\overline{\Gamma'}$ della successione G_n coincidano. Sempre nell'ipotesi del teorema I°, dalle proposizioni dimostrate scende tosto il COLLORARIO — " Assegnato un numero positivo η piccolo a piacere, esiste un numero *finito* di tratti $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$, senza punti comuni a due a due, la cui somma è minore di η, e un numero intero N, tale che per $n > N$, i punti di G_n sono *tutti* distribuiti nei tratti $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$, per modo che ciascuno di questi contenga almeno un punto di G_n ".

§ **2.** — Riferendoci costantemente a gruppi di punti che cadono in un intervallo finito (a, b), gioverà richiamare brevemente alcune nozioni sui gruppi, alle quali dovremo ricorrere in seguito.

Digitized by Google

" Si dice che un gruppo G è *denso in tutto un intervallo* (α, β), o, semplicemente, che esso è *denso nell' intervallo* (α, β), quando in ogni porzione comunque piccola di (α, β) cadono punti del gruppo „ (1).

Da questa definizione seguono tosto le proposizioni seguenti.

1) — " Condizione necessaria e sufficiente affinchè un gruppo G sia denso in un intervallo (α, β), è che il derivato G' riempia tutto l' intervallo „.

Questa proposizione ci dice che un gruppo G e il suo derivato G' sono insieme densi, oppure insieme non densi in un intervallo determinato, ma del resto qualunque.

2) — " Un gruppo chiuso denso in un intervallo (α, β), contiene tutti i punti di (α, β), vale a dire riempie tutto l' intervallo „.

D' altra parte, un gruppo chiuso è misurabile, per cui si ha ancora:

3) — " Se un gruppo chiuso è denso in un intervallo (α, β), la sua misura è almeno eguale all' ampiezza di questo intervallo „.

Ne segue immediatamente:

4) — " Un gruppo chiuso di misura nulla non può essere denso in alcun intervallo per quanto piccolo „.

Poichè il derivato G' di un gruppo qualunque G è chiuso, dalle proposizioni 1) e 4) si deduce subito la seguente:

5) — " Se il derivato G' di un gruppo G è di misura nulla, il gruppo G non può essere denso in alcun intervallo per quanto piccolo „.

Trarremo profitto altresì dalla definizione seguente:

" Sia

$$G_1, G_2, \ldots, G_n, \ldots \qquad (2)$$

una successione numerabile di aggregati di numeri reali; (a, b)

---

(1) Vedasi ad es.:

U. Dini — " Lezioni di Analisi infinitesimale „. — Vol. II. Calcolo integrale, (2ª parte), 1915, Pisa, Stabil. tipografico succ. FF. Nistri, pag. 979.

É. Borel — " Leçons sur la théorie des fonctions „. Paris, Gauthier-Villars, 1898, pag. 38.

Digitized by Google

un intervallo contenente in senso stretto i punti di G_n, qualunque sia n.

Se ciascun gruppo della successione (2) non è denso in alcun tratto di (a, b), per quanto piccolo, si dirà, con una denominazione introdotta dal Sig. BAIRE, che il gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots$$

è *di prima categoria* „.

Il complementare CG di un gruppo G di prima categoria contenuto in un intervallo (a, b) è denso in tutto l'intervallo (1). Ed è precisamente in vista di questa proprietà, che i gruppi di prima categoria presentano un particolare interesse per noi.

Assieme ad una successione qualunque di aggregati

$$G_1, G_2, \ldots, G_n, \ldots, \tag{3}$$

si consideri la successione

$$G'_1, G'_2, \ldots, G'_n, \ldots \tag{4}$$

dei gruppi derivati, e pongasi

$$\begin{aligned} G &= G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots \\ g &= G'_1 + G'_2 + \ldots + G'_n + \ldots \end{aligned} \tag{5}$$

È facile riconoscere che:

" Se i gruppi (3) sono limitati nel loro insieme e senza punti comuni a due a due (2), si ha

$$G' = g + \overline{G'}\ , \tag{6}$$

essendo G' il gruppo derivato di G, e $\overline{G'}$ il derivato completo della successione (3) „.

---

(1) Si può vedere a questo proposito:

É. BOREL — " Leçons sur les fonctions de variables réelles „, loco citato, pag. 21-22.

(2) Si potrebbe, volendo, supporre che non esistano punti comuni ad infiniti gruppi della successione (3), non escludendo in tal guisa che un punto possa appartenere a più gruppi, sempre però in numero finito.

La ragione dell'ipotesi stabilita sta in ciò, che si vuol eliminare la possibilità dell'esistenza di un punto *isolato* di G comune ad infiniti gruppi G_n; punto, che apparterrebbe a $\overline{G'}$ senza appartenere a G'.

Digitized by Google

Poichè l'insieme limite completo, secondo BOREL, della successione (3) è nullo per ipotesi, è chiaro senz'altro che ogni punto di $\overline{G'}$ è punto limite di G, ed appartiene quindi a G'. Ed è pure evidente che ogni punto del gruppo g definito dalla (5) è contenuto in G'. Rimane pertanto da far vedere che, viceversa, ogni punto di G' appartiene a g oppure a $\overline{G'}$.

Se x è un punto de G', due casi si possono presentare: o x appartiene a uno o più gruppi, in numero finito od anche infinito, della successione (4), e in questo caso x appartiene a g (1); oppure x non appartiene ad alcuno dei gruppi (4). In questo secondo caso il punto x appartiene a G, oppure, con riferimento ad un intervallo finito (a, b) contenente i punti di G, al complementare CG di G. Suppongasi in primo luogo che x appartenga al complementare CG. Indichiamo con δ_n la distanza del punto x dal gruppo G_n. Se G_n è un gruppo finito, è evidente che $\delta_n > 0$. Se poi G_n è un gruppo infinito, dall'essere $\delta_n = 0$ seguirebbe che il punto x appartiene a G'_n, contro l'ipotesi. Quindi, in ogni caso, è $\delta_n > 0$, qualunque sia n. D'altra parte, poichè x appartiene a G', il limite inferiore dei numeri δ_n dev'essere nullo, e ciò basta per concludere che in qualunque intorno c_x del punto x cadono punti di G_n, per infiniti valori di n. Ne segue che x è un punto del derivato completo $\overline{G'}$ della successione (3). Si noti che x è un punto frontiera del gruppo G, perchè è un punto limite di G appartenente al complementare CG.

Supponiamo in secondo luogo che il punto x appartenga a G, e si consideri ancora un gruppo generico G_n della successione (3). Se x appartiene a G_n, indicheremo con δ_n il limite inferiore delle distanze di x dai rimanenti punti di G_n, oppure la minima distanza di x dai rimanenti punti di G_n se questo gruppo è finito. Se x non appartiene a G_n, indicheremo con δ_n la distanza di x dal gruppo G_n. In entrambi i casi dev'essere $\delta_n > 0$. Ciò è evidente se G_n è un gruppo finito. Ma anche nel caso di G_n infinito dev'essere $\delta_n > 0$, perchè altrimenti sarebbe x un punto di G'_n, contro l'ipotesi. E poichè x è, per ipotesi,

(1) Se x è comune ad infiniti gruppi della (4), esso appartiene, come si è visto dianzi, anche a $\overline{G'}$.

Digitized by Google

un punto di G', il limite inferiore dei numeri δ_n dev' essere nullo, e si conclude di nuovo che il punto x appartiene al derivato completo $\overline{G'}$ della successione (3).

Da tutto ciò risulta l' identità dei due gruppi che figurano nei due membri della (6).

Si può osservare di passaggio, che se ciascuno dei gruppi della successione (3) è *finito*, si ha $g = 0$, e l' eguaglianza (6) si riduce alla seguente:

$$G' = \overline{G'} ,$$

la quale ci dice che il derivato G' del gruppo G coincide col derivato completo della successione (3).

Dalla (6) risulta subito, che se G' è di misura nulla, altrettanto si può affermare del gruppo derivato completo della successione (3), come pure del gruppo g definito dalla (5), e per conseguenza di uno qualunque dei gruppi G'_n. Ne segue che ciascuno dei gruppi della successione (3) è *non denso*, ossia che il gruppo G è di prima categoria. Quindi, in ogni tratto per quanto piccolo di (a, b), vi sono punti del complementare CG del gruppo G (1), ossia punti che non appartengono ad alcuno dei gruppi della successione (3).

Possiamo raccogliere i risultati ottenuti nel seguente enunciato:

" Data una successione numerabile di aggregati

$$G_1, G_2, \ldots, G_n, \ldots$$

limitati nel loro insieme e senza punti comuni a due a due, se il derivato G' del gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots$$

è di misura nulla, anche il derivato completo $\overline{G'}$ della successione considerata è di misura nulla, e, oltre a ciò, il gruppo G è di prima categoria ".

---

(1) Ciò che del resto risulta direttamente dal fatto che G è un gruppo non denso, inquantochè G' è chiuso e di misura nulla. Cfr. § 2.

Digitized by Google

§ **3.** — Data una successione illimitata di variabili casuali discontinue

$$X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots, \tag{7}$$

indico con G_n il gruppo dei valori che la variabile X_n può assumere, gruppo che per brevità si dirà *corrispondente alla variabile* X_n, e con $p_n(\alpha, \beta)$ la probabilità che la variabile stessa assuma un valore dell'intervallo (α, β). Insieme alla successione (7) considero le due successioni ad essa congruenti: la successione di aggregati

$$G_1, G_2, \ldots, G_n, \ldots, \tag{8}$$

e la successione delle probabilità

$$p_1(\alpha, \beta), p_2(\alpha, \beta), \ldots, p_n(\alpha, \beta), \ldots . \tag{9}$$

Mi propongo, in ultima analisi, di far vedere, come da opportune ipotesi concernenti le successioni (8) e (9), si possa dedurre la tendenza della successione (7) ad una variabile causale limite, in conformità alla definizione che verrà stabilita nel paragrafo seguente. E a tale scopo gioverà premettere in questo paragrafo alcune proposizioni.

Se i gruppi (8) sono limitati nel loro insieme [1] e senza punti comuni a due a due, e se il derivato G' del gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots$$

è di misura nulla, in base all'ultima proposizione del paragrafo precedente si può affermare che il derivato completo $\overline{G'}$ della successione (8) è di misura nulla, e applicare quindi alla successione (8) il teorema I° del § 1. Esso ci dice che, assegnato un numero positivo η piccolo a piacere, esiste nell'intervallo (a, b), in cui cadono i punti dei gruppi G_n, un numero finito di tratti $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$, senza punti comuni a due a due, la cui somma è minore di η, ed esiste al tempo stesso un intero positivo N, tale che per $n > N$, ciascun punto di G_n è contenuto in senso stretto in uno dei tratti $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$. Ne segue,

(1) Ciò equivale ad affermare che le variabili casuali della successione (7) sono limitate nel loro insieme.

Digitized by Google

designando con $p_n(\mu_i)$, $(i = 1, 2, \ldots, p)$, la probabilità che la variabile causale X_n assuma un valore appartenente al tratto μ_i, che per $n > N$ ha luogo l'eguaglianza:

$$p_n(\mu_1) + p_n(\mu_2) + \ldots + p_n(\mu_p) = 1 .$$

Abbiamo così il

TEOREMA I° — " Se

$$X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$$

è una successione di variabili casuali limitate nel loro insieme; se i gruppi corrispondenti

$$G_1, G_2, \ldots, G_n, \ldots$$

sono senza punti comuni a due a due; se il derivato G' del gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots$$

è di misura nulla; allora, assegnato un numero positivo η piccolo a piacere, esiste un numero finito di tratti $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$, senza punti comuni a due a due, la cui somma è minore di η, tali che risulti

$$p_n(\mu_1) + p_n(\mu_2) + \ldots + p_n(\mu_p) = 1$$

da un certo valore dell'indice n in avanti „.

Per abbreviare il linguaggio si dirà che *la successione* (9) *delle probabilità è infinitesima nel punto* x, quando esiste un intorno $(x - \varepsilon, x + \varepsilon)$ di questo punto in cui la successione (9) è infinitesima.

Ciò posto, conservando sempre le notazioni precedenti, dimostreremo il seguente

LEMMA — " Se le variabili causali della successione (7) sono limitate nel loro insieme; se il gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots ,$$

somma dei corrispondenti gruppi della (8), è di prima categoria; se ogni punto del derivato completo $\overline{G'}$ della successione (8) è un punto di convergenza (1) per la successione (9) delle proba-

(1) C. A. DELL' AGNOLA — " Sulla tendenza ad un limite di una successione di variabili casuali „, loco citato, § 3.

Digitized by Google

bilità; allora, in ogni intervallo (α, β) di (a, b) contenuto in senso stretto in uno degli intervalli contigui al gruppo derivato ristretto $\overline{\Gamma}'$ della successione (8), la successione $p_n(\alpha, \beta)$ delle probabilità è infinitesima „.

Poichè i punti di (α, β) appartengono al gruppo $\overline{G}' - \overline{\Gamma}'$, oppure al complementare $C\overline{G}'$ di $\overline{G}'$, già sappiamo, (§ 2 della citata mia Memoria), che in ogni punto di (α, β) la successione delle probabilità è infinitesima. Sia x un generico punto di (α, β). Esiste un intorno $(x - \varepsilon, x + \varepsilon)$ del punto x in cui la successione $p_n(x - \varepsilon, x + \varepsilon)$ è infinitesima. Sia $\delta(x)$ il limite superiore delle semiampiezze ε degli intorni del punto x in cui $p_n(x - \varepsilon, x + \varepsilon)$ è infinitesima: $\delta(x)$ è funzione positiva di x nell'intervallo (α, β), il cui limite inferiore nell'intervallo stesso è un numero $\eta > 0$ (1). Segue da ciò, che in ogni tratto di (α, β) di ampiezza minore di 2η, la successione delle probabilità è infinitesima. Sia m un intero positivo tale che risulti

$$\frac{\beta - \alpha}{m} < \eta \ , \tag{10}$$

e si divida l'intervallo (α, β) in m parti eguali, che indicheremo con $h_1, h_2, \ldots, h_m$. Nel tratto h_i, $(i = 1, 2, \ldots, m)$, scegliamo un punto x_i non appartenente al gruppo G. Ciò è sempre possibile, perchè G è un gruppo di prima categoria. Allora possiamo scrivere, qualunque sia n, l'eguaglianza:

$$\begin{aligned} p_n(\alpha, x_1) + p_n(x_1, x_2) + p_n(x_2, x_3) + \ldots \\ \ldots + p_n(x_m, \beta) = p_n(\alpha, \beta) \ . \end{aligned} \tag{11}$$

Poichè ciascuno degli $m + 1$ intervalli in cui rimane scomposto l'intervallo (α, β) dai punti $x_1, x_2, \ldots, x_m$ è minore di 2η, come risulta dalla (10), le singole successioni a sinistra della (11) sono infinitesime. Ne segue tosto che la successione $p_n(\alpha, \beta)$ è infinitesima alla sua volta.

---

(1) C. A. Dell'Agnola — " Sopra alcune proposizioni fondamentali dell'Analisi „. Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XL, Serie II, 1907. (Corollario 3° del § 1. Cfr. dimostrazione del teorema di Borel. § 2, pag. 375).

Digitized by Google

Osservazione I^a — Il lemma precedente è stato dimostrato per un intervallo chiuso. È chiaro senz' altro che esso continua a sussistere per un intervallo semiaperto o aperto, contenuto in senso stretto in uno degli intervalli contigui a $\overline{\Gamma'}$.

Osservazione II^a — Le ipotesi del lemma assicurano l' esistenza del derivato ristretto $\overline{\Gamma'}$ della successione (8). Difatti, se $\overline{\Gamma'}$ fosse nullo, la successione delle probabilità sarebbe infinitesima in un intervallo (a, b) contenente i punti di G_n, qualunque sia n. Ma ciò è assurdo, perchè si ha $p_n(a, b) = 1$ per un valore qualsiasi di n.

Se il gruppo $\overline{\Gamma'}$ si riduce ad un unico punto l, in questo punto la successione delle probabilità non può essere evidentemente infinitesima, e per di più sarebbe facile riconoscere che la variabile X_n, al crescere indefinitamente di n, tende al limite l secondo il Calcolo delle probabilità.

Osservazione III^a — Ferme restando le ipotesi del lemma precedente, sia x_o un punto *isolato* di $\overline{\Gamma'}$. Esiste un numero positivo δ, tale che per $\varepsilon < \delta$ risultano soddisfatte le due condizioni seguenti: 1) l' intorno $(x_o - \varepsilon . x_o + \varepsilon)$ non contiene punti di $\overline{\Gamma'}$ all' infuori del punto x_o; 2) la successione $p_n(x_o - \varepsilon, x_o + \varepsilon)$ è convergente. Ciò posto, sia Δ un tratto *minore di* δ e contenente in senso stretto il punto x_o. Indichiamo con ε_1 ed ε_2 le ampiezze dei due intervalli in cui il tratto Δ rimane diviso dal punto x_o, e sia $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$. Nella parte $(x_o - \varepsilon_1, x_o + \varepsilon_1)$ del tratto Δ la successione delle probabilità è convergente, perchè $\varepsilon_1 < \delta$; nella parte rimanente del tratto Δ la successione delle probabilità è certamente infinitesima, perchè quest' ultima parte è contenuta in senso stretto in uno degli intervalli contigui a $\overline{\Gamma'}$. Si può quindi affermare che nel tratto Δ la successione delle probabilità è convergente, e che

$$\lim_{n \to \infty} p_n(\Delta) = \lim_{n \to \infty} p_n(x_o - \varepsilon_1, x_o + \varepsilon_1) ,$$

ossia che

$$p(\Delta) = p(x_o - \varepsilon_1, x_o + \varepsilon_1) ,$$

avendo posto

$$\lim_{n \to \infty} p_n(\Delta) = p(\Delta) , \quad \text{e} \quad \lim_{n \to \infty} p_n(x_o - \varepsilon_1, x_o + \varepsilon_1) = p(x_o - \varepsilon_1, x_o + \varepsilon_1) .$$

Digitized by Google

Da tutto ciò scende, che *nel passaggio al limite di* $p_n(\Delta)$, *al tendere di n all' infinito, si può sostituire al tratto* Δ *un altro tratto avente il punto* x_0 *come punto medio.*

Alle ipotesi del teorema I° di questo paragrafo si aggiunga ora la seguente: ogni punto del derivato completo $\overline{G'}$ della successione (8) sia un punto di convergenza per la successione (9) delle probabilità. Sono allora soddisfatte manifestamente le condizioni per l' applicabilità del lemma precedente, e rimane pertanto assicurata l' esistenza del gruppo derivato ristretto $\overline{\Gamma'}$ della successione (8) (Osservazione II[a]). È quindi applicabile senz' altro alla successione di aggregati (8) il teorema II° del § 1. Sieno

$$\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$$

quelli fra i tratti $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p$, di cui al teorema I° di questo numero, che contengono almeno un punto di $\overline{\Gamma'}$; $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r$ i tratti rimanenti. Poichè la somma $\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_p$ si può supporre, come si è visto, minore di η, essendo η un numero positivo piccolo a volontà, a più forte ragione si potrà supporre minore di η la somma $\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_q$. Ciascuno dei tratti λ_i, $(i = 1, 2, \ldots, r)$, è contenuto in senso stretto in uno degli intervalli contigui a $\overline{\Gamma'}$, per cui, in virtù del lemma precedente, la successione $p_n(\lambda_i)$, $(i = 1, 2, \ldots, r)$, è infinitesima. Ne segue che è pure infinitesima la successione somma

$$p_n(\lambda_1) + p_n(\lambda_2) + \ldots + p_n(\lambda_r) ,$$

cosicchè, assegnato un numero positivo ε arbitrariamente piccolo, esiste un intero positivo N_1, tale che per $n > N_1$ risulti

$$p_n(\lambda_1) + p_n(\lambda_2) + \ldots + p_n(\lambda_r) < \varepsilon . \qquad (12)$$

D' altra parte, per il teorema I° di questo paragrafo, esiste un intero positivo N_2, tale che per $n > N_2$ risulta verificata la

$$\begin{aligned} p_n(\lambda_1) + p_n(\lambda_2) + \ldots + p_n(\lambda_r) + p_n(\nu_1) + \\ + p_n(\nu_2) + \ldots + p_n(\nu_q) = 1 . \end{aligned} \qquad (13)$$

Sia N il maggiore dei due numeri N_1 ed N_2: per $n > N$ sussistono ad un tempo le (12) e (13), dalle quali scende tosto la

$$p_n(\nu_1) + p_n(\nu_2) + \ldots + p_n(\nu_q) > 1 - \varepsilon ,$$

essendo $\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_q < \eta$.

Digitized by Google

Tutto ciò si può riassumere nel seguente enunciato:

TEOREMA II° — " Se le variabili casuali della successione numerabile

$$X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$$

sono limitate nel loro insieme; se i gruppi corrispondenti a queste variabili,

$$G_1, G_2, \ldots G_n, \ldots,$$

non hanno punti comuni a due a due; se il derivato G' del gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots$$

è di misura nulla; se ogni punto del derivato completo $\overline{G'}$ della successione G_n è un punto di convergenza per la successione delle probabilità; allora, assegnati due numeri positivi η ed ε arbitrariamente piccoli, esiste un numero *finito* di tratti

$$\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q,$$

senza punti comuni a due a due, la cui somma è minore di η, tali che risulti

$$p_n(\nu_1) + p_n(\nu_2) + \ldots + p_n(\nu_q) > 1 - \varepsilon$$

da un certo valore dell' indice n in avanti, ove

$$p_n(\nu_i), \quad (i = 1, 2, \ldots, q),$$

ha il significato stabilito sopra „.

Brevemente possiamo dire, che nelle ipotesi del teorema, assegnato un numero positivo η piccolo a piacere, esiste un numero finito di tratti la cui somma è minore di η, tali che tenda alla certezza la probabilità che la variabile causale X_n assuma un valore appartenente ad uno di codesti tratti, allorquando si si fa crescere n indefinitamente.

Il teorema ora dimostrato si può estendere, col sussidio del lemma precedente, modificando opportunemente le ipotesi. Si ha precisamente:

TEOREMA III° — " Se le variabili causali della successione numerabile

$$X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$$

Digitized by Google

sono limitate nel loro insieme; se il gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots ,$$

somma dei gruppi corrispondenti alle variabili stesse, è di prima categoria; se ogni punto del derivato completo $\overline{G'}$ della successione G_n è un punto di convergenza per la successione delle probabilità; se il derivato ristretto $\overline{\Gamma'}$ della successione G_n è di misura nulla; allora, assegnati due numeri positivi η ed ε arbitrariamente piccoli, esiste un numero *finito* di tratti $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$, la cui somma è minore di η, tali che risulti

$$p_n(\nu_1) + p_n(\nu_2) + \ldots + p_n(\nu_q) > 1 - \varepsilon$$

da un certo valore dell' indice n in avanti, ove

$$p_n(\nu_i) , \quad (i = 1 , 2 , \ldots , q) ,$$

ha il solito significato „ (1).

Brevemente: nelle ipotesi stabilite tende all' unità (certezza) la probabilità che la variabile X_n assuma un valore appartenente ad uno dei tratti

$$\nu_1 , \nu_2 , \ldots , \nu_q ,$$

allorquando si fa crescere n indefinitamente, la somma

$$\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_q$$

potendo supporsi piccola a volontà.

Il gruppo $\overline{\Gamma'}$, chiuso e di misura nulla, è rinchiudibile. Quindi, scelto un numero positivo η arbitrariamente piccolo, esiste un numero finito di tratti $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$, senza punti co-

---

(1) Nel teorema II il gruppo $G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots$ è bensì di prima categoria, ma è un gruppo *non denso*; mentre vi sono gruppi di prima categoria contenuti in un intervallo (a, b) e densi in tutto l' intervallo. Consideriamo ad es. i numeri razionali compresi tra *0* e *1*. Le frazioni *proprie* col denominatore n formano un gruppo G_n, ciascun punto del quale è interno in senso stretto all' intervallo (0, 1). Il gruppo G_n è non denso, e per conseguenza il gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots$$

cioè il gruppo dei numeri razionali tra *0* e *1*, è di prima categoria. Esso è denso in tutto l' intervallo (0, 1).

Digitized by Google

muni a due a due, la cui somma è minore di η, i quali contengono in senso stretto tutti i punti di $\overline{\Gamma'}$. Sieno

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{q+1}$$

gli intervalli che rimangono dell'intervallo (a, b), asportando da questo i tratti $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$. Ciascun tratto λ_i è aperto o semiaperto, e contenuto in senso stretto in uno degli intervalli contigui a $\overline{\Gamma'}$. Ne segue, per il lemma precedente, che la successione $p_n(\lambda_i)$, $(i = 1, 2, \ldots, q+1)$, è infinitesima, ed è tale per conseguenza la successione somma

$$p_n(\lambda_1) + p_n(\lambda_2) + \ldots + p_n(\lambda_{q+1}) .$$

Si può supporre pertanto, assegnato il minore positivo ε piccolo a volontà, che

$$p_n(\lambda_1) + p_n(\lambda_2) + \ldots + p_n(\lambda_{q+1}) < \varepsilon$$

da un certo valore dell'indice n in avanti.

E poichè si ha, qualunque sia n,

$$p_n(\lambda_1) + p_n(\lambda_2) + \ldots + p_n(\lambda_{q+1}) + \\ + p_n(\nu_1) + p_n(\nu_2) + \ldots + p_n(\nu_q) = 1 ,$$

da questa e dalla precedente si deduce subito la

$$p_n(\nu_1) + p_n(\nu_2) + \ldots + p_n(\nu_q) > 1 - \varepsilon ,$$

valevole per $n > N$, essendo N un intero positivo sufficientemente grande. Il teorema rimane così dimostrato.

§ **4.** — A conclusione delle attuali ricerche ci rimane da dimostrare, sotto condizioni opportunemente stabilite, che una successione di variabili causali discontinue tende ad una variabile causale limite, in conformità alla definizione seguente:

" Se X è una variabile causale che può assumere i valori $x_1, x_2, \ldots, x_h$, con le probabilità rispettive $p_1, p_2, \ldots, p_h$, dire che una successione illimitata di variabili causali

$$X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$$

tende alla variabile causale X, significa: a ciascuno dei valori x_i, $(i = 1, 2, \ldots, h)$, che la variabile X può assumere, cor-

Digitized by Google

risponde un numero positivo δ_i, tale che per ogni numero positivo $\varepsilon < \delta_i$, risulti

$$\lim_{n \to \infty} p_n(x_i - \varepsilon, x_i + \varepsilon) = p_i ,$$

con $p_n(x_i - \varepsilon, x_i + \varepsilon)$ designando la probabilità che la variabile causale X_n assuma un valore dell' intervallo

$$(x_i - \varepsilon, x_i + \varepsilon) .$$

Tutto ciò si esprimerà brevemente con la scrittura

$$\operatorname{Lim}_{n \to \infty} X_n = X ,$$

e si dirà talora che, al crescere indefinitamente di n, la variabile X_n tende alla variabile causale X secondo il calcolo delle probabilità.

Per definizione il $\lim_{n \to \infty} p_n(x_i - \varepsilon, x_i + \varepsilon)$, $(i = 1, 2, \ldots, h)$, dev' essre indipendente da ε, purchè ε sia sufficientemente piccolo, e deve inoltre coincidere con la probabilità p_i che la variabile X assuma il valore x_i.

È evidente di per sè, che quando la variabile X si riduce ad uua costante, la definizione precedente si traduce in quella stabilita dal prof. Cantelli nel caso della tendenza ad un limite secondo il Calcolo delle probabilità (1).

In ciò che segue s' intenderanno conservate le notazioni stabilite nel § 3 per la successione di variabili causali (7).

Suppongasi che la successione illimitata

$$X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$$

di variabili causali soddisfi alle condizioni del teorema II° del paragrafo precedente, e, oltre a ciò, che il gruppo $\overline{\Gamma'}$ (che certo esiste, come sappiamo, in base alle dette ipotesi) sia *finito*. Allora ci proponiamo di dimostrare che la variabile X_n, al crescere indefinitamente di n, tende ad una variabile causale limite.

---

(1) F. P. Cantelli — " La tendenza ad un limite nel senso del Calcolo delle probabilità " loco citato, pag. 193, § 3.

Digitized by Google

Osserviamo prima di tutto che se x è un punto generico del gruppo $\overline{G'}$, esiste per ipotesi un numero positivo δ, tale che per $\varepsilon < \delta$ la successione $p_n(x-\varepsilon, x+\varepsilon)$ è convergente. Sia

$$\lim_{n \to \infty} p_n(x-\varepsilon, x+\varepsilon) = p(x-\varepsilon, x+\varepsilon) .$$

La funzione $p(x-\varepsilon, x+\varepsilon)$ al diminuire di ε non può aumentare, e tende per conseguenza ad un limite allorquando si fa tendere ε a zero. Posto

$$\lim_{\varepsilon \to 0} p(x-\varepsilon, x+\varepsilon) = p(x) ,$$

dovrà essere evidentemente $p(x)$ funzione non negativa.

La funzione $p(x)$, definita nel gruppo chiuso $\overline{G'}$, è nulla nei punti del gruppo $\overline{G'} - \overline{\Gamma'}$, mentre nei punti di $\overline{\Gamma'}$ è

$$p(x) \geqq 0 \ (1) .$$

Poichè il gruppo $\overline{\Gamma'}$ è finito per ipotesi, si può supporre che ciascuno dei tratti $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$, di cui al teorema II° del § 3, contenga in senso stretto uno ed un solo punto di Γ'. Sia y_i il punto di $\overline{\Gamma'}$ contenuto in ν_i, $(i = 1, 2, \ldots, q)$. Possiamo inoltre supporre i tratti $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$ abbastanza piccoli, in guisa che le successioni $p_n(\nu_1), p_n(\nu_2), \ldots, p_n(\nu_q)$ sieno convergenti. Se ora nella (13), stabilita nella dimostrazione del teorema II° del § precedente, si passa al limite al crescere indefinitamente di n, si ha

$$p(\nu_1) + p(\nu_2) + \ldots + p(\nu_q) = 1 , \qquad (14)$$

avendo posto, come sopra, $p(\nu_i) = \lim_{n \to \infty} p_n(\nu_i)$, $(i = 1, 2, \ldots, q)$.

D'altra parte, i punti $y_1, y_2, \ldots, y_q$ di $\overline{\Gamma'}$ sono tutti isolati, per cui nel precedente passaggio al limite possiamo supporre che y_i sia il punto medio di ν_i (Osservazione III^a del § 3). Se ora immaginiamo che i tratti $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q$ tendano a zero, ciascuno dei termini a sinistra della (14) non può aumentare; e

(1) Si vedrà fra poco che *non può essere* $p(x) = 0$ *in ogni punto del gruppo* $\overline{\Gamma'}$.

Digitized by Google

poichè la somma di questi termini rimane costante, ciascun termine conserva un valore costante. Abbiamo così

$$p(\nu_i) = \lim_{\nu_i \to 0} p(\nu_i) = p(y_i) , \quad (i = 1 , 2 , \ldots , q) ,$$

e la (14) diviene:

$$p(y_1) + p(y_2) + \ldots + p(y_q) = 1 . \qquad (15)$$

Sieno $x_1 , x_2 , \ldots , x_h$ i punti di $\overline{\Gamma}$ nei quali la successione delle probabilità non è infinitesima, tali cioè che risulti $p(x_i) > 0$, $(i = 1 , 2 , \ldots , h)$ (1). Indichiamo con $\tau_1 , \tau_2 , \ldots , \tau_h$ quelli fra i tratti $\nu_1 , \nu_2 , \ldots , \nu_q$, che contengono rispettivamente i punti $x_1 , x_2 , \ldots , x_h$, essendo, come si disse, x_i il punto medio di τ_i, $(i = 1 , 2 , \ldots , h)$.

La (14) si riduce allora alla seguente:

$$p(\tau_1) + p(\tau_2) + \ldots + p(\tau_h) = 1 ,$$

e la (15) diviene in conseguenza

$$p(x_1) + (x_2) + \ldots + p(x_h) = 1 ,$$

essendo per quanto si è detto dianzi,

$$\lim_{n \to \infty} p_n(\tau_i) = p(\tau_i) = p(x_i) , \quad (i = 1 , 2 , \ldots , h) .$$

Se ora si indica con X la variabile casuale che può assumere i valori $x_1 , x_2 , \ldots , x_h$, con le probabilità rispettive $p(x_1) , p(x_2) , \ldots , p(x_h)$, in base alla definizione stabilita in principio di questo paragrafo, si può affermare che la variabile casuale X_n, al crescere indefinitamente di n, tende alla variabile causale X. Abbiamo così il

TEOREMA I° — " Se le variabili casuali della successione numerabile

$$X_1 , X_2 , \ldots , X_n , \ldots . \qquad (I)$$

(1) La successione delle probabilità non può essere infinitesima in ogni punto di $\overline{\Gamma}$, perchè altrimenti essa sarebbe infinitesima nell'intervallo (a , b) contenente in senso stretto tutti i punti di G_n, qualunque sia n, e ciò è manifestamente assurdo. (Cfr. Osservazione III del § 3).

Digitized by Google

sono limitate nel loro insieme; se i gruppi corrispondenti

$$G_1, G_2, \ldots, G_n, \ldots \qquad (II)$$

sono senza punti comuni a due a due; se il derivato G' del gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots$$

è di misura nulla; se ogni punto del derivato completo $\overline{G'}$ della successione (II) è un punto di convergenza per la successione delle probabilità; se il derivato ristretto $\overline{\Gamma'}$ della successione (II) è finito; allora, la successione (1) tende ad una variabile casuale limite nel senso del Calcolo delle probabilità „.

Una successione di variabili casuali può tendere ad una variabile casuale limite sotto condizioni meno restrittive, in confronto di quelle stabilite nel teorema precedente. Conservando le solite notazioni, ci proponiamo precisamente di dimostrare il seguente

TEOREMA II° — " Se le variabili casuali della successione numerabile

$$X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$$

sono limitate nel loro insieme; se il gruppo

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n + \ldots ,$$

somma dei gruppi corrispondenti alle variabili stesse, è di prima categoria; se ogni punto del gruppo derivato completo $\overline{G'}$ della successione G_n è un punto di convergenza per la successione delle probabilità; se il derivato ristretto $\overline{\Gamma'}$ della successione G_n è *finito*; allora, la variabile X_n, al crescere indefinitamente di n, tende ad una variabile casuale limite „.

Sia (a, b) un intervallo contenente in senso stretto i punti di G_n, qualunque sia n, e indichiamo con $x_1, x_2, \ldots, x_h$ i punti di $\overline{\Gamma'}$ in cui la successione delle probabilità non è infinitesima (1). Esiste un numero positivo δ, tale che per $\varepsilon < \delta$ sono soddisfatte le seguenti condizioni: 1) la successione $p_n(x_i - \varepsilon, x_i + \varepsilon)$, $(i = 1, 2, \ldots, h)$, è convergente; 2) gli intorni $(x_i - \varepsilon,$

(1) Vedasi la nota a pag. 59.

Digitized by Google

$x_i + \varepsilon$) non hanno punti in comune a due a due. Indichiamo brevemente con ν_i l'intorno $(x_i - \varepsilon, x_i + \varepsilon)$, avente x_i per punto medio, e con $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{h+1}$ i tratti dell'intervallo (a, b), che rimangono asportando i tratti ν_i testè considerati. Ciascuno dei tratti λ_i è aperto nell'estremo o negli estremi che esso ha in comune coi tratti ν_i, ed è contenuto in senso stretto in uno degli intervalli contigui a $\overline{\Gamma'}$; quindi, in virtù del lemma del § 3, la successione

$$p_n(\lambda_i), \ (i = 1, 2, \ldots, h+1) ,$$

è infinitesima. D'altra parte si ha

$$p_n(\lambda_1) + p_n(\lambda_2) + \ldots + p_n(\lambda_{h+1}) + \\ + p_n(\nu_1) + p_n(\nu_2) + \ldots + p_n(\nu_h) = 1 ,$$

qualunqe sia n, e se in questa si passa al limite al tendere di n all'infinito, si ottiene

$$p(\nu_1) + p(\nu_2) + \ldots + p(\nu_h) = 1 , \qquad (16)$$

avendo posto

$$\lim_{n \to \infty} p_n(\nu_i) = p(\nu_i), \ (i = 1, 2, \ldots, h) . \qquad (17)$$

Se sulla (16) si ripete un ragionamento fatto sopra, si arriva a concludere che al diminuire indefinitamente di $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_h$, i termini del primo membro della (16) si mantengono costanti. Si ha pertanto

$$\lim_{\nu_i \to 0} p(\nu_i) = p(\nu_i) , \quad (i = 1, 2, \ldots, h) ,$$

e al tempo stesso

$$\lim_{\nu_i \to 0} p(\nu_i) = p(x_i) , \quad (i = 1, 2, \ldots, h) ,$$

per cui

$$p(\nu_i) = p(x_i) , \quad (i = 1, 2, \ldots, h) . \qquad (18)$$

Alla (16) possiamo quindi sostituire la

$$p(x_1) + p(x_2) + \ldots + p(x_h) = 1 .$$

Digitized by Google

Dalle (17) e (18) si deduce che

$$\lim_{n \to \infty} p_n(\nu_i) = p(x_i) ,$$

od anche che

$$\lim_{n \to \infty} p_n(x_i - \varepsilon , x_i + \varepsilon) = p(x_i) , \quad (i = 1 , 2 , \ldots , h) ,$$

essendo $\varepsilon < \delta$, e $p(x_1) + p(x_2) + \ldots + p(x_h) = 1$.

Se si considera in fine la variabile casuale X che assume i valori x_1 , $x_2 , \ldots , x_h$ con le probabilità rispettive $p(x_1)$, $p(x_2) , \ldots , p(x_h)$, si può affermare senz' altro, in base alla definizione stabilita sopra, che la variabile casuale X_n , al crescere indefinitamente di n , tende alla variabile casuale X secondo il Calcolo delle probabilità, ossia, con la notazione adottata, che

$$\operatorname{Lim}_{n \to \infty} X_n = X , \qquad c. d. d.$$

Osservazione — Nei due teoremi precedenti si può supporre che i valori x_1 , $x_2 , \ldots , x_h$ della variabile casuale limite sieno disposti in ordine crescente. In questa ipotesi, è chiaro senz' altro che i valori estremi x_1 e x_h coincidono rispettivamente coi numeri λ e μ definiti nel § 4 della citata mia Memoria, a proposito di una successione qualunque di variabili casuali limitate nel loro insieme.

Si noti da ultimo, che nel caso particolarissimo in cui il gruppo $\overline{\Gamma'}$ contiene un unico punto in cui la successione delle probabilità non è infinitesima, si ricade nel caso ordinario della tendenza ad un limite nel senso del Calcolo delle probabilità.

Venezia, agosto 1928 - A. VI°

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 17 dicembre 1928*)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Sopra le vibrazioni di risonanza dei corpi elastici isotropi

GRAZIELLA CURLI

(presentata dal prof. E. Laura, s. c., nell' ad. ord. 1 luglio 1928)

Introduzione

Le soluzioni dell' equazione caratteristica delle onde e quelle delle equazioni differenziali dei piccoli moti di un sistema elastico, che dipendono dal tempo a mezzo del fattore $\operatorname{sen} kt$ o $\cos kt$, come è ben noto, soddisfano ad equazioni del tipo:

$$a^2 \Delta\varphi = k^2 \varphi \ , \qquad (1)$$

dove k è costante.

Lo studio dell'equazione (1), o del sistema analogo nel caso dei piccoli moti, conduce alla considerazione delle vibrazioni armoniche semplici, per k reale, o delle vibrazioni armoniche smorzate, per k complesso.

Ora già nel caso del moto di un punto richiamato alla sua posizione di equilibrio da una forza elastica e sollecitato ulteriormente da una forza periodica, il cui periodo coincide con quello delle vibrazioni proprie del punto considerato, si presentano, assieme alle vibrazioni armoniche, delle vibrazioni più generali, dipendenti dal tempo a mezzo di fattori del tipo:

$$t \operatorname{sen} kt \ , \qquad t \cos kt$$

(fenomeno di risonanza). Si presenta allora evidente la ricerca di vibrazioni di questo tipo o di tipo più generale, per i sistemi elastici isotropi oppure no.

Digitized by Google

Già il LAURA in una sua memoria (1) si è occupato di questo problema, limitandosi al caso delle vibrazioni longitudinali. Ci proponiamo ora di estendere lo studio al caso dei piccoli moti di un corpo elastico. Useremo i metodi indicati dal LAURA nella sua nota dove, introducendo l'algoritmo di complesso e di sostituzione sopra i complessi, mostra come si possa procedere ad uno studio esauriente di queste vibrazioni di tipo generale.

Ho potuto così introdurre, come il LAURA aveva fatto nel caso dell'equazione d'Alambertiana, degli spostamenti, che ho detto caratteristici, i quali corrispondono alla soluzione $\frac{1}{r}$ relativa all'equazione di LAPLACE, alle soluzioni usate dal SOMIGLIANA (2) nel caso della Statica elastica e agli integrali che STOKES già aveva dato nel caso dei piccoli moti di un corpo isotropo.

Questi spostamenti si possono ricavare dalle formole dello STOKES e derivano dalla considerazione di spostamenti originati da forze agenti in un punto e dipendenti dal tempo a mezzo di funzioni del tipo:

$$t^m e^{-k^2 t} \operatorname{sen} kt \ .$$

I.

Caratterizzazione delle vibrazioni studiate.

L'equazione:

$$a^2 \Delta\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \ , \qquad (2)$$

dove $a = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\delta}}$ è la velocità di propagazione delle onde longitudinali e Δ è l'operatore di LAPLACE, è caratteristica delle onde sferiche.

---

(1) "*Sopra una classe generale di Vibrazioni dei mezzi isotropi*". R. Acc. di Scienze di Torino. Vol. XLVI.

(2) "*Sulle equazioni della elasticità*". Annali di Matematica, Serie II, Tomo XVII, 1889.

Digitized by Google

Supponiamo φ dipenda dal tempo a mezzo della relazione:

$$\varphi = \overline{\Phi}(x, y, z) \times \overline{\alpha}(t) = \Phi_1 \alpha_1 + \Phi_2 \alpha_2 + \ldots + \Phi_n \alpha_n$$

e il complesso $\overline{\alpha}$ soddisfi inoltre all' equazione:

$$\frac{d^2 \overline{\alpha}}{dt^2} = S \overline{\alpha} \ , \qquad (3)$$

dove S è il simbolo di una sostituzione dei complessi di ordine n ad elementi costanti, ed inoltre le Φ_i sono funzioni di posizione. La (2) diviene allora:

$$a^2 \Delta \left(\overline{\Phi} \times \overline{\alpha}(t)\right) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\overline{\Phi} \times \overline{\alpha}\right) .$$

Nel primo membro può essere messo a fattore $\overline{\alpha}(t)$, giacchè il prodotto interno gode della proprietà distribuitiva rispetto all' addizione; il secondo membro, non dipendendo $\overline{\Phi}$ dal tempo, si potrà scrivere:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\overline{\Phi} \times \overline{\alpha}\right) = \overline{\Phi} \times \frac{d^2 \overline{\alpha}}{dt^2} ,$$

perciò avremo:

$$a^2 \Delta \overline{\Phi} \times \overline{\alpha}(t) = \overline{\Phi} \times \frac{d^2 \overline{\alpha}}{dt^2} .$$

Indicando ora con T la sostituzione ottenuta da S scambiando le orizzontali con le verticali, sostituzione che diremo brevemente coniugata di S, si ha l' equazione:

$$a^2 \Delta \overline{\Phi} \times \overline{\alpha}(t) = T \overline{\Phi} \times \overline{\alpha}(t) \ (1)$$

perciò:

$$a^2 \Delta \overline{\Phi} = T \overline{\Phi} . \qquad (4)$$

Ne consegue che dalla conoscenza di un complesso funzione di t soddisfacente alla (3), le soluzioni dell' equazione di propa-

(1) Se S e T sono due sostituzioni coniugate dei compessi di ordine n, e $\overline{a}$, $\overline{b}$ due complessi di ordine n si ha allora la formola facilmente verificabile;

$$S \overline{a} \times \overline{b} = \overline{a} \times T \overline{b} .$$

Digitized by Google

gazione delle onde sferiche, che dipendono dal tempo a mezzo di questo complesso, si avranno integrando l' equazione (4), la quale è nelle sole coordinate x, y, z.

Essa è un' equazione di forma analoga a quella da cui dipendono le vibrazioni armoniche semplici e le vibrazioni armoniche smorzate. La differenza consiste in ciò, che mentre per queste vibrazioni nel secondo membro la funzione incognita è moltiplicata per una costante positiva o negativa, per l' equazione (4) la funzione incognita è un complesso e la detta costante è sostituita con un segno di sostituzione.

II.

Vibrazioni caratteristiche longitudinali

Introduciamo nei riguardi dell' equazione (4) una sostituzione U, non regolare nell' intorno del punto $r = 0$ e che verifichi l' equazione:

$$a^2 \Delta U = T U . \tag{5}$$

Questa sostituzione si può ottenere con sole operazioni algebriche. Sviluppiamo, infatti, in serie il complesso:

$$\bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right)$$

dove r è la distanza di un punto (x, y, z) variabile ad un punto fisso (x_0, y_0, z_0), cioè è:

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} ;$$

avremo:

$$\bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right) = \bar{\alpha}(t) - \frac{r}{a}\frac{d\bar{\alpha}}{dt} + \frac{r^2}{2!\,a^2}\frac{d^2\bar{\alpha}}{dt^2} + \dots$$

e per la (3):

$$\bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right) = \bar{\alpha}(t) - \frac{r}{a}\bar{\alpha}'(t) + \frac{r^2}{2!\,a^2} S\,\bar{\alpha}(t) - \\ - \frac{r^3}{3!\,a^3} S\,\bar{\alpha}'(t) + \frac{r^4}{4!\,a^4} S^2\,\bar{\alpha}(t) - \dots +$$

Digitized by Google

Ponendo allora:

$$\begin{cases} L = 1 + \frac{r^2}{2!\,a^2} S + \frac{r^4}{4!\,a^4} S^2 + \dots \\ L_1 = \frac{r}{a} + \frac{r^3}{3!\,a^3} S + \frac{r^5}{5!\,a^5} S^2 + \dots \end{cases} \tag{6}$$

otterremo:

$$\bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right) = L\,\bar{\alpha}(t) - L_1\,\bar{\alpha}'(t) \ .$$

Analogamente:

$$\bar{\alpha}\left(t + \frac{r}{a}\right) = L\,\bar{\alpha}(t) + L_1\,\bar{\alpha}'(t) \ .$$

Dalle quali conseguono le formole:

$$\begin{cases} \dfrac{\bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right) + \bar{\alpha}\left(t + \frac{r}{a}\right)}{2} = L\,\bar{\alpha}(t) \\ \dfrac{\bar{\alpha}\left(t + \frac{r}{a}\right) - \bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right)}{2} = L_1\,\bar{\alpha}'(t) \end{cases}$$

che ci permettono di ricavare le sostituzioni L, L_1 con sole *operazioni algebriche.*

Considerando le sostituzioni L, L_1 come funzioni di r consegue:

$$\frac{dL}{dr} = \frac{r}{a^2} S + \frac{r^3}{3!\,a^4} S^2 + \dots$$

$$\frac{dL_1}{dr} = \frac{1}{a} + \frac{r^2}{2!\,a^3} S + \frac{r^4}{4!\,a^5} S^2 + \dots,$$

e derivando ulteriormente:

$$\frac{d^2 L}{dr^2} = \frac{1}{a^2} S + \frac{r^2}{2!\,a^4} S^2 \dots =$$

$$= \frac{1}{a^2}\left(1 + \frac{r^2}{2!\,a^2} S + \dots\dots\right) S = \frac{1}{a^2} LS$$

Digitized by Google

$$\frac{d^2 L_1}{dr^2} = \frac{r}{a^3} S + \frac{r^3}{3!\ a^5} S^2 \ldots =$$

$$= \frac{1}{a^2}\left(\frac{r}{a} + \frac{r^3}{3!\ a^3} S + \ldots\ldots\right) S = \frac{1}{a^2} L_1 S$$

e quindi Λ, Λ_1, sostituzioni coniugate di L, L_1 verificano le relazioni:

$$a^2 \frac{d^2 \Lambda}{dr^2} = T\Lambda\ , \qquad a^2 \frac{d^2 \Lambda_1}{dr^2} = T\Lambda_1\ . \tag{7}$$

Volendo ricercare dell' equazione:

$$a^2 \Delta U = T U$$

una soluzione dipendente dalla sola variabile r si osservi che, in questa ipotesi:

$$\Delta U = \frac{1}{r} \frac{d^2 (r U)}{dr^2}\ ;$$

perciò:

$$\frac{a^2}{r} \frac{d^2 (r U)}{dr^2} = TU\ ,$$

o anche:

$$a^2 \frac{d^2 (r U)}{dr^2} = T r U;$$

equazione che confrontata con le (7) ci porge:

$$r U = \Lambda\ , \qquad r U = \Lambda_1\ ,$$

cioè:

$$U = \frac{\Lambda}{r}\ , \qquad U = \frac{\Lambda_1}{r}$$

Si sono così ottenute le sostituzioni:

$$\frac{\Lambda}{r} = \frac{1}{r} + \frac{r}{2!\ a^2} T + \frac{r^3}{4!\ a^4} T^2 + \ldots\ldots$$

$$\frac{\Lambda_1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{r^2}{3!\ a^3} T + \frac{r^4}{5!\ a^5} T^2 + \ldots\ldots$$

che verificano l' equazione (5).

Digitized by Google

È evidente che la sostituzione $\frac{\Lambda}{r}$ nel polo dei raggi vettori $r=0$ diviene infinita come $\frac{1}{r}$, cioè tutti i suoi elementi per $r=0$ si annullano, esclusi quelli della diagonale principale che divengono infiniti come $\frac{1}{r}$. Essa sarà detta la *sostituzione caratteristica* dell' equazione (5).

La sostituzione $\frac{\Lambda_1}{r}$ è invece regolare nell' intorno del punto $r=0$. Vedremo poi di essa qualche applicazione.

Se in luogo della (4) si considera l' equazione:

$$a^2 \Delta \varphi = K^2 \varphi ,$$

da cui dipendono le vibrazioni armoniche semplici o smorzate, si scorge subito l' analogia tra le sostituzioni ora definite e gli integrali:

$$\frac{\cos K r}{r} , \qquad \frac{\operatorname{sen} K r}{r} .$$

III.

Formole di rappresentazione per le vibrazioni longitudinali.

Volendo ora ricercare per l' equazione:

$$a^2 \Delta \bar{\Phi} = T \bar{\Phi}$$

una formola analoga alla seconda equazione di GREEN per le funzioni armoniche, si considerino i due integrali:

$$\int_S A \Delta \bar{\Phi} \, d S , \qquad \int_S \Delta A \bar{\Phi} \, d S ,$$

dove $\bar{\Phi}$ è un complesso e A è il simbolo di una sostituzione dei complessi di ordine n, entrambi regolari in uno spazio S interno a una superficie σ. Si ha:

Digitized by Google

$$\int_S A\,\Delta\,\bar{\Phi}\,dS = \int_S \left\{ \frac{\partial}{\partial x}\left(A\frac{\partial\bar{\Phi}}{dx}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(A\frac{\partial\bar{\Phi}}{dy}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial z}\left(A\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial z}\right) - \frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial z}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial z} \right\} ds$$

e trasformando l'integrale di spazio in integrale di superficie, si avrà:

$$\int_S A\,\Delta\,\bar{\Phi}\,dS = -\int_\sigma A\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial n}\right) d\sigma -$$

$$-\int_S \left\{ \frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y} + \frac{\partial A}{\partial z}\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial z} \right\} ds$$

essendo n la normale diretta interna a σ.

Indicando con $\Delta'(A\,\bar{\Phi})$ la funzione sotto il segno dell'ultimo integrale, si ha:

$$\int_S A\,\Delta\,\bar{\Phi}\,dS = -\int_\sigma A\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial n}\,d\sigma - \int_S \Delta'(A\,\bar{\Phi})\,dS$$

In modo analogo, tenendo presente che

$$\Delta\,A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}\ ,$$

discende:

$$\int_S \Delta\,A\,.\,\bar{\Phi}\,dS = -\int_\sigma \frac{\partial A}{\partial n}\bar{\Phi}\,d\sigma - \int_S \Delta'(A\,\bar{\Phi})\,dS\ .$$

Sottraendo, si conclude infine:

$$\int_S (A\,\Delta\,\bar{\Phi} - \Delta\,A\,\bar{\Phi})\,dS = \int_\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial n}\bar{\Phi} - A\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial n}\right) d\sigma$$

formola che è analoga alla ben nota formola di GREEN.

Supponiamo ora che la sostituzione A e il complesso $\bar{\Phi}$ soddisfino nello spazio S, dove sono regolari, alle equazioni:

$$\Delta\,A = \frac{A}{a^2}\,T\ , \qquad \Delta\,\bar{\Phi} = \frac{T}{a^2}\,\bar{\Phi} \tag{8}$$

Digitized by Google

Si avrà:

$$\int_S \left(A \frac{T}{a^2} \bar{\Phi} - A \frac{T}{a^2} \bar{\Phi} \right) dS = \int_\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial n} \bar{\Phi} - A \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right) d\sigma$$

da cui, essendo nullo il primo membro, si ha:

$$\int_\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial n} \bar{\Phi} - A \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right) d\sigma = 0 \ . \tag{9}$$

Come sostituzione A possiamo considerare la sostituzione $\frac{\Lambda_1}{r}$, già considerata, la quale è regolare nell'intorno del punto $r = 0$; si ottiene allora:

$$\int_\sigma \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\Lambda_1}{r} \right) \bar{\Phi} - \frac{\Lambda_1}{r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right\} d\sigma = 0 \ .$$

Si consideri ora la sostituzione $\frac{\Lambda}{r}$; essa, diventando infinita come $\frac{1}{r}$ nell'intorno del punto $r = 0$, non è regolare. In questa ipotesi, procedendo come solitamente si fa in questioni di Fisica Matematica, circondiamo il punto $r = 0$ con una sfera di raggio ρ, di superficie Σ, piccola a piacere.

Applicando la (9), si ha:

$$\int_\sigma \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\Lambda}{r} \right) \bar{\Phi} - \frac{\Lambda}{r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right\} d\sigma + \int_\Sigma \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\Lambda}{r} \right) \bar{\Phi} - \frac{\Lambda}{r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right\} d\Sigma = 0 \ . \tag{10}$$

Se $d\Sigma_0$ è l'elemento superficiale della sfera unitaria avente il centro nel punto $r = 0$, è

$$d\Sigma = \rho^2 \, d\Sigma_0$$

ed osservando che ρ, come funzione di x, y, z, non differisce da r e i versi di n, normale a Σ, e di ρ coincidono, si ha che l'integrale esteso a Σ diventa:

Digitized by Google

$$\int_{\Sigma_0} \left\{ \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\Lambda}{r}\right)\bar{\Phi} - \frac{\Lambda}{r}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} \right\} r^2 \, d\Sigma_0 =$$

$$= \int_{\Sigma_0} \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\Lambda}{r}\right)\bar{\Phi}\, r^2 \, d\Sigma_0 - \int_{\Sigma_0} \frac{\Lambda}{r}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} r^2 \, d\Sigma_0 \,. \tag{11}$$

Si vede facilmente che il primo dei due integrali del secondo membro della (11), al tendere di r a zero, tende al limite:

$$-\bar{\Phi}_0 \int_{\Sigma_0} d\Sigma_0 = -4\pi\bar{\Phi}_0$$

dove $\bar{\Phi}_0$ è il valore di $\bar{\Phi}$ nel punto $r=0$.

L' ultimo integrale della (11):

$$\int_{\Sigma_0} \frac{\Lambda}{r}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} r^2 \, d\Sigma_0 = \int_{\Sigma_0} \Lambda \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} r \, d\Sigma_0$$

al tendere di r a zero, essendo $\dfrac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r}$ finita, dà contributo nullo.

La (10) diventa allora:

$$\int_{\sigma} \left\{ \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda}{r}\right)\bar{\Phi} - \frac{\Lambda}{r}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right\} d\sigma = 4\pi\bar{\Phi}(x_0\ y_0\ z_0)$$

Si hanno così le formole richieste di rappresentazione: (1)

$$\begin{cases} \displaystyle\int_{\sigma} \left\{ \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda}{r}\right)\bar{\Phi} - \frac{\Lambda}{r}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right\} d\sigma = 4\pi\bar{\Phi}(x_0\ y_0\ z_0) \\ \displaystyle\int \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda_1}{r}\right)\bar{\Phi} - \frac{\Lambda_1}{r}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \Big\} d\sigma = 0 \,. \end{cases} \tag{12}$$

La prima di queste equazioni dà il valore del complesso $\bar{\Phi}$, soddisfacente alla seconda delle (8), in funzione dei valori che esso e la sua derivata normale assumono al contorno.

---

(1) Formole ottenute pure dal LAURA, nella memoria cui ho fatto cenno, partendo dalla formola del KIRCKHOFF relativa all' equazione:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = a^2 \Delta\varphi \,.$$

Digitized by Google

Le (12) dànno un metodo di integrazione per l' equazione:

$$a^2 \Delta \bar{\Phi} = T \bar{\Phi}$$

analogo a quello di GREEN per le funzioni armoniche.

Si voglia ad esempio la soluzione $\bar{\Phi}$ di (4) regolare in uno spazio S e che sulla superficie assume valori dati.

Dalla prima delle (12) bisognerà eliminare il termine: $\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n}$. Dovremo perciò determinare una sostituzione $\frac{\Lambda_0}{r}$ regolare in S e soddisfacente alla prima delle (8) e tale inoltre che sopra σ si riduca alla sostituzione $\frac{\Lambda}{r}$. Avremo allora le equazioni:

$$\begin{cases} \int \left\{ \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda}{r}\right)\bar{\Phi} - \frac{\Lambda}{r}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right\} d\sigma = 4\pi \bar{\Phi}(x_0\ y_0\ z_0) \\ \int \left\{ \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda_0}{r}\right)\bar{\Phi} - \frac{\Lambda_0}{r}\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right\} d\sigma = 0 \ , \end{cases}$$

dalle quali:

$$\int \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda - \Lambda_0}{r}\right)\bar{\Phi}\, d\sigma = 4\pi \bar{\Phi}(x_0\ y_0\ z_0)$$

formola che risolve la questione proposta.

Nella soluzione interviene dunque la determinazione di sostituzioni ausiliarie che si definiranno in modo analogo alle funzioni di GREEN relative alle funzioni armoniche.

IV.

Teorema di reciprocità.

Siano u, v, w le componenti di spostamento, θ la dilatazione cubica, a e b le costanti d' isotropia. Le equazioni dei piccoli moti di un corpo elastico, non sollecitato da forze di massa, sono allora le seguenti:

Digitized by Google

$$\begin{cases} (a^2 - b^2)\dfrac{\partial\,\theta}{\partial\,x} + b^2\,\Delta\,u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial\,t^2} \\ (a^2 - b^2)\dfrac{\partial\,\theta}{\partial\,y} + b^2\,\Delta\,v = \dfrac{\partial^2 v}{\partial\,t^2} \\ (a^2 - b^2)\dfrac{\partial\,\theta}{\partial\,z} + b^2\,\Delta\,w = \dfrac{\partial^2 w}{\partial\,t^2} \end{cases}$$

Equazioni che possono essere anche scritte:

$$\begin{cases} (a^2 - 2b^2)\dfrac{\partial\,\theta}{\partial\,x} + b^2\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial\,x^2} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial\,x\,\partial\,y} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial\,x\,\partial\,z}\right) + \\ \qquad + b^2\,\Delta\,u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial\,t^2}\,, \\ (a^2 - 2b^2)\dfrac{\partial\,\theta}{\partial\,y} + b^2\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial\,x\,\partial\,y} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial\,y^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial\,z\,\partial\,y}\right) + \\ \qquad + b^2\,\Delta\,v = \dfrac{\partial^2 v}{\partial\,t^2}\,, \\ (a^2 - 2b^2)\dfrac{\partial\,\theta}{\partial\,z} + b^2\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial\,x\,\partial\,z} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial\,y\,\partial\,z} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial\,z^2}\right) + \\ \qquad + b^2\,\Delta\,w = \dfrac{\partial^2 w}{\partial\,t^2}\,. \end{cases} \tag{13}$$

Si supponga ora che le componenti u, v, w dipendano dal tempo a mezzo delle equazioni:

$$\begin{cases} u = \bar{u} \times \overline{\alpha}\,(t) \\ v = \overline{v} \times \overline{\alpha}\,(t) \\ w = \overline{w} \times \overline{\alpha}\,(t) \end{cases}$$

e il complesso $\overline{\alpha}\,(t)$ soddisfi all'equazione:

$$\frac{d^2\,\overline{\alpha}}{dt^2} = \mathrm{S}\,\overline{\alpha}$$

la S, come solitamente, essendo una sostituzione costante.

Le (13) si trasformano allora nelle altre:

$$\begin{cases} \left[(a^2 - 2b^2)\dfrac{\partial\,\overline{\theta}}{\partial\,x} + b^2\left(\dfrac{\partial^2 \bar{u}}{\partial\,x^2} + \dfrac{\partial^2 \overline{v}}{\partial\,x\,\partial\,y} + \dfrac{\partial^2 \overline{w}}{\partial\,x\,\partial\,z}\right) + b^2\,\Delta\,\bar{u}\right] \times \\ \quad \times \overline{\alpha}\,(t) = \bar{u} \times \mathrm{S}\,\overline{\alpha}\,(t) \quad \text{ecc.} \end{cases}$$

Digitized by Google

Indicando ora con T la sostituzione coniugata di S consegue facilmente:

$$\begin{cases} (a^2 - 2b^2)\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x} + b^2\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial x\,\partial z}\right) + \\ \quad + b^2 \Delta\,\bar{u} = \mathrm{T}\,\bar{u} \quad \text{ecc.} \end{cases} \tag{14}$$

Inoltre $\bar{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$ verificano in superficie le equazioni:

$$\begin{cases} b^2\frac{\partial \bar{u}}{\partial n} + (a^2 - 2b^2)\,\overline{\theta}\,\frac{\partial x}{\partial n} + b^2\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \right. \\ \qquad \left. + \frac{\partial \overline{w}}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right) = \frac{1}{\rho}\,\overline{\mathrm{X}}_n \quad \text{ecc.} \end{cases} \tag{15}$$

Siano ora Λ_1, Λ_2, Λ_3 sostituzioni dei complessi di ordine n, soddisfacenti alle equazioni seguenti:

$$\begin{cases} (a^2 - 2b^2)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Lambda_1}{\partial x} + \frac{\partial \Lambda_2}{\partial y} + \frac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\right) + \\ \quad + b^2\left(\frac{\partial^2 \Lambda_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Lambda_2}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \Lambda_3}{\partial x\,\partial z}\right) + b^2\,\Delta\,\Lambda_1 = \Lambda_1\,\mathrm{T} \\ (a^2 - 2b^2)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Lambda_1}{\partial x} + \frac{\partial \Lambda_2}{\partial y} + \frac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\right) + \\ \quad + b^2\left(\frac{\partial^2 \Lambda_1}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \Lambda_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Lambda_3}{\partial z\,\partial y}\right) + b^2\,\Delta\,\Lambda_2 = \Lambda_2\,\mathrm{T} \\ (a^2 - 2b^2)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Lambda_1}{\partial x} + \frac{\partial \Lambda_2}{\partial y} + \frac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\right) + \\ \quad + b^2\left(\frac{\partial^2 \Lambda_1}{\partial x\,\partial z} + \frac{\partial^2 \Lambda_2}{\partial y\,\partial z} + \frac{\partial^2 \Lambda_3}{\partial z^2}\right) + b^2\,\Delta\,\Lambda_3 = \Lambda_3\,\mathrm{T} \end{cases} \tag{16}$$

Se ora si applicano le sostituzioni Λ_1, Λ_2, Λ_3 alle (14) e si integra a tutto lo spazio S la somma delle tre relazioni ottenute, risulterà:

$$\int_S \Big\{ \Lambda_1\left[(a^2 - 2b^2)\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x} + b^2\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial x\,\partial z}\right) + b^2\,\Delta\,\bar{u}\right] +$$

$$+ \Lambda_2\left[(a^2 - 2b^2)\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial y} + b^2\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial\,\overline{v}}{\partial\,y^2} + \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial z\,\partial y}\right) + b^2\,\Delta\,\overline{v}\right] +$$

Digitized by Google

$$+\Lambda_3\left[(a^2-2b^2)\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}+b^2\left(\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial x\,\partial z}+\frac{\partial^2\overline{r}}{\partial y\,\partial z}+\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial z^2}\right)+b^2\Delta\,\overline{w}\right]\Bigg\}dS=$$

$$=\int_S(\Lambda_1\,T\,\bar{u}+\Lambda_2\,T\,\overline{v}+\Lambda_3\,T\,\overline{w})\,dS\ .$$

In modo analogo applicando le sostituzioni dei due membri di ogni equazione (16), rispettivamente alle $\bar{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$ si ottiene:

$$\int_S\Bigg\{\Bigg[(a^2-2b^2)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Lambda_1}{\partial x}+\frac{\partial\Lambda_2}{\partial y}+\frac{\partial\Lambda_3}{\partial z}\right)+$$

$$+b^2\left(\frac{\partial^2\Lambda_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Lambda_2}{\partial x\,\partial y}+\frac{\partial^2\Lambda_3}{\partial x\,\partial z}\right)+b^2\Delta\,\Lambda_1\Bigg]\bar{u}+$$

$$+(a^2-2b^2)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Lambda_1}{\partial x}+\frac{\partial\Lambda_2}{\partial y}+\frac{\partial\Lambda_3}{\partial z}\right)+$$

$$+b^2\left(\frac{\partial^2\Lambda_1}{\partial x\,\partial y}+\frac{\partial^2\Lambda_2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Lambda_3}{\partial z\,\partial y}\right)+b^2\Delta\,\Lambda_2\Bigg]\overline{v}+$$

$$+(a^2-2b^2)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\Lambda_1}{\partial x}+\frac{\partial\Lambda_2}{\partial y}+\frac{\partial\Lambda_3}{\partial z}\right)+$$

$$+b^2\left(\frac{\partial^2\Lambda_1}{\partial x\,\partial z}+\frac{\partial^2\Lambda_2}{\partial y\,\partial z}+\frac{\partial^2\Lambda_3}{\partial z^2}\right)+b^2\Delta\,\Lambda_3\Bigg]\overline{w}\Bigg\}dS=$$

$$=\int_S(\Lambda_1\,T\,\bar{u}+\Lambda_2\,T\,\overline{v}+\Lambda_3\,T\,\overline{w})\,dS\ .$$

Uguagliando ora i primi membri delle due relazioni precedenti, qualora siano usate trasformazioni analoghe a quelle del metodo classico del "teorema di reciprocità„ del BETTI, si ottiene:

$$\int_\sigma\Bigg\{\Lambda_1\Bigg[(a^2-2b^2)\,\overline{\theta}\frac{\partial x}{\partial n}+b^2\frac{\partial\bar{u}}{\partial n}+$$

$$+b^2\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial\overline{w}}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\Bigg]+$$

$$+\Lambda_2\Bigg[(a^2-2b^2)\,\overline{\theta}\,\frac{\partial y}{\partial n}+b^2\frac{\partial\overline{v}}{\partial n}+$$

$$+b^2\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial\overline{v}}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial\overline{w}}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\Bigg]+$$

Digitized by Google

$$+ \Lambda_3\Big[(a^2 - 2b^2)\,\overline{\theta}\,\frac{\partial z}{\partial n} + b^2\frac{\partial \overline{w}}{\partial n} + \\ + b^2\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\Big]\Big\}\,d\sigma =$$

$$= \int_\sigma \Big\{\Big[\Big((a^2 - 2b^2)\left(\frac{\partial \Lambda_1}{\partial x} + \frac{\partial \Lambda_2}{\partial y} + \frac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\right)\frac{\partial x}{\partial n} + b^2\frac{\partial \Lambda_1}{\partial n} + \\ + b^2\left(\frac{\partial \Lambda_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \Lambda_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial \Lambda_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\Big]\bar{u} + \\ + \Big[(a^2 - 2b^2)\left(\frac{\partial \Lambda_1}{\partial x} + \frac{\partial \Lambda_2}{\partial y} + \frac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\right)\frac{\partial y}{\partial n} + b^2\frac{\partial \Lambda_2}{\partial n} + \\ + b^2\left(\frac{\partial \Lambda_1}{\partial y}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \Lambda_2}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial \Lambda_3}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\Big]\overline{v} + \Big[(a^2 - 2b^2)\Big(\frac{\partial \Lambda_1}{\partial x} + \\ + \frac{\partial \Lambda_2}{\partial y} + \frac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\Big)\frac{\partial z}{\partial n} + b^2\frac{\partial \Lambda_3}{\partial n} + \\ + b^2\left(\frac{\partial \Lambda_1}{\partial z}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \Lambda_2}{\partial z}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\Big]\overline{w}\Big\}\,d\sigma\,.$$

Per le (15) e indicando con $\frac{1}{\rho}X_n$, $\frac{1}{\rho}Y_n$, $\frac{1}{\rho}Z_n$ le espressioni contenute entro le parentesi quadre nel secondo membro della precedente relazione, si ha:

$$\int_\sigma (\Lambda_1\overline{X}_n + \Lambda_2\overline{Y}_n + \Lambda_3\overline{Z}_n)\,d\sigma = \int_\rho (X_n\,\bar{u} + Y_n\,\overline{v} + Z_n\,\overline{w})\,d\sigma\,.$$

Le sostituzioni X_n, Y_n, Z_n, quì definite si ottengono dalle sostituzioni Λ_1, Λ_2, Λ_3 con le stesse operazioni differenziali con cui dalle componenti di uno spostamento si passa alle componenti della corrispondente tensione attraverso l'elemento di normale n.

Digitized by Google

V.

Vibrazioni caratteristiche e Formole di rappresentazione nel caso più generale di un sistema isotropo.

Si considerino ora le espressioni di forma analoga a quelle che dànno gli integrali caratteristici delle equazioni dei piccoli moti dei sistemi elastici nella forma usata dal LAURA (1).

$$\left\{\begin{aligned}
&4\pi\rho\, L_1\,\bar{\alpha}(t) + 4\pi\rho\, L_1'\,\bar{\alpha}'(t) = \\
&\quad = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\,\frac{\bar{\alpha}\left(t-\frac{r}{a}\right) - \bar{\alpha}\left(t-\frac{r}{b}\right)}{r} + \frac{1}{b^2}\,\frac{\bar{\alpha}''\left(t-\frac{r}{b}\right)}{r} \\
&4\pi\rho\, L_2\,\bar{\alpha}(t) + 4\pi\rho\, L_2'\,\bar{\alpha}'(t) = \\
&\quad = \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\,\frac{\bar{\alpha}\left(t-\frac{r}{a}\right) - \bar{\alpha}\left(t-\frac{r}{b}\right)}{r} \\
&4\pi\rho\, L_3\,\bar{\alpha}(t) + 4\pi\rho\, L_3'\,\bar{\alpha}'(t) = \\
&\quad = \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\,\frac{\bar{\alpha}\left(t-\frac{r}{a}\right) - \bar{\alpha}\left(t-\frac{r}{b}\right)}{r}
\end{aligned}\right. \qquad (17)$$

dove L_1, L_2, L_3; L_1', L_2', L_3' sono sostituzioni dei complessi di ordine n e $\bar{\alpha}(t)$ è il complesso definito al numero precedente.

Sviluppiamo in serie il complesso:

$$\bar{\alpha}\left(t-\frac{r}{a}\right)$$

avremo:

$$\bar{\alpha}\left(t-\frac{r}{a}\right) = \bar{\alpha}(t) - \frac{r}{a}\,\bar{\alpha}'(t) + \frac{r^2}{2!\,a^2}\,\bar{\alpha}''(t) - \frac{r^3}{3!\,a^3}\,\bar{\alpha}'''(t) + \ldots$$

---

(1) *Sopra il Problema Esterno della Dinamica dei Mezzi Elastici Isotropi.* Memorie della R. Accademia di Scienze di Torino, Serie II. Vol. LXIV, n. 16.

Digitized by Google

e ponendo

$$L_a = 1 + \frac{r^2}{2!\,a^2} S + \frac{r^4}{4!\,a^4} S^2 + \dots$$

$$L_a^{(1)} = \frac{r}{a} + \frac{r^3}{3!\,a^3} S + \frac{r^5}{5!\,a^5} S^2 + \dots$$

si otterrà:

$$\bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right) = L_a\,\bar{\alpha}(t) - L_a^{(1)}\,\bar{\alpha}'(t)$$

e in modo analogo:

$$\bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{b}\right) = L_b\,\bar{\alpha}(t) - L_b^{(1)}\,\bar{\alpha}'(t)$$

dove

$$L_b = 1 + \frac{r^2}{2!\,b^2} S + \frac{r^4}{4!\,b^4} S^2 + \dots$$

$$L_b^{(1)} = \frac{r}{b} + \frac{r^3}{3!\,b^3} S + \frac{r^5}{5!\,b^5} S^2 + \dots$$

Le (17) si trasformano allora nelle altre:

$$\left\{\begin{aligned}
&4\pi\rho\,L_1\,\bar{\alpha}(t) + 4\pi\rho\,L_1'\,\bar{\alpha}'(t) = \\
&\quad = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\,\frac{(L_a - L_b)\,\bar{\alpha}(t) - (L_a^{(1)} - L_b^{(1)})\,\bar{\alpha}'(t)}{r} + \\
&\qquad + \frac{1}{b^2}\,\frac{S\,L_b\,\bar{\alpha}(t) - S\,L_b^{(1)}\,\bar{\alpha}'(t)}{r} \\
&4\pi\rho\,L_2\,\bar{\alpha}(t) + 4\pi\rho\,L_2'\,\bar{\alpha}'(t) = \\
&\quad = \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\,\frac{(L_a - L_b)\,\bar{\alpha}(t) - (L_a^{(1)} - L_b^{(1)})\,\bar{\alpha}'(t)}{r} \\
&4\pi\rho\,L_3\,\bar{\alpha}(t) + 4\pi\rho\,L_3'\,\bar{\alpha}'(t) = \\
&\quad = \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\,\frac{(L_a - L_b)\,\bar{\alpha}(t) - (L_a^{(1)} - L_b^{(1)})\,\bar{\alpha}'(t)}{r}
\end{aligned}\right. \qquad (19)$$

e uguagliando i coefficienti di $\bar{\alpha}(t)$, $\bar{\alpha}'(t)$, nel primo e nel secondo membro delle precedenti relazioni, si ha pure:

Digitized by Google

$$\begin{cases} 4\pi\rho L_1 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\dfrac{L_a - L_b}{r} + \dfrac{1}{b^2}\dfrac{S L_b}{r} \\ 4\pi\rho L_2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\dfrac{L_a - L_b}{r} \\ 4\pi\rho L_3 = \dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\dfrac{L_a - L_b}{r} \end{cases} \qquad (18)$$

$$\begin{cases} 4\pi\rho L_1' = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\dfrac{L_b^{(1)} - L_a^{(1)}}{r} + \dfrac{1}{b^2}\dfrac{S L_b^{(1)}}{r} \\ 4\pi\rho L_2' = \dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\dfrac{L_b^{(1)} - L_a^{(1)}}{r} \\ 4\pi\rho L_3' = \dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\dfrac{L_b^{(1)} - L_a^{(1)}}{r} \end{cases}$$

Le sostituzioni L_1, L_2, L_3 non sono regolari nel punto $r = 0$; mentre lo sono L_1', L_2', L_3'.

Se con Λ_1, Λ_2, Λ_3 si indicano ora le sostituzioni coniugate di L_1, L_2, L_3; con Λ_a, Λ_b quelle coniugate di L_a, L_b, le (18) ci porgono le relazioni:

$$\begin{cases} 4\pi\rho \Lambda_1 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\dfrac{\Lambda_a - \Lambda_b}{r} + \dfrac{1}{b^2}\dfrac{\Lambda_b T}{r} \\ 4\pi\rho \Lambda_2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\dfrac{\Lambda_a - \Lambda_b}{r} \\ 4\pi\rho \Lambda_3 = \dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\dfrac{\Lambda_a - \Lambda_b}{r} \end{cases} \qquad (19)$$

di forma analoga alle equazioni che dànno lo spostamento usato dal SOMIGLIANA per la rappresentazione degli integrali delle equazioni della Statica elastica.

Si vuol dimostrare che si soddisfa alle equazioni:

$$\begin{cases} (a^2 - b^2)\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial \Lambda_1}{\partial x} + \dfrac{\partial \Lambda_2}{\partial y} + \dfrac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\right) + b^2 \Delta \Lambda_1 = \Lambda_1 T \\ \text{ecc. ecc.} \end{cases} \qquad (20)$$

con le sostituzioni Λ_1, Λ_2, Λ_3 date delle (19).

La verifica si potrà fare direttamente.

Digitized by Google

Essendo:

$$\Lambda_a = 1 + \frac{r^2}{2!\,a^2}\,T + \frac{r^4}{4!\,a^4}\,T^2 + \dots$$

si ha:

$$\frac{d\,\Lambda_a}{dr} = \frac{r}{a^2}\,T + \frac{r^3}{3!\,a^4}\,T^2 + \dots$$

dai cui derivando ulteriormente:

$$\frac{d^2\,\Lambda_a}{dr} = \frac{1}{a^2}\,T + \frac{r^2}{2!\,a^4}\,T^2 + \dots =$$

$$= \frac{1}{a^2}\left[1 + \frac{r^2}{2!\,a^2}\,T + \dots\right]T = \frac{1}{a^2}\,\Lambda_a\,T$$

In modo analogo si ha pure:

$$\frac{d^2\,\Lambda_b}{dr^2} = \frac{1}{b^2}\,\Lambda_b\,T$$

Si tenga inoltre presente che se f è funzione della sola r, vale la relazione:

$$\Delta f = \frac{1}{r}\,\frac{d^2(rf)}{dr^2}\,. \qquad (21)$$

Il primo membro della prima delle (20) moltiplicato per $4\pi\rho$, quando per Λ_1, Λ_2, Λ_3 si sostituiscono i valori dati dalle (19), prende la forma:

$$(a^2 - b^2)\,\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\Delta\,\frac{\Lambda_a}{r} - \Delta\,\frac{\Lambda_b}{r} + \frac{1}{b^2}\,\frac{\Lambda_b}{r}\,T\right) +$$

$$+ b^2\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\Delta\,\frac{\Lambda_a}{r} - \Delta\,\frac{\Lambda_b}{r}\right) + \frac{1}{b^2}\,\Delta\,\frac{\Lambda_b}{r}\,T\right];$$

applicando la (21), riducendo e semplificando esso si trasforma nell'espressione:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,\frac{\Lambda_a - \Lambda_b}{r}\,T + \frac{1}{b^2}\,\frac{\Lambda_b}{r}\,T$$

che, per la prima delle (19), è uguale a $4\pi\rho\,\Lambda_1\,T$.

Analogamente si può verificare che le espressioni (19) soddisfano la seconda e la terza delle equazioni (20).

Digitized by Google

Ciò posto, poniamo:

$$\begin{cases} X_x = \lambda\left(\dfrac{\partial \Lambda_1}{\partial x} + \dfrac{\partial \Lambda_2}{\partial y} + \dfrac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\right) + 2\,\mu\,\dfrac{\partial \Lambda_1}{\partial x} \\ X_y = \mu\left(\dfrac{\partial \Lambda_2}{\partial x} + \dfrac{\partial \Lambda_1}{\partial y}\right) \\ X_z = \mu\left(\dfrac{\partial \Lambda_3}{\partial x} + \dfrac{\partial \Lambda_1}{\partial z}\right), \end{cases}$$

espressioni che, qualora si introducano le velocità di propagazione delle onde:

$$a^2 = \frac{\lambda + 2\,\mu}{\rho}, \qquad b^2 = \frac{\mu}{\rho},$$

prendono la forma:

$$\begin{cases} X_x = \rho\,(a^2 - 2\,b^2)\left(\dfrac{\partial \Lambda_1}{\partial x} + \dfrac{\partial \Lambda_2}{\partial y} + \dfrac{\partial \Lambda_3}{\partial z}\right) + 2\,\rho\,b^2\,\dfrac{\partial \Lambda_1}{\partial x} \\ X_y = \rho\,b^2\left(\dfrac{\partial \Lambda_2}{\partial x} + \dfrac{\partial \Lambda_1}{\partial y}\right) \\ X_z = \rho\,b^2\left(\dfrac{\partial \Lambda_3}{\partial x} + \dfrac{\partial \Lambda_1}{\partial z}\right) \end{cases}$$

Per la posizione fatta a pag. 15, si ha allora:

$$X_n = X_x\,\frac{\partial x}{\partial n} + X_y\,\frac{\partial y}{\partial n} + X_z\,\frac{\partial z}{\partial n}.$$

Calcolando ora X_r, Y_r, Z_r per una sfera di raggio unitario e di centro 0, s'ottiene:

$$4\,\pi\,X_r = \left(\frac{\partial}{\partial x}\,\frac{\Lambda_a}{r}\,\mathrm{T} - \frac{2\,b^2}{a^2}\,\frac{\partial}{\partial x}\,\frac{\Lambda_a}{r}\,\mathrm{T} + 2\,b^2\,\frac{\partial^3}{\partial x^3}\,\frac{\Lambda_a - \Lambda_b}{r} + \right.$$

$$\left. + 2\,\frac{\partial}{\partial x}\,\frac{\Lambda_b}{r}\,\frac{x}{r}\,\mathrm{T}\right) + \left(2\,b^2\,\frac{\partial^3}{\partial x^2\,\partial y}\,\frac{\Lambda_a - \Lambda_b}{r} + \frac{\partial}{\partial y}\,\frac{\Lambda_b}{r}\,\mathrm{T}\right)\frac{y}{r} +$$

$$+ \left(2\,b^2\,\frac{\partial^3}{\partial x^2\,\partial z}\,\frac{\Lambda_a - \Lambda_b}{r} + \frac{\partial}{\partial z}\,\frac{\Lambda_b}{r}\,\mathrm{T}\right)\frac{z}{r}$$

Digitized by Google

Calcolando le singole derivate, riducendo i termini simili e integrando rispetto alla superficie σ, ne viene:

$$4\pi\int_\sigma X_r\,d\sigma = \left(\frac{1}{r^3}\frac{a^2-2b^2}{a^2}\frac{d\Lambda_a}{dr}\mathrm{T} - \frac{a^2-2b^2}{a^2}\frac{\Lambda_a}{r^4}\mathrm{T} + \right.$$
$$+\frac{2b_2}{r^3}\frac{d^3\Lambda_a}{dr^3} - \frac{8b^2}{r^4}\frac{d^2\Lambda_a}{dr^2} + \frac{18b^2}{r^3}\frac{d\Lambda_a}{dr} - \frac{18b^2}{r^6}\Lambda_a -$$
$$-\frac{2b^2}{r^3}\frac{d^3\Lambda_b}{dr^3} + \frac{8b^2}{r^4}\frac{d^2\Lambda_b}{dr^2} - \frac{18b^2}{r^5}\frac{d\Lambda_b}{dr} + \frac{18b^2}{r^6}\Lambda_b +$$
$$\left.+\frac{1}{r^3}\frac{d\Lambda_b}{dr}\mathrm{T} - \frac{1}{r^4}\Lambda_b\mathrm{T}\right)\int_\sigma x^2\,d\sigma + \left(\frac{2b^2}{r^2}\frac{d^2\Lambda_a}{dr^2} - \frac{6b^2}{r^3}\frac{d\Lambda_a}{dr} + \right.$$
$$+\frac{6b^2}{r^4}\Lambda_a - \frac{2b^2}{r^2}\frac{d^2\Lambda_b}{dr} + \frac{6b^2}{r^3}\frac{d\Lambda_b}{dr} - \frac{6b^2}{r^4}\Lambda_b +$$
$$\left.+\frac{1}{r}\frac{d\Lambda_b}{dr}\mathrm{T} - \frac{\Lambda_b}{r^2}\mathrm{T}\right)\int_\sigma d\sigma\ .$$

Ma l'$\int_\sigma x^2\,d\sigma$ è il momento d'inerzia rispetto a uno piano diametrale, per ragioni di simmetria è uguale ai momenti: $\int_\sigma y^2\,d\sigma$, $\int_\sigma z^2\,d\sigma$. Ne viene che ognuno di essi, essendo la superficie σ a cui gli integrali sono estesi la sfera di raggio unitario, è la terza parte di 4π.

Si ha allora, riducendo e semplificando, la relazione:

$$\int_\sigma X_r\,d\sigma = \frac{1}{3}\frac{d\Lambda_a}{dr}\mathrm{T} - \frac{1}{3}\Lambda_a\mathrm{T} -$$
$$-\frac{2b^2-4a^2}{3a^2}\frac{d\Lambda_a}{dr}\mathrm{T} + \frac{2b^2-4a^2}{3a^2}\Lambda_b\mathrm{T}$$

da cui:

$$\lim_{r=0}\int_\sigma X_r\,d\sigma = \frac{2b^2-5a^2}{3a^2}\mathrm{T}\ ;$$

mentre, pure facilmente, si ottiene:

$$\lim_{r=0}\int_\sigma Y_r\,d\sigma = 0\ , \qquad \lim_{r=0}\int_\sigma Z_r\,d\sigma = 0\ .$$

Digitized by Google

Ciò posto, si osservi che le sostituzioni Λ_1, Λ_2, Λ_3 date dalle (19) sono regolari in tutto lo spazio, escluso il punto $r=0$.

Quindi la relazione prima trovata:

$$\int_\sigma (\Lambda_1 \overline{X}_n + \Lambda_2 \overline{Y}_n + \Lambda_3 \overline{Z}_n - X_n \bar{u} - Y_n \bar{v} - Z_n \bar{w})\, d\sigma = 0\,,$$

qualora le Λ_1, Λ_2, Λ_3 siano date dalle (19), non sarà applicabile, se il punto $r=0$ è interno al corpo che si considera.

La formola stessa si può invece applicare nello spazio compreso tra la superficie σ e una sfera di superficie Σ, comunque piccola, avente il suo centro nel punto $r=0$ che è singolare per le Λ_1, Λ_2, Λ_3.

Si ha perciò:

$$\int_\sigma (\Lambda_1 \overline{X}_n + \Lambda_2 \overline{Y}_n + \Lambda_3 \overline{Z}_n - X_u \bar{u} - Y_u \bar{v} - Z_u \bar{w})\, d\sigma + \int_\Sigma (\Lambda_1 \overline{X}_r + \Lambda_2 \overline{Y}_r + \Lambda_3 \overline{Z}_r - X_r \bar{u} - Y_r \bar{v} - Z_r \bar{w})\, d\Sigma = 0$$

Prendiamo il limite del secondo integrale per $r=0$. Si ottiene, per quanto si è trovato, che:

$$\lim_{r=0} \int_\Sigma X_r \bar{u}\, d\Sigma = \frac{2b^2 - 5a^2}{3a^2}\, \mathrm{T}\,\bar{u}\,(\mathrm{P})$$

mentre:

$$\lim_{r=0} \int_\Sigma Y_r \bar{v}\, d\Sigma\,, \qquad \lim_{r=0} \int_\Sigma Z_r \bar{w}\, d\Sigma$$

sono nulli.

Si verifica poi facilmente che:

$$\lim_{r=0} \int_\Sigma \Lambda_1 \overline{X}_r\, d\Sigma = 0\,, \quad \lim_{r=0} \int_\Sigma \Lambda_2 \overline{Y}_r\, d\Sigma = 0, \quad \lim_{r=0} \int_\Sigma \Lambda_3 \overline{Z}_r\, d\Sigma = 0.$$

La (22) diviene allora:

$$\int_\sigma (\Lambda_1 \overline{X}_n + \Lambda_2 \overline{Y}_n + \Lambda_3 \overline{Z}_n - X_n \bar{u} - Y_n \bar{v} - Z_n \bar{w})\, d\sigma = \frac{2b^2 - 5a^2}{3a^2}\, \mathrm{T}\,\bar{u}\,(\mathrm{P})\,.$$

Digitized by Google

La formola così ottenuta ci dà il valore dello spostamento $u(P)$ quando sulla superficie σ siano conosciuti lo spostamento stesso e le tensioni cui esso dà luogo.

La formola è perfettamente analoga a quella del SOMIGLIANA relativa all' equilibrio e mostra una volta di più l' analogia perfetta che intercede tra la teoria dell' equilibrio elastico e la teoria delle vibrazioni qui considerate, teoria che contiene come casi particolari quelle delle vibrazioni armoniche semplici e armoniche smorzate.

L' algoritmo introdotto ben dunque si presta ad uno studio esauriente di queste vibrazioni più generali.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 31 dicembre 1928)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

La filosofia del COME SE è irrazionale?

GIOVANNI MARCHESINI, M. E.

(Adunanza ordinaria del giorno 25 novembre 1928)

SOMMARIO — § 1. Il problema. — § 2. La Ragione nel *come se* — § 3. Le basi naturali del *come se*. — § 4. L'analogia. — § 5. Il pensiero come arte. — § 6. Le tre Ragioni. — § 7. La finzione dei valori ideali assoluti. — § 8. Il *come se* nell'educazione.

I.

Riguardando il linguaggio umano come un tessuto d'idee capaci d'infiniti intrecci, vi troviamo frequentemente, come filo, a dir così, che connette termini anche profondamente diversi, la frase " come se „. Parrà semplicemente ipotetica, quando si badi soltanto al " se „; ma a considerarla anche nel " come „ ci rivela un'attitudine funzionale assai più complessa. Dimostravo anzi nel 1905, e di recente in maniera più ampia (1), che il *come se* può assumersi addirittura come il punto centrale di un sistema filosofico, per es. nella trattazione critica e ricostruttiva dei valori ideali.

Ricorderò a tale proposito alcune *Massime* già da me illustrate: " Agisci come se tu fossi l'altro „ (massima equivalente a quella evangelica " Ama il tuo prossimo come te stesso „):

(1) *Le finzioni dell'anima*, Bari, Laterza, 1905. — *La finzione nell'educazione o la Pedagogia del* COME SE; Torino, Paravia, 1925. — Il Vaihinger, con il vol. " *Die Philosophie des Als ob* „ e con gli " *Annalen der Philosophie* „ portò alla filosofia del *come se* un magnifico contributo storico, critico e costruttivo,

Digitized by Google

" Vivi come se la felicità consistesse nella virtù „ ; — " come se la vita meritasse sempre d'essere vissuta „ ; — " come se l'ideale della Giustizia assoluta fosse realizzabile „ ; — " come se il progresso fosse una legge indefettibile dell'umanità „ (1).

L'assunto di questi singoli imperativi è manifestamente contestabile. Come infatti identificare l'io e l'altro, se sono termini che si trascendono reciprocamente, cioè irriducibili? Come credere nell'assoluta potenza eudemonologica della virtù se, come pur notava Aristotele, ci sono beni dei quali non si può subire la privazione senza dolore? E così via. Ma appunto nell'essere controverso il dato che viene presupposto, ha la sua prima ragione giustificativa il *come se* delle suddette massime. In vero, esso attesta che non si accoglie *sic et simpliciter* quell'idealismo assoluto, il quale troverebbe la sua espressione nelle medesime formule liberate dal *come se;* ma non per ciò esso è respinto intieramente a quel modo che si respinge un errore.

L'*idealista puro* non può acconciarsi a questa specie di bilico, e ripudia assolutamente codeste massime perchè le giudica inquinate di scetticismo e quindi repugnanti all'anima morale, se non pressochè canzonatorie. Offendono esse il suo preteso *istinto della verità*, e si possono infine impugnare in nome dello stesso diritto fondamentale della ragione.

Infatti è manifestamente contradittorio — così è facile opporre — ammettere ed escludere in pari tempo il medesimo dato, sfuggendo all'ineluttabile alternativa della logica elementare: essere o non essere, verità od errore. Credere che possa esistere una via intermedia, è una sfida invereconda al senso comune. Insomma o i valori ideali sono da considerare nella loro essenza suprema assoluti, oppure no. Nell'ideale per es. della Giustizia assoluta si crede o non si crede; ora, in questa seconda ipotesi, come è logicamente possibile assumere quale criterio di vita la Giustizia assoluta? Si può quindi concludere che la filosofia dei valori ideali fondata sul *come se* è *irrazionale.*

Contro questa tesi che sembra inespugnabile stanno però, a mio giudizio, argomenti validissimi. E poichè nel *come se* delle massime enunciate si svela e denuncia una flagrante contradi-

(1) In *La finzione* ecc. (su cit.), pag. 109, 144 e segg.

Digitized by Google

zione, converrà in primo luogo ricercare se dell'irrazionalità esso non sia imputabile intrinsecamente, come modo generico del pensiero, in quanto ne sarebbe una sofisticazione. Valga però a questo proposito un'osservazione preliminare.

Il *come se* è spesso implicito negli atteggiamenti dello spirito senza che sia avvertito. Lo si scopre allorchè, riflettendo sul pensiero relativo, lo traduciamo in una formula. L'amore può giungere fino al sacrificio: ecco applicata anche inconsapevolmente la prima delle nostre massime. L'umanità combatte lungo la sua storia strenuamente per la Giustizia, sempre superando mediante la Giustizia ideale quella legale; ed essa segue così, pur senza rendersene conto, la nostra massima della Giustizia assoluta. L'uomo forte e saggio continua ad amare la vita e a svolgerne il culto ideale anche se imperversi sul suo capo la bufera delle sciagure! Egli ama dunque la vita come se meritasse d'essere vissuta per sè medesima. Potrei continuare in simili esempi, dai quali non si vorrà certo dire che emerga l'assurdo. E come può questo essere ritrovato nelle formule se non è nella condotta corrispondente? — Ma veniamo a un esame diretto del *come se* quale s'incontra nell'uso familiare.

II.

Il *come se,* nel discorso comune, letterario, scientifico, filosofico, indica situazioni spirituali che, pur essendo diverse, hanno però sempre a fondamento un rapporto di somiglianza. — Un tale che abbia compiuta un'azione eroica, oppure orribile, può parlarne come si parla delle cose da nulla. — Si può mostrarsi indifferente innanzi a qualunque evento e crollare stoicamente le spalle come di ciò che non ne colpisce nè punto nè poco. — In una novella di Matilde Serao " Chiuso nel cuore „ dov'è descritta l'infinita tristezza di un padre e di una figlia rimasti soli nel lutto squallido, leggo: " Come se nulla più si potesse dire, fra loro, se non di cose dolenti, e che nulla avrebbe mai fatto dileguare, nei giorni che venivano, come se tutto fosse stato detto e tutto fosse inutile, oramai, di dire, Saverio e Marietta Grandi, padre e figlia, non parlarono più fra loro „. — Un attore sulla

Digitized by Google

scena manifesta emozioni come se la commedia fosse realtà. — Non c'è del resto caso di simulazione che non corrisponda al *come se*. — Si può seguire una massima anche stranissima, di quelle che s'incontrano fra le superstizioni volgari, come se fosse il fior fiore della sapienza, e rifiutarne altra sapientissima come se fosse una stoltezza. — Ma a che indugiarmi in simili esempi, se la più ordinaria esperienza ne offre ad esuberanza?

Piuttosto, poichè stiamo indagando il valore non pure empirico, ma razionale del *come se*, possiamo ricercare esempi in cui emerga dal *come se* l'irrazionale, in confronto con altri nei quali avvenga il contrario. Anche per questi due rispetti essi sono infiniti, così che possiamo citarne a caso.

Sfoglio il famoso *Elogio della pazzia* di Erasmo di Rotterdam. Egli deplora quei seguaci di Pitagora i quali " opinando con questo filosofo essere comuni tutti i beni si usurpano in buona coscienza ciò che possono, *come se* conseguissero una legittima eredità „. " Usurpazione „ ed " eredità legittima „ evidentemente sono termini contradittorî, nè poteva bastare l'opinione di Pitagora circa il diritto di proprietà a legittimare l'usurpazione. I pitagorici aveano dunque torto a voler giustificare un atto contrario alla ragione (giuridica e sociale). Erasmo stesso parlando dei " venerabili filosofi „ del tempo suo, " rispettabili per la loro barba e pel loro mantello „, i quali si vantavano di essere i soli sapienti e credevano che tutti gli altri uomini non fossero che mobili ombre, mentre non erano che " ridicoli pazzi „, soggiunge che " il sole, la luna, le stelle, tutti questi globi sono da loro così ben conosciuti, *come se* li avessero misurati palmo a palmo, oppure con un filo „. Anche qui evidentemente nel *come se* è colpita una pretesa irrazionale, almeno se si conviene nel concetto elementare di *scienza*. — È noto il famoso imperativo Kantiano: " Agisci in modo che tu tratti sempre in te e negli altri l'umanità come fine e non mai come mezzo „. Negativamente si può tradurre nell'altro: " Non trattare mai l'uomo *come se* fosse non una persona ma una cosa „. Ecco un altro caso in cui il *come se* segnala un errore di ragione, poichè se l'uomo è uomo, è persona, e come tale dev'essere trattato, per il principio stesso fondamentale della ragione.

Si può presumere che sia conforme alla ragione scientifica

Digitized by Google

ciò che invece è un puro prodotto della fantasia. Ne sono esempio le ipotesi che le nuove ricerche hanno eliminate trovandole in conflitto con la realtà che per esse si credeva di spiegare. La pretesa razionalità di quelle ipotesi (tale spesso che si scambia il verosimile col vero) onde la realtà a cui si riferivano era pensata come se non si potesse interpretare fuorchè per esse, fu dunque smentita. Possono servire d'esempio i famosi " spiriti animali „ per i cui movimenti si spiegavano come le emozioni (Cartesio) così le impressioni stesse sensibili e gli atti volitivi. Nella classica opera di Carlo Bonnet " Contemplazione della natura „ (trad. Spallanzani, P. VII, cap. I) leggiamo: " E quale non è la maravigliosa celerità, con cui le impressioni degli oggetti si comunicano all'anima! Quale cosa è quella, con la quale le membra ubbidiscono alla volontà! Per la qual cosa noi siamo astretti a supporre nei nervi un fluido sottilissimo elasticissimo, i movimenti del quale analoghi a quei della luce o del fluido elettrico, producono tutti i fenomeni della vita, e gli *Spiriti animali* sono un tal fluido, che il cervello estragge, e prepara, e che continuamente trasmette ai nervi, e mediante i nervi a tutte le parti che nutre, muove, ed anima „.

Ma se in tutti questi casi il *come se*, sia o no esplicito, è tramite all'irrazionale, ossia intrinsecamente contradittorio, in altri non può ritenersi dubbia la sua conformità alla ragione. Citerò anche per tale rispetto qualche esempio a caso, seguendo da prima nuovamente Erasmo. Per un uomo, egli scrive, che abbia una bruttissima moglie, ma ch'egli la trovi perfettamente bella, non è lo stesso *come se* avesse sposato una Venere? Se un affamato mangia dei salumi imputriditi e li mangia con tanto gusto *come se* fossero il cibo più squisito, dimando io se egli è per questo meno felice. — È evidente che qui il *come se* traduce un apprezzamento sufficiente a sè stesso; ma se infatti può essere giudicato illusorio da chi lo riguardi nell'aspetto intellettuale, tale non è dal punto di vista affettivo, poichè il sentimento per sè medesimo non è soggetto ad illusioni. La felicità e la sensibilità sono dati subiettivi, che nei singoli soggetti hanno un valore assoluto.

In altro luogo Erasmo parla di quegli " uomini religiosi che non solo disprezzano i beni di fortuna ma ben anche li ri-

Digitized by Google

fiutano; e se per dovere sono obbligati, come padri di famiglia, a pensare agli interessi temporali, vi s'inducono contro voglia e ne provano un vivo rincrescimento, poichè hanno *come se* non avessero, e possedono *come se* non possedessero „. Si enuncia così uno stato affettivo dello spirito, discorde dallo stato esteriore; una specie di duplicismo della personalità, ma non illogica. Il cuore può staccarsi dal possesso materiale, senza che per ciò questo sia ripudiato, non essendo parte essenziale dell'io. Quel *come se* non rappresenta dunque una contradizione come per la logica astratta i due termini " possedere „ e " non possedere „. Ed ecco che penetrando nel dominio dei sentimenti, la logica pura, delle categorie dell'essere e del non essere, non regge.

S. Agostino parlando, nelle *Confessioni*, della morte dell'amico suo narra di aver pianto così *come se* egli non avesse avuto mai a morire, onde si meravigliava di sè medesimo che, essendo lui morto, egli, che era un altro lui, continuasse a vivere. Era questo il linguaggio naturale dell'amore, il quale tende a eternare il proprio obietto. Conserva, dirò così, il proprio idolo anche dopo averlo perduto, ed è già questa finzione un conforto nella sventura. L'aspro morso dell'affetto che la perdita della persona cara abbatteva, non scompare; il vuoto desolante ch'essa lasciava nel cuore non si ricolmerà più. Ma il mantenere tuttavia l'anima sempre aperta alla immagine di lei *come se* fosse tuttora realtà viva e vigile, a lei votando tutto il proprio essere in un anelito incessante di religiosa devozione, è un modo punto folle ma naturale di rivendicare contro l'urto della morte l'immortalità della fede.

Il credente che innalza a Dio fervidamente la sua prece si atteggia verso Lui come se Egli fosse presente, ne udisse le parole e le sentisse vibrare armoniosamente d'amore. Egli non vede Dio e tuttavia gli parla *come se* lo vedesse; anzi nello spasimo dell'accesso mistico si unisce a Lui come in un amplesso fremente (1).

Si dirà che tutto ciò viola la ragione? In questo *come se* l'anima religiosa vive realmente un suo momento squisitissimo,

(1) Si prega, notava il Iames, perchè non se ne può fare a meno. Nulla può la " scienza „ contro la preghiera. Gli uomini pregheranno

Digitized by Google

come vive negli altri casi or ora citati l'amore con le sue leggi naturali, il senso della spiritualità nel distacco dell'anima dalle cose materiali, il sentimento della felicità o la sensibilità nella loro interiore autonomia.

Sulla naturalità del *come se*, che è implicitamente razionalità, conviene tuttavia insistere, poichè se alla fine riconosceremo che è naturale anche il *come se* delle nostre massime, il suo carattere razionale avrà in ciò un primo argomento di difesa.

III.

È *naturale* il *come se* per varî rispetti. Tutto il mio libro *La finzione* ecc. sopra citato ne offre documenti (1); ma non è superfluo accennarne qualche altro.

L'immaginazione si fonda, in ultima analisi, sul *come se*. In vero noi trattiamo le immagini delle cose come se fossero le cose stesse. Talvolta poi l'immaginazione è così accesa che quasi neppur si distingue l'immagine dall'"oggetto reale. " Io gl'imagino sì, che gia li sento „. I tre tipi dell'immaginazione, visivo, uditivo, motore, sussistono per il *come se*. Al soggetto del tipo visivo pare, mentre pensa, di leggere le parole come se le avesse innanzi agli occhi; a quello del tipo uditivo, come se fossero realmente pronunciate; a quello infine del tipo motore, *come se* le pronunciasse o leggesse.

---

in eterno per la loro stessa natura. L'impulso alla preghiera è una conseguenza necessaria del fatto che, mentre il più interno degli Io empirici di un uomo è un Io del genere *sociale*, esso può trovare il proprio *socius* adeguato soltanto in un mondo ideale. (*Princ. di Psicologia*, cap. X).

(1) Fra l'altro notavo che sulla finzione (espressa appunto dal *come se*) hanno la loro base anche la scienza e la filosofia. Ho poi rilevato il valore obiettivo delle finzioni scientifiche rappresentate dai " tipi „ e dalle " leggi „. Spirito e materia si scambiano i proprî termini fittiziamente ma non per ciò irrazionalmente (§§ 18, 19, 29). I tipi appaiono in certo qual modo, pur essendo finzioni, più reali delle stesse cose che rappresentano, quali essenze di queste. Noi vediamo dovunque, udiamo, sentiamo tipi. Anche lo spazio e il tempo sono tipi.

Digitized by Google

Il volere si regge sull'anticipazione ideale o fittizia dell'atto e delle sue conseguenze, avendosi da ciò un motivo per agire o non agire.

È noto il principio delle " associazioni analoghe „ col quale il Wundt interpretava alcune forme del linguaggio delle emozioni. Consiste nel fatto che le disposizioni di spirito si traducono alla stessa maniera di queste. Quando introduciamo nella bocca qualche cosa di amaro, il palato si eleva, la lingua si abbassa per evitare la impressione disgustosa: analogamente innanzi a una scena sgradita apriamo la bocca e abbassiamo la lingua *come se* anche qui si trattasse di evitare una sensazione gustativa amara. Così per gustare una sensazione di dolce, labbra e punta della lingua s'incontrano come per assaporare maggiormente, e analogamente si fanno questi movimenti in caso di emozione gradevole. Pertanto quando si svegliano in noi emozioni aventi affinità con sentimenti personali legati a queste emozioni, si realizzano i medesimi movimenti.

Infine la naturalità e la implicita razionalità del *come se* spiccano per quel rapporto di somiglianza che, come dicevo, esso designa; e che, stando a fondamento del discorso mentale, si estrinseca in più forme. Le similitudini, le parabole, le metafore, e in generale le analogie, che tutte comprendono il *come se*, sono fra esse. È una somiglianza di fatto che idealmente può assumere il carattere della identità.

IV.

Le similitudini che il " come „ stabilisce sono frequentissime in ogni specie di linguaggio. N'è ricco soprattutto il linguaggio poetico, ma anche quello parenetico o precettistico. Sono per lo spirito, come si suol dire, una risorsa o, meglio, una liberazione, poichè gli aprono un varco fra gli ostacoli che incontra nel tentativo di esprimersi come il bisogno vorrebbe; e se ne appaga per l'efficacia con cui esse rendono il pensiero o il sentimento.

Citerò anche questa volta un po' a caso. Il Petrarca in alcuni sonetti in Vita di Madonna Laura dice: " E vacillando, cerco il mio tesoro — Com'animal che spesso adombre e incespa „. —

Digitized by Google

" Ma fo' sì com' uom ch' arde e il foco ha in seno „. — Essa si sta pur com' aspra alpe a l' aura — Dolce, la qual ben move fronde e fiori — " Ma nulla può se incontro ha maggior forza „. — Con queste similitudini l' innamorato poeta rendeva lo stato del suo animo assai meglio che se avesse usati in loro luogo aggettivi sia pur vivacissimi.

Così colpisce la similitudine singolare ch' è nel *Canto di marzo* del Carducci: " O salïenti dai marini pascoli — Vacche del cielo, grigie e bianche nuvole — Versate il latte dalle mamme tumide — al piano e al colle che sorride e verzica — a la selva che mette i primi palpiti „.

S. Bonaventura nello sferzare i *peccatores linguae* usava un gran lusso di similitudini assai significative. Il mendace, egli scriveva (*Opusc. theol.*), è come un falso monetario; il debitore è simile a un cane che lambisca nell' uomo non la sua carne, ma *ulcera et saniem;* il mormoratore si può paragonare alla ruota posteriore di un carro, che più delle altre cigola perchè non è abbastanza unta d' olio; gli adulatori somigliano ai cani che, quando s' incontrano, *osculantur se in loco immundo;* il bilingue o il *reportator verborum* è quale la serpe, che ha la lingua biforcata; chi stoltamente promette assomiglia all' albero che ha foglie larghe, ma caduche; chi parla scurrilmente non differisce dal porco che ovunque ponga la zampa, non teme intruffolare il grugno. Il verboso è come quel mercante, che vende le sue merci senza numero, peso e misura, e intanto froda. Chi indiscretamente minaccia è simile al cane che più latra e meno morde. Il calunniatore è come il cane da macello che ha sempre il muso sanguinolento. Il cattivo consigliere è come il serpe che imbratta qualunque cosa che tocchi con la lingua. Chi oziosamente parla è come l' olmo che dà molte foglie e nessun frutto. Chi deride i buoni è come il cieco che sputa e non sa dove, ma talora sputa sul viso di alcuno pur credendo di sputare per terra o sul fango. Chi rivela i segreti è come un sacco senza fondo o un vaso senza coperchio, ecc.

L' efficacia della similitudine — e quindi pur della parabola, comune specialmente alle letterature primitive — devesi alla plasticità empirica che ne riceve il pensiero rappresentativo, per il trasferimento ideale di un dato obietto in un altro più familiare.

Digitized by Google

Essa acquista così, in certo qual modo, una parvenza dimostrativa cioè razionale, soprattutto nelle menti semplici e inclini a pensare per immagini più che per concetti.

Cristo riservava la parabola al pubblico, convenendo solo ai più prossimi discepoli un insegnamento approndito circa il mistero del regno di Dio (1). Ma la parabola ha pure in sè una certa forza persuasiva, o insomma razionale. Per essa si accostano due casi diversi di cui s'intuisce, pur non sapendolo forse dichiarare, qualche punto di somiglianza, e se ne trae una conseguenza che vuol essere razionale (2).

Per il rigorismo razionalistico questa assimilazione non basta; occorre una ragione esauriente. È innegabile tuttavia che dalla massima parte degli uomini è — quasi vorrei dire — preferito al discorso dimostrativo quello che chiamerò parallelistico, di cui la parabola è un esempio, e che caratterizza in generale l'*analogia*. Il James rileva che ciò è effetto di un'incompiutezza di pensiero, perchè la somiglianza è un primo passo verso l'atto onde si astrae la ragione nascosta. Ma se questa osservazione è valida per le menti semplici o per il momento iniziale del processo logico, non si può convenire che valga costantemente e universalmente. Insomma nella logica pratica l'impressione della somiglianza può

(1) " E per molte di tali parabole proponeva loro (cioè a coloro che erano di fuori) la parola, secondo che potevano udire. E non parlava loro senza similitudine; ma, in disparte, egli dichiarava ogni cosa ai suoi discepoli „. (S. Marco, IV, n. 33-34, 10-11): è l'insegnamento detto esoterico.

(2) Si può risalire a una somiglianza o unità generica come sarebbe, poniamo, il principio del dovere. Cito in proposito un esempio che trovo nei *Principî di psicologia* del James, riportato dalla *Critique philosophique* del Renouvier (19 ottobre, 1879). Livingstone un giorno cercava di dissuadere un negro dall'invocare la pioggia servendosi dei suoi feticci, e aggiungeva: " Voi vedete bene, dopo tutti i vostri sortilegi, a volte piove, a volte non piove, propio *come se* non faceste nulla „. Ma lo stregone rispondeva: " Già, ma è appunto ciò che avviene ai vostri dottori: voi date le medicine alla gente e queste talvolta guariscono e talvolta no; appunto *come se* non faceste nulla „. Al che il pio missionario rispondeva: " Il dottore fa il suo dovere, dopo Dio completa la cura se ciò Gli piace „; " La stessa cosa avviene a me, replicò lo stregone, io faccio tutto ciò che è necessario per ottenere la pioggia; Dio, poi, la manda o non la manda secondo che crede „.

Digitized by Google

passare come sufficiente anche nel rispetto razionale: l'intuizione che se ne abbia si arroga l'ufficio della ragione sufficiente. Del resto è pur giusto chiedere se un passo più in là, una dimostrazione razionale obiettiva, sia sempre possibile.

Scrive lo stesso James che il poter dare una ragione chiara di un giudizio formulato in materia di etica, di psicologia, di estetica, è riconosciuto universalmente come il segno di un genio raro. Domandate a un vostro amico pur coltissimo perchè preferisce Tiziano a Paolo Veronese, e difficilmente otterrete una risposta. Probabilmente egli neppure vi risponderà se gli chiederete perchè Beethowen gli ricordi Michelangelo e come avvenga che la figura nuda scolpita da questi, con delle giunture indebitamente contorte, gli suggerisca così al vivo la tragedia morale della vita (Op. cit., l. c.). Infatti codeste impressioni sono di tal genere che pretendere una giustificazione razionale equivarrebbe a volere che l'artificio subentri alla spontaneità. Ma forse perciò sono irrazionali? Una ragione sottostà ad esse necessariamente, pur se non sia dichiarata o dichiarabile: un rapporto almeno causale tra lo stimolo che le determina e la loro specifica realtà psicologica esiste di fatto anche se sfugga a un giudizio riflesso.

Sulla razionalità della similitudine si può fondare la veridicità dei proverbi, nel quali il senso comune trova, a dir cosi, la propria filosofia. Se non fosse in essi immanente una certa logica pratica popolare, non avrebbero quell' efficacia ammonitrice che pur hanno. Dicendo per esempio: " Sacco vuoto non sta in piedi „; " Tanto va la gatta al lardo, che vi lascia lo zampino „; crediamo di eccitare non invano ma persuasivamente alla prudenza. I due termini sono sostanzialmente differenti, ma c'è anche una somiglianza ideale.

La metafora, che traduce un'analogia, poichè senza questa la trasposizione del significato di una parola a un'altra non avrebbe luogo, presenta del pari i due aspetti della somiglianza e della differenza. Questa emerge dal significato proprio, quella dal significato traslato del termine su cui la metafora si regge. Si considerino per es. i due sensi della parola che caratterizza le seguenti frasi metaforiche: " la *falce* della morte „, " le *ingiurie* del tempo „, soffiare nel *fuoco* „ (per aizzare), " cascar dalle *nuvole* „, spezzare una *lancia* „. Il senso originario, nel fondo,

Digitized by Google

sussiste; viene però quasi dimenticato, così che quello che la parola stessa assume nella frase metaforica sembra del tutto diverso. Di fatto tra l'uno e l'altro si costituisce una specie d'identità ideale, onde la metafora acquista nel pensiero una funzione razionale e sintetica. Il suo intimo valore è nel " come se „ a cui l'espressione potrebbe ridursi a significare esplicitamente la detta identità. Se così è, non si può *a priori* dichiarare irrazionale quel coesistere dell'essere e del non essere, o dell'affermazione e della negazione, che indicavo come argomento opponibile alle nostre massime. È questo — lo osserviamo fin d'ora — un passo molto importante nella difesa della nostra tesi.

Veramente non possiamo dissimularci i pericoli a cui espone l'uso dell'analogia. C'è l'analogia perfetta dei matematici, ma ci sono anche le analogie imperfette e quelle fallaci. L'analogia ricorre molto spesso nelle scienze, e si connette alla storia delle loro scoperte, ma ha pure una parte notevole in quella dei loro errori. Nel campo morale scambiare la falsa con la vera analogia, e dare a quella un valore logico dimostrativo è più facile che in altri campi, perchè sfuggendo talora, in questo campo, gli elementi del rapporto di somiglianza a una precisa determinazione, si può scorgere semplicisticamente l'identità ideale dove realmente non è. Per es. quale valore dimostrativo si può attribuire all'analogia che Platone stabiliva fra lo Stato e l'individuo, onde egli sosteneva che ci debbono essere tre categorie di cittadini (servi, guerrieri, reggitori) come, o perchè, ci sono tre facoltà dello spirito? O all'altra per la quale lo stesso Platone credeva di scoprire il fondamento del diritto di punire nell'analogia tra la virtù e la salute, come se la pena fosse una medicina che guarisce dalla colpa? Nè più felice è l'antico ragionamento analogico col quale si dimostrava che il miglior governo è quello despotico perchè tale è il governo paterno o della famiglia; si trascurava così, evidentemente, l'enorme differenza che esiste nei due casi fra gli individui governati (1).

(1) La metafora, notava il Mill, (che è pure un'analogia) per sè nulla prova, dovendosi per contro giustificare la sua applicazione stessa. Occorre stabilire che nei due casi supposti analoghi regna la medesima legge, o che esiste un vincolo causale tra la somiglianza nota e quella

Digitized by Google

È innegabile del resto che nei nostri ragionamenti il processo analogico ha una grande parte e importantissima, anche se non si possa col Mill ridurre ad esso quello deduttivo (1). Si regge sull'associazione per somiglianza, la quale idealmente diventa identità. La pura somiglianza concreta, a cui possono associarsi differenze fondamentali, non potrebbe giustificare altrimenti una inferenza veramente razionale, se non nella forma della possibilità (2).

---

inferita. Infatti il più spesso le metafore suppongono la proposizione che si vuole far loro provare. Però una metafora giusta, pur non potendo provar nulla, suggerisce spesso la prova. Essa non è per sè un argomento, ma è l'affermazione che un argomento c'è, e che c'è parità fra il caso da cui essa è tratta e quello a cui si applica. (*Sist. di logica.* L. V, cap. V, § 7).

(1) La deduzione da una legge, oggettiva e necessaria, non si può risolvere nell'analogia accidentale di due cose o fatti. L'inferenza d'un fanciullo che appressando il dito alla fiamma che l'ha altra volta scottato, si scotterà nuovamente, non è quella medesima che si potrebbe fare in questo caso per deduzione scientifica. Una legge si applica per sè a un numero indefinito di oggetti e non può fallire: e compresa come *legge* porta il pensiero molto più in là della pura analogia fondata sopra una ristretta e per sè non assoluta esperienza. Ma il Mill dava all'analogia un valore razionale perchè in essa scorgeva il riflesso di una legge universale, qual è l'uniformità o regolarità della natura. Si supera infatti così la pura identità psicologica, e si assurge a un'identità logica. L'uniformità insomma da empirica diventa razionale: la natura, identica a sè stessa, non può, in condizioni analoghe, non rivelarsi che con fatti analoghi.

(2) Questa identità io già notavo negli " analoga proportionalitatis „ degli Scolastici. Vi sono cose alle quali conviene un nome comune con significato simile e con proporzione, come ad es. la serenità al cielo e all'animo. Si vuole rilevare una somiglianza esistente di fatto tra oggetti pur molto differenti; essa è una somiglianza che, in quanto si concretizza in una specie di realtà, si può pensare come identità. E in vero il concetto di " serenità „ è un concetto per sè identico che applichiamo indifferentemente al cielo e all'animo, perchè l'uno e l'altro, per tale rispetto, lo ritraggono, lo rappresentano, lo concretizzano del pari. In certo qual modo la serenità mentre si pareggia ai due termini li trascende, rimanendo una nella molteplicità a cui è applicabile indefinitamente. Così può dirsi delle similitudini, delle analogie in generale, delle parabole. L'accostamento dei due termini pur differentissimi ond'esse risultano, non può avvenire che per un atto di sintesi superiore nella qua-

Digitized by Google

Il *come se* delle nostre massime rappresenta un'analogia nella quale, nonostante la concreta differenza dei termini, si assurge di fatto a un'identità ideale. Questa sussiste accanto a quella; l'una vale nel rispetto analitico, l'altra nel rispetto sintetico. La identità dunque propriamente c'è, e non c'è, ma è vero tanto il suo essere, quanto il suo non essere, senza che ciò costituisca affatto contradizione.

La Giustizia relativa, per es., non è la Giustizia assoluta; ma non è forse possibile e lecito oltrepassare questa differenza analitica, per assurgere a un'identità ideale, sintetica? Perchè insomma non si potrà assorbire il pensiero intuitivo, sostenuto dal vigore di un sentimento per sè indistruttibile, nella Giustizia ideale assoluta, come se fosse la *vera* Giustizia, e quella dunque che merita sommamente d'essere ricercata? Tale essa diventa effettivamente per chi la contempli.

La vita merita d'essere vissuta per i beni che ci offre, siano essi da godere o da compiere; e perchè non si potrà prescindere dalle deficienze e delusioni che pur in questi beni si riscontrano, e dai dolori che ne conseguono, contemplando e amando la vita per sè, ossia nel suo identico valore assoluto?

---

le idealmente s'identificano. — Prendiamo ad esempio la parabola evangelica delle sementi. Come la semente caduta lungo la via è mangiata dagli uccelli, così la " parola „ (che è una spirituale semente) in taluni cuori è tolta via da Satana non appena è stata udita. Altra che cade in luoghi pietrosi nasce subito ma, non avendo terreno profondo nè radici, è molto presto riarsa dal Sole. Analogamente vi sono di coloro che accolgono con allegrezza la parola, ma non avendo essa radice nel loro cuore, alla più piccola persecuzione o tribolazione ne sono scandolezzati e distolti. In altri infine, ingannati dalle ricchezze e dalle cupidigie, la parola rimane affogata e diventa quindi infruttuosa, come la semente caduta fra le spine. Invece il seme che cade in buon terreno cresce celermente e porta frutto, l'uno trenta, l'altro sessanta e l'altro cento. È il caso medesimo di " coloro che han ricevuta la semente in buona terra, i quali odono la parola e la ricevono, e portan frutto, l'un trenta, l'altro sessanta e l'altro cento „ (S. Marco, IV). — I rapporti così indicati, nei due rispetti materiale e spirituale, sono identici. La differenza materiale fra la semente propriamente detta e la parola di Cristo, è superata dalla identità concettuale. Da ciò appunto la " parola „ trae valore persuasivo o razionale.

Digitized by Google

V.

Di fatto le nostre massime, utilizzando la frase *come se,* traducono due stati o momenti dello spirito egualmente naturali e legittimi; cioè da un lato il bisogno di assurgere alla contemplazione dell'Assoluto, poichè il relativo, il fenomenico, il mutevole non appaga; e d'altro lato il bisogno di riconoscere la realtà quale essa è, soggetta al relativismo universale. Sono i due bisogni romantico e razionale che nell' opera citata ho commentati ampiamente. Nel *come se* essi confluiscono come in una sintesi ideale. Rileverò intanto di questa, più particolarmente, il carattere aristocratico ed estetico.

L'uomo morale che non è disposto a respingere i dati della scienza, e quindi il principio del relativismo che invade pur il dominio dei valori ideali, ha tuttavia innanzi a sè e contempla con un certo senso d'invidia l'immagine dell'idealista puro che crede nell'Assoluto con tranquilla certezza, senza riserve. E poichè della commossa intuizione dell'Assoluto si sente anch'egli capace in quanto sul suo sentimento non hanno una sufficiente presa le considerazioni teoretiche e critiche, queste egli, dirò così, quasi dimentica per lasciarsi vincere misticamente da quella intuizione.

Questa, si dirà, non è schietta filosofia, ma un movimento affettivo: insomma arte. Senonchè dobbiamo osservare che è artistico per sè stesso, intrinsecamente, come il pensiero umano in generale, così quello filosofico in particolare, nè — si noti bene — ciò contrasta con il principio del Vero.

Tutti gli esempi citati di similitudine o analogia, e quelli che si potrebbero raccogliere dalla scienza, dalla filosofia, dalla religione, dalla poesia, denotano tale carattere dell'attività della nostra mente. È poi un suo prodotto artistico non pure quella fioritura ideologica che nasce dall'arte del filosofare, ma la stessa Verità sia logica od etica.

Mi valga riportare ancora una volta ciò che intorno a questo soggetto notavo nell'opera più volte ricordata. La verità, scrivevo, non è la realtà ma una sua trasfigurazione; e ciò vale tanto per la realtà esteriore, oggetto delle scienze fisiche, naturali, matematiche, quanto per quelle di cui trattano le scienze dette morali.

Digitized by Google

L'ideale assoluto posto a norma suprema della condotta trasfigura la realtà nostra interiore, come la scienza trasfigura quella esterna, per un bisogno vivo e profondo comune all'uno e all'altro caso; ma le due trasfigurazioni sono, per così dire, veraci in pari grado Effettivamente la verità ci si presenta da punti di vista differenti. Nella pura percezione si ha la verità del dato oggettivo, secondo il valore che all'oggettività attribuisce il realismo critico. Nell'idea astratta e generale si ha la verità del simbolo rappresentativo dei reati concreti; e questa seconda specie di verità è tanto legittima quanto è legittima per sè l'astrazione, in cui l'esperienza è pure rappresentata, sebbene in forma indiretta. Al punto di vista dell'ideale rifiuteremo quella verità ch'è propria di una sensazione soggettiva, o di qualsiasi stato di coscienza? Il dato fondamentale dell'esperienza, sia esterna o interna, è trasfigurato nella percezione come nella sensazione, nell'astrazione scientifica come nell'ideale, e si ha quindi in ogni caso una finzione; ma è chiaro che il contenuto di simili finzioni, possedendo la realtà di un fatto, non si può considerare come assolutamente fallace e negativo (1).

Chi pertanto si colloca al posto dell'idealista puro e ammira e abbraccia, come in una esaltazione divina, i valori ideali asso-

(1) *La finz.* ecc., § 29. Circa le trasfigurazioni dell'Io in vista del raggiungimento, sia pure chimerico, di un dato ideale, vedi §§ 63-53. — Riponendo la verità pur nell'armonia emozionale in cui si traduce l'amore di un'idealità, io constato un fatto psicologico che ha necessariamente anche i suoi diritti logici: quello anzitutto di mantenere la propria integrità contro le invadenti pretese del puro astrattismo o dello scetticismo. La personalità è sacra, nel rispetto dell'ideale, considerato per sè, in ogni suo sincero atteggiamento. Il mondo morale, come quello religioso, ha le sue esigenze autonome, risultanti dal suo stesso fondamento affettivo. Nè ciò significa che ricercando generalmente *il* criterio della verità, questo possa riporsi assolutamente nell'intuizione immediata, e nella pace che da questa provenga all'anima, come vorrebbe il prammatismo puro. Se lo scopo essenziale dell'Io è di ottenere la propria quiete, la credenza per la quale egli di fatto la ottenesse gli parrà il *vero* mezzo, com'è *vero* qualunque mezzo che valga a conseguire un dato fine. Così è *vero* che per la credenza stessa egli realizza l'ideale della propia pace. Ma si può convertire questa verità soggettiva e pratica, in verità oggettiva e impersonale?

Digitized by Google

luti, quasi che egli pure li riconoscesse tali, non contravviene allo spirito della verità, non cade insomma in un errore.

È la nostra stessa interna esperienza che si pone in un simile duplice aspetto, o momento, affettivo o estetico e astratto o teoretico, vale a dire con la constatazione della realtà e la sua trasfigurazione ideale. Il *come se* rappresenta il terzo momento di un processo che di solito abortisce, preferendosi le soluzioni semplicistiche, ma che a buon diritto si può compiere secondando aristocraticamente ulteriori esigenze dell'Io.

La filosofia poi che si appiglia al *come se* non si allontana dalla comune esperienza, ma la reintegra, sia perchè, ripeto, il *come se* è, a così esprimermi, una comune categoria mentale (1), sia perchè è pur naturale all'anima umana lo sforzo di elevarsi nel regno puro dell'ideale, con quei mezzi che sono in suo potere. Ne sono prova, oltre alla filosofia, la religione e l'arte nelle sue varie specie. La filosofia stessa del *come se* non si scosta infine dal principio della Verità, sia per ciò che più sopra notammo circa la genesi di questa, sia perchè può, senza arbitrio, ritenersi vera quella filosofia dei valori ideali che attinge alle stesse sorgenti psicologiche da cui questi scaturiscono, o insomma alla coscienza umana, dove si affermano e si svolgono di fatto integralmente gli elementi naturali delle personalità: pensiero, sentimento, volere. La sua verità può effettivamente riguardarsi dai tre punti di vista, logico, affettivo e pratico. È vero il pensiero coerente a sè stesso: vero è per sè medesimo il sentimento: vero l'atto in quanto per esso si raggiunge un fine. Potremo dal punto di vista obiettivo giudicare diversamente il valore di queste specie della verità, ma nulla impedisce che, evitando gli equivoci, usiamo lo stesso termine " verità „ a rappresentare tre stati analoghi della vita interiore, anche se, confrontati fra loro, ap-

(1) Non si può certo sospettare che costituisca per la filosofia un titolo negativo il suo accordarsi con la comune esperienza psicologica. Costruita su basi astratte, lanciata nelle regioni eteree della speculazione mistica pura, lungi cioè dagli eterni appelli della vita, come può pretendere poi di dominare la vita? Una costruzione filosofica non si giudica soltanto per sè, ma anzitutto per il suo processo genetico; e se per essa si vuol ritrarre il reale, sia esteriore o dello spirito, è ovvio che a questo fine deve primieramente corrispondere il processo medesimo.

Digitized by Google

paiano discordi. La personalità umana è poliedrica, e sarebbe, più che vano, stolto il tentativo d'inquadrarla in un unico tipo di verità, proibendovi l'accesso di altri tipi.

L'*idea* s'insinua in ciascuna di codeste specie di verità. Essa campeggia nel pensiero logico, si associa in qualche modo al sentimento, prorompe dall'atto quando pur non lo generi. Può anche plasmarsi nel senso estetico di cui l'idea è suscettibile, e trarre da questo, soggettivamente, un pregio nuovo che nella coscienza dell'uomo l'accrediti come vera. Bella è per es. l'idea della Giustizia assoluta, e deve anche a questo suo valore estetico, col suo proprio fascino, anche il valore razionale, ossia la convinzione che dovrebbe potersi realizzare. Si respinge affatto il sospetto che, non trovando essa conferma nella storicità, per sè relativistica, del concetto del giusto, debba ritenersi una menzogna (1).

Soggiungerò che non si rinnova con la molteplice verità, attribuita, poniamo, distintamente al pensiero e al sentimento, che possono *astrattamente* escludersi, la famosa doppia verità professata da alcuni filosofi del medio evo, alla quale Dante accenna, con Sigeri di Brabante, nel canto X del Paradiso. Secondo questa dottrina lo stesso individuo può ritener vero come filosofo ciò che come uomo religioso giudica falso, e viceversa. — Il nostro punto di vista è perfettamente diverso. Infatti l'uomo dalla doppia verità si sdoppia fittiziamente: non così chi seconda in pari tempo sentimento e ragione, il quale pertanto non si sdoppia ma si reintegra. Nel primo caso la contradizione è manifesta, perchè, non potendosi avere una doppia vita, è vano tentar di riconciliare, intorno a un medesimo oggetto, l'affermazione e la negazione. La vita per contro del sentimento e della ragione, nel campo dei valori ideali, è naturalmente una: essi cioè sono sentiti come assoluti, quantunque siano riconosciuti come relativi. Rappresentano,

(1) Del resto una menzogna, se questa parola non è qui eccessiva, può abbellire la realtà. Essa, scriveva il Guyau, nei fanciulli è un romanzo, che serve appunto a tale scopo. Il romanzo del filosofo è l'ipotesi metafisica, che ha la stessa finalità, ed è la più elevata delle finzioni. (*Éducation et hérédité;* V, 5). Non s'identificano però " menzogna „ e " finzione „: non può insomma dirsi propriamente *menzogna* la finzione sia metafisica o estetica.

Digitized by Google

ripeto, due momenti distinti della coscienza, che rimane tuttavia una quando, nella sintesi ideale del *come se*, mantiene l'impulso indelebilmente generato dal sentimento dell'Assoluto, e riassume con esso l'aspetto critico che del pari presenta il problema. La critica razionale non distrugge il dato affettivo, come questo alla sua volta non menoma quella. Amiamo per es. la perfezione anche se sappiamo che è inconseguibile, e tendiamo ad essa come se potessimo realizzarla, perchè ne siamo attratti irresistibilmente. C'è qui forse il duplicismo della doppia verità? Questa è manifestamente irrazionale: non è contrario a ragione seguire in pari tempo il sentimento e la ragione, trascendendoli e conciliandoli nel *come se.*

Giova insistere. Il filosofo che, come tale, crede ciò che nega come uomo religioso, o viceversa, deve nel secondo suo modo di essere, per sfuggire alla contradizione flagrante, dimenticare il precedente, ciò che non è possibile; e se mai a ciò egli tuttavia tendesse con uno sforzo d'inibizione, questo sarebbe quanto mai artificioso. Nella filosofia del *come se,* dei valori ideali, non si costringe in un vero e proprio oblìo nessun momento della propria edificazione morale, poichè la relatività, in quanto è un modo concreto di essere e di svolgersi delle idealità umane, persiste ed è riconosciuta come un dato incancellabile dell'esperienza. Ma essa è superata da un'altra esperienza, successiva, quella dell'Assoluto, pure indistruttibile; e poichè questo non può sussistere da solo, come se l'aderire alla relatività fosse un errore, nel *come se* vengono rivendicate ambedue queste esperienze. Io non sono l'altro, ma sento la bellezza e quindi, come dicevamo, la verità dell'idea del perfetto altruismo; sento e so quanto splendore illumina l'ideale del sacrificio. L'Io non può veramente dimenticare se stesso, ciò essendo contrario alla sua legge naturale; ma può, almeno col desiderio, annullare un suo proprio modo di essere, superando ogni affetto egoistico. Egli può di fatto, per lo sforzo onde si trascende, vivere come se fosse l'altro, pur riconoscendo che questa è una finzione. Non si dice del resto anche comunemente che nell'atto altruistico puro l'individuo dimentica sè medesimo? Questo apparente e santo oblìo è ritenuto moralmente tanto importante che se ne fece il pernio di analoghi precetti, come per es. quello evangelico che

Digitized by Google

prescrive di dimenticare le ingiurie amando persino il proprio nemico (1).

VI.

La razionalità attribuita al *come se* in quanto questa forma del pensiero è naturale, presuppone che i due termini " razionale „ e " naturale „ si pareggino e si presuppongano, ossia che fra Natura e Ragione esista perfetta conformità od armonia. La natura dovrebbe riflettersi nella ragione perfettamente. Ciò tuttavia non è incontestato, e per es. lo Spir in *Denken und Wirklichkeit* sostiene che la relatività delle cose (emergente dai loro rapporti) è irrazionale, e che un mondo di relazioni riesce inintelligibile.

A una simile tesi irrazionalistica si può facilmente opporre la storia stessa della filosofia, la quale infatti dimostra esuberantemente che i filosofi, ricercando nei loro meravigliosi conati le *ragioni* ultime della realtà, credettero fermamente nella positiva sussistenza di queste *ragioni*. Come presumere che questa fede concorde non sia che un'illusione? In questo caso sarebbe illusoria per sè anche la Ragione!

La Ragione che nella filosofia armonizza con la realtà naturale è quella astratta che Aristotele, nel 2° libro degli *Analitici posteriori*, definisce come l'atto dell'anima di astrarre dai particolari l'universale. Così infatti si stabilisce la scienza del reale, ossia ciò che è. Astratta è pure la Ragione quando l'atto suddetto, riferendosi alla condotta, diventa il principio di un'arte; però si differenzia dalla precedente in quanto si specifica come Ragione pratica. La Ragione, nel suo fondo, rimane una, ma

(1) L'ideale in quanto assoluto assorbe interamente lo spirito, almeno nel momento in cui in esso si accende e si fissa, onde il relativo è *come se* non fosse. Un caso analogo è quello riferito dal James quando accenna al paradosso di un uomo che è mortalmente disperato di essere il *secondo* pugilatore, o il *secondo* canottiere del mondo. Il fatto di poter battere tutti gli uomini del mondo meno uno, non gli giova a nulla, perchè egli si è " piccato „ di battere proprio quell'uno, e, finchè non vi sia riuscito, il resto non conta. Ai suoi propri occhi è come se egli non valesse nulla, e perciò, anzi, non *vale* nulla. (*Op. cit.*, cap. X).

Digitized by Google

nei due casi ne mutano i modi, e infatti i modi o le specie della Ragione rappresentano atteggiamenti diversi della personalità e sue peculiari esigenze, come, per il rispetto pratico, il pensiero e il volere. Coesistono dunque nell'uomo queste due Ragioni, come distinte l'una dall'altra (1).

C'è anche una terza Ragione che diremo affettiva, per la quale si aderisce, poniamo, a una credenza come se fosse oggettivamente dimostrabile, mentre è una pura eco del cuore, un riflesso del desiderio, un oggetto di fede. Ha insomma una ragione sua anche il sentimento, e infatti si dà una parvenza di razionalità obiettiva anche al dato affettivo. L'uomo, dice B. Pascal, è nato per il piacere, lo sente, e non occorrono altre prove: egli quindi seguendo il piacere segue la sua ragione. Nè si vien meno con ciò alla sincerità, se questa consiste non solo nell'adeguarsi della parola al pensiero e di questo alla realtà esteriore, ma anche nel convenire del pensiero con la realtà interiore, in cui vanta diritti propri squisiti il sentimento.

Non sembri strano pertanto che alla personalità concepita integralmente noi attribuiamo tre Ragioni, corrispondenti ai suoi tre elementi: pensiero, sentimento, volere. Essa possiede di fatto, per esprimerci con altre parole, tre logiche, se la logica, come si dice un po' grossolanamente, è lo strumento naturale o l'espressione pratica della Ragione. Ora chiediamo: Si accordano fra loro queste tre Ragioni o logiche? È quanto chiedere se esista nell'anima umana, o sia realizzabile, una perfetta armonia. Che questa, o, come dicevano i Greci, l'ὁμολογία παντὸς τοῦ βίου sia un sogno vano, una concezione puramente ideologica, appare anzitutto dalla incoerenza che riscontriamo nello stesso dominio di ciascuna delle tre Ragioni.

---

(1) Diciamo " ragione astratta o teorica „ e " ragione pratica „ per i riferimenti diversi dell'atto, per sè concreto, del ragionare. Questo per l'Ardigò consiste nel riconoscere nell'indistinto (o nel Tutto) i distinti che gli appartengono, onde il *continuo* della realtà diventa il *continuo* (associativo) del pensiero. Cediamo in tal modo all'*imperativo logico* dell'esperienza. Nell'ordine pratico o morale l'imperativo pur mantenendosi logico acquista un carattere nuovo, quello proprio della legge morale, per l'" impulsività „ delle rappresentazioni da cui emerge il relativo volere.

Digitized by Google

Facile è attribuire alla Ragione astratta, seguendo Cartesio, diritti assoluti; ma perchè, si può domandare, non sono riconosciuti egualmente da tutti gli esseri ragionevoli? Come si spiega che sul medesimo terreno le armi della lotta offerte dalla Ragione detta assoluta e universale, siano impiegate con intendimenti, metodi e risultati opposti? In nome di questa Ragione, umana, naturale, universale, si sostengono infatti con identico accanimento e uguale fede tesi contrarie; e per es. si sa come per essa alcuni neghino altri affermino l'esistenza di Dio, o, se non la neghino, la dichiarino teoreticamente indimostrabile (1).

Sì, la Ragione è una, universale, identica per tutti, nella definizione dei filosofi, o nella contemplazione metafisica e mistica d'un Malebranche, non nella realtà veramente vissuta. Una, dirò così, essa è nel rispetto logico o quantitativo, astratto, dell'intelletto puro, non in quello qualitativo che ci presenta la realtà umana. E se la Ragione dovesse intendersi solo come una potenza identica a se stessa o assoluta, non avrebbe avuto torto il Bossuet a osservare che " un essere di ragione „ esiste solo nell'immaginazione degli uomini come una montagna d'oro (2).

---

(1) Quest'ultima, come si sa, è la posizione che il Kant assume nella *Critica della Ragione pura*, mentre nella *Critica della Ragione pratica* l'esistenza di Dio è posta come un postulato razionale del dovere, per la razionale realizzazione del Sommo Bene (onde la virtù merita la felicità eterna). Il Fénelon trova assurdo non credere in Dio, perchè essendo il mondo una mirabile opera d'arte, che non si spiega col Caso, più che per es. l'Iliade omerica, presuppone razionalmente un Autore, che non può essere fuorchè Dio. Altri trova nell'ordine naturale un principio sufficiente a sè stesso, pur sempre in nome della Ragione.

(2) Il ragionamento astratto, scrisse il Fénelon, non è accessibile a tutti, neppure nelle sue forme più semplici. " Gli uomini abituati a meditare le verità astratte e a risalire ai primi principî, conoscono la divinità mediante la sua idea, ed è questa una via sicura per giungere alla fonte d'ogni verità. Ma più questa via è diritta e breve, più è ardua o inaccessibile al comune degli uomini. È una dimostrazione così semplice che sfugge, per la sua semplicità, agli spiriti incapaci delle operazioni puramente intellettuali. Più questa via che conduce al primo Essere è perfetta, minore è il numero degli spiriti capaci di seguirla. (*De l'existence de Dieu*). Le ragioni delle cose sfuggono anche per la consuetudine che si ha con esse, come se la novità debba eccitare a

Digitized by Google

La ricerca della ragione limpida e certa, di quella che è propria della scienza e particolarmente della Matematica, non è la sola che interessi l'uomo. Avviene anzi, come ha notato il Fouillée, che per l'occhio della mente sia più dolce, per es., la Filosofia con le sue oscurità, che la scienza, definita e certa, con la sua luce. Il giorno, scriveva il Masci, ci rinchiude nel nostro sistema solare, e illuminando le numerose cose di quaggiù, sopprime il di là. La notte invece ci apre le prospettive dell'infinito. Anch'essa ha il suo spettacolo di vita, ma non di quella che il giorno misura, bensì di quella che si svolge nelle distese interminabili dei tempi, e per cui i secoli dei secoli sono momenti (1).

Già il Vico protestava, alludendo a Cartesio, contro il criterio della evidenza razionale parendogli miglior guida, per l'uomo saggio, il verisimile, come avviene nei consigli degli uomini politici, nelle imprese dei capitani, nelle cause trattate dagli oratori o risolte dai giudici, nelle cure dei medici verso gli ammalati, e dei morali teologi in quelle delle coscienze. Deplorava egli pertanto l'abuso degli studi di logica, e insomma quel razionalismo il quale più che favorire la sapienza concorre a creare dei presuntosi saccenti. Il dominio assoluto della logica pura, io soggiungo, sarebbe di fatto nell'uomo e nella vita una grande sventura, onde argutamente S. Ambrogio proponeva che nelle Litanie fosse aggiunta pur questa domanda: " Dalla Logica di Aristotele, liberaci o Signore „. Credo che nessun'altra Logica dell'epoca a lui successiva sarebbe sfuggita a una simile petizione.

Non occorre poi indugiarsi a dimostrare come si contrastino fra loro i sentimenti, e quante incoerenze presenti la condotta di un qualsiasi uomo comune (2).

Contrastano le tre Ragioni fra loro in quanto si può ammettere come vero, dal punto di vista della logica astratta, ciò

---

ricercare le cause più che la loro grandezza. Così scrive Cicerone in *De natura deorum* (l. 2°): " Sed assiduitate quotidiana et consuetudine oculorum assuescunt animi, neque admirantur, neque requirunt rationes earum rerum, quas semper vident, perinde quasi novitas nos magis quam magnitudo rerum debeat ad exquirendas causas excitare „.

(1) *Elementi di filosofia.* Vol. I. *Logica.* Napoli, Pierro, 1899. Introd.

(2) Circa il pluralismo dell'anima umana, V. *La finzione* ecc., §§ 9, 12, 14, 38 e *passim.*

Digitized by Google

che per il sentimento è falso, o viceversa si può agire contrariamente al proprio pensiero, e via dicendo. In tesi generale però la disparità o il contrasto esistente fra le tre Ragioni non costituisce una vera e propria contradizione, così che il contrasto stesso si debba considerare come irrazionale. La contradizione non esiste propriamente che nell'ordine della Ragione astratta o della logica pura: non c'è contradizione (1) nei sentimenti, perchè ciascuno è legge a se stesso, cioè un fatto distinto assoluto; neppure gli atti per sè, anche se fra loro contrari, si possono perciò dichiarare contradittorî. L'incoerenza non è contradizione. Converrebbe, perchè questa sussistesse, convertire le ragioni affettiva e pratica in ragione astratta, il che sarebbe affatto arbitrario, nonostante le ardite pretese degli intellettualisti puri. Così astrattamente si possono giudicare contradittorie la Giustizia e la Carità; ma ciò richiederebbe che si ponesse l'una al medesimo livello logico dell'altra, mentre hanno ciascuna la propria distinta ed esclusiva ragione, il proprio diritto assoluto. Rappresentano due bisogni umani, due diverse direzioni della vita e della storia, come rispettivamente la ragione astratta e il sentimento a cui s'informano. Eliminare l'una per sostituirvi l'altra non si può senza deformare l'anima umana e violare la sua natura, e quindi pure la ragione. — Si dirà che se la Giustizia è la ragione in atto nella sua rigidezza formale, la Carità n'è la negazione, e che questa si deve quindi considerare come essenzialmente irrazionale? Si può dichiararla irrazionale se questo appellativo si vuol dare a tutto ciò che appartiene al puro sentimento: ma conviene guardarsi dall'equivoco che il termine " irrazionale „ genererebbe, quando per esso s'intendesse ciò che nega o esclude qualunque ragione. Già dicevo che è una specie di Ragione anche il sentimento. Se poi per irrazionale si vuol significare ciò che staccandosi dalla Ragione astratta può trovarsi con essa in contrasto, allora si comprenderà come coesistano nell'anima umana, pareggiandosi alla ragione astratta e al sentimento, il razionale

(1) Circa la contradizione, V. *Op. cit.*, §§ 13, 14. Il Ribot notava che dal punto di vista razionale la logica dei sentimenti è una continua sofisticazione; ma se essi hanno una logica propria non si può, considerata in sè, dirla... sofistica. Il cuore, per suo conto, non conosce sofismi.

Digitized by Google

e l'irrazionale, senza che ciò sia contradittorio. L'irrazionale insomma, in questo senso, sarebbe un elemento integrale della personalità (1).

VII.

Orbene. Nelle massime dalle quali ho prese le mosse in questo scritto, e ho detto subito a quale incriminazione siano soggette da parte dell'idealismo assoluto, le tre Ragioni ora spiegate si rifondono per opera appunto del *come se* che le caratterizza. Essendo massime prammatistiche (*Op. cit.*, § 64 e segg.) rivendicano il diritto del volere o dell'azione, e soprattutto il bisogno pratico, quello pedagogico in prima linea, come già spiegai (§ 55 e segg.). Salvano in pari tempo le esigenze critiche della ragione astratta, la quale non può non riconoscere, contro la tesi dell'idealismo assoluto, la relatività psicologica e storica dei valori ideali. Applicano infine la ragione affettiva o romantica, ossia un altro aspetto essenziale della natura umana, che particolarmente domina nell'adolescenza (§ 59). È quella Ragione per cui noi amiamo, con pieno diritto, fino all'entusiasmo il bene assoluto, la perfetta giustizia, la virtù incondizionata, il dovere puro, la felicità ideale dell'uomo sapiente, e via dicendo. Ne c'è contradizione o irrazionalità (intesa come negazione assoluta della Ragione) nelle nostre massime, come non v'è fra le tre Ragioni.

L'assolutezza attribuita ai valori ideali è, nel rispetto della ragione astratta e critica, una finzione, ma non è una finzione irrazionale se risponde, come abbiamo veduto trattando in generale del *come se*, a un bisogno naturale. È una finzione *sincera*.

(1) Il sentimento e la ragione non sono assolutamente antitetici, perchè esprimono integralmente l'unità del nostro essere psichico, e sono parimenti una dote o una legge della nostra esistenza. Hanno l'uno e l'altro esigenze inderogabili, naturali, necessarie. L'antitesi sorge quando si vuole per mezzo dell'uno dei due termini sopprimere l'altro, o diminuirne le esigenze fondamentali; quando per es. si dichiara irrazionale ogni esigenza del sentimento, o erroneo, illusorio, insufficiente ogni prodotto della ragione che non confermi determinate esigenze del sentimento. — Così scrivevo in *La dottrina positiva delle idealità*. Roma, Athenaeum, 1913, § 1.

Digitized by Google

Nè rechi stupore questa espressione. L'anima che si crea, per suo proprio impulso, immagini o idee o enti ideali di cui si compiace come se fossero reali, compie un atto non dubbio di sincerità. Forse non è sincero il poeta (ma l'uomo è sempre, per la sua indole originaria, più o meno poeta) quando contempla le proprie creazioni e vi s'immedesima dimenticando che sono " finzioni? „. Non è sincero per sè stesso l'istinto poetico? L'io, nelle sue estrinsecazioni poetiche, come in quelle scientifiche e (giova presumerlo) filosofiche, si dimostra fedele a sè medesimo.

Riconoscere dunque la finzione non basta a respingerla Riconosco che amando una persona estranea alla mia famiglia, come se mi fosse legata da un rapporto naturale di fratellanza, adotto una finzione; ma non muta per questo il sentimento mio verso di essa, rimanendo di fatto non dissimile da quello che lega normalmente il fratello al fratello.

Così può anche dirsi dell'Assoluto in qualunque delle sue forme, metafisica pura, o religiosa, o etica. Possiamo riconoscere che trascendendo la nostra mente, è un oggetto ideale fittizio, ma esso non perde per ciò in noi la sua efficacia spirituale; e non è già questa per sè una prova della sua realtà psicologica? (*Op. cit.*, § 24 e segg., 66 e *passim*).

VIII.

La filosofia del *come se* nel campo dei valori ideali non è dunque irrazionale: 1° perchè ritrae in generale la razionalità o naturalità del *come se*, di cui abbiamo esposte varie prove: non costituisce contradizione l'essere per esso affermato da un lato, ciò che per altro lato si nega, poichè i due termini nel *come se* si trascendono, come in sintesi, e quindi si conciliano. 2°. La filosofia del *come se* appaga due bisogni egualmente naturali o legittimi (critico e romantico) e inoltre seconda l'istinto artistico del pensiero, fonte pur esso di verità. 3°. Questa filosofia rappresenta i diritti di tre Ragioni, astratta, affettiva e pratica, delle quali risulta la personalità, intrinsecamente discorde senza che vi s'insedi per ciò la contradizione.

La nostra tesi ha, come dicevo, una particolare importanza

Digitized by Google

pedagogica. L'educazione infatti non può prescindere da una concezione integrale della personalità, e non può quindi essere unilaterale così da curare una delle tre Ragioni trascurando le altre. Dev'essere economica, cioè utilizzare tutte le energie che premono nell'individuo reclamando un proprio termine di applicazione, senza quelle vane dispersioni che nascono principalmente dal perseguire finalità inattuabili, e dall'usare mezzi inadatti allo scopo che si vuol raggiungere.

Certo conviene evitare le contradizioni, le quali urtano contro un'esigenza fondamentale dell'Io, e producono in questo uno smarrimento che può metter capo nello scetticismo; ma neppur si deve ravvisare la contradizione dove non è, vale a dire fra esigenze concrete dello spirito che persistono e permangono anche se, risolvendole (arbitrariamente) nella Ragione astratta, paresse che in essa lampeggi la contradizione.

Le massime che ho qui illustrate anche da nuovi punti di vista, rispondono (e più argomenti a ciò relativi esponevo nell'opera citata) a un simile criterio economico (§§ 1, 4, 57).

Gioverà tuttavia citare ancora un esempio pratico. Supponiamo che nella scuola, in età adeguata, si discuta il problema sempre assillante della libertà del volere, e che dalla discussione emerga accentuato il determinismo biologico e sociale. Le energie volitive dei discepoli non sarebbero da ciò diminuite, nè si spegnerebbe in loro il senso della propria libertà. Ne potrebbe rimanere in qualche grado avvilito (non senza conseguenze punto desiderabili) il concetto del valore dell'uomo e della vita. Ora non è irrazionale, ed è poi essenzialmente conforme al principio pratico dell'economia pedagogica e al dovere dell'educatore, che il sentimento ch'essi possiedono della potenza della propria volontà, cioè il sentimento della libertà, venga eccitato e promosso (e i motivi possono essere varî ed egualmente veri) pur senza contradire al determinismo. Infatti questo non esclude il potere della personalità, con i sentimenti che naturalmente la informano; non esclude, come coefficiente dell'azione, il potere dell'iniziativa dell'Io, della riflessione fondata sull'esperienza e capace di previsione, e via dicendo (1). Fattori varî

(1) *La dottrina positiva* ecc., già cit., § 37 e segg.

Digitized by Google

estranei alla coscienza e alla volontà riflessa del soggetto concorreranno tuttavia a determinarne gli atti: ma che importa se intanto l'individuo agendo, anche per la suggestione dei suoi educatori, *come se* fosse del tutto libero, acquista da ciò (nonostante l'illusione, anzi per effetto di questa) un maggior coraggio nei propositi e una nuova energia nell'eseguirli? Già tale effetto dimostra anche per sè medesimo la razionalità e la verità implicite nel *come se* della libertà morale assoluta.

Questo *come se* è tanto lontano dall'essere una pura artificiosa finzione o un errore di concetto, che pur coloro i quali negano la libertà morale operano come se in essa credessero. Forse fingono di credervi? No, anzi un tale sospetto li offenderebbe. Vi credono per contro realmente, perchè la libertà di cui sono capaci si è fusa nel loro volere, così che il senso del volere è in loro senso di libertà, nè alcuna critica potrebbe distruggerlo più che non distrugga una sensazione o un sentimento qualsiasi. Non si distingue poi, nella pratica o psicologicamente, libertà relativa da libertà assoluta, poichè di fatto la libertà si pone, come sentimento, per sè medesima e il problema dei suoi limiti, nella vita dello spirito affermantesi nell'atto, rimane fuori di questione. Non è quindi irrazionale la massima della libertà assoluta come norma di condotta e di educazione.

Questo *come se* è un espediente? E sia; ma la Ragione è pur ricca di simili espedienti, quando vuol superare difficoltà che nella purezza astratta del suo dominio rimarrebbero intatte. Vi ricorre persino la Matematica con postulati che non raccolgono l'assenso della ragione assoluta; perchè non si può ricorrervi nella vita e nell'educazione. Del resto per il Kant è un espediente lo stesso ideale (1). È un espediente o un compromesso

(1) Con l'idea regolativa della "sapienza„, egli scrisse, noi formiamo l'archetipo del Saggio, e non abbiamo in noi altro criterio alle nostre azioni che la condotta di quest'uomo divino, sebbene l'ideale così rappresentato sia irrealizzabile. Non possiamo attribuirgli la Realtà (esistenza); ma non per ciò essa è una chimera, rispondendo a un bisogno della nostra Ragione di avere un'idea del perfetto, per misurare il grado e le deficienze dell'imperfetto. Volerlo realizzare è impossibile, è un non-senso, poichè i limiti naturali che continuamente interferiscono nell'idea del perfetto rendono impossibile ogni illusione. L'ideale rimane così una creazione poetica, ma non vana. (*Kritik der rein. Vern.*, ed. Reclam, pag. 453).

Digitized by Google

razionale. Da un lato l'Assoluto dei valori morali non soddisfa, perchè si contrappone all'esperienza concreta, onde seguendolo esclusivamente si costringerebbero le coscienze in una uniformità fittizia e chimerica. Dall'altro la loro relatività, presa a sè, non appaga lo spirito, che dell'Assoluto è pur sempre avidissimo. Che se dovessimo ad essa rigorosamente attenerci, dovremmo, quasi direi, sminuzzare l'ideale etico in tante norme quante sono le individualità, naturalmente differenti, e incorreremmo in una vieta tormentosa Casistica. Il *come se* delle nostre massime tende a superare onestamente questo conflitto teoretico e pratico.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 12 gennaio 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

1928 N. 4 - 5 - 6

OSSERVATORIO GEOFISICO

DEL

SEMINARIO PATRIARCALE DI VENEZIA

BOLLETTINO MENSILE

Aprile - Maggio - Giugno 1928

Delle Osservazioni Meteorologiche Anno 93°
" " Geodinamiche " 24°

COORDINATE DELL' OSSERVATORIO

LATITUDINE			45° 25' 48",9 N
LONGITUDINE	*in tempo*	*in arco*	
dal merid. dell' EUROPA CENTRALE .	0h 10m 41s,02	2° 40' 19",7	W
da GREENWICH . . .	0h 49m 18s,2	12° 19' 40",3	E
" ROMA (M. Mario) . . .	0h 0m 28s,2	0° 07' 01",49	W
" " (Coll. Rom.)	0h 0m 34s,7	0° 08' 40",50	W
" " (Campidoglio) . . .	0h 0m 38s,14	0° 9' 25",7	W

I pozzetti dei Barometri si trovano a m. 25,00 sul liv. m. del mare.

Digitized by Google

MESE D

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Med
1	746.99	746.41	745.99	746.46	14.0	11.9	12.9	12.5	12.7	12
2	42.97	44.11	43.61	43.56	15.6	11.0	12.2	13.4	15.6	13
3	49.72	50.85	53.10	51.22	16.5	10.9	12.2	16.5	15.4	13
4	55.68	56.01	56.28	55.99	17.3	12.1	13.4	17.2	15.0	14
5	57.00	56.94	57.49	57.14	16.8	12.0	13.5	16.8	15.7	14
6	55.19	54.68	56.76	55.54	17.0	12.8	15.0	15.6	14.0	14
7	58.45	58.15	58.31	58.30	16.0	10.0	11.5	15.8	14.4	12
8	17.15	56.93	57.41	57.39	13.0	10.8	12.4	12.4	11.4	11
9	61.53	62.19	62.21	61.97	16.4	9.9	11.6	16.4	15.5	13
10	61.35	60.04	59.77	60.39	16.9	11.6	14.1	16.9	14.5	14
I. Dec.	**754.67**	**754.62**	**755.09**	**754.46**	**16.0**	**11.3**	**12.8**	**15.3**	**14.3**	**13**
11	55.55	54.12	53.91	54.53	16.6	12.2	14.2	17.0	14.9	14
12	50.30	47.92	50.02	49.41	16.8	11.4	14.2	17.0	12.6	13
13	51.80	52.53	55.15	53.16	17.2	10.9	12.5	16.8	15.0	13
14	57.80	56.42	55.67	56.63	18.7	13.0	14.5	17.4	15.6	15
15	56.11	54.90	54.82	55.27	19.5	15.0	15.5	19.5	17.0	16
16	49.12	45.90	48.64	47.88	17.9	13.0	16.0	15.5	14.0	15
17	49.37	48.42	51.44	49.77	17.5	9.2	13.2	17.0	15.0	13
18	55.66	55.48	56.56	55.90	16.0	8.2	12.0	15.9	14.5	12
19	54.15	52.24	51.31	52.56	16.4	11.2	13.1	16.1	15.0	17
20	55.28	54.37	57.61	55.73	15.5	8.9	13.0	10.5	10.5	11
II. Dec.	**753.50**	**752.23**	**753 53**	**753.08**	**17.21**	**11.3**	**13.8**	**16.2**	**14.4**	**14**
21	57.52	57.79	56.01	57.10	14.5	7.0	10.5	14.1	13.5	13
22	56.13	55.27	56.25	55.88	16.5	10.2	11.9	16.8	14.0	13
23	57.37	57.82	62.75	59.30	16.1	10.1	13.0	16.0	13.0	13
24	63.00	63.16	64.41	63.52	16.0	11.2	13.9	15.1	15.0	14
25	62 00	60.70	59.70	60.80	21.0	14.0	15.8	20.5	18.5	17
26	58.01	56.12	55.79	56.64	19.5	15.0	17.0	17.9	17.5	17
27	56.72	56.96	58.41	57.36	19.6	13.1	16.0	19.0	17.5	16
28	59.84	59.43	61.70	69.32	19.0	14.0	16.5	18.0	17.0	16
29	54.12	52 94	57.05	54.70	20.0	15.1	18.0	19.0	17.5	17
30	53.51	52.16	52.10	52.27	20.0	13.9	15.5	19.8	17.4	16
III. Dec.	**753.72**	**757.24**	**757.89**	**757.80**	**18.2**	**12.5**	**14.8**	**17.6**	**16.0**	**15**
Media mens.	755.36	754.70	755.22	755.08	17.1	11.7	13.8	16.4	14.9	14
Massima	764.41 il giorno 24				21.0 il giorno 25					
Minima	742.97 „ 2				8.2 „ 18					

Digitized by Google

APRILE 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
9.28	10.03	9.91	9.74	84	93	90	89	2	1	2	1
9.20	9.48	7.89	8.85	87	83	60	76	2	1	2	1
9.32	10.67	11.20	10.39	88	76	86	83	0	0	0	0
9.87	10.38	10.34	10.19	86	71	81	82	0	0	0	0
0.07	11.46	11.29	10.94	87	80	85	84	0	0	0	0
1.03	11.77	10.17	10.99	87	89	85	87	1	0	1	0
7.78	8.02	9.79	8.53	77	60	80	72	0	1	0	0
8.45	8.95	9.06	8.82	79	83	90	84	0	0	0	0
8.69	10.59	9.64	9.64	85	76	74	78	0	0	0	0
0.50	8.79	11.09	10.12	88	61	88	79	0	0	0	0
9.31	**10.01**	**10.03**	**9.82**	**84**	**78**	**81**	**81**	**0**	**0**	**0**	**0**
1.10	11.48	11.36	11.31	92	80	90	87	0	0	0	0
9.91	11.34	8.45	9.90	82	78	78	79	1	2	1	1
9.02	10.90	10.48	10.13	83	76	83	81	1	1	1	1
0.12	10.54	10.94	10.53	82	71	83	79	0	0	1	0
0.72	11.40	11.48	11.53	82	68	80	76	1	0	1	0
1.39	7.70	8.25	9.10	84	59	69	70	1	0	1	0
0.38	10.23	9.82	9.93	92	71	77	80	1	1	1	1
7.48	8.75	10.25	8.82	72	65	83	73	1	1	1	1
9.66	9.28	9.95	9.63	86	68	78	77	1	1	1	1
9.21	7.90	6.51	7.87	83	75	69	75	3	3	3	3
9.89	**9.95**	**9.74**	**9.87**	**81**	**72**	**79**	**78**	**1**	**1**	**1**	**0**
6.06	7.71	8.28	7.35	64	60	72	65	1	1	1	1
8.02	9.00	9.25	8.76	77	62	78	72	1	1	0	1
7.84	8.38	9.17	8.46	70	66	79	71	1	3	0	2
6.81	8.32	8.38	7.83	58	65	66	63	1	1	0	1
7.52	9.92	10.71	9.38	56	55	67	59	0	0	0	0
0.17	10.51	11.47	10.71	66	69	77	70	0	1	1	1
1.39	12.30	12.19	11.96	84	75	85	81	0	1	0	1
0.94	11.58	11.34	11.28	78	75	78	77	2	1	0	1
0.89	12.74	12.62	11.75	64	78	85	76	2	1	0	1
0.85	11.07	11.95	11.29	83	64	81	76	0	1	2	0
8.94	**10.15**	**10.59**	**9.87**	**70**	**67**	**77**	**71**	**1**	**1**	**1**	**1**
9.38	10.07	10.12	9.84	79	72	79	76	1	0	1	0

12.74 il giorno 29
6.06 „ 21

93 il giorno 1
55 „ 25

Giorni con mare

Calmo (0)	legg. mosso (1)	mosso (2)
14	14	1
agitato (3)	grosso (4)	tempestoso (5)
1	—	—

Digitized by Google

MESE D

VENTO — Velocit

DATA	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13
1	26	SE	26	E	29	E	31	E	29	SE	19	E	14	E	43	E	45	SE	50	SE	50	E	55	SE	53	
2	40	NE	43	NE	41	NE	34	NE	33	NE	36	NE	41	NE	38	NE	35	NE	39	NE	24	NE	46	NE	45	N
3	36	N	39	N	25	N	20	N	7	N	8	N	4	N	5	N	11	SW	5	N	5	N	8	SW	7	S
4	6	N	4	N	6	N	9	N	7	N	12	E	3	E	5	E	5	E	5	E	4	E	5	E	4	N
5	8	E	6	E	5	E	6	E	9	E	8	E	9	E	11	E	9	SE	8	E	9	SE	10	E	12	
6	12	E	11	NE	11	E	11	E	9	E	3	E	6	E	6	S	8	SW	14	SW	13	SW	9	W	4	S
7	28	NE	28	NE	26	N	30	N	25	NE	23	N	19	N	21	N	16	E	18	E	20	SE	21	SE	21	
8	2	N	3	N	7	N	15	N	11	N	11	N	11	N	14	NE	13	E	17	E	12	E	15	E	14	
9	2	NW	5	NW	6	NW	10	NW	10	NW	10	NW	7	N	7	N	6	NW	7	N	4	SE	4	S	8	
10	15	S	11	S	6	S	4	NE	1	NE	3	NE	1	S	4	S	6	SW	12	S	17	SE	21	SE	26	S
I. Dec.	8	N	16	N,NE	16	N	17	N	14	NW	13	E	11	NE	15	NE	15	E,SW	17	E	17	E,SE	19	E,SE	19	
11	17	NE	17	NE	19	NE	17	NE	16	NE	16	NE	16	E	15	E	14	SE	19	SE	23	SE	10	SE	7	S
12	8	NE	7	N	6	N	7	NW	17	NW	10	W	6	SW	12	SW	16	SW	13	SW	12	SW	14	SW	22	S
13	2	NE	6	N	6	N	5	N	7	N	9	NE	8	NE	7	NE	7	NE	6	NE	7	NE	9	SE	12	S
14	8	NE	15	NE	14	E	10	E	10	E	6	E	5	E	5	E	4	E	8	E	11	E	13	E	14	
15	22	S	6	S	5	S	13	SW	9	SW	12	SW	16	SW	16	SW	12	SW	6	SW	4	S	8	SE	9	
16	9	E	10	E	13	SE	10	SE	13	SE	14	SE	16	SE	19	SE	19	SW	18	SW	9	SE	14	SE	27	S
17	18	NW	10	SW	16	SW	10	NW	6	N	8	N	5	E	6	S	6	SW	4	SW	7	S	9	SE	9	
18	19	N	20	NE	18	N	23	E	21	E	21	N	23	E	24	NE	24	E	25	E	22	NE	21	E	21	
19	12	E	13	NE	15	E	10	NE	16	N	15	N	11	NE	10	N	10	NE	10	SE	6	S	11	SE	13	
20	13	NE	12	NE	15	NE	14	N	11	N	10	N	12	NE	17	NE	47	NE	52	NE	50	NE	49	NE	53	N
II. Dec.	12	NE	11	NE	12	NE	12	N	12	N	12	N	10	E	13	NE	15	SW	20	SW	21	S,NE	15	SE	18	
21	24	N	24	N	20	N	21	N	19	N	20	N	22	N	25	N	17	N	14	NE	15	NE	12	NE	16	N
22	5	NE	13	NE	5	NE	9	NE	12	NE	16	NE	14	NE	15	NE	15	NE	14	NE	14	NE	12	NE	9	
23	15	NE	18	NE	15	N	18	N	18	N	20	N	22	N	17	N	20	N	22	N	19	NE	22	NE	25	
24	35	NE	41	NE	38	NE	39	NE	33	NE	26	NE	27	NE	29	NE	26	NE	29	NE	20	NE	30	NE	27	
25	10	N	10	N	10	N	12	N	11	N	12	N	9	N	7	N	6	N	8	NE	8	E	8	SE	8	
26	3	E	3	E	1	S	6	S	12	E	13	E	12	NE	7	NE	9	SE	7	SE	12	SE	10	SE	16	
27	19	NE	22	NE	18	E	17	NE	14	NE	15	NE	18	NE	16	NE	17	E	19	E	19	E	13	E	13	
28	15	E	17	NE	17	NE	17	NE	21	NE	27	NE	25	NE	21	NE	21	E	22	E	17	E	14	E	20	
29	21	NE	24	NE	19	NE	23	NE	25	NE	30	E	25	E	37	E	34	E	38	E	31	E	25	E	26	
30	13	N	9	NW	8	NW	7	NW	7	NW	3	NW	3	NW	6	NW	9	NW	5	NW	9	SW	9	SW	9	N
III. Dec.	16	NE	17	NE	16	NE	17	NE	17	NE	18	NE	18	NE	18	NE	17	NE	17	NE	17	NE,E	15	NE	17	
Media mensile	15	NE	14	NE	15	NE	15	N	13	NE	14	N,EE	13	N,EE	15	NE	16	E	18	E	18	NE,E	16	E	18	

Frequenza relat

	N	NE	E	S
I. decade	45	39	62	3
II. decade	18	53	54	6
III. decade	35	73	50	3
mese	98	165	166	13

Pred

Digitized by Google

APRILE 1928

e Direzione																		Vento predominante		
13-14h	14-15h	15-16h	16-17h	17-18h	18-19h	19-20h	20-21h	21-22h	22-23h	23-24h	Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
78 SE	60 E	56 SE	56 E	24 E	50 E	51 SE	45 E	36 NE	36 E	45 NE	E	41	72
17 NE	12 N	38 N	33 N	27 N	19 N	23 NE	14 E	17 SE	33 SE	35 SE	NE	35	47
3 W	4 NW	7 W	11 W	9 SW	12 SW	8 W	4 SW	6 W	6 W	5 N	N	10	36
1 E	5 SE	8 S	5 SE	14 S	9 S	7 SW	7 S	8 SW	8 S	5 S	E	6	14
13 SE	12 E	11 SE	7 SE	9 E	8 E	8 E	7 SE	7 NE	3 N	12 NE	E	8	12
1 SE	3 E	8 E	8 E	18 SE	16 SE	15 N	24 N	27 NE	28 N	22 NE	E	16	32
19 E	19 SE	16 E	12 E	13 S	9 SE	5 E	6 NE	5 NE	21 NE	2 NE	E,NE	16	30
10 E	14 E	16 NE	26 NE	25 NE	27 N	27 N	34 N	21 NW	20 N	16 N	N	15	34
7 S	8 SE	S	S	S	S	SW	5 SW	9 S	14 S	14 S	S	6	14
24 SE	25 SE	20 SE	20 SE	23 SE	19 SE	18 SE	12 SE	7 E	12 NE	17 NE	SE	13	26
11 E,SE	19 E,SE	18 SE	17 E,SE	16 S	15 SE	16 E,SE	15 NE	14 NE	16 N	18 NE	E	17	72
12 SE	15 SE	12 SE	10 SE	7 SE	5 SE	5 SE	3 SE	5 SE	11 E	5 E	SE	12	23
30 SW	32 SW	31 E	21 NE	7 NE	10 NE	9 NE	8 NE	6 NE	2 E	5 N	SW	13	32
16 SE	10 S	7 SE	10 E	11 E	16 E	20 E	21 SE	23 SE	20 SE	12 S	NE,SE	11	23
20 E	23 SE	24 SE	26 SE	29 SE	23 SE	25 SE	25 SE	24 SE	16 SE	23 S	E	16	29
10 E	11 E	10 E	10 E	11 SE	6 SE	15 SE	18 SE	19 E	13 E	6 E	E	10	22
28 SE	53 SW	46 SW	42 SW	55 SW	22 NW	21 NW	19 SW	10 SW	20 SW	21 SW	SE,SW	23	55
7 E	7 E	8 NE	11 S	20 NW	29 S	2 S	11 E	12 E	19 NE	21 NE	E	10	21
19 SE	21 SE	20 E	19 SE	14 E	15 E	13 E	6 E	7 E	7 E	6 E	E	17	25
17 SE	28 SE	28 SE	28 SE	30 SE	20 SE	23 SE	15 SE	7 SE	7 NW	15 N	SE	16	30
56 NE	56 NE	46 NE	35 NE	30 NE	29 NE	29 NE	28 NE	27 NE	27 NE	21 N	NE	29	56
28 SE	25 SE	23 SE	20 SE	21 SE	18 SE	14 SE	15 SE	13 SE	12 E	13 NE	SE	15	55
6 SE	17 SE	13 SE	13 S	13 S	12 S	12 S	10 S	10 S	4 S	4 S	N	15	25
2 SE	13 SE	12 SE	9 SE	11 SE	8 SE	4 SE	2 SE	6 E	11 E	11 NE	NE	10	15
35 E	30 E	34 E	23 NE	31 NE	38 E	33 E	30 NE	31 NE	35 NE	35 NE	NE	19	38
6 NE	25 NE	23 E	30 E	34 E	31 E	17 NE	15 N	14 N	11 N	11 N	NE	26	41
3 S	11 S	11 S	11 S	8 S	7 SW	13 W	10 W	4 SW	3 NW	7 NW	N	9	13
11 SE	20 SE	20 SE	22 SE	26 SE	25 SE	23 SE	18 S	15 SE	8 NE	14 N	SE	13	26
4 E	16 E	11 SE	16 SE	19 SE	17 SE	11 SE	11 S	16 NE	18 NE	17 E	E	16	22
26 E	21 E	10 E	18 E	20 E	16 E	13 E	12 NE	13 NE	20 NE	24 NE	E	18	27
13 E	33 E	37 SE	31 SE	13 SE	12 SW	11 NW	14 N	10 N	7 NE	16 N	E	23	37
0 SW	8 SW	12 SW	11 SW	5 SW	12 E	18 SE	12 S	16 S	18 SW	10 SW	NW	10	18
21 E	19 E,SE	19 SE	18 E	18 SE	18 E	15 SE	10 vario	13 NE	13 NE	15 N,NE	NE	16	41
11 SE	21 SE	20 SE	18 E	18 SE	17 SE	15 SE	13 vario	13 NE	14 NE	15 NE	E	16	72

ei Venti

S	SW	W	NW	calma
24	15	7	9	—
11	32	1	8	—
19	13	3	11	—
57	60	11	28	—

anie N

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				forma e direzione delle nubi			Durata del sole in ore e minuti	Radiazione cm.³ di alcool evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	10	10	10	10	St.-A-Cu	St.-A-Cu	St.-A-Cu	0 00	—
2	10	10	10	10	id.	id.	A-Cu	0 00	—
3	7	9	6	7	St.	A-Cu	Fr.-Cu	3 40	—
4	3	7	9	6	id.	St.-A-Cu	St.	5 35	—
5	5	3	10	6	id.	St.-Ci	St.-A-Cu	7 55	—
6	7	8	10	8	St.-Ci-Cu	St.-A-Cu	St.	0 30	—
7	4	2	10	5	St.-Ci	St.-Ci	id.	10 00	—
8	10	10	10	10	St.	St.-A-Cu	St.-A-Cu	0 00	—
9	3	4	0	2	Cu.-q.	Cu.-q.	sereno	8 40	—
10	7	3	0	3	St.	Ci	—	—	—
I. Dec.	**6**	**6**	**8**	**7**				**36 20**	—
11	10	5	5	7	St.	St.-Cu	St.-Cu NW	—	—
12	9	5	10	8	St.-Cu NW	Cu.-St. N	St.	4 55	—
13	1	2	3	2	Cu.-Ci. S	St.-Cu	id.	11 30	—
14	2	8	10	7	Cu.	St.-Cu-Ci NE	St.-Cu	7 45	—
15	7	8	8	7	St.-Ci-Cu	Ci.-St.-Cu	St.-A-Cu	4 30	—
16	8	7	0	5	St.-A-Cu	St.-Cu	sereno	?	—
17	0	3	0	1	sereno	Cu.-q.	id.	?	—
18	0	1	7	3	sereno	id.	—	?	—
19	8	9	2	6	—	—	—	?	—
20	5	10	9	8	—	—	—	?	—
II. Dec.	**5**	**6**	**5**	**5**				**35 ?**	—
21	9	5	1	5	St.-Cu.	Cu.-St	St.	4 25	—
22	9	6	0	5	St.-Ci-Cu	St.-Ci	sereno	2 05	—
23	10	10	10	10	Ci-St-Cu.	St.-Cu-Cu	St.-A-Cu	0 00	—
24	6	10	10	8	St.-Cu	St.-Cu	St.	—	—
25	9	0	0	3	Cu-Ci-St.	sereno	sereno	5 00	—
26	0	0	0	0	sereno	id.	id.	8 00	—
27	7	4	0	3	St.-Ci-Cu	St.	id.	8 00	—
28	9	4	10	8	St.-Cu	Cu.-St.-Ci	St.	1 40	—
29	10	4	1	5	Cu-Ci-St.	St.-Cu	id.	2 20	—
30	10	10	10	10	coperto	Cu.-fr.A-cu	St.-A-Cu	0 00	—
III. Dec.	**8**	**5**	**4**	**6**				**31 30**	—
Media mens.	7	6	6	6			Totali mensili	102 50	—

Stato del cielo:	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡
giorni	4	16	10	4	—	—	—

Digitized by Google

APRILE 1928

Evaporaz. totale in mm. (all'ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
1.1	2.6	—	—	—	● tutto il dì
2.0	9.9	—	—	—	● " "
1.0	—	—	—	—	
1.3	—	—	—	—	≡ mattino
1.0	—	—	—	—	
0.9	—	—	—	—	
1.6	—	—	—	—	
1.2	10.5	—	—	—	● sera
1.1	3.5	—	—	—	● mattino
—	—	—	—	—	
11.2	**26.0**	—	—	—	
0.4	0.9	—	—	—	● 19h - 20h
0.9	4.2	—	—	—	K 17h ▲ chicchi pochi ●
1.2	—	—	—	—	
1.0	—	—	—	—	
1.9	1.6	—	—	—	● mattino e pomeriggio
1.9	7.9	—	—	—	● mattino
2.0	0.4	—	—	—	● pomeriggio
1.8	—	—	—	—	
2.0	—	—	—	—	
1.9	—	—	—	—	
15.0	**15.0**	—	—	—	
2.7	—	—	—	—	
2.0	—	—	—	—	
2.7	3.7	—	—	—	≡1 mattino ● sera
2.4	—	—	—	—	
2.0	—	—	—	—	
1.9	—	—	—	—	
1.8	—	—	—	—	
1.6	—	—	—	—	
2.3	—	—	—	—	≡1 mattino e pomeriggio
1.9	0.1	—	—	—	≡1 mattino ●
21.3	**3.8**	—	—	—	
47.5	44.8	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
11	—	1	—	—	—	1	4	1	1

Digitized by Google

MESE D

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	750.86	752 66	753.83	752.45	18.8	14.2	15.5	17.0	16.6	16.2
2	54.44	54.58	54.49	54.50	17.1	14.6	15.6	16.9	14.5	15.4
3	53.04	51.25	51.75	52.00	21.5	14.2	15.5	19.9	19.0	17.5
4	52.27	52.09	53.52	52.66	20.0	15.3	16.9	20.0	16.5	17.1
5	55.31	56.66	57.34	36.24	13.0	10.9	12.0	12.5	11.3	11.8
6	55.57	54.22	54.36	54.72	14.5	10.0	10.5	14.0	13.0	12.0
7	52.03	49.49	49.84	50.45	16.0	11.2	13.0	15.2	14.5	13.1
8	44.84	41.96	41.86	42.88	18.0	13.0	15.6	18.0	16.0	15.6
9	43 89	48.18	53.40	48.45	18.2	11.8	12.4	12.7	13.0	13.8
10	56.55	56.19	57.23	56.65	15.9	10.0	12.5	12.5	12.0	12.6
I. Dec.	**751.88**	**751.72**	**752.76**	**752.10**	**17.3**	**12.22**	**13.95**	**15.87**	**14.6**	**14.6**
11	761.52	759.20	759.89	760.20	15.0	8.5	11.2	14.9	12.5	11.8
12	61.24	60.01	61.64	61.01	15.9	9.0	11.6	16.4	14.5	12.8
13	60.31	58.84	59.63	59.59	16.9	11.2	10.2	17.6	15.5	13.4
14	61.25	50.22	58.71	59.72	19.0	12.0	14.1	18.6	16.0	15.2
15	56.92	56.91	54.65	56.16	17.6	12.5	14.5	14.5	14.5	14.8
16	51.16	49.25	48.04	49.48	16.4	11.6	12.5	15.4	13.0	13.3
17	50.37	47.84	51.15	49.78	17.5	12.5	15.0	17.8	15.3	15.5
18	54.94	54.96	54.37	54.76	18.8	12.2	15.1	15.2	16.0	15.5
19	53.46	53.93	56.35	54.58	23.1	11.9	17.2	22.4	19.6	18.9
20	57.07	57.22	56.90	57.06	20.5	16.5	19.5	18.5	16.5	18.2
II. Dec.	**756.82**	**755.75**	**756.13**	**756.13**	**18.07**	**11.8**	**14.1**	**17.1**	**15.3**	**14.9**
21	756.57	756.61	758.36	757.18	20.9	14.9	17.1	21.0	17.5	17.6
22	59.18	58.33	59.00	68.83	18.0	13.9	16.9	18.8	15.0	15.9
23	59.11	57.37	59.41	58.63	17.0	11.6	14.0	16.5	13.0	13.9
24	61.45	60.13	61 79	61.12	17.4	10.2	14.0	17.4	13.0	13.7
25	62.51	60.70	61.62	61.61	17.8	12.3	14.0	17.2	15.0	14.8
26	59.14	57.29	59.18	58.53	18.8	12.1	15.4	18.4	16.2	15.8
27	60.48	59.80	60.89	60.39	21.1	13.2	17.0	20.1	18.7	17.5
28	61.69	60 50	59.09	60.43	21.4	17.5	19.0	21.0	19.5	19.3
29	58 52	58.62	59.56	58.90	22.0	16.4	18.0	21.5	19.0	18.8
30	61.77	60 14	59.10	60.32	24.0	17.1	20.1	22.9	20.5	20.4
31	57.67	56.41	55.73	56.60	24.0	17.5	21.0	24.0	21.1	20.9
III. Dec.	**759.82**	**758.81**	**759.43**	**759.32**	**20.2**	**14.2**	**16.9**	**19.9**	**17.1**	**17.1**
Media mens.	756.17	755.42	756.10	755.85	18.5	12.7	14.9	17.6	15.6	15.5

Massima	762.51	il giorno	25		24.0	il giorno	31	
Minima	741.86	„	8		8.5	„	11	

Digitized by Google

MAGGIO 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
1.27	11.48	11.30	11.35	86	80	80	82	1	2	1	1
1.63	11.40	11.06	11.36	88	79	90	85	1	1	0	1
0.85	12.50	13.53	12.29	83	72	82	79	1	0	1	1
0.00	10.37	11.08	10.48	70	60	79	69	1	0	1	1
9.21	8.26	7.67	8.30	83	77	76	78	2	3	3	3
8.15	9.12	9.08	8.78	86	77	81	81	1	1	2	1
8.45	10.49	10.92	9.95	76	82	89	82	1	0	1	1
9.71	10.87	10.53	10.37	74	71	78	74	1	0	0	0
7.59	7.29	7.96	7.61	71	67	71	69	1	1	0	1
7.65	5.88	7.01	6.84	71	54	67	64	1	1	2	1
9.45	**9.76**	**10.01**	**9.74**	**79**	**72**	**79**	**76**	**1**	**1**	**1**	**1**
6.09	5.26	6.46	5.93	61	42	60	54	2	1	1	1
5.29	6.39	6.45	6.04	52	40	52	48	1	1	1	1
7.85	7.72	8.34	7.97	84	51	64	66	0	1	1	1
9.05	8.97	9.34	9.12	75	56	69	66	1	1	1	1
9.07	9.47	10.12	9.55	74	77	82	77	1	1	1	1
9.64	9.98	10.11	9.91	89	77	91	85	0	1	1	1
9.95	10.99	12.52	11.15	78	72	97	82	1	0	1	1
2.07	10.91	10.55	11.17	95	85	78	86	1	1	1	1
9.28	9.63	10.61	9.84	63	48	62	57	1	0	1	1
2.00	11.28	11.08	11.45	71	71	79	73	0	0	0	0
9.03	**9.06**	**9.56**	**9.21**	**74**	**61**	**73**	**69**	**1**	**1**	**1**	**1**
9.34	9.05	10.61	9.66	64	49	71	61	1	0	1	1
8.79	8.17	8.51	8.49	61	51	67	59	0	1	1	1
9.77	9.70	8.45	9.30	82	69	76	75	0	1	1	1
9.12	9.84	7.96	8.97	77	67	71	71	0	0	1	0
9.12	9.92	9.29	9.44	77	67	73	72	0	0	1	0
9.31	9.83	10.90	10.04	71	63	80	71	0	0	0	0
1.34	11.69	11.60	11.54	78	67	72	72	0	1	0	0
1.71	11.23	11.69	11.54	72	61	69	67	0	1	1	1
1.73	14.01	13.96	13.23	76	73	85	78	0	0	1	0
0.02	10.82	12.13	10.99	57	52	68	59	0	1	0	0
1.83	11.69	12.53	12.01	64	53	67	61	0	0	0	0
10.19	**10.54**	**10.78**	**10.47**	**70**	**61**	**72**	**68**	**0**	**0**	**1**	**0**
9.56	9.79	10.10	9.82	74	64	74	70	1	1	1	1

13.96 il giorno 29
5.26 „ 11

97 il giorno 17
48 „ 19

Giorni con mare

Calmo(0) 9 | legg. mosso(1) 21 | mosso(2) —
agitato(3) 1 | grosso(4) — | tempestoso(5) —

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																									
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13	
1	6	SW	10	SW	5	W	4	N	10	N	8	N	6	N	4	NW	6	SW	3	N	4	NW	5	NE	6	N
2	13	E	10	E	8	SE	4	E	5	S	4	S	6	S	8	S	9	S	11	S	13	SE	16	SE	16	S
3	11	NE	18	NE	7	NE	7	NE	7	NE	10	NE	9	NE	8	NE	4	NE	7	NE	5	SE	11	S	12	
4	12	N	7	N	15	NE	11	N	17	N	18	N	17	NE	16	NE	22	NE	20	NE	8	NE	17	E	18	
5	17	NE	22	NE	20	NE	22	NE	26	NE	26	NE	28	NE	30	NE	32	NE	53	NE	38	NE	37	NE	38	N
6	32	NE	27	NE	27	NE	21	NE	26	NE	25	NE	28	NE	26	NE	30	NE	32	NE	29	NE	28	NE	26	N
7	23	NE	18	NE	16	NE	14	NE	16	N	14	N	17	NE	17	NE	19	NE	18	NE	14	NE	14	NE	14	N
8	15	NE	16	NE	17	NE	11	NE	8	NW	12	NW	10	N	9	N	9	N	8	N	9	N	6	NE	8	
9	9	SW	7	SW	12	S	17	S	18	S	15	S	14	N	8	N	33	NE	26	E	42	E	37	E	40	
10	11	NE	15	E	19	NE	19	NE	14	E	18	N	16	N	11	N	20	NE	15	S	22	S	22	S	20	
I. Dec.	14 8	NE	14 0	NE	14 6	NE	13.0	NE	14 7	N	15 0	N	15.1	NE	13 9	NE	18 4	NE	17 5	NE	18 4	NE	18 7	NE	19.8	N
11	20	NE	20	NE	19	NE	18	N	20	N	19	N	22	N	25	NE	25	NE	25	NE	25	E	25	E	20	
12	13	N	21	N	21	N	19	N	17	N	19	N	15	N	16	N	14	NE	11	NE	12	NE	15	E	14	S
13	14	SW	6	N	7	NW	6	SW	2	NW	7	N	7	N	4	SW	6	SW	6	S	11	S	16	SE	25	S
14	8	NE	11	NE	10	NE	12	NE	13	N	14	NE	16	NE	16	NE	15	NE	12	E	15	E	17	SE	16	S
15	17	N	17	NE	18	NE	20	NE	17	E	17	NE	17	NE	16	NE	17	NE	20	NE	18	E	34	SW	29	N
16	2	N	3	S	4	N	3	N	3	N	2	NE	7	NE	6	NE	8	NE	6	NE	6	E	8	E	7	
17	6	N	12	N	10	NE	12	E	13	NE	6	S	6	S	4	S	10	SW	14	SW	16	SW	13	SW	11	NW
18	16	W	15	W	12	W	12	SW	8	SW	11	SW	8	SW	5	SW	8	SW	8	SW	6	SW	17	S	23	
19	14	N	13	NW	17	NW	16	NW	17	NW	17	NW	8	NW	6	NW	12	SW	13	SW	18	SW	19	SW	22	SW
20	10	W	9	SW	7	SW	10	SE	11	E	10	E	12	E	13	E	18	SE	9	SE	11	SE	13	SE	16	
II. Dec.	12 0	N	12.7	NE	12 5	NE	12 8	N	12 1	N	12 2	NE	11.8	NE	11 1	NE	12 8	NE	12.4	NE	13.8	E	17.7	E	19 3	
21	22	W	15	SW	18	SW	19	SW	18	SW	14	SW	18	SW	19	SW	20	SW	23	SW	26	SW	23	SW	20	S
22	17	SW	15	SW	15	SW	16	SW	13	SW	12	SW	8	SW	6	S	6	S	11	SE	13	SE	17	SE	22	S
23	15	NE	19	N	19	N	21	N	16	NE	12	NE	9	NE	10	E	12	E	10	S	10	S	11	S	13	
24	12	N	9	N	9	N	7	NE	6	NE	3	NE	3	NE	4	NE	9	SE	11	SE	11	SE	11	SE	12	
25	10	N	10	NE	9	N	7	N	8	NE	10	NE	13	NE	15	NE	12	NE	9	E	12	E	17	SE	17	
26	17	N	6	N	10	NE	8	W	4	W	3	W	4	W	6	W	12	W	12	E	6	E	9	E	4	
27	10	NE	10	NE	10	N	8	NE	5	NE	8	NE	7	N	9	N	10	N	13	NE	13	NE	15	NE	17	S
28	12	NE	6	NE	2	NE	3	E	11	E	8	E	8	E	10	SE	10	SE	4	S	18	E	20	SE	22	
29	8	SE	14	E	12	E	11	NE	11	NE	14	NE	11	NE	15	N	13	N	13	N	14	NE	17	NE	17	S
30	12	SE	10	SE	11	SE	12	N	15	NE	12	NE	14	NE	12	NE	12	E	14	E	13	SE	18	SE	18	S
31	2	S	4	S	4	S	5	SE	6	SE	5	SE	5	SE	2	SE	5	S	7	S	9	S	10	SE	13	S
III. Dec.	11 5	NE	10 7	NE	10 8	N	10 1	NE	10.2	NE	10 0	NE	9 0	NE	9 0	NE	10 0	N	10 6	SE	13.0	NE	15.0	SE	15 0	S
Media mensile	12 7	NE	12.4	NE	12 9	NE	12 3	NE	12.0	N	12 4	NE	11 9	NE	11 3	NE	10 4	NE	15 3	NE	15 0	NE	17 1	E	18 0	

Frequenza relativ

	N	NE	E	SE
I. decade	41	107	39	19
II. decade	33	47	36	33
III. decade	37	46	39	66
mese	111	200	114	118

Predo

Digitized by Google

MAGGIO 1928

h. Direzione																		Vento predominante		
3-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
NE	20	E	28	E	26	E	25	E	25	E	25	SE	25	E	21	E	14	E	14	E	E	13	28
SE	13	SE	14	SE	13	E	9	E	9	NE	10	NE	11	NE	11	NE	11	NE	8	NE	NE,SE	10	16
S	8	S	5	S	5	SE	2	NE	1	N	12	E	9	E	12	N	16	N	13	N	NE	8	16
SE	14	SE	12	SE	13	SE	18	SE	25	SE	27	E	8	E	7	E	13	E	17	NE	NE	15	27
NE	40	NE	40	NE	37	NE	30	NE	33	NE	31	NE	29	NE	30	NE	29	NE	32	NE	NE	30	40
NE	26	NE	28	NE	25	NE	23	NE	22	NE	24	NE	21	NE	20	NE	20	NE	19	NE	NE	25	30
E	15	E	7	E	10	E	11	NE	12	NE	12	NE	13	N	11	N	11	N	17	NE	NE	14	23
NE	1	SE	2	S	8	N	5	N	9	N	17	NE	14	E	12	E	3	NE	5	S	N	8	17
E	29	E	25	E	20	E	13	SE	5	SW	3	SE	17	S	10	N	9	N	11	NE	E	18	42
S	29	NE	27	NE	22	N	25	N	18	N	16	NE	20	NE	19	N	10	N	29	N	N	19	29
.7 NE	19.3	NE	23.8	NE	19.9	E	16.7	NE	15.9	NE	17.7	NE	16.7	NE	15.3	N	13 6	N	16.5	NE	NE	16	40
E	19	E	16	E	14	SE	12	SE	12	SE	7	SE	3	SE	4	S	5	N	9	N	N,NE	14	25
S	17	S	15	S	14	S	18	S	18	S	19	SW	20	SW	17	SW	17	SW	17	SW	N	17	21
SE	35	SE	38	SE	38	SE	55	SE	32	SE	26	S	22	SE	13	NE	4	NE	9	NE	SE	16	38
SE	14	SE	17	SE	16	SE	15	E	16	E	14	E	12	E	9	E	10	E	9	NE	NE	13	17
N	35	NE	19	NE	20	SE	14	S	15	S	17	SE	16	S	12	SW	6	NW	2	N	NE	17	34
E	6	E	12	E	11	E	14	E	17	E	19	NE	21	N	20	N	12	N	7	N	N,NE	8	21
SW	18	SW	20	SW	27	W	30	SW	32	SW	36	SW	26	SW	31	SW	28	SW	22	W	SW	20	36
E	22	SE	23	SE	27	SE	18	SE	11	E	6	E	6	NE	5	N	11	N	13	N	SW	13	27
SW	23	SW	22	SW	18	SW	15	SW	25	S	27	S	15	SW	14	W	9	W	10	W	SW	21	27
NE	10	NE	12	NE	25	NE	28	NE	26	S	21	S	17	S	12	S	25	SE	17	S	SE	14	28
.4 E	18 9	SE	19.4	SW	21.0	SE	19 9	SE	20.4	S	19.5	S	15.8	SW	13 7	SW	12.7	SW	11.5	N	SW	15	38
SW	22	SW	29	S	20	SE	14	NE	23	SE	22	S	25	S	22	S	18	S	18	SW	SW	20	29
SE	26	SE	34	SE	25	SE	28	NE	26	SE	27	SE	26	N	17	N	19	N	21	NE	SE	8	30
S	24	S	19	S	24	N	19	N	20	NE	16	NE	8	NE	11	N	14	N	14	N	N	5	24
E	16	SE	17	SE	19	E	20	E	25	NE	21	NE	18	NW	20	W	8	N	12	N	NE	12	25
S	12	S	10	SE	12	SW	12	SW	19	NE	21	NE	8	E	9	E	6	NE	16	E	SW	11	19
E	10	E	16	SE	21	SE	25	SE	23	E	16	E	7	E	4	E	5	E	9	N	E	9	25
SE	22	SE	21	SE	18	SE	17	SE	16	S	15	S	18	SE	21	SE	15	S	14	NE	NE	13	22
E	27	SE	25	SE	26	SE	25	SE	21	S	25	S	22	S	15	S	8	S	6	SE	SE	15	27
SE	13	E	15	E	14	E	12	E	16	E	19	E	18	E	18	SE	13	N		9	E	13	19
SE	18	SE	15	S	8	S	8	S	6	S	3	S	2	S	4	S	2	S	2	S	SE	10	19
SE	19	SE	25	SE	21	SE	26	SE	23	SE	22	N	16	N	14	N	12	N	12	N	SE	10	26
.6 SE	19.0	SE	20 5	SE	18.9	SE	18.0	SE	19.8	SE	17.1	S	15.2	S	14.0	S	10.0	N	12.0	N	SE	12	30
.2 E	19 0	SE	21 2	SE	19.9	SE	18.2	SE	18.7	E	18.1	S	15.9	SW	14.3	SW	12 1	N	10.0	N	NE	11	40

Venti

S	SW	W	NW	calma
23	6	1	4	—
25	46	9	11	—
41	23	8	1	—
89	75	18	16	—
ate NE				

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione cm.³ di alcool evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	10	9	2	7	St.	Fr.-Cu n. W	A-Cu	0 00	—
2	10	10	10	10	St.-Cu W	A-St.	St.-Ci-Cu	0 00	—
3	4	2	2	2	Cu.-q. SE	Cu.-q.	Cu.-q.	10 00	—
4	10	4	10	8	Ci.-St. E	id.	St. n.	6 00	—
5	10	9	10	9	Cn.-St SW	Cu.-St. n. W	id.	2 30	—
6	10	9	10	9	Fr.-Cu NW	Cu.-q. E	A-St. n.	1 50	—
7	10	9	9	9	St.-A-Cu N	St.	St.-A-Cu N	0 00	—
8	9	10	10	9	id.	St.Cu. q. SW	St. n.	0 00	—
9	7	7	2	5	Cu.-St NE	St.-Ci	St. E	5 30	—
10	7	7	9	7	Cu. al. SE	Fr.-A-Cu E	St.-A-Cu W	9 30	—
I. Dec.	8	7	7	7				85 10	—
11	3	4	2	3	Fr.-Cu	St.	St.	11 00	—
12	3	2	0	1	St.	Cu.-q.	—	13 00	—
13	1	1	2	1	Ci	St.	St.	13 30	—
14	5	0	1	2	Ci-St.-Cu E	—	id.	11 00	—
15	10	6	10	8	Ci-St-Cu NW	St.-A-Cu NE	n. A-Cu	0 40	—
16	10	10	10	10	St.-A NE	St.-Cu E,NE	St.	0 50	—
17	10	8	5	7	id.	St.-Ci	St.-Cu E	3 00	—
18	1	4	2	2	St.-Cu	St.-Ci-Cu NE	St.	13 30	—
19	1	3	4	2	St.	St.-Cu NE	A-St.	11 00	—
20	5	10	10	8	Cu.-St. N	Fr.-A-Cu N	n. St.	3 00	—
II. Dec.	5	5	4	5				78 30	—
21	0	4	1	1	—	Cu NE	St.	8 40	—
22	1	9	10	6	Cu	St.-Cu	n. A-Cu	14 15	—
23	10	9	3	7	St.-A-Cu NE	Cu. n. NE	St.	2 15	—
24	2	10	10	7	Cu	St.-A n. NE	A-St.	10 00	—
25	10	10	1	7	St.	St.-Cu n. SE	St.	3 30	—
26	9	6	1	5	St.-A-Cu	NW	id.	5 55	—
27	0	4	5	3	—	St.-A-Cu	St.-A-Cu N	12 40	—
28	1	1	1	1	St.	A-St.	St.	12 30	—
29	7	1	3	3	St.-A-Cu SW	St. SE	id.	9 00	—
30	4	3	7	4	St.-Ci SE	St.	Cu.-St.	10 40	—
31	4	3	10	5	Fr.-Cu SW	id.	St.-A-Cu	9 55	—
III. Dec.	4	5	5	5				110 20	—
Media mens.	6	6	5	6			Totali mensili	224 00	—

Stato del cielo:	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡
giorni	8	13	9	1	2	1	—

Digitized by Google

MAGGIO 1928

Evaporaz. totale in mmtra (all' ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
2.1	13.0	—	—	—	● mattino e pomeriggio
2.3	—	—	—	—	◍ gocce
4.7	—	—	—	—	≺ sera
4.2	0.5	—	—	—	◍ sera
3.1	—	—	—	—	● gocce matt. ⌐ matt. pom.
2.4	—	—	—	—	
2.1	—	—	—	—	● gocce mattino e sera
2.0	—	—	—	—	◍ gocce sera
2.0	0.3	—	—	—	● mattino ⌐ pomeriggio ⊼ mattino
3.0	—	—	—	—	● gocce pomeriggio
27.9	13.8	—	—	—	
3.5	—	—	—	—	
3.0	—	—	—	—	
2.3	—	—	—	—	⌐ pomeriggio
2.9	—	—	—	—	≡¹ mattino
—	3.5	—	—	—	● mattino e pomeriggio
—	1.7	—	—	—	≡³ mattino
1.6	0.5	—	—	—	◍ gocce tutto il dì pomeriggio ⌐
2.0	—	—	—	—	
3.2	—	—	—	—	≡¹ mattino
1.9	1.4	—	—	—	● mattino pomeriggio sera
20.4	7.1	—	—	—	
3.2	5.8	—	—	—	◍ mattino ≷ pom. ⊼ pom. ⌒
2.1	—	—	—	—	≺ sera ≷ ⊼ ◍ ● ▲ chichi come ceci sera
1.8	16.3	—	—	—	⊼ ● pomeriggio ⌒ ≺ sera
1.4	1.8	—	—	—	≡² mattino ◍ pomeriggio e sera
1.4	0.2	—	—	—	● notte
1.4	—	—	—	—	
1.5	—	—	—	—	
2.3	—	—	—	—	⌒
2.0	—	—	—	—	
2.7	—	—	—	—	
3.9	—	—	—	—	≡¹ mattino
23.7	24.1	—	—	—	
72.0	45.0	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
15	—	1	—	—	—	3	3	—	—

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	755.60	756.70	757.63	756.64	23.4	17.1	17.5	20.0	18.5	19.1
2	58.40	59.55	62.28	60.08	21.0	16.4	19.6	18.5	16.6	18.1
3	64.11	63.06	62.73	63.63	21.0	13.8	16.4	20.5	18.5	17.4
4	57.86	61.36	60.25	59.82	22.1	17.5	20.0	22.3	19.5	19.8
5	59.36	57.08	56.40	57.61	24.9	18.8	21.5	23.5	22.5	21.9
6	58.06	57.27	56.88	57.41	24.7	18.6	21.0	24.2	22.0	22.0
7	56 23	56.79	56 58	56.53	23.5	20.0	21.0	20.8	20.5	21.2
8	57.33	56.83	56.83	56.99	25.2	18.1	20.0	23.8	23 0	21.6
9	58.11	58.32	59.58	58.67	26.4	19.8	22.5	25.9	23.5	23.0
10	59.84	58.55	56.78	58.36	26 6	21.2	23.5	26.0	23.8	23.8
I. Dec.	**758.48**	**758.55**	**758.59**	**758.54**	**23.3**	**18.1**	**20.3**	**22.5**	**20.8**	**20.8**
11	756.81	756.06	757.44	757.07	29.0	20.5	25.0	27.5	26.6	25.2
12	53.22	63.88	65.02	60.70	28.0	20.1	21.0	24.1	23.5	23 1
13	67.56	65.97	64.47	66.00	27.0	19.6	21.5	25.5	24.0	23.0
14	62.94	61.75	60.52	61.73	26.4	20 0	24.5	26.4	24.0	23.7
15	59.29	57.17	55.14	57.20	27 0	20 9	23.0	27.0	23.9	23.7
16	60.02	57.83	56.86	58.23	25.1	16 4	19.6	23.0	20.0	23.2
17	59.31	58.91	59.82	59.34	18.7	13.4	15.9	18.5	15.2	15.8
18	61.02	59.62	59.30	59.90	22.7	13.1	16.9	21.2	19 9	18.1
19	57.20	56.78	55.54	56.50	22.0	16.0	20.0	21.9	20.0	19.5
20	56.17	54.61	57.31	56.03	24.0	16.2	18.0	24.1	18.5	19.6
II. Dec.	**759.35**	**759.34**	**759.14**	**759.28**	**25.4**	**17.6**	**20.5**	**23.9**	**21.6**	**21.2**
21	758.90	759.11	760.44	759.48	24.0	17.0	20.0	24.0	21.5	20.6
22	65.12	64.92	64.88	64.97	24.1	19.3	21.8	24.1	22.5	21.9
23	64.89	63.40	62 28	63.52	26.0	19.0	23.0	25.5	23.1	22.8
24	62.62	60.68	60.84	61.38	27.4	20.2	23.0	26.6	25.0	23.9
25	61.08	60.38	59.98	60.48	28.4	21.1	25 6	28.3	25.7	25 2
26	59.47	57.88	57.38	58.24	28.3	23.4	25.1	28 5	26.2	25.8
27	57.56	56.99	57.32	57.29	28.0	21.2	25.0	27.7	25.1	24.8
28	62.91	62.95	65.29	63.72	25.1	16.9	17.0	20.0	20.5	19.9
29	67.35	66.04	64.41	65.93	25.8	16.2	19.9	25.4	23.2	21.3
30	64.05	62.70	61.70	62.82	28.4	19.5	22.0	26.8	23.2	23.3
III. Dec.	**762.39**	**761.50**	**761.45**	**761.78**	**26.5**	**19.4**	**22.2**	**25.7**	**23.6**	**22.9**
Media mens.	760.07	759.73	759.72	759.85	25.1	18.4	21.0	24.0	22.0	21.6

Massima	767.56 il giorno 13	29.0 il giorno 11
Minima	753.22 » 12	13.1 » 18

Digitized by Google

GIUGNO 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
2.47	11.10	13.20	12.26	84	64	83	77	0	0	1	0
2.23	9.87	9.51	10.54	72	62	68	67	0	0	1	0
7.92	9.92	10.00	9.28	57	55	63	58	0	0	0	0
1.84	11.18	11.11	11.38	68	56	66	63	0	0	1	0
4.17	15.07	15.19	14.81	74	70	75	73	0	0	0	0
4.80	14.81	16.22	15.24	80	66	78	75	0	1	1	1
5.79	13.95	13 93	14 56	85	79	77	80	0	0	0	0
4.77	16.82	13.25	14.95	85	73	63	73	0	1	1	1
5.79	16.21	15.24	15.75	72	61	71	68	0	1	1	1
7.69	17.20	17.48	17.42	78	69	80	76	0	1	1	1
2.74	**13.61**	**13.50**	**12.72**	**71**	**65**	**72**	**71**	**0**	**0**	**1**	**0**
5.01	16.81	15.76	15.86	64	51	61	58	1	1	0	1
1.37	12.85	10.90	11.71	62	65	51	63	3	1	0	1
8.76	9.99	12.63	10.46	46	41	57	48	1	1	0	1
2.97	12 80	14.10	13.29	57	50	46	56	0	1	1	1
4.76	15.69	16.54	15.59	70	59	75	68	0	1	1	1
9.20	9.86	10.80	9.95	54	47	62	54	2	2	2	2
9.14	7.21	9.30	8.55	68	38	72	59	0	1	1	1
0.28	9.23	9.86	9.79	72	51	57	60	0	1	2	1
2 13	12.81	12.74	12.50	70	65	73	69	0	0	0	0
2.17	13.22	12.01	12.66	79	95	76	71	0	0	0	0
1.57	**12.04**	**12.46**	**12.04**	**64**	**52**	**62**	**60**	**0**	**1**	**0**	**1**
2.29	13.28	13.21	12.92	71	60	95	66	0	0	1	0
0.59	11.63	11.83	11 35	55	52	58	55	0	0	1	0
2.61	11.24	12.87	12.24	61	46	61	56	0	0	0	0
4.06	13 51	17.81	15.12	67	52	76	65	0	0	0	0
6.56	15.25	17.56	16.46	68	53	71	64	0	0	0	0
8.66	17.30	20.82	18.92	79	60	82	74	1	1	0	1
2.56	17.99	18.29	19.58	96	65	77	74	1	0	0	0
1.34	11.10	10.64	11.03	78	64	59	64	2	2	1	2
9.43	9.90	11.86	10.39	55	39	65	47	1	0	0	0
0.47	12.38	14.59	12.48	53	47	69	56	0	0	0	0
3.35	**13.36**	**14.95**	**14.04**	**68**	**53**	**67**	**62**	**0**	**0**	**0**	**0**
2.72	13.02	13.63	13.12	68	56	67	64	0	0	0	0

22.56 il giorno 27
7.21 „ 17

96 il giorno 27
38 „ 17

Giorni con mare

Calmo (0) 16 | legg. mosso (1) 12 | mosso (2) 2
agitato (3) — | grosso (4) — | tempestoso (5) —

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																									
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13h	
1	6	N	9	N	10	NE	8	NE	14	NE	19	NE	21	NE	18	NE	17	NE	17	NE	18	NE	17	NE	22	N
2	16	E	17	NE	18	NE	21	NE	17	NE	20	NE	20	N	15	N	20	SE	23	SE	18	E	25	E	29	
3	24	NE	20	NE	16	N	19	N	14	N	12	N	12	NE	10	N	17	NE	17	N	14	NE	10	E	12	
4	5	S	3	S	3	SW	4	N	5	N	8	N	9	N	10	E	14	E	14	E	14	S	20	SE	20	
5	5	S	7	S	4	N	5	N	7	E	7	E	8	E	8	E	8	E	10	E	10	SE	16	SE	18	S
6	7	W	13	W	8	NW	6	NW	3	W	4	W	9	W	4	W	7	W	6	W	7	W	7	S	22	S
7	9	NE	17	NE	10	NE	10	NE	8	NE	12	NE	14	E	15	E	13	NE	7	E	10	E	13	SW	25	S
8	13	NE	14	E	11	NE	10	NE	6	E	8	N	9	N	7	N	6	NW	6	W	8	W	12	SE	19	S
9	16	W	17	W	16	W	15	W	12	NW	9	NW	6	NW	5	E	6	E	6	S	11	SE	15	SE	16	S
10	6	NW	8	NW	11	E	9	E	10	E	11	E	11	E	10	E	13	E	14	E	14	E	15	E	19	
I. Dec.		NE		NE		NE		NE		NE		NE		N		E		E		E		var.		SE		S
11	13	E	13	E	11	N	12	N	11	N	7	NE	5	N	7	N	6	N	4	N	7	E	9	E	13	
12	15	NE	10	NE	6	NE	8	NE	5	NE	11	NE	26	E	51	E	60	E	48	E	35	E	34	E	29	
13	20	NE	18	NE	13	NE	15	E	15	NE	19	NE	26	E	26	E	25	E	22	S	21	S	24	S	21	
14	9	N	11	N	9	N	11	W	8	W	6	S	3	SE	6	SE	6	S	8	SE	13	SE	17	SE	24	
15	20	E	21	NE	19	E	17	E	12	NE	12	NE	18	E	10	SE	15	S	12	SE	13	SE	11	SE	14	S
16	33	NE	37	NE	46	NE	41	NE	44	NE	36	NE	34	NE	37	NE	35	E	32	E	32	E	30	E	30	
17	45	NE	46	E	41	E	25	E	17	NE	27	N	23	NE	19	SE	14	SE	11	SE	7	SE	15	E	21	
18	13	N	10	NE	11	NE	14	NE	17	S	14	SE	16	E	15	E	11	E	9	SE	9	E	11	SE	16	S
19	14	NE	15	NE	18	NE	13	NE	18	NE	17	NE	13	NE	12	NE	18	NE	15	NE	14	NE	10	NE	9	N
20	10	SW	10	SW	5	SW	4	NW	5	NW	5	NW	7	NW	4	NW	7	NW	5	NE	9	SE	10	SE	9	SW
II. Dec.		NE		NE		NE		NE		NE		NE		NE		E		E		SE		SE,E		SE,E		
21	7	N	7	N	5	N	5	N	3	N	2	NE	8	E	5	E	10	E	11	SE	14	SE	15	SE	18	S
22	7	NE	6	NE	9	NE	13	NE	13	NE	21	NE	24	NE	21	NE	23	SE	26	SE		SE		SE		
23	3	NW	1	N	5	W	14	NW	6	N	5	NE	5	NE	4	E	6	E	10	SE	13	SE	16	SE	16	
24	2	S	8	NE	9	NE	10	NE	7	E	9	NE	11	N	10	NE	8	E	8	NE	13	SE	14	SE	13	
25	6	N	11	N	17	NE	16	NE	15	NE	14	NE	11	NE	12	NE	8	E	10	SE	10	SE	11	SE	11	
26	2	E	1	E	3	E	9	NE	7	NE	8	NE	12	NE	11	NE	13	SE	10	SE	12	SE	14	SE	17	
27	19	NE	17	NE	16	NE	15	NE	17	NE	18	NE	15	NE	17	NE	15	NE	18	NE	15	NE	15	SE	13	
28	32	NE	39	NE	47	NE	40	NE		NE		NE		NE		NE	35	NE		NE		NE		NE		N
29		N		N		N		NE		NE		E	12	NE	14	N	7	NE		E		SE		E		
30	7	N	7	N	4	N	5	NE	6	N	9	NE	7	NE	10	NE	13	NE	10	NE	12	S	10	S	14	
III. Dec.		N		N		NE		NE		NE		NE		NE		NE		SE		SE		SE				S
Media mensile		NE		NE		NE		NE		NE		NE		NE		E		SE		SE		SE				SE

Frequenza relati

	N	NE	E	SE
I. decade	21	35	63	41
II. decade	19	72	45	41
III. decade	35	58	34	85
mese	75	165	142	167

Predo

Digitized by Google

GIUGNO 1928

e Direzione																			Vento predominante		
13-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km ora
5	NE	21	NE	20	SE	14	SE	15	E	11	SE	6	SE	6	E	6	E	4	E	5	E	NE	13	25
0	E	27	E	26	E	29	E	24	E	24	E	23	E	28	E	29	NE	26	N	26	N	E	23	30
2	SE	13	SE	16	SE	19	SE	19	SE	17	E	14	S	14	S	12	S	8	S	6	SW	N	14	24
1	SE	29	SE	28	SE	30	SE	29	SE	30	S	22	S	18	S	16	S	12	S	4	S	S	16	30
1	SE	12	W	22	S	28	SW	19	W	15	W	9	SW	5	W	7	W	8	SW	11	SW	E	11	28
3	SE	30	SE	34	S	37	S	33	SE	31	S	31	S	28	SE	16	SE	13	S	9	S	W	17	37
0	S	17	S	10	SW	15	S	8	SE	10	SE	8	SE	4	E	14	E	6	E	9	E	E	11	25
1	SE	24	SE	19	S	22	W	23	W	27	W	19	W	19	W	20	W	16	W	19	W	W	15	27
0	SE	24	SE	21	SE	26	SE	26	S	30	S	28	S	22	S	12	S	10	S	12	W	SE,S	15	30
1	E	16	E	14	E	14	E	14	E	15	E	10	E	13	E	11	E	12	E	11	NE	E	12	19
	SE		SE		SE		SE		SE		S		S		S		S		var.	E	15	37
3	W	13	W	25	E	18	E	15	W	14	W	6	W	13	W	19	NW	23	NE	21	NE	N,E	13	25
4	S	18	S	16	S	12	S	8	NE	4	NE	calma		2	E	5	E	9	N	16	N	NE,E	19	60
7	S	17	S	13	S	14	SW	11	W	8	W	6	W	5	NW	6	NW	8	N	10	N	S	16	26
9	S	28	S	24	S	33	S	33	S	31	E	30	E	26	E	14	NE	8	E	12	E	S	17	33
9	SE	17	SE	13	SE	30	NE	32	NE	28	NE	26	NE	26	NE	37	NE	49	NE	39	NE	NE	21	49
8	E	29	E	20	NE	25	NE	24	E	23	E	24	NE	27	NE	38	NE	40	NE	49	NE	NE	33	49
1	S	25	SW	18	W	18	NE	16	NE	19	NE	22	NE	15	N	9	N	16	NE	17	N	NE	21	46
4	SE	31	SE	25	SE	38	SE	38	SE	36	SE	32	SE	31	SE	33	SE	31	SE	25	SE	SE	21	38
	SE	6	SE	12	SE	20	SE	32	SE	14	SE	17	SW	14	SW	8	SW	10	SW	11	SW	NE	14	32
9	S	7	S	12	S	20	SE	23	NE	17	NE	22	NE	12	NE	7	NW	10	NW	11	NW	NW	10	23
	S		S		S		NE,SE		NE		NE		NE		NE		NE,NW		NE		NE	NE	18	60
		8E	21	SE	10	SE	12	SE	9	SE	7	SE	10	SE	14	SE	10	SE	17	SE	9	NE	SE	10	21
		SE		SE	28	SE	30	SE	28	SE	25	S	21	S	19	S	11	S	10	SW	7	NW	SE	15	30
		SE	20	SE	18	SE	19	SE	20	SE	18	SE	16	SE	15	S	12	SE	5	S	3	S	SE	10	20
		SE	12	SE	11	SE	16	SE	13	SE	13	SE	11	E	13	E	13	E	8	E	5	E	SE	10	16
		SE	8	SE	12	SE	11	SE	9	SE	10	SE	10	SE	9	SE	11	SE	39	SE	5	E	SE	11	17
		SE	12	SE	12	SE	14	SE	17	SE	18	SE	23	SE	18	SE	9	SE	9	NE	17	NE	SE	12	18
		SE	13	SE	16	E	16	E	18	E	19	NE	17	E	15	E	21	E	23	E	30	E	NE	17	30
		NE	19	NE	11	E	10	E		E		NE		E	20	E		E		N		N	NE	23	47
		S	9	SE	11	SW	10	SW	10	SW	10	SW	6	SW	3	N	5	N	3	N	7	N	N	9	12
		S	8	S	8	SE	8	SE	6	SE	2	SE	2	SE	2	SE	2	S	2	S	1	S	S	7	14
		SE		SE		SE		SE		SE		SE		SE		SE		var.		E		SE	12	47
		SE		SE		SE		SE		SE		SE		var.		var.		var.		var		NE	15	60

Venti				
S	SW	W	NW	calma
34	9	29	8	—
27	11	12	12	1
18	6	1	3	—
79	26	42	23	1

ate SE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione cm.³ di alcool evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	10	9	10	10	—	—	—	1 00	—
2	7	3	4	5	—	—	—	6 45	—
3	1	1	3	2	—	—	—	11 00	—
4	6	8	10	8	—	—	—	6 00	—
5	9	10	3	7	—	—	—	4 00	—
6	10	6	5	7	—	—	—	7 00	—
7	10	10	2	7	—	—	—	1 00	—
8	8	8	0	5	—	—	—	8 00	—
9	5	2	0	2	—	—	—	12 30	—
10	0	1	0	0	—	—	—	13 00	—
I. Dec.	**7**	**6**	**4**	**5**				**70 15**	—
11	1	4	2	2	—	—	—	11 50	—
12	9	1	0	3	—	—	—	10 00	—
13	0	0	0	0	—	—	—	13 00	—
14	0	1	1	0	—	—	—	12 00	—
15	3	3	5	4	—	—	—	10 00	—
16	4	4	10	6	—	—	—	9 55	—
17	7	9	8	8	—	—	—	4 15	—
18	3	5	0	3	—	—	—	13 20	—
19	7	10	3	7	—	—	—	3 30	—
20	2	4	4	3	—	—	—	11 00	—
II. Dec.	**4**	**4**	**3**	**4**				**98 00**	—
21	2	3	4	3	—	—	—	12 00	—
22	2	3	0	2	—	—	—	12 10	—
23	3	0	0	1	—	—	—	13 00	—
24	2	2	8	4	—	St.-Ci	St.	12 30	—
25	0	3	3	2	—	Cu.-St.	St.	13 15	—
26	6	3	3	4	—	—	St.	11 30	—
27	8	2	6	5	—	—	St.-Ci-St. RW	10 30	—
28	10	4	1	5	Cu.-St.-Ci W	St.-Ci	St.	3 55	—
29	0	3	2	2	—	Ci	St.-Ci	11 30	—
30	0	0	2	1	—	—	—	13 40	—
III. Dec.	**3**	**2**	**3**	**3**				**113 30**	—
Media mens.	5	4	3	4			**Totali mensili**	281 45	—

Stato del cielo :	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡
giorni	11	16	3	6	—	—	—

Digitized by Google

GIUGNO 1928

Evaporaz. totale (10 m. (all' ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
2.5	2.9	—	—	—	◍ mattino e sera
3.2	3.0	—	—	—	◍ mattino
3.4	—	—	—	—	≡¹ mattino
3.4	—	—	—	—	
1.6	—	—	—	—	
1.7	—	—	—	—	≡² mattino ⌐ pomeriggio e sera
1.8	5.3	—	—	—	≡¹ mattino ◍ mattino e pomeriggio
2.1	—	—	—	—	≡¹ mattino
2.9	—	—	—	—	≡¹ mattino
3.0	—	—	—	—	
25.6	**11.2**	—	—	—	
3.0	—	—	—	—	≤ sera
4.5	—	—	—	—	⌐ mattino
4.3	—	—	—	—	
3.7	—	—	—	—	≡¹ mattino
3.6	—	—	—	—	≤ sera ⌐ ◍ pochissima a 21 ¼ circa
4.6	0.1	—	—	—	⌐ mattino e sera
1.1	7.7	—	—	—	◍ notte e sera
2.1	1.0	—	—	—	◍
2.0	—	—	—	—	
2.0	5.3	—	—	—	◍ pomeriggio
30.9	**14.1**	—	—	—	
2.0	—	—	—	—	
3.8	—	—	—	—	
2.5	—	—	—	—	
2.0	—	—	—	—	
2.1	—	—	—	—	
2.4	—	—	—	—	
2.2	—	—	—	—	≤ 21ʰ
3.9	goccie	—	—	—	◍ goccie mattino, ⌐ NE notte e mattino
3.3	—	—	—	—	
2.5	—	—	—	—	
26.7	goccie	—	—	—	
83.2	25.3	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
8	—	—	—	—	—	—	3	—	—

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C	Periodo	Ampiezza Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	Ampiezza An	Ae
1928											
Aprile 9	I, *u*	*e* P						h m s 18 47 45			
		S						18 58 00			
		F						?			
14								h m 10 (3 circa)		180	16
16								pom.			
18	I, *v*	*e* P						h m s 12 25 48			
		F						13 2			
id.	III, *r*	*i* P						20 25 16	1	a. m. 18	a. m.
		M_1						20 27 27		30	19
		a. m.						—		180	87
		C_1						20 42			
		F						21 35			
19	I, *r*	P						0 17 ?			
		M						0 22		15	5
		F						0 37			
id.	I, *r*	P						23 46 35		deb.	
		M						23 49 00		1	
		F						23 55			
20	I, *r*	P						7 17 c.			
		F						7 30 c.			
22	I, *r*	P						21 3 22		debss.	
		S						21 5 43	4,5		
		a. m.						21 8 00		3,8	0.
		F						nel seg.			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Scossa al Perù. Epicentro a circa 69 $^1/_2$ W e a 12 $^1/_2$ S. - Δ = km. 9200 circa.

Registrazione debolissima, fasi mal distinte.

Terremoto distruttore in Bulgaria. Il sismografo fermo segnò soltanto la massima ampiezza.

Anemosismo.

Scossetta a Tolmezzo (Udine), registrazione debolissima.

Terremoto distruttore in Bulgaria. Epicentro a 42° N e 25° E.

A Venezia scossetta debolissima di 3° Mercalli.

Replica del precedente.

Debole registrazione, incerta cronografia.

Epicentro in Bulgaria.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA An	Ae
1928											
Aprile 22	I, *r*	P						nel prec.	1,5s		
		S						h m s 21 19 9	4,4		
		M_1						21 20 11			
		a. m.						21 24 00		102	42
		F						21 44			
24	?	P						19 57 34			
		F						20 10 30			
25	I, *r*	P						1 (36 ?)			
		S						1 37 40			
		a. m.						1 40 00			
		F						1 48			
id.	I, *r*	P						9 30 37			
		S						9 33 53			
		a. m.						9 34 25		36	3
		F						9 50			
29	I, *r*	*e* P						18 4 00	3		
		S						18 5 00	3		
		M						18 6 12		a. m. 4	1.3
		F						18 18			
30	I, *r*	*e* P						10 53 00			
		M						10 56 22		7,5	1
		F						11 7			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Terremoto disastroso a Corinto. Epicentro a 38° N e 25° E.

Registrazione di dubbia natura.

Replica nei Balcani? Il P è completamente mascherato da moti microsismici meteorici.

Replica in Bulgaria. Il P è incertissimo, come sopra.

Bulgaria? Il P come sopra.

Replica. Incerta la cronografia.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni 1, 2, 15, 16, 17, 20, 24, 29.
" " *mediocre* " 3, 18, 19, 21, 23, 25, 26, 27, 28, 30.
" " *debole* " 7, 8, 10, 20, 22.
Calma, o quasi, nei giorni 4, 5, 6, 9.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	AE	AN	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA AN	AE
1928											
								h m s	s		
Maggio 2	I, *r*	*e* P						22 57 48	3,7		
		e S						23 00 25	3.7		
		M_1						23 2 58	4,4		
		a. m.						23 4 5	7,7	77	7
		F						23 31			
8	I, *u*	P						5 57 6			
		S						6 14 20			
		F						incerto			
								h m s			
14	I, *u*	P						23 28 9	3	0,8	deb.
		S						23 39 2			tracc
		a. m.						23 41 30	5	2,5	
		F						24			
19	I, *v*	*e* P						7 32 55			
		S						incerto			
		F						h m s 7 38			
26	I, *r*	P						6 57 50	2	deb.	deb
		S						6 59 15		2,2	
		M						7 1 33	6	5	2
		F						7 16			
27	I, *u*	*e* P						11 3 00	3	0,4	trac
		e S						11 13 15	6	0,5	trac
		L						11 34 00	22	deb.	
		M						11 44 00	18	0,8	deb
		F						12 10			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Terremoto a Costantinopoli. Epicentro a 40°,5 N e 30° E.

Epicentro in Siberia, a N del Kamciatka. P incerto per microsismi.

Terremoto nella Columbia e all' Equador. Epicentro a circa 0°,5 S, e 73° W. - Δ = km. 9800.

Epicentro sulle Alpi Carniche. Debole registrazione.

Scossetta di 2° a Lecce.

Epicentro in mare, a N del Giappone. Δ = km. 10,100 circa.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA An	Ae
1928											
								h m s			
Maggio 28	I, *r*	*e* P						8 1 38		debss.	
		F						8 15			
30	I, *v*	*i* P						21 02 21	1s	0,1	0,1
		S						21 02 39	4	5	7,5
		M						21 05 30	5	6	4
		C						21 06 25			
		F						21 14			
								h m s			
Giugno 7	I, *r*	*e* P						13 58 22?		debss.	
		S						14 0 20?	4	0,4	
		F						14 13			
15	I, *u*	*e* P						7 25 53	2	deb.	
		e S						7 37 21		deb.	
		F						7 50 c.			
id.	I, *u*							18 1/2		tracce	
17	I, *u*	*e* P						4 32 39	2	1	
		i S						4 43 17	6,5	2	
		L						5 6 7	32	0,5	
		M						5 14 12	16,5	2,5	0,7
		F						5 50			
21	I, *u*	*i* P						12 00 18	1-2	0,7	0,5
id.	I, *u*	*e* P						17 38 50	4	0,7	
		S						17 48 04	5	0,5	

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Epicentro fra Senigallia e Fano.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni: 8, 9, 17, 21, 23.
" " *mediocre* " 5, 6, 7, 10, 11, 16, 18, 22, 24, 25.
" " *debole* " 4, 12, 15, 19, 20, 26, 27.
Calma, o quasi, nei giorni: 1, 2, 3, 13, 14, 28, 29, 30. 31.

Registrazione debole.

Epicentro a SW di Manilla, a circa 13°,5 N e 118° E.

Replica del precedente.

Epicentro nel Messico, a circa 14°,5 N e 96,5 W. Forte movimento microsismico.

Epicentro alle isole Figi. Cambio della carta del sismografo.

Epicentro a circa 60° N e 150° circa W (?). $\Delta =$ km. 8113.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	AE	AN	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA AN	AE
1926											
								h m s			
Giugno 21	I, *u*	L						18 12 08	12s	debss.	
		M						18 17 19	12	0,5	
		F						19 5 c.			
24	I, ?	P						5 42 54		deb.	
		F						6 12			
26	I, *v*	*i* P						23 26 39		deb.	
		F						23 32			
30	I, *u*	*e* P						0 9 31		deb.	
		S?						1 0 41		deb.	
		F						incerto			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Non si distinguono le fasi.

Scossa verticale a Paluzza.

Sismo lontanissimo.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni 2, 12, 16, 17, 28.
" " *mediocre* " 1, 3, 9, 10, 15, 29.
" " *debole* " 4, 5, 6, 7, 13, 14, 18, 19, 20, 22, 25, 26.
Calma, o quasi, nei giorni 8, 4, 21, 23, 24, 27, 30.

Digitized by Google

NOTE

1. — Spiegazione dei segni meteorici internazionali abbreviativi: **● Pioggia. - ✳ Neve. - △ Nevischio. - ▲ Grandine. - ≡ Nebbia. - ≡ Nebbia all'orizzonte. - V Brina. - ⊔ Gelo. - ∽ Gelicidio. - ⌓ Rugiada. - ← Aghi di ghiaccio. - ∞ Caligine. - K Temporale. - T Temporale lontano. - < Lampi senza tuoni. - ≷ Lampi e tuoni. - ⅂ Vento forte. - ⅂ Vento fortissimo. - ✢ Uragano di neve. - ⊖ Alone solare. - ∈ Alone lunare. ⊖ Corona solare - ⊽ Corona lunare. - ⌒ Arco baleno.**

2. — Le giornate si contano in 24^h da una mezzanotte all'altra, secondo il Tempo Medio dell'Europa Centrale.

3. — Per la forma delle nubi si adottano le seguenti abbreviazioni: *ci* = cirri; *cu* = cumoli; *sr* = strati; *n* = nembi; *ci-cu* = cirro-cumoli; *si-ci* = cirro-strati; *s-cu* = strato cumoli; *cu-n* = cumolo-nembi; *alto-s* = alto strati; *alto-cu* = alto cumoli.

4. — La radiazione solare è misurata da noi in cm^3 di alcool, che distilla nel *radio-integratore* Wilson della Casa Hicks di Londra.

5. — Le costanti del *Microsismografo Vicentini* sono le seguenti:

Massa pendolare comp.	orizz.	Kg. 100;	lunghezza m. 1,50
„ „ „	vertic.	„ 50;	„ „ 1,32
Periodo oscillaz. completo	orizz.	$2^s,4$	
„ „ „	vertic.	$0^s,8$	
Velocità oraria del nastro	mm.	300	
Ingrandimento della comp.	orizz.	120	
„ della comp.	vertic.	140	

6. — Le costanti del *sismografo Agamennone a pendoli orizzontali* sono:

Masse pendolari	Kg. 50
Periodo osc. comp.	K_N 5^s, K_E $2^s,8$
Ingrandimento	K_N 44, K_E 49
Velocità zona	mm. 27 al minuto

7. — Il *carattere* di un terremoto è espresso dal grado della scossa, secondo la *Scala Mercalli*, in numeri romani, e dal simbolo della distanza secondo la seguente notazione internazionale:

d	Terrae motus	*domesticus*	= locale, entro un raggio di	100 Km.
v	„ „	*vicinus*	= vicino „ „	100-1000 Km.
r	„ „	*remotus*	= lontano „ „	1000-5000 „
u	„ „	*ultimus*	= molto lontano (telesisma) oltre i 5000	„

8. — Altre abbreviazioni: K_V = componente verticale; K_E = componente E — W; K_N = componente N — S.

A_V, A_E, A_N rispettivamente = Ampiezza registrata dalla pennina della componente verticale, della componente E — W, o della componente N — S; espressa in millimetri.

P = principio della registrazione S = onde di seconda fase; L = onde lunghe; M = onde di massima ampiezza; C = onde di coda; F = fine della registrazione; c = circa, a. m. = ampiezza massima; deb = debole; debss. = debolissima, R = rinforzo, contin. = continuamente.

i = (impetus) principio subitaneo del movimento: e = (emersio) principio graduale del movimento; T = periodo in secondi delle oscillazioni; △ = distanza in Km. dell'epicentro.

Il Direttore

Prof P. Francesco Saverio Zanon

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 14 gennaio 1929)

Digitized by Google

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

DISPENSA TERZA

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

In esecuzione dell'art. 25 dello Statuto e dell'art. 50 del Regolamento, si dichiara che delle opinioni e dei fatti esposti nei loro scritti rispondono gli autori che ne conservano la proprietà letteraria.

INDICE

PARTE I^a

Adunanza ordinaria del 13 gennaio 1929 . . . . Pag. 13

PARTE II^a

M. Minio, s. c. — Un documento ignorato della flora friulana. L'" Herbarium forojuliense Berinii „ della raccolta Contarini . . . . . Pag. 147

G. Albertotti, m. e. — La mortificazione di G. Cesare Cordara poeta . . . . . „ 173

L. Rizzoli — Contraffazioni barbariche di " Dramme „ massaliote rinvenute recentemente a Padova . . . „ 219

A. Forti, m. e. — Il " Basilisco „ esistente al Museo Civico di Storia Naturale a Venezia e gli affini simulacri finora conosciuti. - Contributo alla storia della Ciarlataneria . . . . . „ 225

G. Gerola, m. e. — Gli stemmi cretesi dell'Università di Padova . . . . . „ 239

A. Mancini — Un quaderno di scuola di un umanista celebre. (Contributo alla critica dei testi scolastici medioevali) . . . . . „ 279

G. Vitali, s. c. — Calcolo indiretto di alcuni determinanti. Nota . . . . . „ 289

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Un documento ignorato della flora friulana

L' « Herbarium forojuliense Berinii » della raccolta Contarini

MICHELANGELO MINIO, s. c.

(*Adunanza ordinaria del giorno 25 novembre 1928*)

Nella raccolta Contarini, conservata presso il nostro Museo Civico di Storia Naturale, fra le buste delle piante non intercalate in Erbario secondo l' ordine linneano, le tre corrispondenti ai n. 39, 40, 41 portano sul dorso l' etichetta " Herbarium Forojuliense Berinii „ e comprendono un erbario molto ben conservato, pervenuto al naturalista veneziano per dono di una gentildonna di Udine.

Data la fama dell'ab. Giuseppe Berini quale uno dei primi ed appassionati indagatori della flora friulana, e in particolare della parte litoranea, e, di conseguenza, l' importanza dell' Erbario che le sue indagini venivano a costituire e ad arricchire, ma data anche la mancanza di ogni notizia in proposito — tanto che non solo il Saccardo (1), ma gli stessi Gortani che pur ricercarono con ogni cura i materiali d' erbario della flora che imprendevano a illustrare (2), giunsero solo all' ipotesi di probabilità che il Berini potesse aver lasciato le sue piante all' altro abate naturalista Leonardo Brumati — il ritrovamento di un Erbario a lui attribuito mi apparve subito più che interessante. Aumentava l' interesse il fatto strano che una raccolta così notevole fosse potuta rimanere per tanto tempo ignota, essendo stata prima conservata

(1) *La botanica in Italia* (in " Memorie del R. Ist. Ven. di Sc. Lett. ed Arti „, vol. XXVI [1901], N. 6), pag. 18.

(2) *Flora friulana*, Udine, 1905, pag. 203.

Digitized by Google

a Udine e poi passata per le mani di un botanico. E l' esame accurato che ne feci e il confronto con le indicazioni delle Flore, a cominciare dal Catalogo del Suffren, mi convinsero trattarsi di un documento di innegabile valore, decidendomi a darne notizia e a farne una breve illustrazione.

L' Erbario consta di 33 fascicoli in bella carta bianca di filo, con intestazione in foglio a parte in corrispondenza delle classi linneane secondo cui è disposto, e le piante, molto ben preparate, agglutinate sul *recto* di ogni foglio, portano altrettante nitide etichette perfettamente uniformi, unite alle piante con un filo di seta rossa, che recano da un lato il nome scientifico e quello dialettale, e dall' altro l' indicazione della fioritura e della località — generica quest' ultima per le specie più comuni o diffuse, ma specificata, e talora con gran precisione, per quelle più interessanti o localizzate. Nulla però ci dicono queste etichette per la conferma o meno del nome del compilatore — anche se avessimo, per confronto, autografi beriniani — perchè mentre la quasi completa assenza di errori, anche di sola ortografia, nei nomi scientifici e nelle località, le farebbe ritenere dovute direttamente all' autore, la mancanza di firma o di qualsiasi indicazione o sigla del raccoglitore e la costante regolarità della bella scrittura farebbero pensare invece — come la prefazione — che fossero state affidate a un copista.

Il primo fascicolo porta esternamente il titolo:

PIANTE INDIGENE | del Friuli | Disposte secondo il sistema sessuale di Linneo | col nome vernacolo di alcune | E coll' indicazione del luogo di loro nascita e tempo di fioritura.

Nel 2° foglio è una prefazione che pare indicare l' Erbario come una compilazione fatta per rivendicare l' importanza botanica del Friuli o per metterne in valore le risorse naturali, e con la stessa cura della chiarezza calligrafica come con la veste decorosa che tutti i fascicoli conservano in ogni particolare, lo farebbe ritenere destinato a persona di riguardo o forse a qualche consesso od autorità. Ma alla prefazione manca, del pari che al titolo, qualsiasi indicazione originale di autore o di proprietario, nè vi si trova alcuna nota o dato che possa fare, anche indirettamento, luce in proposito.

Solo documento — posteriore ma chiaro — circa la prove-

Digitized by Google

nienza e l' autore (a conferma dell' esplicita attribuzione data dalle etichette esterne dei tre pacchi) è la categorica duplice dichiarazione aggiunta dal Contarini. Infatti una nota tutta di suo pugno apposta sotto il titolo del 1° foglio suona testualmente: " Que- " sto Erbario, composto di n.° 33 fascicoli, | lo ebbi in dono dalla " Nob. sig.ª co. Laura Caratti | di Udine e fu compilato dall' ab. " Berini | di Monfalcone, bravo botanico „.

E in un fascicoletto in cui il Contarini elencò tutte le piante secondo il posto occupato nei fascicoli, aggiungendovi, in ordine alfabetico, l' indice dei generi, l' affermazione è ripetuta nel titolo: " Indice metodico dell' Erbario avuto in dono dalla co. Laura " Caratti di Udine compilato dall' Ab. Berini di Monfalcone „: segno evidente che il nuovo possessore dell' Erbario — che con le note autografe sparse qua e là, con le correzioni o i dubbi che esprime, oltre che con la cura paziente della compilazione di questo Indice, mostra l' interesse con cui l' aveva esaminato — nessun dubbio si sentiva sorgere sulla veridicità dell' attribuzione, che avrà certo attinto dalla donatrice, e che perciò nessuna ragione gli suggeriva di documentare con dichiarazioni esplicative.

*
* *

Mio primo pensiero fu perciò di fare ricerche a complemento di questi dati, per vedere se si poteva dedurne lo scopo della compilazione dell' Erbario, e la parte che effettivamente vi avesse avuto l' ab. Berini.

Ma muta o quasi — salvo rivelazioni inaspettate — è purtroppo la fonte prima, perchè pochissime sono le notizie finora acquisite sulla vita e l' attività di questo dotto e modestissimo studioso, che, vissuto dal 1746 al 1831 a Ronchi di Monfalcone, fu uno dei primi esploratori della flora locale nel primo, classico periodo, in cui questo studio cominciava a delinearsi.

Ben noto insieme con l' amico D. Leonardo Brumati (vissuto pure, dalla fine del '700, a Monfalcone) per una quantità di piante comunicate a vari botanici e specialmente al Bertoloni, e assai stimato oltre che conosciuto, a giudicare dalle espressioni dei naturalisti che con lui furono in relazione, non ci lasciò però nessuna pubblicazione floristica, avendo dato solo alle stampe,

Digitized by Google

oltre a note di argomento esclusivamente archeologico (1), e ad una ricerca sull' antica idrografia del Timavo (2), una parziale traduzione di Plinio arricchita di numerosissime note (3).

Nulla quindi è possibile sapere direttamente di eventuali intenzioni che egli avesse di esplorare il Friuli a scopo illustrativo floristico. E dello stesso suo erbario personale che, come dicevo, non ci è noto che vagamente, potei soltanto assodare che esisteva ancora, e come raccolta a sè, nel 1832, cioè un anno dopo la morte del suo autore, per testimonianza dello stesso Brumati: perchè nella corrispondenza Cernazai-Contarini (4) è riportata testualmente una frase di questo abate, che dice di aver esaminato " nell' Erbario del Berini „ un esemplare di *Blitum capitatum*. Sarebbe questo un nuovo argomento a conferma

---

(1) Sono due pubblicazioni su iscrizioni aquileiesi (1825) e di S. Giovanni di Duino (1820) ed un brano di lettera al Cernazai (1814) sul *Pucino antico probabilmente Prosecco moderno.*

(2) *Indagini sullo stato del Timavo e delle sue adiacenze al principio dell'era cristiana* (Udine, 1826).

(3) Di quest'opera, cui egli attese con lunga, amorosa cura, " ani- " mato da un sentimento (son sue parole) che direi quasi religioso „, sono citate nelle bibliografie solo due parti, che sono realmente le principali (*I due primi libri della Storia Naturale di C. Plinio Secondo recati in italiano* [Udine 1824] e *Saggio della traduzione della Storia Naturale di C. P. S.* [pure 1824?] contenente il libro 9°); ma una lettera del co. Giuseppe Carlo Cernazai che da Udine (XI, 1829) mandava tre copie al Contarini di un' " operetta botanica (non altrimenti specificata) dell'Ab. Berini „ mi diede occasione, dopo molte vane ricerche, di identificarne una terza, sfuggita probabilmente anche nelle biblioteche a una completa indicazione bibliografica perchè pubblicata anonima, ma sulla cui paternità non è possibile il dubbio. Essa ha per titolo: *Traduzione e Comento di alcuni passi di Plinio concernenti la botanica* (Udine 1829), ed è interessante, fra altro, perchè dai vari libri di Plinio cui appartengono i passi tradotti e discussi, e dal modo con cui l'autore parla di questo suo lungo lavoro (pag. 5), è evidente che traduzione e note dovevano essere state già estese a tutta l'opera, o quasi.

Per la ricerca e l'esame che ho potuto fare di questo opuscolo, come per la visione e trascrizione di lettere della corrispondenza Contarini, rinnovo qui pubblicamente i più vivi ringraziamenti all'eletta sig a Angela Nardo Cibele che, con squisita cortesia, ha così favorito le mie indagini.

(4) Lettera Cernazai in data 14 dicembre 1832.

Digitized by Google

del passaggio delle collezioni in proprietà del Brumati, e insieme una prova che, fino allora, almeno, questi non aveva intercalato le piante dell'amico nella raccolta sua; che sieno poi state, o meno, intercalate in prosieguo di tempo non si può, purtroppo, tentare più di indagare, in seguito alla perdita di tutto questo materiale per effetto della guerra (1).

Ad ogni modo quello che mi preme mettere fuori questione è che con questo Erbario particolare del Berini, che rimase a Monfalcone, non penso certo che possa coincidere quello di cui ci stiamo occupando: non solo per l'osservazione, fatta in principio, che esso appare compilato e disposto per essere presentato a qualche consesso o persona autorevole, e per il fatto di contenere un solo esemplare per specie, la cui etichetta riassume in generale l'habitat derivante dalla raccolta di esemplari diversi, ma, più in particolare, perchè manca proprio di quel *Blitum* che il Brumati vi aveva cercato ed esaminato.

Non sarà però inutile, giacchè queste ricerche me ne han dato occasione, di richiamare intanto l'attenzione sui pochi elementi che ci risultano della vita del Berini, che, egualmente studioso, come i dotti del suo tempo, dell'antichità classica e del nuovo sviluppo del pensiero scientifico (2), fu un lavoratore indefesso fino agli ultimi anni della sua vita, e si rese a un tempo benemerito degli studi coll'abbondante materiale raccolto e benemerito della popolazione fra cui visse anche per l'aiuto econo-

(1) Da comunicazione (*in litt.*) del gentilissimo sig.r co. Riccardo Mistruzzi di Ronchi dei Legionari (Monfalcone), che mi è grato ringraziare qui per le notizie fornitemi.

(2) La traduzione di Plinio, oltre che rivelare una sicura preparazione sull'originale (senza cui non sarebbe spiegabile il coraggio di presentarla a quell'età — aveva 75 anni! — come saggio di traduzione dell'opera intera) dà da sola questa duplice dimostrazione colle numerosissime note che il B. vi profuse. Se queste infatti per buona parte si appoggiano alla coltura classica, più ancora lo mostrano buon conoscitore della fauna, specialmente ittiologica, e documentano, sia con le notizie concrete di geografia fisica e astronomica, sia coi tentativi originali di spiegazione di fenomeni varî, come egli avesse assorbito con facilità giovanile i concetti fondamentali che le scienze sperimentali avevano rapidamente accumulato e diffuso.

Digitized by Google

mico che cercò di darle con la propaganda d' erboristeria (1), essendo poi di sì larga liberalità da comunicare abitualmente agli altri naturalisti le ricchezze botaniche rivelate dalle sue indagini e da permettersi il lusso signorile di pubblicare anche i suoi due volumi del Plinio per darne le copie in regalo (2). Auguriamoci che meglio lo si possa conoscere col progredire degli studi sui primi naturalisti friulani, e chissà che nuovi dati possano uscire da quell' imprevisto da cui è uscita pure la conoscenza di quest' Erbario legato al suo nome.

Più conclusiva fu la ricerca che potei condurre sulla provenienza dell' Erbario, essendomi facilmente riuscito di precisare che la donatrice fu la contessa Laura Maldura di Padova, andata sposa a Udine al nob. Girolamo Caratti, sia perchè, oltre a questa, non ebbi notizia che di un' altra Laura Caratti, fanciulla (figlia della precedente), cui perciò non sarebbe spettata l' indicazione di " signora contessa „ (3), sia perchè la possibilità di un dono da parte della prima trova giustificazione nei frequenti rapporti del Contarini con la famiglia Maldura, con cui anzi era imparentato. È solo da dolersi, al fine di queste indagini, che proprio nei riguardi personali della co. Maldura Caratti questi rapporti non appaiano, dalla corrispondenza, che assai superfi-

---

(1) Come mi comunica il co. Mistruzzi " l'ab. Berini aveva istruito le popolazioni di Ronchi e di Vermigliano alla raccolta di piante medicinali „ e l'iniziativa aveva avuto tale esito che " i raccoglitori stavano " assenti anche qualche giorno recandosi in luoghi distanti e poi ritor- " navano col carro carico „.

(2) " Qui si sta intraprendendo la stampa dei due primi libri della " Storia Naturale di Plinio, trad. Berini. Come ciò *si farà per darsi in* " *regalo*, così Ella ne avrà una senza fallo „. (Da lettera del Cernazai al Contarini in data 17 V 1823).

(3) Del resto anche il titolo comitale non sarebbe esatto trattandosi della Laura Caratti *junior* (" N. di Udine, mf. „ secondo l'*Elenco Ufficiale delle famiglie nobili e titolate del Veneto,* Roma 1898, pag. 42), mentre era naturale venisse attribuito alla madre, come agli altri della famiglia Maldura. Nè l'indicazione potrebbe riguardare la figlia in istato maritale perchè avendo sposato (1820) Dorando Pagani Cesa di Belluno, non corrisponderebbe nemmeno la residenza. — Devo queste notizie attinte a Udine alla cortesia del m. e. prof. Battistella, cui rinnovo qui vivi ringraziamenti.

Digitized by Google

ciali, perchè di questa gentildonna non vi si conserva che una lettera del 5 febbraio 1824 (1), e se questa ha tutte le probabilità di riferirsi proprio all' Erbario, perchè parla di un dono precedentemente fatto, che la donatrice ringrazia il destinatario di " non dispregiare „ non ce ne dà, disgraziatamente, la sicurezza, nonchè specificazioni di sorta, e non contiene nessun altro dato per indirizzarci a ricerche ulteriori (2).

Malgrado tale mancanza di documentazione positiva, credo tuttavia difficile che si possa revocare in dubbio l' attribuzione al Berini, fatta dal Contarini con tanta sicura semplicità — non solo perchè il Berini era noto al naturalista veneziano e a mezzo

---

(1) Non è da escludere che sia la sola, o quasi, che essa gli abbia realmente scritto, perchè siccome da una lettera del Cernazai (30 I 1824) risulta che il Contarini si era indirizzato a lui per una raccomandazione da fare alla famiglia Caratti, pare doversene dedurre che di rivolgersi direttamente a questa (e probabilmente proprio alla co. Laura, perchè da 5 anni ne era morto il marito) egli non avesse occasione od opportunità.

(2) Ecco la lettera, il cui tono cerimonioso, malgrado la parentela o affinità, si può spiegare facilmente pensando che la co. Laura era uscita di famiglia (prima del 1791) quando il Contarini era ancor fanciullo e quindi anteriormente allo stabilirsi di tali legami.

" Sig.r Co. Stima:mo

" Non vedendo io riscontro alcuno dopo la mia temeraria offerta, " confesso di avermene vergognata, e di aver tacciuto temendo di atti- " rarmi dei pungenti rimproveri per il soverchio ardire.

" La di lei lettera mi onora di troppo, e di molto mi risarcisse " della passata trepidanza; la ringrazio di non dispreggiare il tenue " dono, e di voler ella spiegarmi qualche interesse offrendomi un agente " necessario nelle presenti nostre circostanze. L'aver noi suplito a questa " mancanza, fa ch'io la ringrazi, senza potermi approfitare delle offerte " sue, che non dubbito siano delle più avvantaggiose.

" Ho la compiacenza di darle buone nuove della sua nipotina che " le bacia le mani, e corrispondendo alla sua gentilezza, d'assicurarla " che io, e tutta la famiglia godiamo perfetta salute; mi lusingo che la " situazione della sua, sia egualmente buona, ed ardisco di pregar lei, " e questa di bene accogliere i doveri di tutti, nel mentre che piena di " stima, e di riconoscenza me le protesto

" Udine 5 — Feb: 1824

" Di lei sig:r Co: Preg:mo
" Dev:ma U.ma Serva
" Laura Maldura Caratti „.

Digitized by Google

del Cernazai (1) e per le relazioni di entrambi col Bertoloni, ma perchè dovevano correre fra loro anche rapporti personali almeno di cortesia, avendo il Contarini, come abbiamo visto, ricevuto pubblicazioni dal Berini ed avendogli mandato (nel 1823) anche una pubblicazione fatta dalla famiglia in occasione delle nozze della propria nipote (2). Se pertanto è difficile pensare, in tesi generale, che il Contarini (che si sa quanto fosse scientificamente scrupoloso) abbia riportato senza controllo un' attribuzione fatta alla leggera o addirittura errata (3) più difficile sarebbe forse tale ipotesi nel caso specifico che riguardava un nome a lui noto e per cui qualunque ragione di dubbio avrebbe dovuto metterlo in guardia e suggerirgli almeno un interrogativo; ma è, per converso, da presumere che proprio per amore di esattezza egli abbia voluto correggere l' anonimo con l' aggiunta di quelle indicazioni che a lui risultavano. E vedremo che l' esame dell'Erbario porta numerosi argomenti per eliminare ogni dubbio in proposito.

Resterebbe da chiarire come mai un' opera elaborata con

---

(1) Le lettere di questi parlano del Berini tanto nel 1805 e 1806, quanto nel 1823 (pubblicazione dei primi due libri del Plinio), nel 1825 (per certe " dicestazioni (*sic*!) del Berini le quali la prego di cogliere occasione amica per Bologna sicchè rimetterle a quel prof. Bertoloni „), nel 1826 (per " aggiunte alla Memoria del Berini „ che paiono coincidere con le precedenti), nel 1829 (per la citata " operetta botanica „) e nel 1835 (accompagnando il 2° saggio di traduzione di Plinio).

(2) Così nella minuta di una lettera al Cernazai in data 3 VI 1823. In questa il Contarini manifesta anche la speranza di potergli mandare due esemplari " acciò lei li distribuisca come i due primi „ (cioè uno da tenere per sè e uno da mandare al Berini) di un'altra pubblicazione " fatta in questa medesima occasione da un mio amico botanico „ cioè un " Catalogo delle piante fanerogame euganee „. Si tratta evidentemente del lavoro dell'ab. ROMANO (1ª ed.) pubblicato appunto per quelle nozze (Maldura-Emo Capodilista) nel 1824.

(3) Si noti che, se la lettera trascritta più sopra, della co. L. Caratti Maldura, si riferisce in realtà al dono dell' Erbario, questo avveniva quando proprio si stava pubblicando a Udine il saggio del Plinio; e che d'altronde la famiglia Caratti risiedeva, e risiede ancora, oltre che a Udine, a Paradiso di Pocenia (presso Castions) nella bassa pianura friulana, dove non sarà stato ignoto il commercio degli erboristi di Ronchi di Monfalcone, che si recavano fino al Piave ed oltre: perciò il nome del Berini poteva ben essere noto alla donatrice in modo che un equivoco non è probabile neanche da parte sua.

Digitized by Google

tanta cura da un botanico evidentemente dotto e appassionato si presentasse proprio nella veste dell' anonimo, e da trovare, più che tutto, quali ne fossero il movente e la destinazione. Come elemento per tale ricerca — le cui probabilità di riuscita stanno solo, forse, nel ritrovamento casuale di qualche documento del tempo — qui espongo intanto quei dati che ho potuto riunire sui rapporti del Berini con i suoi amici naturalisti, e le considerazioni che ci sono suggerite a questo proposito dall' Erbario medesimo.

Il valore del Berini e del suo amico Brumati quali conoscitori ed esploratori di quella flora, ben più che semplici raccoglitori, fu prima messo in luce, con maggiore autorità di chiunque, dal Suffren, di cui perciò credo bene mettere in evidenza i due accenni, brevi ma altrettanto significativi, in proposito. Nel primo egli dice: " à Monfalcone..... je fis la connoissance de " messieurs les Abbé *Berini* et *Brumati* qui commencoient à " faire un herbier des plantes qui croissent dans toute cette par- " tie là; nous avons parcouru ensemble les environs du château " de *Duino*, la côte de *Monfalcone*, les alentours des bains; je " fus à *Aquilée* avec M. l' Abbé *Berini* „ .... (1); e l'espressione di " commencer à faire *un* herbier „ potrebbe essere tanto una trascuratezza di forma quanto un esatto accenno a una raccolta cominciata allora in comune. Nel secondo è insieme un chiaro giudizio e un augurio su cui fermar l' attenzione: " Messieurs " les Abbé Berini et Brumati m' ont fourni quelques plantes de " leur collection, l' ardeur et le zèle que ces messieurs montrent " pour la botanique les rendra recomendables à la postérité si " comme je ne doute pas, leur constance va jusqu' à les mettre " à même d' offrir à leur patrie une flore du *Frioul* enrichie de " beaucoup de plantes décrites avec soin „ (2).

Non so se sarebbe troppo arrischiato supporre un legame fra le parole con cui il Suffren chiudeva così il capitolo, e la compilazione dell' Erbario di cui ci occupiamo. Certo che allora, e il Suffren ne poteva essere buon giudice, se c' erano studiosi

(1) *Principes de Botanique, suivis d'un Catalogue des Plantes du Frioul et de la Carnia.* Venise, pag. 8.

(2) *l. c.*, pag. 14.

Digitized by Google

che potessero continuare l' opera sua fino a compilare un Prodromo, se non una Flora, del Friuli (siamo nel 1802) non erano che i due dotti e attivissimi naturalisti di Monfalcone, i quali potevano unire a una sicura preparazione, a ricco materiale raccolto ed a relazioni con eminenti botanici, l' opportunità della residenza in una delle plaghe più interessanti e che, essendo precisamente quella che egli aveva soltanto toccata, era la più adatta per chi volesse, con ricerche proprie, sviluppare l' opera di cui egli aveva messo le basi.

Ci pensarono essi, o l' invito abbastanza esplicito del francese — che forse cercava un conforto alla nostalgia della partenza in questa speranza di vedere il suo seme fecondato — apparve loro un voto troppo lontano dalla possibilità ? Il silenzio che avvolge la loro vita modesta non avrebbe finora dato modo nemmeno di porsi la questione, nonchè di risolverla. Ma l' Erbario che ora è portato alla conoscenza degli studiosi può essere un elemento per la spiegazione, e non solo in sè ma con gli intendimenti risultanti dalla prefazione, che perciò ritengo utile riportare nella sua integrità.

Essa dice :

" Le piante oltre di essere il patrimonio dei semoventi, sono l' abbigliamento più pomposo che, si mette natura per far mostra di sè medesima. Osservate la superficie del nostro Globo dall' Equatore sino ai Poli in tutte le situazioni, ed in tutti i punti, e dite se l' occhio può vedere cosa più bella, di quella immensa serie d' Esseri vegetanti, che offre tante varietà in quella sua misteriosa graduazione, con cui insensibilmente discende dal Cedro del Libano sino all' Isopo che sorte dalle pareti. Non è Vuomo, che in qualche momento della sua vita, non abbia sentito l' incanto, e la sorpresa di questo imponente spetacolo, e che non abbia desiderato di avere qualche cognizione sopra alcune piante, che gli parvero più rilevanti. In fatti non si può trovare un angolo della Terra così remota, ove gli abbitatori, non abbiano rimarcato qualche meraviglia della vegetazione. Dirò ancora che le Popolazioni meno colte, quali più quali meno, hanno tutte aggiunto alla contemplazione astratta l' esperimento, e la osservazione, e che in grazia di questo spirito di perquisizione si sono fatte delle scoperte, che sono della massima importanza per la

Digitized by Google

Medicina per l' arti, e per l' Economia Domestica. Ma quante di queste notizie sono fatalmente relegate nel paese in cui nacquero? Quante risorse non ci mancano per la mancanza di questa diffusione? Ma ciò doveva succedere prima dell' avvanzamento della Botanica. Ogni cantone, e per così dire ogni Villaggio indica le piante con una denominazione, la quale oltre il discapito di essere incerta, spesse volte non è intesa neppure dai suoi vicini. La Botanica ha promosso l' analisi delle piante, ed ha studiato dettalgiatamente le loro parti, che sono meno variabili, col solo oggetto di stabilire un linguaggio, il quale essendo fondato potesse essere inteso senza equivoco in tutti i paesi. Con questo solo mezzo, e non altrimenti, i Popoli si potevano reciprocamente communicare le notizie, che vanno di giorno in giorno acquistando, e quelle ancora, che con la tradizione giunsero ad essi sino dalle età più remote. Le Flore parziali, che si sono pubblicate fin qui, e che stanno per pubblicarsi, sono tutti tentativi, che hanno per iscopo questa universale comunicazione. I raccoglitori del presente erbario hanno pensato che anche il nostro Friuli dovesse concorrere con l'altre provincie a far conoscere i prodotti che ebbe in dono da Flora. Il numero delle piante che qui si esibiscono disseccate, quantunque ancora sia assai lontano dall' abbracciare tutte quelle piante che ci sono indigene, mostra che questa Provincia può in ricchezza botanica stare in confronto con le più doviziose dell' Europa. E poi avendo noi Opere di Letteratura e trattati di scienze in ogni genere, potevamo noi senza far torto alla nostra situazione mancare di una Flora Provinciale? La Storia stessa della Botanica somministra un eccitamento di più per una tal impresa. *Mattioli* che fu uno dei primi a preparare i materiali per questa scienza, onorò il nostro suolo delle sue perlustrazioni, ed il celebre *Scopoli* per accrescere la Flora Cargnolica fu in necessità d'uscire dai suoi limiti, e di appropriarsi un gran numero di piante che sono nostre „ (1).

(1) Non è senza interesse anche la nota pratica, aggiunta in calce al foglio, ed evidentemente diretta a chi avrebbe dovuto conservare l'Erbario: " Per diffendere le piante dal morso del Cimice bibliotecario, " che facilmente s'insinua negli Erbari, va bene di chiuderlo in una " cassetta, in cui vi sia qualche dramma di canfora fatta in pezzetti, e " sparsa qua e là per i pacchi „.

Digitized by Google

Segue la nota: " Per le piante che non furono ancora raccolte e per quelle che sono uniche negli erbari dei raccoglitori si supplirà con una aggiunta „.

Il solo elemento cronologico, che troviamo qui, nell' accenno alle " Flore parziali che si sono pubblicate fin qui e che stanno per pubblicarsi „, è certo assai vago, potendosi riferire tanto alla fine del XVIII quanto a tutto il primo trentennio del secolo XIX, che è quel periodo di intensa attività in cui rapidamente compare il grande nucleo delle nostre flore regionali; e la determinazione dell' epoca della compilazione ci sarà suggerita assai meglio — e non più in modo soltanto indiziario — dalla discussione dell' Erbario stesso.

Ma più interessanti per il rapporto che potrebbero avere con l' augurio del Suffren, sono le due frasi che accennano ai " raccoglitori „ e quella delle piante " che qui si esibiscono disseccate „: questa perchè mostra il proposito di dare realmente, con gli esemplari, un quadro della flora friulana, quelle perchè ne risulta che il lavoro non è completamente opera di uno solo. E appunto per questo loro interesse le metterò poi in relazione colla corrispondenza che ebbi più volte occasione di citare, del Contarini e del Cernazai.

Ad ogni modo considerandolo intanto nella sola mole del materiale che contiene, l' Erbario rappresenta per quel tempo un contributo di straordinario valore per la flora friulana, in quanto comprende quasi un migliaio di specie vascolari (1), ossia poco meno di quelle del Suffren, (del quale d' altronde non costituisce un doppione, perchè sempre di sole vascolari sono 235 quelle che esso viene ad aggiungere alla ricchezza floristica già constatata) e in quanto queste specie rappresentano nelle linee generali la vegetazione delle principali zone della provincia, cioè l' alpestre

(1) Fra le crittogame cellulari, che oltrepassano il centinaio, è notevole, di fronte alla quasi completa assenza di funghi (4 soli imenomiceti), il numero relativamente elevato di Muschi e di Licheni, che comprendono parecchie specie mancanti al Suffren, e quindi notate in Friuli per la prima volta. Le alghe, comprese dal Contarini nell'Elenco, ma da lui tolte (come ci avverte una sua nota), sicchè mancano anche i fogli relativi, si trovano incorporate nei pacchi 25, 26, 27 del suo erbario generale.

Digitized by Google

della Carnia, la collinare di Cividale, Tricesimo, S. Daniele, Venzone, ecc. e larghissimamente la litoranea. Inoltre, a differenza della maggior parte degli Erbari di allora, vi abbondano accurate e precise indicazioni di località, che mostrano negli autori una concezione chiara dell' importanza della distribuzione delle specie e, in particolare, una minuta e sicura conoscenza de visu della zona litoranea dal Tagliamento fin ben oltre il confine orientale del Friuli propriamente detto, per cui non solo le frequenti citazioni di luoghi singoli sono preziose per la loro precisione come elementi fitotopografici, ma quelle generiche hanno spesso una compendiosità così felice da bene scolpire l' *habitat* delle rispettive specie (1).

Malgrado i rimproveri di sconfinamento che la prefazione fa allo Scopoli, anche il compilatore dell' Erbario ha arricchito la sua Flora estendendo i confini del Friuli senza un criterio ben determinato, perchè non solo vi ha incluso l' oltre Isonzo nella parte superiore e quindi, oltre Caporetto, il M. Cren (Krn, l' attuale Monte Nero) ciò che doveva fare anche 50 anni dopo il Pirona (2) ma considerò come un tutto continuo il litorale ad

---

(1) In luogo delle solite indicazioni vaghe di allora (" in arvis, in montibus „, ecc.) qui sono alternate, a seconda evidentemente che l'autore lo giudicava opportuno, le indicazioni geografiche più ampie (" comune in tutti i nostri monti „, " in tutto il litorale „, " da Duino a Trieste „) con quelle della sola stazione (" oliveti „, " luoghi soggetti all'alta marea „, " colline di cespugli „) e con quelle che designano luogo e stazione ad un tempo. E la specificazione topografica giunge a indicare della sola zona litoranea 12 stazioni distinte (Monfalcone, Cervignano, Isola Morosini, Rubia, Pietra Rossa, Aquileia, Concordia, Redipuglia, Vermeano, Gradiscuta, Lago Macile, Grado) che in buona parte entravano così nella letteratura floristica per la prima volta, e ad aggiungerne parecchie anche a quelle che per il resto del Friuli aveva occasione di nominare il Suffren.

(2) Non così, a mio parere, il Suffren, benchè gli sia fatta tale accusa (*Flora friulana*, II, pag. 8) certo in base alle piante citate nel suo libro a pag. 207. È interessante, infatti, a questo proposito richiamare l'attenzione su queste ultime pagine dell'opera del Suffren, dove sono elencate, sotto il nome di *Supplément*, 38 specie di vascolari (oltre a 7 già citate nel corpo dell'opera) che costituirebbero appunto un' aggiunta al catalogo e che comprendono piante raccolte dal Brignoli, dal Cernazai, dal Berini e dal Brumati e alcune poche senza nome di rac-

Digitized by Google

est di Monfalcone, e quindi comprese nell' Erbario anche specie di Duino ed oltre, fino a raggiungere Trieste. Ma se ciò impone un' ovvia circospezione nel fare confronti numerici fra questo e gli altri documenti floristici del Friuli (e del resto anche i dati numerici non resterebbero spostati che di poco, perchè non sono che 30 le specie indicate del m. Cren e circa 40 quelle che figurano solo del litorale triestino) nulla toglie evidentemente al valore della testimonianza costituita da tutti gli altri esemplari delle località che rimangono incluse entro ai confini, quali furono successivamente meglio determinati.

Ma ciò che conferisce a questa raccolta la sua maggiore importanza è che, data l' assenza di erbari contemporanei che ci conservino tutti i contributi del Brignoli, del Cernazai e dello stesso Suffren, e il valore assai relativo, per l' insufficenza d' indicazioni d' habitat, che aveva anche quello del Brumati (1), essa viene a costituire la sola base documentaria delle conoscenze floristiche del Friuli fino alle fondamentali esplorazioni del Pi-

---

coglitore. Nessuno, ch'io sappia, ne ha messo in dubbio l'autenticità, ma io vi trovo due cose strane circa i reperti del Brignoli: 1° che essi proverrebbero da erborazioni fatte sul monte Cren e in piccola parte a Caporetto, e il Suffren che non elencò nessuna pianta di queste due località *esclude* implicitamente la prima dal suo piano di ulteriore esplorazione del Friuli (concepito nell'ipotesi di una sua prolungata permanenza) poichè lo estende soltanto *fino* all'Isonzo; 2° che l'erborazione sul m. Cren sarebbe stata fatta nel luglio 1802, e proprio del 22 luglio dello stesso anno è *l'imprimatur* dell'I. R. Governo per la stampa del libro, e non è facile supporre che in una ventina di giorni al più (con le comunicazioni di allora!) il Suffren, che era in Francia da circa due anni, potesse ricevere questo contributo dal Brignoli e farlo pervenire a chi curava la pubblicazione. Questi due fatti paiono assolutamente escludere che il *Supplément* sia, in parte almeno, dell'autore; e siccome nessun dato abbiamo per ritenere competente in botanica quel co. Concina, cui egli lasciò il ms. e che effettivamente pubblicandolo, ne fece con la sua dedica la presentazione (una dedica che, a quanto si rileva dal Cernazai, dev'essere stata una topica, che compromise l'uscita del libro) così è da ritenere probabile che solo ai botanici che vi contribuiscono sia dovuta la piccola appendice che io ritengo apocrifa: ad ogni modo perde così autenticità il criterio di includere nella Flora piante del m. Cren.

(1) GORTANI, *l. c.*, II, pag. 4.

Digitized by Google

rona — pubblicate nel *Syllabus* e consacrate nel suo erbario — che ne segnano la seconda tappa (1); e può in parte considerarsi come un testimonio anche del catalogo suffreniano, perchè più di 800 sono le specie di questo che vi sono rappresentate. Più esattamente — e anche questo è un merito che non mi par trascurabile — è un tentativo, notevolissimo per l'epoca, dell'illustrazione diretta di una flora mediante gli esemplari delle piante e l'indicazione della loro distribuzione, invece che col solo Catalogo.

Di più — ciò che lo collega alla tappa più recente della critica delle ricchezze catalogate — esso contiene in anticipo, in alcune delle sue etichette circostanziate, molte di quelle correzioni e dilucidazioni sulla distribuzione di molte piante del " litorale „ che la Flora friulana dovette faticosamente derivare o da confronti di materiale d'erbario o da erborizzazioni successive, per decidere se appartenessero o no al Friuli (e in ogni modo con quale estensione) piante che erano passate nella flora con quell'indicazione generica. Per tale critica, ormai in gran parte eseguita, come, già prima, per il graduale incremento dell'indagine floristica, esso ora non ha più, innegabilmente, il valore che avrebbe avuto anche solo trent'anni fa, perchè molti reperti che si deducono dalle etichette si ripetevano intanto per opera di altri ricercatori. E se è vero che molte stazioni che ora figurano attribuite a specie raccolte dal Pirona o da botanici posteriori, meglio avrebbero servito alla storia floristica friulana, oltre che a un giusto riconoscimento di priorità, col nome di quest'Erbario, è certo altresì che non varrebbe ora la pena, a questo solo scopo, di stenderne il non breve elenco.

Non sarà però inutile un parziale esame di questo materiale, per la maggior parte, oltre che magnificamente preparato, assai bene conservato: 1° perchè alcuni esemplari possono decidere dubbi di indigenato che erano appunto rimasti insoluti per mancanza dell'individuo da controllare; 2° perchè alcuni sono interessanti in quanto raccolti come specie nuove (e quindi possono rappresentare autotipi della descrizione successivamente fattane

(1) Ora, purtroppo, si può dire che manca anche a queste, per i gravi danni sofferti durante la guerra, il materiale che largamente le documentava.

Digitized by Google

dal Wulfen o dal Brignoli); 3° infine perchè da alcuni confronti che tale esame mi ha permesso di fare si possono presumere con sufficiente probabilità i rapporti di quest' Erbario con l' attività dei floristi friulani del primo quarto del secolo scorso.

Quanto alle conclusioni di indigenato risultano infatti da riammettersi nella flora friulana, dalla quale erano state messe in quarantena per mancanza di esemplari che ne dessero la documentazione (1):

Trifolium angustifolium L.

(bell' es. fruttifero, con l' indicaz. precisa: " nasce nei " monticelli del territorio di Monfalcone, tra Redipuglia " e Poluzzo „).

Euphorbia epithymoides L. α *Jacquini* Ad. Fiori.

(es. tipico con cassule mature e l' indicaz.: " abita i " monticelli dei bagni di Monfalcone „) (2).

Salvia Sclarea L.

(es. ben preparato con l' indicaz.: " si trova in Cargna „).

Precisano invece un habitat esterno ai confini friulani mediante le loro etichette circostanziate — ben diverse dalle generiche indicazioni di " *litorale* „ o simili — gli esemplari di:

Vicia lutea — " della campagna di Trieste „

Euphorbia Characais (β *veneta*) — " delle rupi vicino a Contovello „

Centaurea alba β *splendens* — " tra i sassi nelle vigne di Contovello „

Marrubium candidissimum — " vicinanze di Prosecco „ (3)

Carpinus orientalis — " comune a Duino „

Salvia officinalis — " da Sistiana a Prosecco „ (4)

Carlina corymbosa — " nel viottolo da Contovello a Trieste „

---

(1) GORTANI, *l. c.*, parte II, pag. 7, 12 e 14

(2) Del resto anche il Bertoloni (*Fl. it.*, V, pag. 59) riferisce di aver avuto questa specie, e proprio dal Berini e dal Brumati, dell' identica località.

(3) Il Bertoloni riferisce di aver avuto queste specie " a Berinio et Brumatio „ *ex Monfalcone*, ma forse si trattava di un' indicazione generica di territorio, e qui è precisata.

(4) Identica, in sostanza, alla località indicata dal MARCHESETTI (*Fl. di Trieste*, pag. 434).

Digitized by Google

E con gli errori di determinazione che ho constatato (e che sono analoghi a quelli rilevati già presso altri botanici) (1) confermano la non appartenenza al Friuli delle rispettive specie, gli esemplari indicati come:

Primula elatior	(invece	P. officinalis Jcq.)
Lathyrus angulatus	(„	L. sphaericus Retz.)
Euphorbia Myrsinites	(„	E. seguieriana Neck. α nicaeensis All.) (2)
— *E. segetalis*	(„	E. falcata L.)
Spiraea chamaedrifolia	(„	S. decumbens Koch)
Plantago Cynops	(„	Pl. ramosa Asch.)
Galium silvaticum	(„	G. aristatum L.)

Un duplice interesse sia per il valore documentario che assumono i relativi esemplari, sia per la luce che viene a noi sulla compilazione dell' Erbario, hanno poi alcune piante che troviamo descritte dal *Brignoli* nel suo *Fasciculus rariorum plantarum forojuliensium* (Urbini 1810). Vi appartengono anzitutto quelle indicate in Erbario come specie nuove, cioè:

Scabiosa australis Wulf. sp. nov. (= *Succisa australis* Rchb.) che a quanto ivi apprendiamo (3) fu scoperta dal Berini (" a suavissimo Amico Ab. Berini detecta mihique benevole communicata „) ed evidentemente dal Brignoli stesso comunicata al Wulfen, se da questi la riporta come designata con tal nome " in litteris „ ;

Aira alba Wulf. sp. nov. (= *Sesleria elongata* Host);

Cynosurus juncifolius nob. sp. nov. (= *Sesleria longifolio* Schrad. c. *juncifolia* Suffren), che fu pure scoperto dal Berini insieme col Brumati nel 1802 (4); e da essi probabilmente ebbe anche il nome.

---

(1) Gortani, *l. c.*, pagg. 10, 21 e 22.

(2) Errore dovuto probabilmente al Wulfen, cui i botanici friulani ricorrevano, perchè anche per il Triestino il Marchesetti (*Fl. di Trieste*, pag. 488) rettifica come *E. nicaeensis* una *E. Myrsinites* Wulf. — Deve aver capito l'errore il Brumati, che nel suo *Catalogo* inedito (v. più avanti) include appunto *E. nicaeensis* e non *E. Myrsinites*.

(3) Brignoli, *l. c.*, pag. 19.

(4) Brignoli, *l. c.*, pag. 14: " Graminis hujus inventio suavissimi " amici mei *Ab. Josephi Berini* perquisitionibus debetur, qui primus,

Digitized by Google

E qui noto subito che il rinvenire nel nostro Erbario, e precisamente come specie per la prima volta acquisite alla scienza, esemplari di piante trovate dal Berini per primo è un grande argomento per l'autenticità dell'attribuzione dell'Erbario stesso. Ma valore analogo ha pure la presenza di:

Ervum soloniense (= *Vicia lenticula* Arc.) (1);

Dactylis littoralis Willd. (= *AElurops litoralis* Parl.)

di cui la prima è ancora una scoperta del Berini (" ab amico dulcissimo Ab. Berini detecta „) indicata nella scheda dell'esemplare (" tra gli scogli della Gradiscuta, vicino alla rocca di Monfalcone „) della identica località citata dal Brignoli, e la seconda ha pure specificata esattamente la località stessa (isola Morosini) nel Brignoli e nella scheda, e fu in un secondo tempo trovata dal Berini a Trieste.

Testificano inoltre gli stretti rapporti del Brignoli col compilatore dell'Erbario gli esemplari, quivi compresi, di altre due piante, cioè:

Paederota Bonarota (= *Veronica lutea*) (2) citata sia nel *Fasciculus* che nella scheda colla stessa località di Caporetto, e una problematica

Aira paludosa (che è invece *Deschampsia caespitosa*) che nella scheda è notata come " gramigna trovata dal Brignoli „.

" una cum *Ab. Brumati* anno 1802 detexit, *Cl. Suffren* statim commu- " nicavit, atque inde desideratissimo *Wulfenio* cum seminibus maturis " misit „. Si vede che il Brignoli teneva a questa rivendicazione della scoperta dell'amico suo, perchè successivamente rileva come erronea l'attribuzione che al Wulfen ne aveva fatto lo Schrader; e ciò del resto coincide con l'indicazione di autore aggiunta al nome nella scheda, che è *nobis* e non *Wulfen.*

(1) L'esame dell'esemplare conferma perfettamente le constatazioni del Brignoli (*l. c.*, pag. 28) e del Bertoloni (*Fl. it.*, VII, pag. 539-40) sull'erronea determinazione di questa pianta per *Ervum soloniense* L. fatta dal Wulfen, e in base alla quale, senza dubbio, è anche nell'Erbario col nome d'autore *L.*

(2) Il Brignoli (*l. c.*, pag. 8) che la nomina *P. urticaefolia* la sinonimizza con *P. lutea* L. fil. e *P. Bonarota* Jcq. (e non *L.*) correggendo così la confusione con *P. Bonarota* L. che è invece fatta nella scheda; e l'es., come ho verificato, corrisponde anch'esso a questa correzione, perchè è realmente *V. lutea.*

Digitized by Google

Si può anzi dire, dopo di ciò, che la maggior parte delle specie descritte nella pubblicazione del Brignoli è nell'Herbarium Forojuliense Berinii documentata con esemplari della provenienza ivi indicata i quali acquistano perciò valore di autotipi (1).

Tornando finalmente, in base all'esame dell'Erbario, alla questione della sua origine, il confronto col Catalogo del Suffren è, a mio parere, di un'importanza decisiva per la determinazione della data. Riconoscendo infatti — come ho ripetutamente messo in evidenza — che le etichette sono redatte con lo scopo, in generale ben raggiunto, di dare l'habitat della specie (e non, come di solito, la sede dell'esemplare conservato), è evidente che il compilatore doveva usufruire il più possibile della conoscenza diretta e indiretta delle località dove la pianta vive, limitandosi alle registrazioni di nomi singoli nei soli casi di reperti sporadici o di specie nettamente localizzate. Nessun dubbio dunque che, se avesse potuto disporre di qualche dato sicuro per specie di cui non conosceva che una o poche stazioni, ne avrebbe certamente profittato. Invece, le grandi differenze che si rilevano, a questo proposito, tra le etichette dell'Erbario e le indicazioni del Suffren (2), mostrano il contrario: e siccome è assurdo supporre una rinuncia volontaria ad uno scopo per il quale

---

(1) Non rientra in questo caso la citata *Aira paludosa* che non corrispondendo affatto alla descrizione di *Aira elodes* non può essere un esemplare di questa *nuova specie* del Brignoli (*l. c.*, pag. 10 — e *Ueber einige seltene Pflanzen aus dem Friaul* [in "Flora„ XXIII, 1840, pag. 104] n. 10) e quindi lascia ancora insoluta la questione della posizione sistematica di questa entità (riferita a *Poa palustris* o a *Poa nemoralis*).

(2) Sono rare le specie per cui tali indicazioni coincidono, riducendosi quasi soltanto a quelle che effettivamente sono limitate a una o poche stazioni e a quelle che il Suffren ebbe in comunicazione. Del centinaio circa per cui le due fonti avrebbero potuto completarsi in un'indicazione sintetica citerò come esempio: *Sesleria coerulea*, indicata solo di "un castello pr. Cividale„, *Scabiosa succisa*, *Stipa pennata*, *Anchusa officinalis*, *Menianthes trifoliata*, *Gagea lutea*, solo di "Monfalcone„, *Campanula persicifolia*, solo di "Cividale„, *Daphne Mezereum*, solo di "Palmanova„, per le quali l'aggiunta dell'indicazione del Suffren (Ragogna e Tolmezzo per la 1ª, S. Daniele e Amaro per la 2ª, Ospedaletto per la 3ª, ecc.) avrebbe permesso almeno di non dare l'impressione di una localizzazione non corrispondente a realtà.

Digitized by Google

erano continuamente messe a contributo le conoscenze *de visu* (del litorale e della pianura fino ai colli), non resta che concludere che il compilatore non abbia potuto prender visione del Catalogo del Suffren, e, di conseguenza, che la compilazione sia anteriore al principio del 1803, quando questo comparve (1). Risultato questo, di cui ci dà una conferma indiretta il confronto con le *Plantae rariores* del Brignoli, perchè tra le poche specie di quel contributo che mancano del corrispondente esemplare nell' Erbario sono precisamente: *Saxifraga arenarioides* (= *S. tenella*) e *Lathyrus prostratus* (= *L. setifolius*) che il Brignoli raccolse dopo quella data (risp. nel 1803 e nel 1805), e di una di quelle che vi sono invece rappresentate (*Sesleria juncifolia*) è precisato l' anno di scoperta proprio nel 1802.

Più decisamente è determinato un altro elemento cronologico del periodo in cui cade la compilazione, perchè nell' etichetta della *Dactylis litoranea* è citato un reperto del Suffren che non può essere che del 1798 (2). Con una limitazione di termini maggiore di quanto si potrebbe desiderare si può quindi ritenere senz' altro, che l' Erbario, almeno nella sua redazione definitiva, resta incluso fra il 1798 e il principio del 1803.

Ma un esame ulteriore, oltre che per la data, è istruttivo anche nei riguardi dei compilatori. Infatti se consideriamo quel Supplemento, compreso nelle ultime pagine del Suffren, che ho osservato precedentemente (in nota) aver buone ragioni per giu-

---

(1) La data di pubblicazione è il 1802, ma alla fine di quell'anno (lett. 14 XII 1802) il Cernazai si meravigliava di non aver ricevuto copia del libro benchè vi avesse, egli dice, " qualche tenue parte „; e scriveva che " doveva uscire fra breve „ ancora il 27 febbraio 1803.

(2) La dicitura di questa etichetta (" il Suffren *disse* di averla trovata nelle sabbie del nostro litorale „) non riportando testualmente l'indicazione stampata nel Catalogo (pag. 116: " à Caorle... dans les sables „) può confermare che la pubblicazione di questo è posteriore all'Erbario. D'altronde siccome di questa specie il Bertoloni ebbe un esemplare proprio di Caorle dal Brumati, è probabile che a sua volta questi l'avesse avuto dal Suffren (che aveva erborizzato di qua dal Tagliamento prima di conoscere i due botanici di Monfalcone); ma fosse questo esemplare o fosse una comunicazione verbale la fonte della notizia, questa non può riferirsi che alla erborazione di Caorle, che è appunto (*l. c.*, pag. 7) del 1798.

Digitized by Google

dicare apocrifo, e confrontiamo con le etichette degli esemplari che effettivamente sono in Erbario le indicazioni di località ivi segnate per le relative specie, constateremo — in perfetta contraddizione con quelle grandi differenze che per il corpo dell' opera ho messo in evidenza più sopra! — che per tutte (meno 3) la località è identica, e per lo più identica è anche l' indicazione nella sua espressione formale. Escluso, per evidenti ragioni di probabilità, che possa trattarsi di coincidenza accidentale, non si può che ammettere che il contributo rappresentato da quelle specie — e di cui i quattro raccoglitori sono il Brignoli, il Cernazai, il Berini e il Brumati — sia pervenuto (all' ultimo momento prima della pubblicazione) proprio dagli autori dell' Erbario, e questi, così, sarebbero senz' altro individuati. Infine un' altra considerazione, in questo senso, ci è fornita da quelle specie che *anche* nel corpo del Catalogo suffreniano hanno località eguali a quelle indicate in Erbario: poche di numero come osservavo precedentemente, sono interessanti per il fatto che tra esse si trovano quasi tutti i reperti che il Suffren attribuisce al Brignoli e al Brumati; e lasciano perciò presumere, con grande probabilità, che se le stesse, e delle identiche stazioni, erano le piante fornite al botanico francese e consegnate nell' Erbario nostro, gli stessi furono — ancora — i corrispondenti dell' uno e i collaboratori dell' altro. E siamo così arrivati, dalla discussione dell'Erbario stesso, a conclusioni che comprendono l' attribuzione del Contarini, ed anzi la completano, aggiungendo al nome del compilatore quelli degli altri raccoglitori.

***

A questo punto, a complemento delle notizie raccolte e delle considerazioni fatte ad illustrazione dell' Erbario, credo utile dar notizia, in rapporto ad esso e in particolare con la sua Prefazione, di alcuni passi di lettere del Cernazai al Contarini, del periodo immediatamente successivo 1805-1807.

In queste sue lettere il Cernazai non soltanto si rallegra col suo giovane amico (1) quando questi gli comunica le erborazioni

(1) Il Contarini, che aveva allora 25 anni, ricorreva a lui per consiglio ed aiuto e per la determinazione di piante (oltre che di insetti), essendo egli agli inizi della sua attività di naturalista quasi autodidatta.

Digitized by Google

fatte sul M. Cavallo, ma si affretta a mostrare il suo interesse in argomento, notando che così ha trovato " varie specie che per " la prima volta entrano nel Catalogo del Friuli „ (1). Contemporaneamente lo incoraggia, con insistenza, oltre che a seguitare le erborazioni lungo la Livenza (2), consuete per il Contarini durante i soggiorni in una sua campagna friulana (3), anche a cercare " se potesse impegnare qualche persona „ per la raccolta di piante, sia nella direzione di Pordenone e Aviano, che in quella di Caorle; e una preghiera simile gli fa poi esplicitamente per aver piante " di questa sponda della Livenza „ (4). Precisa infine questo suo costante interesse dicendo (5) che vedrà " come " noi abbisogniamo di lei per ottenere degli esemplari di certe " piante rare che trovò sul M. Cavallo „; e chiedendogli ripetutamente vari esemplari di piante (e una volta (6) gli raccomanda che sieno " perfetti „, l' altra (7) ne chiede due per ogni specie " per due amici botanici „) che quasi tutti, come ho avuto cura di verificare, avrebbero servito a colmare alcune delle lacune dell' Erbario.

Da ciò si vede intanto che egli cercava di utilizzare la nuova promettente recluta naturalistica non per il solo vantaggio di scambi di materiale ad incremento delle rispettive collezioni, ma precisamente per raccogliere piante di località friulane (8); inoltre le raccomandazioni che ha occasione di fargli e che riguardano " il tempo di fioritura „, il nome volgare e l' esatta indicazione delle località, concordano perfettamente coi criteri con cui

(1) Lettera 30 luglio 1805.

(2) Lettere 21 febbraio e 25 maggio 1805 (anzi gli chiede addirittura di mandargli esemplari, o di indicargli i nuovi reperti di quelli già inviati).

(3) A Tamai (Brugnera) presso Sacile.

(4) Lettera 25 giugno 1805.

(5) Lettera 21 gennaio 1807.

(6) Lettera 30 aprile 1807.

(7) Lettera 4 febbraio 1807.

(8) Oltre a ciò, egli non si interessava che delle raccolte fatte in laguna o al Lido per le alghe, di cui si occupava in particolare. Il Contarini passava pure molto tempo — e cacciava ed erborizzava — anche in un'altra sua campagna nel Padovano (Slesega), ma di materiale di questa provenienza non è mai fatto neppure un cenno.

Digitized by Google

sono redatte le etichette del nostro Erbario; come d'altro canto è utile notare che le località di cui più gli interessano le raccolte (M. Cavallo e corso superiore della Livenza) sono appunto fra quelle che il Suffren non aveva percorso e che elenca nel piano di esplorazione che si era proposto di ulteriormente seguire (1). E fin qui parrebbe rivelarsi un'iniziativa per l'esplorazione botanica del Friuli che potrebbe essere solo del Cernazai. Ma più significativa ed anche più chiara è un'altra frase (2): " se ha qualche duplo delle medesime [piante] La prego di trat- " tenerlo fino a tal punto [cioè a una sua successiva lettera] " mentre io dovrò pregarla p. qualcuno [s'intende per qualche du- " plo] affine, per quanto è possibile, *coadiuvare a provvedere* altri " due miei *Amici botanici* coi quali è *comune la raccolta delle piante* " *del Friuli* „. Donde emerge — sempre nello stesso senso — un'iniziativa non più individuale ma collettiva e forse un'allusione ai collaboratori principali nei due abati di Monfalcone.

Si trattava di una semplice coincidenza di buone intenzioni nell'intento di cooperare all'illustrazione progressiva della Patria, o realmente erano ancora i *raccoglitori* che avevano compilato l'Erbario, i quali si proponevano, per tener fede alla promessa della prefazione, di " supplire con una aggiunta „ a quelle lacune derivanti da insufficenza di esplorazione e di materiale che essi stessi in parte avevano riconosciuta? Non è certo cosa che si possa decidere con questi dati; ma ho solo voluto raccoglierli come elementi di fatto, in quanto mostrano una direttiva comune, che sembra effettivamente la continuazione dell'iniziativa che si concretò nell'Erbario.

Ad ulteriori indagini, e d'indole più prettamente storica, è sperabile sia riservato di far meglio conoscere i naturalisti che vissero — e non solo come botanici — la vita del Friuli nella prima metà del secolo scorso, sì da poterci anche spiegare l'origine della coraggiosa e paziente iniziativa floristica — non lieve e non facile fatica, specialmente attraverso le vicende politiche ed economiche di allora — che così rapidamente era comparsa a integrare più che a sviluppare quella del Suffren, e cui mancò poi

(1) *L. c.*, pag. 9.
(2) Lettera 21 gennaio 1807.

Digitized by Google

il promesso sviluppo successivo. A questo arresto del lavoro alla sua prima fase è parallelo il tramontare di quell' interessamento sulla stessa direttiva, che la corrispondenza, che ho brevemente analizzato, ci rivela solo in un periodo che non oltrepassa il 1807; e paragonata a questi due fatti riuniti riesce forse meno inspiegabile anche la grande stranezza che un documento così importante per lo studio naturalistico della regione abbia potuto rimanere non solo ignorato dai botanici posteriori, ma inutilizzato anche in vita dei suoi autori stessi, pur essendo molti i naturalisti con cui essi ebbero relazione. Per quanto si possa osservare che lo stesso Pirona, pur coi rapporti attivissimi di corrispondenza e di scambi, che ebbe col Brumati (1) non consultò il suo erbario e, a quanto si sa, non ne ebbe nemmeno l'Elenco direttamente (2) mentre già, allora, il Brumati aveva proprio compilato un *Catalogo* delle piante friulane comprendente 1923 specie di fanerogame (3), è difficile pensare che, con l' interesse indiscutibile che egli doveva avere, mentre stava elaborando il *Syllabus*, a conoscere tutti gli elementi acquisiti già sulla flora, non gli fosse mai capitata l' occasione di aver notizia, e quindi far ricerca, di una raccolta che rappresentava una prima e poderosa sintesi di quelle conoscenze. Le cause quindi di tutto ciò non possono stare che nelle condizioni che travagliavano il Friuli nei primi decenni

(1) C. Bortolotti, *Naturalisti friulani: l'abate Leonardo Brumati* (in " Annuario per l'anno 1923-24 del R. Liceo scientifico di Udine „, pag. 76).

(2) Gortani, *l. c.*, II. pag. 17.

(3) È il *Catalogo sistematico delle piante osservate nel Friuli sino al 1845*, che è conservato fra gli altri mss. dell'autore nella Biblioteca Comunale di Udine. È intuitivo che esso dev'essere basato principalmente sull'erbario del Brumati stesso; ma d'altronde, come ho potuto constatare dallo spoglio delle specie, comprende quasi esattamente (tenuto conto della nomenclatura più moderna) *tutto* il materiale dell'Herb. For. Berinii, ivi incluse le specie critiche e le scoperte beriniane. Si ammetta quindi che l'autore ne abbia avuto conoscenza diretta, o se ne deduca solo che egli lo conosceva implicitamente da quei contributi che ne erano stati le fonti, i rapporti stretti del Brumati col compilatore dell'Erbario hanno qui un'evidente conferma.

Digitized by Google

di quel secolo (1), per cui non è da meravigliarsi che si fossero perdute le tracce di questa raccolta, ora preziosa per noi, che per parecchi anni era forse rimasta dimenticata in una casa privata.

Ma anche se nessun' altra notizia si riuscisse ad avere, dobbiamo egualmente esser grati al caso, che ci ha conservato intatto questo primo tentativo friulano (se l' espressione è lecita) di " flora sicca „, perchè non soltanto è un' opera dotta che vien restituita alla botanica — per la quale anzi si può dire che non era in realtà mai esistita — ma in essa, oltre che un nuovo e più chiaro titolo di merito dell' ab. Berini, la cui figura è così meglio conosciuta, abbiamo il testimonio di un' attività floristica regionale più larga e profonda di quanto, per il tempo, non si sarebbe pensato. E, a parte le constatazioni ulteriori che potrà riserbarci l' esame particolareggiato di tutto il materiale, già quelle che ne abbiamo potuto ricavare sull' indigenato controverso di alcune specie, e che hanno valore decisivo, sono la prova pratica che, oltre al significato storico di cimelio, l' Herbarium Forojuliense Berinii ha quello di documento tuttora valido, quale utile, se non unico, mezzo di controllo nei riguardi dei dati che costituiscono le prime basi della floristica friulana.

---

(1) P. e.: " durante la guerra (scriveva il Cernazai nel gennaio " 1806) anche il Berini arrischiò molto ma grazie al Cielo non finì che " con delle conseguenze abbastanza soffribili „.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 23 gennaio 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

La mortificazione di G. Cesare Cordara poeta

G. ALBERTOTTI, m. e.

(*Adunanza ordinaria del giorno 25 novembre 1928*)

Se è un fatto che da anni io sono oramai andato adoprandomi a rivendicare il ricordo e la stima del mio conterraneo, al cui culto mi ha iniziato, in giorni ben lontani, della sua viva voce e con giudizio certo inappellabile, un uomo che dei valori umani fu forse il più acuto e più sereno estimatore; se non senza un senso di profonda nostalgia io ripenso all' autunno dell' anno 1872, in cui a Brusuglio Alessandro Manzoni accoglieva benevolmente con me, l' amico — ormai pur egli scomparso — Edoardo Daneo, per ricordarci al primo saluto, a titolo d' onore, in G. Cesare Cordara il nome e il vanto di cui più poteva andar superba la nostra piccola terra di Calamandrana (1), e da quel giorno non ho mai desistito dal considerarne il culto non meno doveroso di quello che ogni ánimo ben nato deve nutrire per i domestici Lari; è pure un fatto che, guidato un po' dalle circostanze e un po' dalla naturale inclinazione a coltivare tutt' altri studi che quelli delle patrie Lettere, io mi sono sempre fin qui debitamente limitato a raccogliere le reliquie della vasta e multiforme attività letteraria, che il Cordara aveva spiegata e che l' invidia degli uomini aveva in buona parte dispersa o condannata all' oblio, per offrire ad altri la possibilità di far rivivere, nella pienezza del suo vigore, efficacemente, la singolare e nobile figura dello scrittore e dell' uomo.

(1) Cfr. G. Albertotti, *Al letto di Gabriele D' Annunzio ferito, Impressioni e ricordi.* Padova, 1917.

Digitized by Google

Ma non mi sarà possibile questa volta esimermi dal superare in qualche modo questo limite, e tentar qualche cosa di più. Poichè l'ingresso di G. Cesare Cordara in Arcadia, che rappresenterà il punto d'approdo di questo mio studio, poichè esso fu l'avallo ufficiale del genio poetico del Cordara stesso, valevole a garantirne anche i successi avvenire, se l'imprevisto non vi si fosse opposto, non vuol essere preso soltanto alla stregua di un episodio che possa servire, al più, a metterne in evidenza il merito e la fortuna letteraria — il che importerebbe già una dissertazione superiore alla mia attitudine — ma deve essere anch'esso considerato come una delle tante vicende che mai avrebbero arricchito la vita del Nostro, se egli non fosse stato spirito difforme da quello del suo tempo, perchè ad esso superiore.

Quando io avrò la ventura, che ormai rappresenta l'ultimo sogno della mia vita, di presentare l'edizione in corso (1) di quei *Commentarii*, che egli stesso vergò nei suoi ultimi anni, dove ritessè la sua vita sulla vasta trama degli avvenimenti più varî e più gravi onde fu ricco il secolo XVIII, ognuno potrà, anche ad una prima facile e deliziosa lettura, capacitarsene di persona, non solo per quel tanto che egli ha lasciato scritto di sè, ma anche per quel giudizio che ciascuno sarà per farsene sui dati che egli ingenuamente ne ha offerti. Chè, anzi, quella stessa ingenuità, quella schietta apertura con cui da cima a fondo egli ha narrato le cose sue e degli altri, senza mai nascondere il proprio sentimento, per diverso che fosse da quello corrente, come quelle che hanno costituito la causa precipua onde i *Commentarii* hanno subito sin qui una gelosa quanto ammirata custodia, sono appunto il tratto distintivo del suo carattere, tanto più evidente quanto più raro nella posticcia società del suo secolo.

---

(1) Questa edizione, che è affidata alle cure del Prof. Agostino Faggiotto della R. Università di Padova, è fatta a spese della R. Deputazione di Storia Patria Piemontese, auspici, S. E. l'On. Boselli, il Sen. Ruffini e il mio amico Prof. Patetta, col concorso straordinario del Ministero della P. I. decretato da S. E. il Ministro Fedele. Essa viene condotta sul manoscritto originale dell'opera posseduto dalla Compagnia di Gesù, che è stato messo a disposizione dell'editore dai Rev.mi P.P. Tacchi-Venturi e Rosa, ai quali debbo pubbliche vivissime grazie.

Digitized by Google

Non per questo si può dire che egli sia stato un ribelle. Vi ha nella pratica della vita la possibilità di un giusto temperamento fra la personale libertà e la necessità della convivenza sociale; temperamento che tiene più dell' una o dell' altra, a seconda della robustezza morale dell' individuo e della condizione del tempo.

Il nostro subì dal costume del suo secolo la sua parte (1). Nato secondogenito di un casato nobile, di quella nobiltà piemontese che, per esser più modesta, era anche meno guasta che altrove, concesse, come i suoi pari, all' arbitrio che lo designava senz' altro alla carriera ecclesiastica.

Non avrebbe del resto neanche potuto concepire il proposito di fare altrimenti. Orfano della madre a sei anni, e abbandonato dal padre col fratello maggiore alle cure del parroco di Calamandrana, appena undicenne si era visto un bel giorno strappare alla piccola brigata dei suoi coetanei, cresciuta con lui forte quanto selvatica, e, tramutato in abatino, condurre non alla vicina Nizza Monferrato, nè ad Alessandria, nè ad altra città del recente Regno Sabaudo, ma, di punto in bianco, a Roma.

Quando ormai vecchio e per lunghissima dimora cittadino dell' Urbe, se pure ormai esulatovi per sempre, ricorderà le prime impressioni di questo improvviso e imponente trapasso, saprà rendere a meraviglia lo sbalordimento provato. Quei palazzi suntuosi, quelle piazze immense, le fontane innumeri, la dovizia di statue, le moli degli obelischi, tutto gli era parso un prodigio. Nè la sua fantasia era stata meno colpita dalla maestà del Pontefice, dalla pompa dei Cardinali, dagli alti cocchi dorati, di cui usavano principi, dame e ambasciatori, dalle variopinte livree del servidorame; ancora, dalla grandezza e magnificenza delle chiese, dall' apparato dei sacri riti. Gli sembrò di sognare un bellissimo sogno, ed in cuor suo desiderò di non esser mai più rapito a quel magico incanto.

Era stato accolto nella casa dello zio paterno — uno dei tanti prelati che allora vegetavano sfaccendati all' ombra della

(1) Tutte le notizie biografiche che seguono sono ricavate dai primi libri dei *Commentarii de suis*, in massima parte già da me editi. (Modena, 1912).

Digitized by Google

Curia Romana — e avviato alle scuole del Collegio Romano. Gli si era offerto così spontaneo il confronto fra l'angustia materiale e la miseria morale in cui campava lo zio, e lo splendore e la dignità con cui viveva la Compagnia di Gesù; e aveva certo in mente sua generalizzato il caso dello zio — di cui ha lasciato un ritratto miserevole — essendo stato indotto a sospettare dal suo esempio che non tutto fosse oro quel che luceva nel gran mondo ecclesiastico romano.

Gesuiti non ne aveva prima mai visti, nè manco ne aveva sentito parlare. Ma appena li aveva avvicinati, gli era parso di coglier subito in loro una urbanità, una gravità e una modestia di molto superiori a quelle di altri religiosi che in patria aveva visto e conosciuto, e se ne era fatto subito il concetto migliore.

Nè era potuto in seguito sfuggirgli che essi venivano onorati, come se nella Compagnia si fosse dato convegno il fiore della nobiltà, della cultura, della santità, dello zelo apostolico.

Or ecco che, pur subendo la condizione fatta ai secondogeniti, egli si accorda la libertà di scelta tra la carriera secolare e quella regolare, ed opta per quest' ultima, nella Compagnia di Gesù, come quella che meglio gli avrebbe permesso di comparire e di vivere.

Ma qui sta appunto la peculiarità del suo carattere. Altri infatti in luogo suo avrebbe cercato di mascherare questi motivi in tutto umani. Egli non ha di questi vani pudori, poichè sente che inizialmente non è lui il responsabile della sua condotta. Egli doveva seguire la carriera ecclesiastica, e si avviava a seguirla nella maniera che gli poteva permettere di farlo il più degnamente possibile, commisurando alla necessità la propria indole.

Nè perciò va inteso che egli sia stato uno scettico il quale abbia tirato esclusivamente a campare. Chè fu anzi di schietta fede religiosa, ed in essa visse sempre e morì. Ma non ha mai rinnegato per essa la vita con le sue legittime soddisfazioni; ha considerato le vie e le cose umane come mezzo normale, di cui Dio stesso si serve per guidare gli uomini a perfezione.

Di questa maniera in capo ai tre anni nei quali fu ospite non troppo soddisfatto dello zio, avendo inoltre avuto maniera di avvedersi egli stesso della sua spiccatissima inclinazione alla letteratura e in particolare alla poesia latina, aveva finito per non

Digitized by Google

pensare quasi più ad altro che ai Gesuiti, e ad ingraziarsi in ogni modo i suoi maestri, che tali erano al Collegio Romano, per non occuparsi che di studi e soprattutto di arte poetica.

E divenne gesuita e si rivelò poeta; e si distinse tra i Gesuiti solo perchè si distinse in genere pel culto delle belle lettere e soprattutto per la poesia. E questa prima e facile distinzione la dovette appunto a quella sua naturale indipendenza di giudizio e sentimento che ha fatto di lui uno scrittore sempre schietto ed arguto, un poeta a volte giocoso ma più spesso eminentemente satirico. Senza di ciò, meno ancora di quello che lo sia, sarebbe noto il letterato, e ignoto affatto il Gesuita.

Ma seguiamo questo sviluppo un po' più da presso. Entrato nella Compagnia quattordicenne, percorse il Cordara i due anni di noviziato non senza sofferenza; cosicchè gli parve che una nuova aria di libertà lo ricreasse quando ne uscì per riprendere gli studi col biennio di retorica, in cui potè rivedere la selva sacra del Pindo, e correr dietro ai fantasmi della sua mente, sentirsi soddisfatto, tutto a sè stesso.

Essendo ogni occupazione di suo genio, non gli accadeva più di incorrere in alcunchè, che fosse notato dai compagni e punito dai maestri, come appunto durante il noviziato gli era occorso. Da allora in poi tutto cominciò ad andargli a seconda, e trascorse quei due anni tranquillissimamente, tutto intento ad apprendere le due letterature classiche, tra le lodi dei precettori e l'ammirazione dei compagni, per la sua facilità di scrivere e far versi latini.

Non egualmente doveva trascorrere il triennio di filosofia, quella del tempo, la peripatetica. Più tardi si sfogherà contro di essa in un ameno capitolo in cui canterà il suo divorzio da essa, dopo esser stato comandato per qualche tempo ad insegnarla (1), o come egli si finse, a sposarla:

> " Fu la Filosofia Peripatetica
> Quella, con cui mi unij pe' miei peccati,
> Dama nobile assai ma assai bisbetica.

(1) Il Carrara (cfr. A. Faggiotto, *I Sermoni di L. Settano e la polemica fiorentina*, Venezia, Ferrari, 1920, p. 11) parla anche di una sua controversia in materia filosofica con alcuni vecchi colleghi.

Digitized by Google

" Infelice Imeneo! da cui son nati
Tutti i miei guaj, che non son pochi, e sono
Tutti i beni dotali, che ho acquistati.
" Dio la perdoni, siccome io perdono
A chi mi pose avanti un tal partito,
Che è un canchero in addobbo bello e buono.
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
" Quando v'acconsentij, fui persuaso
Che fosse giovinetta, ed è costei
Una vecchia sdentata e senza naso.
" Che fosse così brutta io non credei,
Può far di me! l'è proprio una beffana,
Non ha che pelle ed ossa *a parte rei.*
" Mi figurai che fosse almen Cristiana
(Disparità di culto è dirimente)
E trovo poi, che è mezzo Maumetana „.

E via di questo passo; con una requisitoria a cui la cercata analogia suggeriva una sequela di immagini, se vogliamo, discretamente equivoche, vittima egli in ciò del gusto del tempo, da cui giovane non aveva ancora ben saputo difendersi (1).

(1) Il capitolo *Il divorzio dalla filosofia* in terza rima è stampato nella edizione postuma delle opere del Cordara (che fu preparata dal Carrara, iniziata dal Volpi e condotta appena al quarto volume dal Boni a Venezia. Pasquali, 1801-1805) Vol. IV. Se non vi s'incontrasse qualche spunto un pò troppo scabroso, esso sarebbe veramente cosa gustosa. Si senta, ad esempio, qualche altro passo:

" Per dote si trattò di darmi l'*ente*,
L'*ente* real distinto dal chimerico,
Ma vedo poi che si risolve in niente.
" Fosse almen savia, ma l'umor collerico
Insoffribil la rende, e allora più
Quando le piglia qualche effetto isterico.
" Star sempre litigando a tu per tu,
A tutti contradir, dar del somaro
A questo a quello son le sue virtù.
" Non passa un detto, benchè certo è chiaro:
Credo che un pò di falso e un pò di vero
Troverebbe persin nel *Verbum caro.*
" Essa poi che disprezza il mondo intero,
E pretende in parlar, favella in guisa
Che fa pietà, nè conclude uno zero.

Digitized by Google

Ma anche nei *Commentari*, che pur dettò a tanta distanza di tempo, il suo giudizio non fu meno sfavorevole. Dice della filosofia peripatetica che essa è " facilem, ac labore nullo, si modo paulum ingenium valeres, addiscendam, at exsuccam, aridam, meris in subtilitalibus, parum admodum ad cognoscendam naturam rerum conducentibus, positam „ (1). Quest' ultimo giudizio è particolarmente significativo, perchè si ricollega ad un tentativo di innovazione del programma di filosofia anche nelle scuole tenute dalla Compagnia, in Roma stessa sotto gli occhi dei superiori, condotto qualche anno più tardi dal livornese Benvenuti, e sostenuto dal Boscowich, ma che sarebbe egualmente finito in malo modo, se non fosse intervenuto tempestivamente col suo giudizio bene aperto lo stesso Benedetto XIV allora regnante. Aristotele, e per esso S. Tommaso, andavano anche tra i Gesuiti perdendo del loro prestigio di fronte alla nuova fisica, che aveva fatto capo a Galileo e che aveva già dato i suoi cospicui frutti col Newton (2).

Tuttavia ebbe il Cordara a riconoscere che a qualche cosa

. . . . . .

" Ma sentite quest' altra: ella non suole
Per uso della mensa accender fuoco,
E a me tocca mangiar quel che essa vuole.
" Tutto è di magro, mal condito e poco
Quel che si mangia, freddo, agro, stringente,
Fatto fuor di cucina e senza fuoco.
" *Materia prima*, che non sa di niente,
È la minestra, e non essendo questa
Nè *quid* nè *quantum* non mi tocca un dente.
" Qualche *formalità*, che sa d' agresto,
Divisa e *subdivisa*, è la porzione
D' ogni giorno, sia feria, o pur sia festa.
" Alfin per aiutar la digestione
In un piatto di *forma sostanziale*
Una fetta mi dà di *Privazione*.
" Questo per ogni giorno: in Carnevale,
O in qualche festa più privilegiata,
Un poco di Reuban trascendentale. Etc.

(1) *Commentarii*, libr. II.

(2) Questo episodio è stato di recente illustrato al Congresso di Studi Romani (Aprile 1928) dal Prof. Agostino Faggiotto, in una comunicazione in corso di stampa.

Digitized by Google

anche la filosofia peripatetica gli aveva servito. Quella lunga e costante esercitazione di ragionare, distinguere, suddistinguere e di dedurre cosa da cosa, benchè a nulla concludente, gli aveva acuito l'ingegno, lo aveva aiutato a conoscere, per la più diretta e sicura via, la verità. Ed egli aveva inoltre con l'uso conseguita la attitudine a trattare con destrezza, con concisione e con bell'ordine di qualunque argomento; doti che si lasciavano spesso desiderare in taluni degli scrittori del suo tempo.

Ciò non impedì che, anche in quel triennio peripatetico, tutto il tempo che gli restava non lo dedicasse a coltivarsi nella lingua e nella poesia latina. Non importa, se secondo un gusto che egli presto considererà vieto e dal quale saprà liberarsi. Chè anzi ciò permette, anche a questo nuovo proposito, di rilevare la sua indipendenza di giudizio e la sua disposizione a togliersi dalla volgare schiera.

È questo particolare appunto che ci permette di accostarlo finalmente la prima volta all'Arcadia. Poichè questo storico e perinsigne Istituto — al quale io ho avuto l'alto onore di essere di recente aggregato — era sorto ed aveva già raggiunto la prosperità perseguendo il medesimo intento, contro lo spagnolismo letterario del Seicento (1).

Può darsi anzi che il Cordara abbia sentito l'influenza dell'Arcadia ancor dai banchi della scuola. Certo si è che egli a quel tempo aveva già gli occhi su di essa, sia che ve li richiamasse la eccezionalità del caso, sia che per inclinazione spontaneamente ve li avesse posti.

Il suo triennio di filosofia si chiudeva infatti proprio in quell'anno giubilare 1725, in cui la Granduchessa di Toscana, Violanta di Baviera, conduceva per la circostanza a Roma tra il suo seguito il famoso improvvisatore senese Bernardino Perfetti.

I suoi *Commentarii* registrano appunto l'avvenimento, riferiscono le sue impressioni, descrivono la cerimonia dell'incoronazione in Campidoglio.

Comunque è certo che egli, anche indipendentemente dall'Arcadia era portato per natura a comunicare col mondo letterario che lo circondava.

---

(1) Cfr. E. PORTAL, *L'Arcadia*, Remo Sandron editore MDCCCCXXII.

Digitized by Google

Destinato in quell' anno istesso ad insegnar retorica nelle scuole di Viterbo — i suoi compagni venivano invece officiati ad insegnare appena la grammatica — egli riesce a far subito circolo e ricostituisce la già spenta Accademia del luogo, malgrado si appellasse degli Ardenti.

Fu questo il risultato naturale delle prime sue produzioni poetiche, che gli sollevarono intorno la più pronta ammirazione e la più grande stima; produzioni a cui egli soltanto si lasciò indurre, dopo aver con assidua lima ridotto a maggior purezza il suo facile ma ridondante stile.

Non eguale opportunità di comparire ebbe a Fermo dove pure insegnò; sebbene di quel periodo egli stesso ricordi un episodio che potrebbe addursi a documento della sua prontezza di spirito, pari alla agilità del suo ingegno (1).

Doveva essere invece Ancona, dove ancora per un anno occupò la cattedra di Retorica, e dove conobbe ed avvicinò il Lambertini, allora vescovo di quella diocesi, il luogo in cui avrebbe iniziato la pur troppo breve serie delle sue produzioni satiriche. Ce lo racconta egli stesso.

S' era colà imbattuto in un tal Marcolini, cavaliere geroso-

(1) Il Card. Colligola era capitato a Fermo, e il Cordara aveva preparato una accademia in suo onore. Il Cardinale aveva accettato l'invito per pura convenienza, ma ne avrebbe volentieri fatto a meno. Gli erano infatti per prima risposta sfuggite queste parole: " Quasi vero relaxandi tantisper animi causa huc tam peregre advectum, cantilenis puerorum obtundi oporteat „. All' ultimo momento aveva mandato a dire che desiderava fosse recitato qualche componimento in lode di una sua nipote giovanetta, a nome Cristina. Il Cordara, tutto occupato negli ultimi preparativi, rispose seccato, domandando se il Cardinale credeva che i versi si sputassero, e dicendo che non la conosceva e che aveva in quel momento altro per la testa; il che venne riferito testualmente al Cardinale che ne fu vivamente irritato e si recò all' accademia col proposito di far sentire il suo cattivo umore. Ma al Cordara era riuscito nel frattempo di ruminare nella mente cinque bei distici. " Cristinae ut insonuit nomen — egli narra — intendere animum atque aures Cardinalis. Ubi vero laudari non incommode eam, laudari matrem ejus audijt, exporrigere frontem. exhilavari, efferre se, plane ut gestire gaudio videretur. Quo nempe minus expectata res, eo accidit gratior. Caetera deinde non ut antea vultuosus ac teter, sed hilari ac renidenti ore accepit „. (*Commentarii*, libr. II).

Digitized by Google

militano, oriundo di Fano, nobile, ricco, colto, che la pretendeva a poeta per certe sue satire di sapore, come si illudeva, oraziano, composte in gioventù. Non c'era volta che egli si presentasse in collegio dei Gesuiti, alla conversazione serotina, che non ne spifferasse qualche brano, distillando le parole come se scendessero dal cielo. Voleva che si rilevassero, si approvassero, se ne lodassero una ad una le parole e persino le virgole. Poichè gli altri suoi colleghi gesuiti gli davan dietro, plaudendo calorosamente, per non far notare troppo il suo dissenso, si lasciava andare anche lui spesso a lodare, rodendosi internamente al vedere che il più delle volte non si faceva parte al merito, ma si esagerava con vergognosa adulazione. Vedeva bene che non gli sarebbe costato molto, anche se non vi si era mai provato, far qualche cosa di meglio. Un bel giorno si decide. Gliene offriva materia, senza andarla cercar lontano, uno dei domestici del Collegio, che egli non poteva soffrire per l'indiscrezione e l'insistenza con cui metteva il naso nelle cose sue. Intitola la satira " *In rerum alienarum inspectores* „, e tenendo dinanzi agli occhi Orazio, che egli aveva più che altri mai famigliare, come per vedere se la penna scorresse incomincia a scrivere. Che dire? Sia perchè il nemico non era finto ma pur troppo presente e seccante, e fosse la stizza che fondesse i versi, sia che lo ispirasse un cattivo genio, la penna gli scorreva così veloce da tener dietro al volo della mente. Non era finito il giorno che aveva gettato giù più di cinquecento versi.

V'era allora nel collegio con lui quella mente elettissima del suo grande amico Bartolomeo Boscowich (1), che egli era solito consultare come un maestro nelle cose dubbie. Gli legge i versi appena finiti e lo prega di dargliene con tutta schiettezza il suo giudizio. Non è a dire in quali voci di stupore e di gioia quegli uscisse, come esultante, d'animo aperto quale egli era per natura, ed impulsivo ed esuberante nell'esprimere il suo sentimento: " Ma ti è proprio riuscito di scrivere così per pura esercitazione?

(1) Il Cordara scrisse più tardi un gaio poemetto sulla Parrucca dal Boscowich usata in Londra. Cfr. L. Rava, *Isacco Newton e Benedetto Stay* in " Messaggero „ del 29 Marzo 1927, e la mia *Bibliografia Cordariana* N.i 307, 309, 419, 527.

Digitized by Google

Tu devi compir l'opera. Niente di più salace, di più perfetto, di più a proposito potevi fare „. Questa la risposta del Boscovich.

Incoraggiato dalle sue parole il Cordara continuò a scovar d'ogni parte tutti i tipi di ficcanaso possibili, designandoli con pseudomini, corresse, limò, fino a condurre a termine in pochi giorni la sua satira di circa trecento versi, così pungente che niente di più sanguinoso si sarebbe potuto scrivere contro quella genta.

Naturalmente il Marcolino restò con un palmo di naso. Il Cordara la giudicò poi sempre la cosa che gli era meglio riuscita, seppure, a motivo anche di una certa licenziosità, in cui egli stesso riconobbe di essersi lasciato andare, non volesse mai saperne di pubblicarla.

Io non mi so spiegare come il Bilancini, il quale pur ha fatto un diligente ed ottimo studio sui sermoni che il Cordara detterà più tardi a Macerata *De tota graeculorum huius aetatis literatura*, premettendolo alla versione in italiano dei sermoni stessi (1), non sia partito di qui, ma abbia invece a quanto sembra ignorato questa prima satira, come con evidente errore cronologico trasportò alla tarda età del poeta la composizione dell' *In faluos numerorum divinatores vulgo cabalistas* „, quella appunto che meriterà tra non molto al Cordara la sua aggregazione all' Arcadia.

Già nella satira dei Ficcanasi, il domestico da cui ha preso lo spunto si rivela non più che il pretesto. Lo sfogo del Cordara è ben lungi dall' essere personale, ma esso è diretto invece a colpire le magagne sociali del tempo.

Il prevosto Ventidio, il quale

toto anno
..... nitidam cutim cum sesquipedali
Curat aqualiculo, quid tota Paroecia peccet
Securus, quid agat cum molli Naevia Barro,
Sola domi, vicumque terat cur spissa juventus (2),

(1) Pietro Bilancini, *I sermoni di Lucio Settano figlio di Quinto tradotti e studiati in rapporto alla storia delle Lettere e del costume del secolo XVIII.* Trani, Vecchi, 1894.

(2) *Opere latine e italiane dell' Ab. Giulio Cesare Cordara dei Conti di Calamandrana*, Venetii, apud Pasquali, 1904, Tom. III, p. 224, vv. 64-67.

Digitized by Google

e non si dà pena di far niente se non quando sarebbe ridotto a dover mangiare.... di magro, e allora

Huc illuc tunicatus abit, lustralibus undis
Expurgare domos, ovisque indicere bellum (1),

appartiene alla categoria di quei *lippi* deliberati

..... seu quod nolunt macrescere, seu quod
Aspexisse timent, quod castigare laborent (2).

Il *fraterculus umber*, che il Carrara, intimo del Cordara, ci ha saputo identificare con un certo Fra Leone da S. Felice, Carmelitano Scalzo (3), non è più nella satira cordariana il censore e l'insulso commentatore della Storia Ecclesiastica del Graveson, ma è il tipo di quei falsi consiglieri e padri spirituali,

Qui nasum involvunt falso pietatis amictu
Praetenduntque Deos, ut janua nulla repellat
Intrantes, liceatque adyto recipi interiore,
Et matronales jugulare impune cathedras (4).

Bastino questi due tipi, entrambi scelti dall'ambiente ecclesiastico, per farci inoltre cogliere quello che la satira sociale del Cordara ha di specifico fin dai suoi inizii. Il Cordara gesuita, e cioè membro di quella Compagnia che era sorta particolarmente a difesa non solo della religione cattolica, ma della sua organizzazione sociale, pur schiettamente religioso e cattolico, di fronte ai difetti e ai vizi che contaminavano ai suoi dì la casta sacerdotale, non si lascia vincere da falso zelo, non si preoccupa di coprire e di, magari, giustificare; batte in breccia arditamente, e ne risulta niente di meno che il Gesuita anticlericale. Ma appunto, perchè gesuita non potè pubblicare la sua satira, che trovò un editore, ex-gesuita, soltanto dopo la ventata dell'89 (5).

A parte però il beninteso anticlericalismo del Cordara, io

(1) *Ibid.* vv. 71-72. *Ovisque indicere bellum* è il dichiarar guerra alle uova, al mangiar di magro.
(2) *Ibid.* vv. 61-62.
(3) *Ibid.* p. 229, nota al verso 179.
(4) *Ibid.* vv. 175-179.
(5) Vedi nota 4. Il Carrara, il Volpi, il Boni erano ex gesuiti.

Digitized by Google

non mi spiego ripeto come il Bilancini che ha studiati e tradotti i *Sermones de tota graecolorum huius aetatis literatura*, e giustamente li ha considerati come il precedente più diretto della satira pariniana, non abbia preso in considerazione anche la satira contro i Ficcanasi; la quale, come quella contro i Cabalisti, avrebbe potuto fargli vedere che, se il Cordara non avesse dovuto rispondere della responsabilità attinente all' abito di figlio di S. Ignazio che indossava, avrebbe avuto col Parini in comune non soltanto il procedimento retorico, ma l' ampia visione dei guai dei suoi giorni e avrebbe potuto darcene un quadro completo.

Da Ancona, il Cordara era stato richiamato a Roma per compiervi gli studi teologici, in un momento abbastanza burrascoso. Era morto Benedetto XIII durante il pontificato del quale, si aveva avuto nella città una invasione di Beneventani, poichè Benedetto era stato per quasi quarant' anni vescovo di Benevento. Questi Beneventani, capeggiati dal Cossia, che fu presto il Card. Cossia, avevano approfittato della preferenza che Benedetto dava, sulle altre, alle cure del suo ministero pastorale e avevano fatto un po' man bassa del temporale. Alla sua morte adunque, il nuovo Papa Clemente XII, Corsini, aveva avuto il suo da fare a snidarli dalla città e dalla Curia e a rendere innocuo il Cossia.

Fra i tanti atti di governo di Benedetto XIII, certo più beneintenzionato e rispondente all' indole sua che pratico, era stato quello della abolizione entro i confini dello Stato Pontificio del giuoco del Lotto. Il quale atto non poteva per sè essere tale da smorzare la passione che per detto giuoco aveva il popolo, ma anzi da rinfocolarla. E, quel che è peggio, si era dovuto constatare il danno economico gravissimo, derivante dal fatto che, non potendo giocare all' interno, si giocava all' estero e all' estero affluiva, senza ritorno, il denaro. Per questo Clemente XII si era visto nella necessità di ripristinare il gioco non solo, ma di farlo gestire direttamente dalla amministrazione dello Stato; di modo che il reddito della passione popolare ritornasse, in opere pubbliche, a beneficio di tutti.

Il Cordara adunque era ritornato a Roma; e mentre doveva studiare teologia, fungeva anche, secondo l' uso, da Prefetto di una camerata di studenti al Collegio Romano, con quanta sua soddisfazione, ognuno lo può immaginare. Anche i superiori ave-

Digitized by Google

vano dovuto avvedersene. Infatti l'anno dopo lo avevano trasferito a quel Collegio Ungarico, del quale più tardi egli avrebbe dettato la storia, in qualità di ripetitore e assistente, nello studio, dei collegiali.

Dopo due anni, ordinato sacerdote, era ritornato al Collegio Romano, a motivo che in esso gli sarebbero stati lasciati maggior tempo e opportunità di compiere il quarto corso di Teologia. Ne era uscito col massimo successo, essendo stato prescelto a tutti i compagni per sostenere, quello che in Compagnia si chiamava l' *Actum magnum*, e cioè una pubblica discussione su tutta la Teologia ; onore il quale importava senz' altro l' ammissione alla professione dei quattro voti.

Ma a tutti questi successi — lo confessa egli stesso — non ci teneva poi tanto, " *potioremque habebam* — sono sue parole — *poëtae laudem* (*pudet dicere*) *quam theologi* „. Infatti in quegli stessi giorni, in cui maturava quella specie di laurea teologica e la stessa professione perpetua, egli aveva trovato modo di far dell' altro, di soddisfare il suo genio poetico.

Era costume del Collegio Romano di sostituire alla fine di ogni anno scolastico due insegnanti di Retorica con due più giovani, che supplissero i primi per tutto il mese di Settembre, ed essi erano invitati ad assumere l' ufficio con una prolusione latina. In quell' anno il Cordara fu uno dei due supplenti e dovette proludere. Clemente XII aveva appena ripristinato il gioco del Lotto, senza per questo aver potuto provvedere ad evitar gli inconvenienti che agli occhi di Benedetto XIII lo avevano reso proibitivo : " *fervebantque ut cum maxime ludentium studia* „. Si parlava molto della stoltezza di coloro, che o facendo assegnamento sui sogni avuti o ricorrendo alla cabala, giocavano forti somme e si rovinavano. Gli parve quella materia propria di satira. Così, come ad Ancona contro i Ficcanasi, a Roma aguzzò i suoi dardi *In fatuos numerorum divinatores vulgo cabalistas.*

Questa satira ho ripubblicato io stesso, dopo altre quattro edizioni fra cui quella Arcadica del 1768, in una redazione che è forse la definitiva dell' autore, or sono tredici anni (1).

(1) P. ALBERTOTTI, *Contro gli abusi che si commettono nel gioco del Lotto, di G. Cesare Cordara.* Padova, Penada, 1915.

Digitized by Google

L' ho ripubblicata accanto al Poemetto *Contro gli abusi che si commettono nel Gioco del Lotto*, che il Cordara stesso compose in italiano molti anni dopo, ed era stato anch' esso già edito, ma solo in parte, mentre ne era rimasto inedito e sembrava ormai perduto il terzo canto.

L' orditura dei due componimenti, quantunque fatti a distanza di tempo e in circostanze diverse, è la stessa, perchè lo stesso era stato lo scopo, nè diversi erano gli abusi contro i quali l' autore aveva avuto da inveire. I titoli stessi ci possono dare una idea della parentela che lega questi due scritti. E quantunque quello del sermone latino suoni unicamente contro coloro che vengono chiamati *Cabalisti*, l' autore non trascura poi nel contesto di mordere con sottile ironia anche coloro che si studiano di interpretare i sogni, e quelli che danno la caccia, presso emeriti ciurmadori, ai cosidetti numeri buoni.

Nè i soli oggetti della satira sono mantenuti, ma l' ordine nel quale il poeta si compiace di farseli passare davanti, facile bersaglio a' suoi strali. E, con tale ordine, sono mantenuti e talvolta anche tradotti gli spunti, le facezie gli aneddoti, coi quali mette a nudo l' aberrazione e l' infingardaggine tanto dei giocatori, che alle cabale o ai sogni affidavano la loro fortuna, come di coloro che li secondavano, li incoraggiavano e li sfruttavano. Eguale è infine la conclusione, che si intona alla restituzione deliberata da Clemente XII; e cioè che giocare al Lotto non è cosa cattiva, quando si sappia serbar la misura così nella speranza come nel denaro che al gioco si pone.

Non mancano le differenze. C' è nei due componimenti una diversità di intonazione generale. Nel sermone, come ben ci dice il Cordara stesso nei suoi *Commentarii* (*fatuos numerorum divinatores acri oratione perstringendos suscepi*), sibila l' acuto strale magistralmente scagliato; nel poemetto invece, *salsum opus*, c' è il sorriso scettico e burlone di chi, mentre vorrebbe educare, comprende che le sue parole sono male spese; meno per il terzo canto, quello perciò rimasto lungo tempo inedito, in cui quel sorriso diventa ironico, anzi sarcastico, quando il Cordara sviluppa lungamente un punto, del quale nel sermone aveva appena toccato, riprendendo l' ingenuità di coloro che vanno a prendersi i numeri da qualche frate o monaca o eremita, e flagellando a sangue simili gaglioffi.

Digitized by Google

Ho creduto di riferire (1) questo rapidissimo confronto, perchè specie dall' ultimo rilievo potesse risultare, anche senza la lettura del sermone, come la satira cordariana in questa sua seconda produzione, pur senza rinunciare ad alcun bersaglio, si fosse già saputa contenere entro termini più prudenti.

Dalla sfuriata contro i Ficcanasi alla strigliata dei Cabalisti, il Cordara erasi certo mitigato e castigato. Il sermone *In fatuos numerorum divinatores* ha una misura; la misura che rispondeva, oltre tutto, alle esigenze dell' ambiente romano, ben diverso da quello anconitano, se non per spirito, certo per gusto.

Assistettero infatti alla sua prolusione la maggior parte degli uomini di Lettere, di cui non mancavano la Compagnia stessa e la città. Fra questi l' allora Custode dell' Arcadia, il Lorenzini, sotto il Custodiato del quale l'Arcadia stava per divenire sempre più il vero centro della vita letteraria e sociale d' Italia (2).

Il sermone piacque assai e fu caldamente applaudito. Ma, quel che più importa, il Lorenzini non meno ammirato degli altri del saggio che il Cordara aveva dato con essa del suo genio satirico, non si limitò all' applauso, ma volle dare al poeta la più tangibile prova del suo sentimento, facendogli pochi giorni dopo pervenire il diploma arcadico.

***

Tale distinzione dal Cordara conseguita inopinatamente e pur così meritamente — giova pur dirlo subito — non ebbe alcun seguito, nè per l' Accademia nè per lui, ad eccezione del fatto che molto più tardi tutti i suoi sermoni compariranno nella Raccolta d' Arcadia. E ciò si dovette soprattutto alle conseguenze del rumoroso episodio che poco di poi sarebbe accaduto, in occasione dei suoi *De tota graeculorum huius aetatis literatura* (3).

Due anni dopo infatti egli era a Macerata, ad insegnarvi filosofia. Il caso aveva portato che dei dintorni di Macerata fosse

(1) *Op. Cit.* pp. XXV-XXVIII.

(2) E. Portal, *Op. Cit.* p. 13.

(3) Sull' episodio e sui Sermoni vi è ormai tutta una letteratura. V. A. Faggiotto, *I sermoni di L. Settano e la polemica fiorentina.* Venezia, Ferrari, 1920.

Digitized by Google

nativo quel Domenico Lazzarini, allora professore all' Università di Padova, il quale si era dato con altri, intorno a quel tempo, a discutere e combattere gli autori e i metodi in voga presso le scuole gesuitiche. Non era questo che un particolare della lotta che da tempo ormai si andava ingaggiando contro i Gesuiti.

Le novità, le correnti nuove, s' ispirino esse a intendimenti buoni o cattivi, hanno sempre la sventura di lusingar molta gente che da esse, e da esse soltanto, può sperare la propria fortuna. Onde doveva accadere che anche la lotta contro la scuola gesuitica, dovesse esser condotta a Macerata ed altrove, da campioni, con metodi e con programmi tutt' altro che serii.

Al Cordara, della tempra che noi l' abbian conosciuto, e che aveva bisogno di sgranchirsi la mente, costretta giornalmente al penoso dovere di un insegnamento sgradito, non poteva presentarsi situazione più tentatrice. Il poeta d' altronde non poteva dimenticarsi di essere gesuita, non poteva non sentire il debito di difendere l' onore della bandiera che aveva seguito deliberatamente. Corse alle armi e combattè una battaglia sociale sì, ma innanzi tutto per la sua Società, contro un bersaglio più concreto, più ristretto, più vicino, con risultati più precisi, più pieni, più sanguinosi, e, poichè necessariamente non decisivi, più proprî a provocare lo spirito di rivalsa..... e non con le armi della satira soltanto.

Se il Cordara non fosse stato gesuita, ancor che avesse colpito con egual maestria e con lo stesso animo, non ne sarebbe forse seguito niente. Ma allora egli non avrebbe sentito il bisogno di celarsi sotto un pseudomimo, che fece lavorare le accese fantasie degli avversari a Macerata e più che a Macerata altrove, specie in Toscana e a Firenze, dove la battaglia aveva già avuto un precedente e dove l' attrito era maggiore (1).

In Firenze, a cui il Cordara non aveva manco pensato, il risentimento fu più vivo, e aprì una via al suo sfogo, anche attraverso le aderenze che si potevano avere in quel momento con la Curia Romana, pontificando un Corsini. Clemente XII infatti non seppe rifiutarsi alla opportunità di dare una soddisfazione ai colpiti, mettendo all' indice il bel latino di L. Settano,

(1) V. P. Bilancini, *Op. cit.* p. 9.

Digitized by Google

in cui s' era erroneamente creduto di ravvisare la penna del P. Venturi.

E in realtà il mare dovette esser grosso, se il Generale della Compagnia, la quale era pur tuttavia potente e ben lungi dal pensare a quello che fra poco più che un trentennio — eravamo nel 1738 — sarebbe stato per accaderle, chiamò il Cordara e gli intimò il silenzio a qualunque costo. Che cosa ne abbia sofferto il Cordara, poeta, basta a dimostrarlo il fatto che egli fu lì lì per rinunciare anche alla qualità di gesuita; il che è tanto più facile ad ammettersi quando si ricordi che si era fatto gesuita anche per la possibilità di meglio comparire.

Ma il Cordara stesso accontentandosi dell' elogio al suo talento, col quale il Generale della Compagnia accompagnò l' intimazione di non andar più oltre, ed ammettendo come gesuita l' opportunità tattica del silenzio impostogli, onde si ridusse da ultimo all' obbedienza, non previde certo quel che gli stava per accadere.

L' ordine fattogli poteva bastare infatti per quella evenienza; ma per l' avvenire doveva provvedere a mettere al sicuro la Compagnia da ogni pericolo che le potesse derivare dalla penna maestra di un così aggressivo soggetto, la giusta estimazione delle sue doti di latinista, se non l' accorgimento dei suoi Superiori; onde il Cordara fu incaricato di continuare la storia della Compagnia, la cui redazione era rimasta sospesa trent' anni prima colla morte dell' Iuvenci.

" Accipiendum mihi munus gravissimum fuit, mutanda domus, nova vita atque studiorum ratio instituenda „ (1). Sono parole sue. L' opera infatti, per la sua vastità e per la gravità era tale da dover assorbire il meglio della sua attività; distogliere la sua attenzione dal presente per proiettarla nel passato; costringerlo alla analisi diligente, alla ponderata ricostruzione dei fatti, e a

(1) *Commentarii*, libr. IV, in fine. Sulla gravità dell' incarico il Cordara ritorna ampliamente al principio del libro seguente. Lo dice ancora " operosum, difficile, implexum, nec sine magno labore ac contentione mentis assidua obeundum „. E soggiunge: " Ab ipso officii aditu facile intellexi me totum deinceps in legendo, commentando scribendoque esse oportere; utque festinarem, vitam me citius defecturam, quam legendi, commentandi scribendique materiam „.

Digitized by Google

dominare il suo sentimento, dosandone l' espressione, egli nato per inseguire in libertà i fantasmi del suo pensiero e per abbandonarsi agli impulsi dell' estro.

Così il poeta satirico, che l' uggia di un domestico aveva messo in Ancona all' onor del mondo, che alla sua seconda prova aveva meritato l' onore di sedere in Arcadia, che col terzo suo saggio aveva messo, in mezza Italia, tutto il mondo letterario in subbuglio, e che libero di sè e scevro di preoccupazioni, a così dire, domestiche, avrebbe certo potuto continuare magistralmente per la sua via, a castigare il malcostume del suo secolo, fu distolto dalla sua opera.

Il Cordara storico, pur grande come scrittore, non avrebbe potuto valere il Cordara poeta e poeta satirico. Come ogni natura di prima impressione, egli era fatto per sentire, più potentemente della storia, la vita vissuta. Lo dimostra la stessa parte che egli ebbe nella difesa della Compagnia fino al giorno della sua soppressione.

Non saprei dire con certezza che egli abbia avuto mai precisa nozione della deviazione subita. La Compagnia non mancò di dargli soddisfazioni che gli potessero impedire di accorgersene. Come tutti gli uomini anch' egli forse potè essere indotto a valutare il successo della sua vita e ad accontentarsene, dalle soddisfazioni che il suo amor proprio potè egualmente conseguire.

Per tali ragioni adunque, come ho già affermato, l' ingresso del Cordara in Arcadia, nel momento in cui essa avrebbe potuto più efficacemente sostenere la sua missione sociale, non ebbe alcun seguito. Solo a gran distanza di tempo, quando ormai, soppressa la Compagnia, egli si sarà ritirato a vita secolare nel nativo Piemonte, ci è dato cogliere una debolissima eco dell' avvenimento.

L' Abate Cancellieri, che il nostro aveva sempre beneficato della sua amicizia e che non sempre avrebbe poi mostrato da parte sua di averla ben meritata, essendo rimasto a Roma anche dopo la soppressione, gli andava fornendo regolarmente notizie dei principali avvenimenti romani. Le lettere del Cancellieri andarono, per suo stesso desiderio, distrutte. Ma io ho potuto rintracciare le risposte che gliene era andato facendo il Cordara, e

Digitized by Google

le ho pubblicate con gli estratti dei *Commentarii de suis* fin dal 1912.

Nella primavera del 1776 era capitata in Roma col principe Gonzaga di Castiglione, ad emulare la gloria del Bernardino Perfetti, la poetessa extemporanea Maddalena Morelli, accolta in Arcadia col nome di Corilla Olimpica. Sul valor di costei gli animi erano divisi, e si erano venuti accendendo oltre misura allorchè s' era trattato di incoronarla in Campidoglio.

Il Cancellieri parteggiava calorosamente per gli oppositori e ne scrisse al Cordara certo sul tono stesso con cui contemporaneamente ne scriveva al Tiraboschi (1).

Il Cordara era allora tutto intento a procurare la stampa del suo poemetto " *Il Fodero* „ (2), che il Cancellieri si era fatto mandare promettendogli di occuparsene; e sperava che l' editore potesse esserne il Pizzi, allora Custode dell' Arcadia. Si può dire che da principio, della Corilla e del Pizzi che ne aveva promosso l' incoronazione, egli non fosse disposto ad occuparsi che quel tanto che potesse non guastare il suo progetto. Le sue parole sono quindi in un primo tempo molto generiche: " Ricevo in questo punto il discorso sopra la Corilla e vi ringrazio „ (3); " Ricevo in questo punto il vostro plico colle molte graziose notizie intorno a Pizzi „ (4). Ma è certo che la faccenda non gli andava a genio. La diceva una commedia curiosa, più che bella. Del resto della Corilla poco gli importava, pur comprendendo le smanie del Pizzi, il quale — prevedeva — finalmente a dispetto di tutti avrebbe trionfato, come in ultimo avvenne (5).

In fatti quando parve che le cose volgessero a male per la Corilla e l' incoronazione fosse tramontata: " Vedo — scriveva — con singolare piacere che il Papa abbia sdegnato di sentirsi parlare della Corilla, poichè infatti non gli faceva onore il dirsi

(1) Di questa corrispondenza Cancellieri-Tiraboschi, che io possiedo in copia ms. ho riferito lo scorso Aprile in una comunicazione al Congresso di Studi Romani, la cui pubblicazioue è in corso.

(2) V. G. ALBERTOTTI, *La fortuna del " Fodero „ di G. Cesare Cordara*. Venezia, Ferrari, 1926.

(3) Lett. LXXXVII.

(4) Lett. LXXXVIII.

(5) Lett. LXXXIX e XC.

Digitized by Google

che egli fosse impiegato per la di lei incoronazione „. Restava tuttavia della sua opinione sul risultato finale. " Compatisco — egli diceva — il Pizzi, ma pure io son d'avviso che saprà cavarsi d'affare, e forse n'uscirà con onore. Ad ogni modo sarà sempre una gran gloria per lui d'aver dominato e lucrato in Arcadia più di tutti i suoi predecessori, benchè di tutti il più debole, nè certamente paragonabile ai Crescimbeni, ai Lorenzini, e nè meno al Morei, che pur sapeva più che mediocremente il latino „ (1).

A incoronazione avvenuta, il Cancellieri avrebbe voluto che egli intervenisse, sia pure in ritardo, per deplorarla e continuava a mandargli materiale per la bisogna. " Per quanto io goda di saper queste cose — egli rispondeva — sono ben lontano dal prendervi parte, e molto più dallo scriverne „ (2). Non vedeva che gliene convenisse e d'altronde attendeva allora alla composizione dei suoi *Commentarii* ed era già avanti col lavoro.

Ma il suo ultimo accenno epistolare all'avvenimento può offrire finalmente il destro ad un particolare rilievo: " La coronazione della Corilla — scriveva — sebben fatta senza tante solennità, sarà sempre un gran pregio per lei e un gran trionfo di Pizzi. A parlarvi però con la mia solita ingenuità, mi dispiace che voi figuriate tanto in queste brighe di partito, non essendo ancora in istato di non dover temere degli avversari, per quanto siano pochi e di poco credito. Oltre di che per far del male tutti son buoni e quando ancora fosse già assicurata la vostra fortuna, non dovreste cercare di farvi dei nemici „ (3).

Non è forse lecito cogliere in queste ultime parole il riflesso, anche se inconsapevole, di quella esperienza che egli aveva fatto un quarantennio innanzi, quando non aveva saputo resistere alla tentazione di applicare il suo genio poetico ad una polemica di parte, precludendosi così la via a secondarlo più oltre per riuscire a quella satira sociale, che dopo i suoi due primi saggi gli aveva aperto le porte dell'Arcadia?

Ho detto, incominciando, che tale ingresso all'Arcadia non

(1) Lett. XCIV.
(2) Lett. XCVII.
(3) Lett. C.

Digitized by Google

voleva essere preso soltanto alla stregua di un episodio che potesse servire, al più, a mettere in evidenza il suo merito e la sua fortuna letteraria; ma che doveva essere considerato come una delle tante vicende che mai non avrebbero arricchito la vita del nostro, se egli non fosse stato spirito difforme da quello del suo tempo, perchè ad esso superiore.

Ciò non toglie che io possa sperare di aver giustificato anche quanto su quel suo merito e su quella sua fortuna ho creduto di poter affermare. Egli era nato poeta, e l'Arcadia gliene aveva dato pieno attestato. La Compagnia, deliberatamente o no, spezzò il suo estro e ne volle uno storico. Posso aggiungere che egli subì questa trasformazione come aveva prima subito l'arbitraria assegnazione allo stato ecclesiastico. Ma che anche come storico, egli non potè rinnegare la sua natura, il che, per ironia delle cose, gli sarà poi imputato a difetto (1); e, soprattutto, non perdette mai la sua fiera indipendenza di giudizio, saldata alla coscienza della sua personalità, come lo prova il suo atteggiamento dopo la soppressione della Compagnia, che potè sembrare a taluno troppo stranamente originale e perfino sconoscente (2), mentre fu la più schietta e ingenua rivendicazione di una forte individualità. Solo le patrie Lettere devono lamentare, senza fargliene colpa, di non aver potuto fruire più lungamente dello spettacolo di un sì potente arciere, della forza del vecchio Alceste, i cui pur conti strali, scagliati nel pieno aere del secolo XVIII, andarono più lontano che mai si pensasse, per esser raccolti e nuovamente scoccati nel secolo XIX (3).

(1) V. G. Rosa S. J., *Giulio Cesare Cordara nella sua vita e nelle sue lettere*, in " Civiltà Cattolica „ del 15 Novembre 1913; Alessandro Monti S. J., *La Compagnia di Gesù nel territorio della Provincia Torinese*. Chieri, Ghirardi, 1915. Vol. II, Cap. XXVII, 1° *P. G. Cesare Cordara*.

(2) *Ibidem*.

(3) A. Borgognoni, *Giuseppe Parini*, " *Il Giorno* „. Verona 1892, pag. 21.

Digitized by Google

APPENDICE (*)

In rerum alienarum inspectores vulgo Ficcanasi

Nunquam pacatos coelebs mihi culcitra somnos
Sufficiet, tota nec stertam nare, quoad non
Invisos speculatores detruserit orco
Jupiter, aut alius certe Deus. Hoc fore tandem
Auguror; ipsa etiam quando penetralia coeli
Ecfrontes adeunt, solidoque fores adamante
Non obstant satis inquirentibus omnia, quin se
Committant furtim superum in conclavia, quaque
Parte Poli ambrosiam concoctam Iupiter alvo
Deponat, qua parte Venus, qua Cynthia mingat,
Observent: fatui tanta est pelulantia nasi.
Ah pereat, Superi, suspensaque de trabe terna
Pabula det corvis gens impia, nata nocere,
Insontesque animas ad tetram ducere restim.
Nam quis nigrantem non malit cernere vultum
Inferni Jovis, & ternos audire latratus
Custodis, quam ferre oculos censoris iniqui
Assidue vigiles, atque in statione manentes,
Quosque sibi vellet, cornuta fronte puellam
Cum servaret Aristorides? O tempora prisca
Saturni! o frustra invidiosa Nepotibus aetas!
Cum neque murorum norant communia septa
Mortales, nec continuatos rite Penates,

(*) Pubblico in appendice il testo dei due sermoni, contro i Ficcanasi e contro i Cabalisti, per maggiore comodità degli studiosi che volessero rendersi direttamente conto del valore anche di questi primi saggi di satira cordariana. Entrambi sono tratti dalla già citata edizione veneta, ommesse le note.

Digitized by Google

Caeca quibus lectum monstraret rima jugalem
Finitimo. Crudis habitabant cautibus illi,
Unusquisque sui quaesitor, & arbiter, & Rex;
Nec cum ructandas decerperet ilice glandes
Horridulus senior, plenas rubicundaque conjux
Praeberet mammas natis poscentibus, aut cum
Filia vicino succinta rediret agello,
Qui crisparet, erat, secreto in cespite nasum,
Igne calens coeco, & furtim connubia captans.
Nec metuebat enim venatu fessa Diana
Virgineos nudare sinus in margine fontis,
Abluere & niveos, secura Actaeonis, artus.
Quid sit " Libertas „ soli agnovere Priores;
Nam simul urbanos odiosa decempeda muros
Metiri, & sanctis seps advigilare mariscis
Caepit, & innumeros conductus pascere furnus,
Protinus insonuit censoris virga severi,
Ausa Senatorum leges indicere mensis,
Et caenam Evandri Domino taxare palato.
Nec timuit latos clavos, ac Patriciorum
Atria, dimidiis atavis, tritavisque verenda,
Concutere, ingentem si non aequaret honestas
Fortunam, si frons non castigata pudore,
Si non candidior tunica mens, purius aede
Ingenium, si Socratici non denique mores.
Debuit hoc forsan, nam coeca licentia vulgi
Astra minus, currumque Jovis, sanctumque bidental,
Quam torvam effigiem formidat, & ipsa Catonis
Lumina, praesertim cum possit dicere: Quo tu
Carnoso hoc utero? macro descende caballo
Ilicet, aut cera scriberis caerite; durum,
Sed tamen expediens, nec iniqua mente ferendum,
Fabricio saltem, & Curio peccare timenti.
At nunc o utinam Censoris jnra valerent
Legitimi! Praesens versa omnia protulit aetas.
Namque ubi sunt, oro, quos facta aliena notare
Lex jubet, & sontes rigida compescere virga?
Lippi omnes; seu quod nolunt macrescere, seu quod

Digitized by Google

Aspexisse timent, quod castigare laborent.
Inde etiam toto nitidissimus oscitat anno
Ventidius, nitidamque cutim cum sesquipedali
Curat aqualiculo, quid tota Paroecia peccet
Securus, quid agat cum molli Naevia Barro,
Sola domi, vicumque terat cur spissa juventus.
Nec nisi cum Sanctae Hebdomadae venere calendae,
Et minimi prostant Haleculae, & ova Siluri
Rancidula, optatam, Lanio reserante, tabernam
Huc illuc tunicatus abit, lustralibus undis
Expurgare domos, ovisque indicere bellum.
At gliscit contra seges importuna virorum,
Quos privatus amor, rabiesque insana perurit,
Alterius penetrare domos, & facta videre
Non sua, tamque oculis ea contemplantur acutis,
Quam non aut Jovis Armiger, aut Epidaurius anguis.
Quoque magis doleo, quibus est nec vinea, nec lar,
Parcitur; ingenui petimur, nasumque procacem
Non fugimus; septem non observata maritos
Quotidie lassat turpis meretricula: virgo
Quod tetigit cristata marem semel, aut iterum, non
Delituisse potest; digito monstratur acuto
Turgidulus venter; vitiati signa pudoris
Nec satis occultant sinuoso syrmate vestes,
Et doctus praegnantem uterum defendere turbo.
Multa quidem passim occurrunt carbone notanda,
Ipsi quae possint lippi, negrique videre
Tyrones, quanquam multus tegat ora galerus.
Res est trita nimis, fabellis addere divos
Quintilium, tabulasque superstitiosa vocare
Nomina, & irati ridere tonitrua coeli:
Graecari Cithisum, frustra poscente puella
Jam grandi dotem, fundosque vorare paternos,
Atque una totum populari lance macellum:
Umbricium contra, quamvis pede jam premat uno
Cocyti cymbam, congestis addere acervis
Divitias quascumque potest, & parcere capsis,
Ut sacris, locuples nimirum ut rideat haeres,

Digitized by Google

Cui non auditum? Mimi, lanii, cerdones,
Nedum tonsores, calabri perjuria Rulli
Noverunt, podagramque Titi de fornice olentem,
Quasque inimicitias habeant de virgine Crispus,
Et Labeo, malesani ambo, cerebrique minores.
Publica cum sint haec, nollem tamen ipsa videre,
Praetendoque manum fronti, cum forte Cuminus
Transilit, aurato impellens temone popellum,
Quem nuper madidum vidi mordere lupinum
In triviis, digitisque impexos scalpere crines;
Atque idem exopto ceras Ithacensis Ulyssei,
Cum Petus obscoeno ructatur foeda palato
Verba, verecundas facturas rubescere moechas.
Illos deinde feram, rictu qui cuncta canino
Scrutantur, secreta licet, cursantque per omnes
Vicosque, plateasque, mala prurigine nasi,
Stercoraque olfaciunt, & sorde morantur in omni,
Lictorum similes, dubiam cum forte tabernam
Certatim excutiunt, & tela ligustica quaerunt,
Aut non legitimo percussa numismata proelo?
Me teneat potius promissi creditor aeris,
Indicatque diem coram Praetore, minasque,
Ni reddam, adjiciat, virgas, ergastula, furcam;
Scilicet audebo minus expallescere, quam si
Occupet incautum, atque oculis distringat apertis
Alpha inspectorum Codrus, durissimus, ecfrons,
Infestus, nostrique lues scabiosa cadurci.
Nam postquam limis me designavit ad itum
Luminibus, costisque haesit venaticus Umber,
Ex illo innocuos nec crudo pectore ructus
Mittere, nec toto fas mihi pedere lumbo;
Nempe adstat, graveolentem animam captatque supinus,
Et nasum hesternae cepae corrugat odore;
Quin mihi, quod dominae faciunt ante ora catelli,
Non licet abstrusa in cella; nam vix bene turpi
Consedi in cathedra, ventremque lacessere coepi
Cunctantem, importunus adest: Absiste parumper,
Exclamare libet, sed frustra: Irrumpit apertis

Digitized by Google

Postibus, & mediis in faucibus excrementum
Suffocare jubet, miseras & perdere braccas.
Post etiam fidum sese ultro jactat amicum,
Et Libertatis, quam puta Insubria laudat,
Cultorem: valeant mihi vero semper amici,
Quos latrina facit, spurcique licentia ventris.
Quantumvis sit amor, longeque domesticus usus,
Non ausim cuiquam sanctum mactare pudorem;
Ipse nec Aeneas, quamvis communia haberet
Omnia, dilecto coram mingebat Achate,
Nec Pyladi monstrasse nates memoratur Orestes.
Tu ne etiam blandi titulum, geniumque sodalis
Affectas Ovidj, nostram qui admissus in aedem,
Undique pervolitas, veluti fanaticus erro,
Quem rapit, & stimulis domat iracunda Diana?
Nec tantum pelves, & olentem caulibus ollam,
Sed lasanum quoque odoraris, crassamque matellam
Sollicitus, quin & pluteos, & scrinia vexas;
Nec dubitas interdum oculis occidere chartas,
Quas Beneventanus vetuit contingere Praesul,
Non secus ac loculos? I, scabro consule mento,
Debueras tenero quas discere ab ungue rubricas.
Tu ne etiam Ulpidi, qui arrectis cominus adstas
Auriculis, puero dum quiddam pronus in aurem
Demitto, frustra in laxa luctaris aluta,
Et Ligulam insontem crucias; nec vero tabellam
Deprompsisse juvat, vultuque haerere minaci,
Ceu Regum causas tibi grandis epistola narret:
Verba miser captas facili pereuntia labro,
Jamdudum video: sed jam hinc te corripe, sodes;
Aut male dum quaeris, quae te nil scire necesse est,
Cogeris, minime quaevis, audire, & acutum
Dum trudis quocumque caput, jam Gammarus esse
Incipies, verso retrorsum repere tergo,
Quem didicisse ferunt, causam cum forte alienam
Pertentans, retulit pulsatum fuste cerebrum.
Sunt etiam scutica digni haud fortasse minore,
Qui nasum involvunt, falso pietatis amictu,

Digitized by Google

Praetenduntque Deos, ut janua nulla repellat
Intrantes, liceatque adyto recipi interiore,
Et matronales jugulare impune cathedras.
Hoc habet in primis quidam Fraterculus Umber,
Cujus habent censuram, & nomen opuscula centum
Protinus a libri titulo, frontemque sub ipsam.
Quid, quaeso, est vafro tecum, Telesina, crabroni,
Quod facit assiduum circumvolitare? Nec illi
Est certe facies, possit quae visa placere,
Immo etiam terret pueros, si forte per umbram
Occurrit, possetque vices subiisse Priapi,
Et praedatrices hortis arcere columbas
Horribili forma, & septemplice bardocucullo.
Quale & deinde Genus? Retinet vestigia marrae
Obdurata manus, patrioque senescat agello
Nunc etiam, immondosve greges ad pasqua cogat,
Culcitra ni faceret venerandum sacra. Quid ergo est?
Caelicolum vultus, & vestem Matris Iberae
Dat timido nivisse labro; Tum consilia imo
Instillat condenda sinu, quae nectare multo
Diluit, ut blande subeant, placeantque medendo.
Heu, inquit, Telesina, tuae me cura salutis
Lancinat assidue, ut vellem te assurgere coelo
Virtutum per iter, mediisque locare Deorum
Ordinibus vultum hunc, quo tantum adcedis ad illos.
Nam quid profuerit media duo sidera fronte,
Et roseas habuisse genas, & eburnea colla,
Ac titulo gaudere Deas, dum vesceris aura,
Pars melior si forte tui, quem Numina casum
Avertant, Diten, caligantesque videret
Eumenidum thalamos, inamaenaque regna dolentum?
Idcirco sapiens dirae contagia culpae
Effuge, sitque prior sancti tibi cura pudoris.
Prostituant aliae, niveas tu stringe papillas;
Sint niveae quamvis, urunt, mihi crede, videndo,
Immundisque fidem servat nix ista favillis.
Praeterea cautas coxis superindue braccas,
Ne subeat patulos titillans aura sub orbes:

Digitized by Google

Quin catulos, felesque mares tetigisse caveto,
Serpit enim damnosa lues; nec abiveris illac,
Nuda ubi marmoreus monstrat praeputia Castor;
Nam facit invitas etiam prurire puellas.
His super exiguum de lubricitate Juventae
Depromit manica librum, quem pollice versas
Quotidie, tacito resides dum sola cubili,
Additur et teneris aptanda catenula lumbis,
Grande pudicitiae columen, caestique mariti.
Incidit interea sermo de conjuge. Multum,
Inquit maestus homo est; immo truculentior hydro,
Difficilis, querulus, nullo sibi tempore constans.
Ah quoties mallem crispis albescere vittis
Parthenio in caetu, nullos experta hymenaeos,
Quam tali nupsisse viro; mera jurgia semper
Intonat; aut tardum dictis castigat ephebum,
Aut miserum impacto denasat mentore vernam:
Caetera si desint, canibus committere feles
Gaudeat, insanum prorsus Corybanta putares.
Splendidus est tamen, & multum diversus avo, qui,
Ut fama est, ungues resecans fragmenta perire
Non sinit: Illudisne Pater? Minus arida pumex:
Dicant natorum scapulae, queis trita lacerna,
Et justo brevior, quartum jam ferre Decembrem
Cogitur: ancillae dicant, famulique, calendae
Queis rediere decem frustra, totidem redituraе,
Menstrua ni subigat stipendia solvere lictor,
Inquirens patinas, & vasa rigentia signis.
Haec, & plura libens effutis digna taceri,
Quaeque, reor, furvo coram tortore negare
Impavido auderes vultu: Fruitur veterator
Simplicitate tua, & graphice succedere technam
Gaudet, & in lucro, quod sis tam credula, ponit.
Scis hoc, & stomacho sorbes opprobria surdo,
Deque tuo duplicem pateris videre cucullum
Matrona? Excute te, & culcitriferum balatronem,
Vervecem bipedem, nasutum cercopithecum
Mitte procul: cunctaris adhuc? Quid praestat in aula

Digitized by Google

Servorum phalerata cohors? dic calcibus illum
Ocius incursent, pugnisque probe saturatum
Praecipiti faciant anabathra retexere saltu.
Sed furit ecce Lupus, totamque pererrat anhelus
Flaminiam, veluti cum circumstantia rupit
Clathra Leo, aut funem excussit cervice Molossus.
Sis salvus Lupe: quo tantum mihi praepes? Abivit
Galla domo nuper, cum nec de more praeiret
Vernula, vixque citam sequeretur anicula nutrix:
Hac,puto, flexit iter; sed nulla hinc Galla videtur;
Certe illam venti, aut lemures egere volantem;
Inveniam tamen. Hoc est quod baccharis? At unde
Iste tibi labor insanus? Quid pertinet ad te
De Galla? Est tibi cognata, aut soror? Haud mihi quidquam;
Attamen abrumpor, nisi quas perrexit in aedes
Actutum sciero. Pronum est mihi dicere, quod vis;
Dicam etiam, ne te maceres sine fruge, libenter.
Illam ego, secretos calles ut forte terebam,
Quos habitant curti Judaei, cum Salomone
Nescio quo vidi rixantem, ac multa querentem
Veste super vetula: Quid postea? Jamne beatus
Es Lupe? Nunc videor mihi respirare, neque ultra
Scire volo, grates habeo, jubeoque valere.
Huc tantisper ades, si quid cessare potes, nam
Te paucis volo, quae possint audita juvare.
Ecquid te palpas, & das tibi inania verba,
Mi Lupe? Tu quid agant Gallae, Pollaeque laboras?
Tu potes offendi, quod pendet Aranea tigno
Finitimi, & sordent conspersi pulvere muri,
Cum tua semodius scobis occupet atria, nunquam
Talares patiens transire impune lacernas?
Nunc age; quandoquidem nemo est hic arbiter, audi,
Si pateris, quae de te paucis ante diebus
Nescio quis cerebrosus ait, cum plurima circum
Plauderet; & laxos agitaret turba cachinnos,
Certe, inquit, Lupus iste brevi trudetur, ubi ingens
Porticus ebullit capitum vertigine centum,
Mortuaque incursat dementes bucula vivos.

Digitized by Google

Num salis unciola est illi, qui negligit alvi
Supplicia, & justa solo pro pane querelas,
Albicet ut purae modio conspersa farinae
Caesaries, crassoque pedes, saturentur amomo?
Cumque domi sit curta penus, cicerisque catillus
Fictilis, & sectum macra cum conjuge porrum,
Non bene jejuni redimant suspiria ventris,
Se gerit externe pro Lydo Rege, Mydaque,
Cujus habet tantum auriculas? Quid galbana prosunt,
Asperaque argento tyrianthina, quique minore
Scintillat digito longe spectandus Jaspis,
Si turbas agit interea, mordetque medullas
Intestina fames, & hianti prominet ore,
Rarus & in vacua suspirat pixide nummus?
Desipit ille parum, qui Reges, atque Tetrarchas
Computat inter avos, & nomina magna Parentum
Usque crepat? Quasi non metuentem Sabbatha Judam,
Unde genus ducit, possit meminisse, virilem
Assumpsit quicumque togam, &, si coetera desint,
Ipsa illum facies recutito de patre natum
Non satis accuset, tumidique redarguat oris
Ampullas? At eum Proculejus amat, populares
Qui rumpit cuneos, densa stipante sarissa,
Alter & a summo moderatur Principe Romam.
Credo equidem, bibulae nam sedulus ingerit auri
Sermones Procerum, & quidquid catus audiit, ingens
Coetus ubi juvenum Odrysios siccare culullos
Convenit, & calidum dictis condire cacaum,
Forsan honoratas & decurtare lacernas;
Adde quod assiduus meritoria basia figit
Postibus, & dubiis etiam lucentibus astris,
Horridus accedit Domino portare salutem;
Nec dubitat scaphium, aut olidam praebere matellam,
Si petat, & vitreum Lotii laudare colorem,
Ipsos quin etiam crepitus quasi curvus adorat,
Denique mancipium quod nollet ferre, libens, &
Gratis ille facit: felix, si mucida salsi
Frusta suis liceat, panem & mordere caninum,

Digitized by Google

Et vappam de fumosa sorbere lagena,
Dum discumbit herus, dapibusque epulator opimis.
Atque hunc cum referat fructum miser officiorum,
Semper habet tumidas Proculeij nomine buccas:
Me Proculejus amat, me gestat in ore, sinuque,
Quotidie secum vult me discumbere, quamvis
Invitum: quae deinde dapes, quae vina, quis ordo
Rerum, quam faciles domini super omnia vultus?
Sic animos vulgi fuco perstringit inani,
Vindicat & magnam sibi per mendacia famam.
Haec, & plura vetat quae reverentia fari,
Conventu in medio, quisquis fuit ille, serebat,
Falsa reor, sed quae possint vel falsa fricare
Sinciput, & verum faciant vulgata ruborem.
At quorsum haec? Tecum ut suescas habitare, tuamque
Intra pelliculam te continuisse pudenter.
Nam si tantus amor cordi est, per stercora semper
Foeda volutari, ut putres faciunt scarabaei,
Atque haec cura placet; non tot quin plura penes te
Invenies, totum possis ubi mergere nasum,
Lautaque porcino praebere alimenta furori.
Sin mavis aliena, sequi; fiet, tua rursus
Ut quaerant illi, naso quos pungis acuto,
Et te metiri cubito doceantur eodem.
Vive tibi: nulla est major sapientia, quam se
Noscere, resque suas, & justa pendere lance.
Non ego propterea patrio te cedere tecto
Praecipio, & nigro caput angustare cucullo,
Horridaque urbanis praeferre silentia rebus.
Urbe potest media sapiens sibi vivere tantum;
Nec tamen, occurrunt acri si digna cachino,
Labra tenet, dubitatque omnes ostendere dentes,
Democriti similis; nec deficit humor ocellis,
Cum ploranda videt, fitque Heraclitus; at idem
Protinus ex aliis obtutum retrahit ad se,
Et sua ab alterius factis componere discit.
Dum loquor, & toto largus pulmone calesco,
Jamque illum spero mentem abjecisse priorem,

Digitized by Google

Mutatique fidem faciunt suspiria cordis;
Effugit extemplo vico digressus opaco,
Argutasque agitat soleas per saxa Trasillus.
Ille quidem multo perfusus tempora cosmo,
Ut solet, & comptus quantum vix foemina posset;
Gibbus at insolitus sub procurrente lacerto,
Cautaque dimitio circumdata penula naso,
Ipse adeo incessus, quiddam suo veste latere
Argumenta dabat. Nulla est mora: plura volentem
Dicere me Lupus in medio sermone relinquit,
Et, quod jurato vix possem credere testi,
Advolat impavidus naso jugolare Trasillum,
Audet & a summo segetem diducere lymbo,
Quo detecta patent udo pendentia junco
Viscera, vervecisque jecur, raphanique pusilli,
Et cinarae, sed jam barba graviore rigentes,
Infelix epulum, atque uno minus asse coemptum,
Templum ingens oculo qua coelum respicit uno.
Tum vero juveni, stimulos acuente pudore,
Bile jecur subita intumuit, nec continuit se,
Protinus in faciem quin prandia tota volerent
Duri inspectoris, putrique nitesceret hirco
Perlita frons, tetro & nasos terreret odore.
Usque adeo sedet ulcus, & insanabilis alto
Corde furor, vincitque manus, artemque medentum
Pharmaca nulla juvant, quamvis exotica; non quae
Vulnus adulantur lenti dulcedine succi,
Non ea, quae rigidos faciunt collidere dentes
Mordaci sale, & innocuum mordere labellum.
Quin si conspirent laesum medicare cerebrum
Quotquot agonali vendit ceromata circo.
Institor astutus, cum circum pulpita vulgus
Densum humeris statuas lusus miscere pusillas
Adstupet, aut doctam in medio saltare catellam,
Non redeat menti integritas, & pristina virtus:
Reste igitur res poscit agi, sanctoque capistro,
Ut tandem asserti grassante tyrannide cives
Respirare queant, & aperte vivere portis.

Digitized by Google

Quidni etiam fiat? Thyrrenos tundere mullos
Mittitur, incautas si quis castrare crumenas
Ausus, inauratas & clam corradere thecas,
Artis opus mirae: franguntur Transtiberinis
Brachia terribili trochlea, si forte, minaces
Dum torquent fundas, saxo gemuere volante
Esseda, queis fertur Lalage: livescit adulter
Verbere sub crebro, formidatoque notatus
Stygmate obit Romam pando male nixus asello:
Quodque Matho nollet, furca, tortaque piari
Cannabe posticam Venerem scatinia poscit,
Et pro diffracto franguntur podice fauces:
His erit impune, ad Tybrim qui saepe Quirites
Impellunt, totamque incestant cladibus urbem,
Obliquoque vetant malvas frondescere muro?
Funereas, i, junge trabes, tere guttura lictor,
Intestati abeant figulis augere patellas
Latrones diri; vexent Acheronta licebit,
Atque illa, si tantus amor, grassentur in aula.
Poscimus hoc omnes, vota haec sunt publica Romae,
Quam nimis heu dudum devotae insania gentis
Strangulat, & fatui damnosa licentia Nasi.

In fatuos numerorum divinatores vulgo Cabalistas

Nec tamen insani spernes deliria vulgi,
Philosophus, Rhetor, Vates, &, quod magis, Arcas
Pingui dives agro, septena & arundine clarus?
Crede mihi Lycida: Vana est sapientia, caecas
Velle per ambages, numerorum & vincula mille,
Ut tibi pro minimo Romana det Alea nummo
Aureolos plusquam centum. Quid poscis ab arte
Eventus rerum ambiguos, casusque futuros,
Quos prudens Deus involvit caligine densa,
Nulli scrutandos hominum, superumque? Age vero.
Syderibus forsan fatalia nomina reris
Scripta legi, quae te faciant inventa beatum,

Digitized by Google

Inde calendarum tabulas, totumque fatigas
Manfredum Claviumque, & quantum est Astronomorum;
Scilicet ut Triviae aetatem, mensemque, diemque
Concilies apte, numerusque boni ominis inde
Exeat. Hinc etiam laudas commercia coeli,
Nec piget interdum summo de vertice tecti
Horrere ad Lunam: Quaedam & sarraca Bootae
Balbutis, quasdamque Hyadas: Tum denique certo
Astrorum coetu invento, Siculo Geometra
Turpius exultas, dominatoremque diei
Nunc Martem, inde Jovem tauri inter cornua fingis,
Quos tibi nil dubitas suffragia laeta daturos,
O caput helleboro dignum! Quid habes nisi siccam
Hactenus a coelo tussim? Frustra vigilitas
Scinde miser chartas, Veneris vel trade marito.
Sydera si possent speratam reddere sortem,
Ecquid cessaret Burgundius, aut sibi deesset,
Ne tota excuteret coeli penetralia? At illi
Semesae blatis tabulae, vetus, ac prope claudus
Circinus, & rosa male totus pyxide quadrans,
Hoc dicunt, astris, vel non inscripta futuri
Ullis fata notis, vel sic inscripta fuisse,
Ut fugiant oculorum aciem semota, tubosque
Vel centum ulnarum. Solem quis dicere falsum
Audeat? Aeternis nimirum legibus annum
Temperat, & totum spatiis aequalibus orbem
Digerit. Ille inter brumas, & purpureum ver,
Inter & aestatem ac mustum confinia ponit
Debita, jam laxans, retrahens jam lora Phlegoni,
Stellatumque iterans sua per vestigia cursum.
Ille etiam toto dominatur in aethere, & omnem
Errantem turbam violento turbine secum
Torquet agens, terris variosque ostendere vultus
Imperat, & vario campos aspergere rore.
Hinc seu flava Ceres undas actura tumentes,
Seu magis immeritos sit deceptura colonos,
Sol tibi signa dabit. Disces quoque Sole magistro
Instantes pluvias, tempestatesque, gravesque

Digitized by Google

Ventorum rixas, & quae tibi cumque canebat
Tytirus, Ausonio leges cum dixit aratro.
Multumque intererit, talem praenoscere possis
Ut rerum seriem, Marti an jugatur amico,
Saturni an plumbo livescat nobile Sydus.
Sed quis, cui modo sit cerebri unciola, aut minimum cor,
Solem posse putet tacitis illapsibus urnae
Insinuare cavae, digitisque aptare tenellis
Sortilegi globulis de concursantibus unum,
Atque illum quem vis unum? Scio. Dixit in aurem
Astrologus; sed Agonali qui pulpita circo
Evehit, & fatuis mendacia splendida vendit,
Mille aliis dicturus idem, & meliora, minutum
Si dederint assem: Veterator scilicet effrons,
Qui res cuique suas, varia & discrimina pandit,
Sed vetulo morbos, juveni sed narrat amores.
Parce igitur vana vexare indagine coelum,
Si sapis, utque suos peragant sine libera cursus
Sydera, in hos usus nequaquam condita. Vis tu
Ventidius fieri, qui denos ante dies quam
Ducantur trepidae sortes, commercia vitat
Conjugis, & natos pene obliviscitur omnes,
Nec barbam radit, longos nec subsecat ungues,
Nec pectit crines, nec amicis dicit ave, nec
Est memor ipse sui? Sic totus in aethera migrat
Parte sui meliore, meris & vivit in astris,
Unde sibi duram mitescere postulat urnam.
At postquam optatae dudum fluxere calendae,
Et sors jejunum vacuumque ingrata reliquit,
Tristitiam furor, & nebulosa silentia clamor
Excipit; inclususque domi, ceu dira phrenesis
Quem rapit, aut stimulis domat iracunda Diana,
Cursitat huc illuc caperata fronte, fremensque,
Impiaque in superos, ignominiosaque verba
Saepius intorquens, jam natos fuste requirit,
Jam vetulum impacto denasat Mentore vernam,
Ludum execratur, fortunam, sydera, semet
Devovet: armigerum prorsus Corybanta putares.

Digitized by Google

Hoc ego non faciam. Sed quid mihi denique suades?
Somnia uti captem, faciunt quod aniculae & imi
Sutores caligarum? Ea vero insania tanto est
Foedior, aethereis quantum splendoribus umbrae
Cimmeriae, quantum cedit nox atra diei.
Somnia, abortivo praegnantibus edita partu
A tenebris, indigesti excrementa cerebri,
Vile genus muscarum, animae pedentis odores,
Vos ne animos torquere hominum, & suspendere vota,
Delphica ceu responsa? Insomnes ducere noctes,
Et totum alterno lumbo cruciare cadurcum,
Utilius meliusque foret. Discedite ad imas
Ocyus Eumenides, frondesque revisite vestras.
Quae vobis sit habenda fides, muliercula dicet
Plurima, quae nocte aurigis, puerisque fabrorum
Cantatur, lepidisque implet flabella querelis.
Sed Ciane ante omnes dicet, de faece Suburrae
Foemina, quae diram esuriem pulsura tumentes
Saepe locat mammas, & non sua pignora lactat.
Dormierat Ciane, quasdam & sibi visa videre
Gallinas, circum sobole stridente minuta,
Augurium experrecta capit, sortisque futurae
Indicium. Recolit solers capita omnia matrum,
Pullorumque alas omnes, & computat ungues.
Tum secum: En habeo numerum: Dii signa dederunt
Non dubitanda mihi: ni sperno signa, dabunt rem.
Sed nihil in loculis; & jam duo serica, primae
Sarcinulas taedae, torquem, & graciles armillas
Mons habet. In tota superest modo lectulus aede,
Mensulaque, & cum fictilibus brevis olla patellis.
Praeterea nihil est. Quid agat? Quartana Mariti
Consilium dedit. Utque diu inter lina jacebat,
Tanquam depositi, vestes clam pignorat omnes,
A soleis ad pileolum, braccasque minores:
Suffectura tamen, pro vili unctaque lacerna,
Intextam argento, si Diis placet, aut scutulatam,
Quae vice percellat grata nil tale putantem,
Ut quondam in sulcis Serrano oblata potestas.

Digitized by Google

Jamque aberat spatio lux quadragesima curto,
Qua Capitolinus persolvit foenora Pollux.
Emicat in pectus Cianae jecur: aurea jamque
Textilia & Batavo percussas pectine telas
Mente coquit tumida: sibi jam Matrona videtur,
Contractoque supercilio, colloque rigente,
Vix modo finitimas, veteresque salutat amicas,
Dimidio frangens verba imperiosa labello.
Atque subinde viro: Valeas mea vita: manet nos
Faustum aliquid: jam non clamabis oluscula raucus:
Novi ego: ne quaeras ultra, vivemus. At ille,
Seu spes hoc faceret, quae praesentissima saepe
Extremis medicina malis, sive altera virtus,
Convaluit citius, stratisque erumpere gestit
Ante diem. Hoc ipsum medicus probat: At bona conjux
Angitur: Heu palles etiam, boreaeque nocentes
Contristant coeli faciem: ne prodige vitam:
Sub tepido melius poteris centone latere.
Haec dicens, medico connivet, lumina torquens
Ignea. Dein quiddam accedens obmurmurat auri,
Suppetiasque rogat. Sed quis non protinus omnes
Monstraret dentes? Medicus dum ridet, eo plus
Vir metuens technam, poscit femoralia. Tandem,
Ne morer ulterius, rem totam ex ordine discit.
At non putidolo rem transigit ille cachinno.
Bile jecur subita intumuit, stimulosque pudore
Subjiciente novos: hoc est, hoc perfida, clamat,
Quod me palpabas dudum? pariterque misellae
Ploranti, frustraque etiam sperare jubenti,
Insilit, & querno commitigat ossa bacillo.
Non alium Cianae dederunt sua somnia quaestum,
Quae corio jam facta suo sapientior, illum
Saepe animo recolit baculum, neque somniat unquam.
Ast aliquis: mea non sunt somnia vana Quid ergo?
Demissae e coelo voces, & puta Deorum
Alloquia. O salvus mihi sis dignate Deorum
Alloquio, meliorque Numa, cui talia nunquam
Suasit Aricinis gaudens congressibus uxor.

Digitized by Google

Salve iterum, coelebs pretiosos culcitra ronchos
Cui fovet. Hi mores, pudor hic facit, hercule! dignum,
Cui totum in venas descendat & ilia Numen.
Unde tamen, quaeso, nosti de Numine? namque id
Scire aveo. Dicam. Vidi Capitolia, vidi
Densum humeris vulgus. Fulgebat pegmate in alto
Urna capax, alboque puer spectandus amictu
Ducebat sortes. Tum vox audita fragoris
Plusquam stentorei, horrendoque simillima bombo,
Hos iterare sonos: Duo, quatuor, octoginta.
Excitor hic, gallo somnum rumpente, sed haerent
Auditae voces animo, scalpuntque medullas.
Est ne aliud? Nihil est, sed quid vis praeterea, omen
Ut coeleste putem, certe & praesagia veri?
Mi certe numquam hoc poterit de mente revelli.
Non potuit somnus tam belle haec fingere. Cur non?
Si nihil est aliud vigili quod pectore verses,
Si, dum Persa ferox armis Babylona fatigat,
Dum Mauros compescit Iber, dum Sarmata poscit
Regem alium, studiis late scindentibus orbem,
It Romana tuis sermonibus alea tantum,
Occupat & totas numerosa tabernula buccas;
Securusque adeo gelida quid cursor ab Arcto
Afferat, hoc unum lentos agis inter amicos,
Mexica dum siccas udo carchesia labro:
Miraris post haec menti si multus oberrat
Tarpejus, dum nocte jaces, stertisque supinus?
Nempe quod assidue vigilans tractaveris, illud
Nocte solet tacita fallax obtrudere imago;
Legitimoque usu jam pene domestica cura
Sponte subit lectum, nulloque vocante recursat.
Fulmineam inde hastam recubans quatiebat Achilles,
Hirsutaque jacens Nemeei in pelle leonis,
Ad Lernam Alcides Erymantiaque arva redibat.
Rides? Perge igitur miseri praecepta poëtae
Spernere & emotae ludibria mentis, amica
Coelicolum portenta puta. Ridebimus & nos
Aere tuo, cum Romano perstrictus jambo,
Vexabis muscas, aut fies naenia lusco.

Digitized by Google

Altera pars hominum strigili asperiore fricanda
Restat adhuc, vanae ducti qui murmure famae,
Mercantur numeros ingenti auctore superbos.
Horum ego sincipiti ut parcam, qui somnia captant
Non sua? Non faciam. Nam quis non perdere nasum
Malit, & auriculas ambas, quam ferre furorem
Serpentem late, & grassantem impune per urbem?
Ergo quod hirsutus venerando de grege Doctor
Hos numeros dedit, aut crispis Virguncula vittis,
Aut qui retruso vitam traducit in antro
Barbiger aediculae custos, latro inclytus olim,
Accipis ut Coelo demissa ancilia? Non si
Alter Pytagoras, non si daret Oedipus alter.
Nempe quod est nusquam, latet aeque lyncas acutos,
Atque hebetes talpas, nec Davum objurgat Ulysses,
Nec melior sophus est terram fodiente bubulco.
Finge tamen prodire datos, Quid postea? Factum id
Consilio dices Chaldaeique arte magistri?
At quod saepe idem vano te lusit hiantem
Augurio, hoc nihili pendis? Facit unica vatem
Res comperta bonum, centum mendacia lippum
Non satis ostendunt? Magicam sed porrige chartam;
Nam fraus forte latet splendenti perlita fuco.
Quae, superi, ambages, & quanta sphinge peractae!
Solve precor nodos. Quid plurimus angulus? illae
Quid, rogo, lineolae poscunt miro ordine ductae?
Quid faciunt numeri circum in statione manentes?
Scilicet hoc illi addendum, &, si forte redundet,
Demendum toties, donec tibi calculus album
Expediat numerum. O rerum stupidissime! Nonne,
Si demas iterum atque addas, hac quemlibet arte
Conficias numerum, quaesiti nescius, & quem
Prae reliquis optes studio scrutatus inani?
Sic ergo falli gratum est aenigmate pulchro?
Eja oculos aperi, &, si sors tibi risit amica,
Caelicolis grates age sanius, & Patavino
Votivum argentum cum picta solve tabella.
Jam ne igitur possum pulmone calescere parco,

Digitized by Google

Cum fora, cum vicos omnes, madidasque tabernas
Fervere dissidiis, altercantesque Quirites
Pro cabalis video, posito & spondere paratos
Pignore? Geneva namque haec advecta: Sed istam
Hollandi multum laudant: Hanc littore in Anglo
Edidicit recutitus homo, qui tangit acu rem
Cum libet, & rapuit jam bis sextertia centum.
O bipedum pecus! O scutica dignissima terga!
Dicite, quid refert peregrino an littore solvant,
An magis in patria nascantur nugae? Adeone
Gratus odor pelagi, & quidquid terra extera gignit?
Nec satis illud erat, vestes quod praecipit urbi,
Mittit & archetypas cerebrosa Lutetia pupas,
Ni doceant etiam nos insanire Britanni;
Atque utinam sic desiperent qui molle lupinum
In triviis mordent, qui felibus ilia vendunt,
Foemineique greges, digito qui denique nullo
Trivere Aesopum! Juris legumque peritus
Peccat idem interdum, & nullo dicrimine fertur
Cum nucis emptore triplici qui nomine gaudet.
Claviger alme, vetustatem quo sospite Roma
Exuit, aetati invidiam factura priori;
Tot se se, ac tantis paulatim crescere sentit
Molibus! Haec etiam Latiali commoda genti
Da Pater, ut, modo quae capitum vertigine centum
Porticus ebullit, medicandis apta cerebris,
Latius excurrat, spatiisque ingentibus aucta
Majorem admittat patefacta per ostia turbam.
Quid cessas? Crescit numerus tota urbe furentum
Scilicet, inque meras cabalas abit omne cerebrum.
Nec mihi jam pediti fas est incedere, durum
Quin metuam scapulis aliquid, capitique nefastum.
Me rugae occurrentum omnes, digitique loquaces
Terrent: Ex altis pendent quoque fata fenestris;
Praecipites nam saepe ruunt, & ni abripio me,
Ilicet infernas abeo intestatus ad umbras.
Alme precor miserere, & nostro occurre timori.
Jam redeo ad te, mi Lycida, & si consilium vis,

Digitized by Google

Praecipio hoc primum, Romani ut commoda ludi
Esse putes aliquod magnum & spectabile donum,
Quod tibi munifici facit indulgentia Regis.
Ten fieri subito Croesum, cui macra supellex,
Rarus & in vacua suspirat pixide nummus?
Assuetumque diu soleas illidere saxis,
Et dare patriciis meritoria basia portis,
Protinus augeri titulo, conducere servos,
Picturis ornare domum, niveisque caballis
Flaminiam terere, & temone urgere popellum?
An ne voluptatem potiorem duxeris ullam?
Ergo aliquid semper fortunae tradito; Namque
Est aliquid spes ipsa boni, pretioque parandum,
Sed modico, & quo non doleant sibi viscera dempto.
Quo possis caruisse libens, hoc cedat in ambos
Ternosve; at sancti potior sit cura peculi.
Nec sis tam demens, ut vitae praesidium omne
In ludo ponas; velut Argentarius ille,
Qui totam, stimulante mala prurigine lucri,
Aediculam, fundosque, bona & dotalia moestae
Conjugis, in schedas consumpsit, utrumlibet optans,
Aut Rex, aut Irus fieri pauperrimus: at nunc
Praetoris jussu viridi tegit ora galero,
Damnatus voti, qua parte optaverat Irum.
Multos, crede mihi, fiducia vana fefellit.
Quod tu cumque tamen statues imprendere ludo,
Nil opus est numeros censore expendere cribro.
Elige quem primum obtulerit mens, saepe futuri
Provida, vel sors, vel puer infans. Optimus ille est,
Quem superi scripsere prius, quem fata secundant
Candida: saepe tamen projecti, sordidulique
Diis placuere, & quos hominum fastidia damnant.
Usque adeo nihil est, quod praesentiscere possis,
Nullaque venturi prudentia submovet umbras.
At postquam trepida generosus nummus aluta
Exierit, cave sis ne te tenuissima turbet
Specula, solicito torquens praecordia morsu.
Quin age, finge datum ventis, mersumque profundo.

Digitized by Google

Nam, mihi si quidquam credis, corradere centum,
Rara nimis res est, alboque simillima corvo.
Non ventis tamen ille datur, non ille profundo
Mergitur, usuram quamvis non reddat opimam.
Nam quodcumque bibit sanctissima Principis arca
In commune bonum rursus plena evomit unda,
Et refluit nostros congesta pecunia in usus.
Aspice quam laeto juvenescat Roma nitore,
Utque iterum septem gemino se se altior effert
Vertice, Reginam cultu testata superbo.
Aspice regifico substructa palatia fastu
Monte Quirinali, totamque albescere jussam
Planitiem serie murorum, & Tibure secto.
En adeo senium, majestatemque labantem,
Ruderaque, Imperii monumenta aeterna vetusti,
Vindicat audaci a caprifico, & gramine diro,
Principis egregii solers vigilantia; nec jam
Dimidios queritur currus, rictuque minorem
Costantinus equum, magno spectandus in arcu.
Quis jam templa Deum molimine structa recenti
Explicet, aut certe tacitis erepta ruinis,
Invidia contra aetatis, longamque senectam?
Quid fora commemorem? quid strata immensa viarum?
Quid fontes, undamque prius sine honore fluentem,
Marmoreo exceptam labro, structoque theatro
Praebentem Patribus spectacula digna Latinis?
Adde urbes, adde & longo moerore redemptos
Subsidio populos, quos nomina dira gravabant,
Sed numerem citius vafri perjuria Rulli,
Quam bona, quae nobis in communi Alea victrix
Contulit. Exiguo redimit sic quilibet aere
Delicias populorum, & sunt dispendia tanti.

Digitized by Google

Bibliografia Cordariana (*)

551 G. ALBERTOTTI. — *Gli ultimi anni di G. Cesare Cordara*, da un Ms. inedito. Venezia, Ferrari, 1927.

552 " *Gli ultimi anni di G. Cesare Cordara* „ *e Documenti su la soppressione dei Gesuiti.* — Recensione del N. 551 della Bibl. Cord. su " La Civiltà Cattolica „ quad. 1854, 17 sett. 1927, pag. 540.

553 *Parere d' un' illustre ecclesiastico sulla necessità di abolirsi la Compagnia detta di Gesù.* — Documento N. 1 - formato centimetri $20 \times 28\ ^1/_2$ - in Ms. cart. della Biblioteca Nazionale di Torino, recentemente ed elegantemente legato, dorso e spigoli in cuojo filettati in oro, piatti ricoperti di carta lucida a disegno di pelle lanosa scura. Dim. est. cent. 33×23, spess. cent. 2. Segnatura, nel *vo* del piatto ant. Q^2, II, 15; cc. 87 num. a lapis in basso a destra *ro*; consta di 10 fascicoli o documenti di formato diverso legati assieme; ciascun fascicolo è numerato nella 1ª carta *ro* in alto a destra, con numeratore meccanico; il n. 1 corrisponde al n. 2 della numerazione a lapis, il n. 2 al n. 24, il 3 al 30, il 4 al 32, il 5 al 52, il 6 al 64, il 7 al 66, l'8 al 68, il 9 al 72 ed il 10 al 76. I fascicoli di maggior formato sono affumicati nei loro margini esterni, con che portano forse la traccia dell' incendio che devastò la Biblioteca parecchi anni fa, da cui il codice fu salvato.
Incipit, c. 2 *ro*, " *Parere d' un Illustre* ... „
Explicit, c. 18 *ro* " ... *rappacificarla colla suprema podestà* „.

554 *Memoriale dato dal P. Generale de' Gesuiti alla Santità di N. S. Clemente XIII.* — Doc. N. 2 - form. cent. 19×22 - in Ms. di cui al N. antecedente 553 di questa Bibl. Cordariana.
Inc., c. 24 *ro*, " *Memoriale* ... || *Per due motivi* ... „.
Expl., c. 29 *ro*, " ... *dalla parte dei Gesuiti* „.

555 *Parere dell' Em.mo Cardinale Passionei alla Santità di N. S. Papa Clemente XIII sovra il Memoriale del P. Generale de' Gesuiti.* — Doc. N. 3 - form. cent. 19×24 - in Ms. di cui al n. 553.
Inc., c. 30 *ro*, " *Parere* ... || *Per parlare con fondamento* ... „.
Expl., c. 31 *vo*, " ... *chi sia l' uno e gli altri* „.

(*) Faccio seguire ai 550 numeri bibliografici cordariani dati precedentemente (V. *Lettere di Giulio Cesare Cordara etc.* Modena, Soc. Tip. Moden. 1912-16, N.i 1-462; JULII CORDARAE, *De suppressione Societatis Jesu commentarii*, Padova, Penada, 1925, N.i 463-525; G. ALBERTOTTI, *Gli ultimi anni di G. Cesare Cordara*, Venezia, Ferrari, 1927, N.i 526-550) questi altri che sono venuto raccogliendo a tutt' oggi.

Digitized by Google

556 *Memoire Pour notre Saint Père le Pape Clement XIV.* — Doc. N. 4 - form. c. 21 × 31,05 - in Ms. di cui al n. 553.
Inc., c. 33 *ro*, " *Memoire..* || *Notre Saint Père...* „.
Expl., c. 50 *vo*, "... *sur l'esprit de son successeur. Fine* „.

557 *Lettera ad un amico sopra i Gesuiti esistenti nei dominii di S. M. il Re di Prussia.* — Doc. n. 5 - f. 20 × 29 - in Ms. di cui al n. 553.
Inc., c. 53 *ro*, " *Lettera...* || *Amico io non so...* „.
Expl., c. 57 *vo*, "... *por titolo Augustinus* „.

558 *Riflessioni delle Corti Borboniche sul Gesuitismo.* — Doc. N. 6 - f. 19 × 27 - in Ms. di cui al n. 553.
Inc., c. 64 *ro*, " *Riflessioni...* || *Tutto il mondo...* „.
Expl., c. 65 *vo*, "... *all'onore del Papa Fine* „.

559 *Stato de' redditi de' Collegii de' Gesuiti nel Dominio di S. S. R. M. il Re di Sardegna formato a decennio.* — Doc. N. 7 - f. 20 × 30 - in Ms. di cui al n. 553.
Inc., c. 66 *ro*, " *Stato...* || *Torino Colleggio Vecchi* „
Expl., c. 67 *vo*, "... *Gesuiti di Terraferma 1774* „.

560 *Relazione della Missione fatta in Pavia da P.P. della Comp. di Gesù dal giorno 22 Luglio sino alli 30 dello stesso mese.* — Doc. N. 8 - f. 29 × 20 - in Ms. di cui al n. 553.
Inc., c. 68 *ro*, " *Relazione...* || *Da che ricordo...* „.
Expl., c. 70 *ro*, "... *a maggior Gloria di Dio* „.

561 *Riflessioni sopra la dissertazione contro le anticipate compre d'uva che si pratticano nello Stato Ecclesiastico principalmente da' Gesuiti.* — Doc. N. 9 - f. 22 × 30 - in Ms. di cui al n. 553.
Inc., c. 72 *ro*, " *Riflessioni...* || *Amico...* || *Ho letto con piacere...* „.
Expl., c. 83 *vo*, " *Roma 2 Novem. 1763* || *Dev.mo Osseq.mo servo N. N.* „.

562 *Produzione della Lettera scritta da Sua Maestà Cattolica al Papa riguardante l'espulsione de' P.P. G.G.* — Doc. N. 10 - f. 18 × 25 - in Ms. di cui al n. 553.
Inc., c. 84 *ro*, " *Traduzione...* „.
Expl., c. 84 *ro*, "... *Dal Real Pardo li 31 Marzo 1767* „.

563 *Risposta del Re di Spagna alla lettera scrittagli per rivocare o mitigare l'Editto del Espulsione de' Gesuiti da' Suoi stati.* — Doc. N. 11 - f. 20 × 29,05 - in Ms. di cui al n. 553.
Inc., c 85 *ro*, " *Risposta...* || *Il mio cuore è riempito di amarezza...* „.
Expl., c. 85 *ro*, "... *Dat. D'Aranguez li 2 Maggio 1767* „.

564 Copia della lettera antecedente " *Risposta* ecc. „ (N. 563) scritta sul *recto* della c. 86 che è una carta stralciata da lettera il cui indirizzo, di altra mano, si legge nel *verso*: " *Al m.to Rev.do Pr. Pron. Col.mo Il P. Ireneo d. Torino dett. Giub.to Curato e Guard.o de... Stato* „ [?] || $\frac{\text{Torino}}{\text{S. Tomaso}}$; la copia è scritta e mandata da Roma li 27 Giugno 1767.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 31 gennaio 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Contraffazioni barbariche di DRAMME massaliote rinvenute recentemente a Padova.

LUIGI RIZZOLI

(presentata dal prof. C. Anti, s. c., nell' adun. ord. del 16 dicembre 1928)

Nel marzo di quest'anno, scavandosi a Padova lungo il viale Bartolomeo d' Alviano una trincea profonda oltre m. 1.60 per la posa di grossi tubi dell' acquedotto comunale vennero alla luce presso il Ponte dell' Ospitale alcuni esemplari completi di anfore romane e frammenti di altre anfore che, come si sa, non presentano che uno scarso interesse archeologico. A breve distanza però dal luogo nel quale si scopersero i fittili, e più precisamente nei pressi del giardino Treves dei Bonfili, alla profondità sopra indicata, si rinvennero sparse sul terreno parecchie antiche monete, il cui numero non si è potuto accertare perchè, come suole avvenire in simili circostanze, nonostante la vigilanza oculata e paziente esercitata dai sovrastanti ai lavori, si rese possibile il trafugamento di alcuni pezzi che, credo soltanto in piccola parte, vennero ricuperati più tardi. Pur tuttavia le monete, che col consenso del R. Soprintendente agli scavi e alle Antichità del Veneto furono consegnate al locale Museo Civico, permettono di farci un' idea della qualità del ritrovamento e della sua importanza nei riguardi storici del numerario circolante a Padova avanti l' êra cristiana.

Trattasi di 22 monete di bassa lega d' argento, che per la loro impronta e per la loro leggenda si palesano evidenti contraffazioni barbariche di *dramme* di Massalia, e di 2 *vittoriati* di

Digitized by Google

Roma repubblicana, che non hanno nè simboli nè monogrammi di magistrati monetari.

Dramma massaliota di contraffazione barbarica

Sarebbe vana fatica indagare i motivi che poterono determinare colà il seppellimento del piccolo tesoro, non così invece se volessimo precisare l'epoca ed il luogo d'emissione cui spettano quelle monete, che per il tipo, sebbene molto noto ai numismatici e comune, sono i primi esemplari venuti fuori dagli scavi praticatisi fino ad ora nell'area dell'antica *Patavium*. Poche altre simili monete furono rintracciate pure in territorio padovano, circa cinquantanni fa, nel *fondo Baratela* presso Este (Padova), ma mentre alcune di queste si diversificano tra loro per qualità stilistiche e grafiche, quelle recentemente scoperte qui, fatta eccezione di piccole differenze dovute a semplice varietà di conio, sono artisticamente e paleograficamente pressochè identiche. Le monete provenienti dal fondo Baratela furono giudicate dall'illustre e sempre compianto professore Gherardo Ghirardini imitazioni barbariche di monete marsigliesi, spettanti a stirpi galliche ed usate " fintantochè, disteso solidamente e durevolmente nel paese il dominio romano, la introduzione delle monete dei nuovi conquistatori provvide a mano a mano alle necessità del commercio „ (1). Dalle stesse stirpi galliche, stanziate particolarmente nella Transpadana, devono essere state emesse, sia pure seguendo una tecnica più rude e grossolana, anche le monete testè estratte a Padova, le quali imitano il tipo e la iscrizione delle *dramme* di Massalia con la testa di Artemide da un lato e col leone gra-

(1) Ghirardini Gherardo, *Intorno alle antichità scoperte nel fondo Baratela (Este)* in " Notizie degli Scavi di Antichità „ a. 1888, pagine 204-206.

Digitized by Google

diente dall'altro, senza però serbare la purezza stilistica dell'uno e la nitidezza delle lettere greche dell'altra. L'iscrizione anzi appare anche in questi esemplari, come notò lo stesso professore Ghirardini, decomposta, irregolare, incompleta, ed i due *sigma* sono segnati in modo da figurare ciascuno due C sovrapposti l'uno all'altro.

Pezzi di eguale fattura ed aspetto si rinvennero nel territorio milanese, altri presso Vercelli e Novara, altri ancora sul Gran San Bernardo (1).

Il vero prototipo di queste dramme, che pesava intorno a gr. 3.76, si fa risalire al principio del IV secolo a. C., ma le contraffazioni di cui parliamo non s'accostano al tipo monetario massoliota più antico, del quale è evidente l'ispirazione (per quanto concerne la figura del leone improntata sul rovescio) dai *didrammi* di Velia (Lucania) colonia fondata come Massalia dai Greci di Focea, didrammi spettanti al 500-450 a. C., e (per quanto concerne la testa di Artemide improntata sul diritto) dalle monete siracusane con la testa di Aretusa ideata dall'incisore *Evainetos* verso il 425 a. C. (2). Esse si avvicinano piuttosto ad un tipo derivato da quello, artisticamente meno bello e perfetto, del peso aggirantesi intorno a grammi 2.75, la cui emissione si ritiene avvenuta, fatti i debiti raffronti con altre monete della Magna Grecia, nella seconda metà del III secolo a. C. (3).

Gli esemplari di recente scoperti, pur avendo il peso medio di gr. 2.83, oscillano infatti tra un minimo di gr. 2.52 ed un massimo di gr. 3.60, massimo che è però raggiunto soltanto da un pezzo, il quale è evidentemente di lega inferiore a quella degli altri pezzi ed è coniato su di un disco, la cui irregolarità dinota vieppiù la trascuratezza dell'officina monetaria (4).

---

(1) Blanchet Adrien, *Traité des monnaies gauloises*, I partie, Paris 1905, pag. 243.

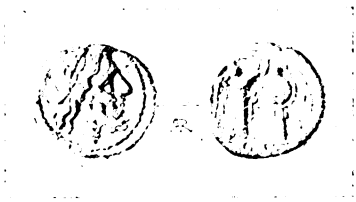
(2) Blanchet Adrien et Dieudonné A., *Manuel de Numismatique française*, tome I, Paris 1912, pag. 21; Head Barklay, *Historia Numorum, A Manuel of Greek Numismatics, new and enlarged edition.* Oxford 1911, Clarendon, 8, pag. 89, fig. 47 e pag. 176, fig. 98.

(3) Blanchet Adrien, *Traité* cit., pag. 233-234.

(4) Detti pezzi hanno i seguenti pesi: grammi 2.65; 2.61; 2.64; 2.52; 2.82; 3.24; 2.85; 3.14; 2.69; 3.60; 2.85; 2.60; 2.87; 2.81; 2.65; 3.25; 2.55; 2.95; 2.56; 2.67; 2.71; 3.10.

Digitized by Google

Siffatte constatazioni d'indole stilistica e ponderale ci inducono necessariamente a credere che le contraffazioni rinvenute a Padova appartengano alla classe stessa delle monete massaliote provenienti dal fondo Baratela, e che tanto le une quanto le altre abbiano avuto la maggiore diffusione intorno la metà del sesto secolo di Roma (1). Non deve perciò meravigliare se con esse trovaronsi frammisti dei *vittoriati* romani, aventi per tipo da un



Vittoriato romano

lato la testa di Giove barbato e laureato a destra, dall'altro la Vittoria a destra, che corona un trofeo, ed all'esergo ROMA. I *vittoriati* originariamente (228 a. C.) pesavano gr. 3.41 ed erano considerati pari al valore di 3/4 di *danaro*; ma più tardi, quando cioè questa moneta fu ridotta al peso di gr. 3.90 e fu contemporaneamente istituito l'*asse unciale* (217 a. C.), subirono essi pure una diminuzione d'intrinseco nella stessa proporzione di quella subita dal *danaro* così da pesare soltanto gr. 2.92 (2). Sul piede di questi *vittoriati*, i quali ebbero grande notorietà e circolarono largamente specie nell'Italia settentrionale, nella Gallia e nella Spagna, fu ridotta anche l'antica *dramma* di Massalia (3).

I due pezzi di *vittoriato*, scopertisi a Padova, sono di buon argento e pesano rispettivamente gr. 2.91 e gr. 2.94; appartengono dunque alla categoria dei vittoriati diminuiti di peso verso la fine del III secolo a. C. ed avevano pressochè lo stesso valore delle dramme massaliote ridotte, delle quali gli esemplari

(1) GHIRARDINI, lav. cit., pagg. 205-206; cfr. anche: MOMMSEN, *Histoire de la monnaie romaine, traduite de l'allemand par le duc de Blacas*, tome II, Paris 1870, pagg. 97-99.

(2) BABELON ERNEST, *Description historique et chronologique des monnaies de la République romaine*, tome I, Paris 1885, pag. XXIV e sgg.

(3) BLANCHET, *Traité* cit., tome I, pag. 234.

Digitized by Google

venuti in luce a Padova debbonsi considerare, come s'è detto, rozze imitazioni barbariche.

In conclusione, la presenza nel nostro ritrovamento, come pure in quello del fondo Baratela, dei *vittoriati* tra le dramme massaliote contraffatte da stirpi galliche, non deve ritenersi priva di significato: essa può dimostrare che lo scambio monetario tra Roma e Massalia, fattosi più agevole in seguito all'equiparazione del peso e del valore del vittoriato e della dramma, come s'effettuò su larga base specialmente nella *Hispania*, nella *Gallia* propria, nella *Liguria* e nella *Cisalpina*, costrette a valersi nelle loro relazioni commerciali sopratutto di Massalia che era il loro naturale centro marittimo nel *Sinus Gallicus*, così riuscì utile alla *Venetia* nella pratica de' suoi commerci colle regioni occidentali; può inoltre illuminarci, se mai fosse necessario, sulla determinazione dei limiti cronologici entro i quali vanno collocate le *dramme* barbariche di tipo massaliotico, rinvenute a Padova, limiti che possono fissarsi tra il 217 a. C. (riduzione del *denaro* romano al peso di gr. 3.89 e conseguente istituzione del *vittoriato* di gr. 2.92) ed il 104 a. C. (lex Clodia), in cui il *vittoriato* ridotto al peso di gr. 1.95 fu fatto equivalere all'antico *quinario* già da lungo tempo ormai demonetizzato (1).

Il ritrovamento padovano presenta dunque un notevole interesse, oltrechè per le ragioni sopra esposte, anche perchè contribuisce irrefragabilmente ad una più precisa conoscenza della storia dell'antica circolazione monetaria provinciale avanti che Massalia cadesse nelle mani di C. Trebonio, legato di Cesare nel 49 a. C. (2).

---

(1) Babelon Ernest, *Traité des monnaies grecques et romaines, première partie, théorie et doctrine*; tome I, Paris 1901, pag. 556; cfr. anche: Segrè Angelo, *Metrologia e circolazione monetaria degli Antichi*, Bologna 1928, pag. 387.

(2) Avevo già completata questa nota illustrativa, quando mi venne consegnata al Museo Bottacin di Padova un'altra *dramma* massaliota di contraffazione barbarica (identica alle dramme che furono oggetto del mio studio) proveniente da un nuovo scavo praticatosi in Padova alla profondità di m. 2.80 all'angolo di Piazza del Santo e Via Luca Belludi. È anch'essa di basso argento e pesa gr. 2.82. Ciò comproverebbe che la circolazione di tali monete nella *Venetia* doveva essere stata, non dirò comune, ma certo più frequente di quanto si sarebbe potuto credere finora.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 31 gennaio 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Il BASILISCO esistente al Museo Civico di Storia Naturale a Venezia e gli affini simulacri finora conosciuti. - Contributo alla storia della Ciarlataneria.

ACHILLE FORTI, m. e.

(Adunanza ordinaria del giorno 16 dicembre 1928)

Da poco tempo il prof. Michelangelo Minio — attuale incaricato alla direzione del Museo Civico di Scienze Naturali in Venezia — facendomi nota l' esistenza nelle raccolte ivi custodite di una di quelle simulazioni dei " circumforanei „ oggi detti ciarlatani che " ex Raijs exsiccatis pro arbitrio fingunt, ut illos " ignaro ostentantes Vulgo facile rerum naturalium imperitos decipiant „ (1) cortesemente mi invitava a darne brevemente descrizione a fine di segnalarne anche a Venezia la presenza del curioso cimelio. Ringrazio del cortese invito fatto a me forse avendo fino dal 1907 (2) avuto la ventura di incontrarmi in un simile trucco come si trovava nella collezione de' Betta oggi conservata al Museo Civico di Scienze Naturali di Verona (3). Ma

(1) Ulyssis Aldrovandi, *Historiae Serpentum et Draconum*, libri duo. Bononiae, MDCXXXX. apud Clementem Ferronium. 4.o, pag. 314.

(2) *Intorno ad un " Draco ex Raja effictus Aldrov „ che esiste nel Museo Civico di Verona e circa le notizie che si hanno di simili mostri specialmente nei manoscritti Aldrovandiani.* Estratto da " Madonna Verona „. Annata I, fascicolo 2, estate 1907 di pagg. 19 (57-73) e tavv. 6 (5-10).

(3) Vedi: Dr Betta Edoardo, Erpetologia delle provincie Venete e del Tirolo meridionale; vol. XXXV degli Atti dell'Acc. di Agr. Arti e Comm. di Verona. Verona, dallo Stab. tipogr. Vicentini e Franchini, 1857, 8.o, di pagg. XVI-365, 1 tav. sinottica e 1 litografata; al capitolo

Digitized by Google

aggiungo poi che nell' intervallo ben due altre volte mi sono imbattuto in affini simulacri e la terza sarebbe ancora la presente; sono in tutto quattro gli esemplari che si sappiano riconosciuti finora e stanno qui raffigurati tutti quanti. Ho aderito per ciò a tener anche una terza volta parola di questi strani soggetti, per far conoscere i due esemplari non descritti fra i quali questo del Museo di Venezia nè risultandomi che nel frattempo nessun altro di siffatti feticci — parto della astuzia dei ciarlatani che sovente ha base di stupefazione — sia stato comunque segnalato. D' altra parte sono anch' io convinto come ebbe ad asserire in questi ultimi tempi il dott. Ugo Viviani di Arezzo quando parlava riferendo di un probabile artefice di tali mistificazioni, di Leone Tartaglini da Fojano della Chiana: " che l' erbolaio, il " cerusico, il canta in banco, nostro compatriotta, sia stato ge- " niale nelle sue truccature di razze chiodate lo provano due sue " opere conservate nel Museo di Verona .... „ (1).

*
* *

Già da qualche anno fa (2) il Viviani alludeva a due maniere con cui venivano confezionati tali Draghi o Basilischi al-

---

" Favole e pregiudizii della storia dei rettili „ (pagg. 66 e seguenti) a un certo punto scrive: " I ciarlatani dei tempi addietro avvaloravano " la credenza nel *basilisco* collo spacciare per tale una pelle del pesce " Raja, che essi foggiavano in varie mostruose forme, aggiungendovi o " piedi, o coda, o cresta, o becco tolti ad altri animali „. Strana questa descrizione di pezzi aggiunti dove l' esemplare del suo Museo con abilissimo contorcimento e solo l' aggiunta dei grossi occhi di vetro non era costituito che dalla mummia del pesce.

(1) Vedi a pag. 39 della guida: *Fojano della Chiana* (*Arezzo*) di Don Pilade Bigazzi, Vol. I della Guida della Provincia di Arezzo edita a cura del dott. Ugo Viviani. Arezzo, MCMXXV, di pagg. 147 e 1 di indice.

(2) Ibidem. Tali parole riferite nella predescritta guida sono tratte da un precedente articolo del Viviani pubblicato nella Rivista " Contemporanea „, Rassegna mensile di Lettere e d'Arte diretta da Pietro Nardi, Anno III, num. 5-6, Roma, 20 luglio 1925, pag. 97. " *Razze tra-* " *sformate con arte curiosa in terribili Draghi e in malefici Basilischi* " da Maestro Leone Tartaglini da Fojano „ ove a pagg. 99 e 100 sono le due figure del Drago della Collezione Moscardo le medesime che ser-

Digitized by Google

meno fin dal sec. XVI " .... ambedue ottenuti da esemplari del " Pesce cartilaginoso *Dasybatis fullonica* Rondelet (1). Il primo è " stato fabbricato con razza puramente mummificata, cui vennero " estratte l'interiora: il secondo è stato formato da un esem- " plare di razza disseccata ed imbottita usando come materiale " la medesima specie di pesce „. Ma il Viviani non accennava neanche in quell'occasione all'arte del disseccare pesci con il fumo e con la cenere già allora generalmente in voga (2) e tenuta in gran conto presso aromatari e medici che furono i primi a dar ricetto nelle loro officine, le farmacie, ai musei ed alle collezioni scientifiche.

Sicchè uno di tali antichi preparatori poteva sospettarsi in effetto dover essere Maestro Leone il quale inoltre — senza dubbio alcuno — dovette trovarsi in possesso di un esemplare del Drago (3) ed aver abitato Venezia al tempo di Ulisse Aldrovandi. Di lì in fatto datano tre lettere autografe (4) tuttora conservate

---

virono per l'illustrazione primitiva. Vedi perciò: Dott. Achille Forti: *Del Drago che si trovava nella raccolta Moscardo e di un probabile artefice di tali mistificazioni: Leone Tartaglini da Fojano.* Estratto da " Madonna Verona „, Annata VIII (1914), vol. I, fasc. 29, di pagg. 26 (26-51), e tav. 5 (s. n. p.).

(1) Per il secondo, come si vedrà in appresso, forse non si tratta davvero di questa specie di Razza; ma lo scopo del procedimento è sempre stato quello nonchè il metodo del disseccare sebbene con diverse manipolazioni.

(2) Vedi: *Origine e svolgimento dei primi studi biologici sul mare in Italia.* Discorso fatto in occasione dell'Adunanza solenne del 18 giugno 1922 tenuta dal R. Istituto Veneto etc., pag. 19, ove su la traccia degli studi di G. B. De Toni, si trova che il processo era utilizzato dal Barozzi e dall'Anguissola e magnificato persino dall'Aldrovandi.

(3) Vedi ms. Aldr. n. 3: Aldrovandi, *Historia Draconis in agro bononiensi* inventi a c. 74 r. Autogr. Aldrovandi (Biblioteca Univ. di Bologna): "... vidimus antea Venetiis vidi mense octobri apud d. Leonem " Tartalinum qui theatrum variorum rerum naturalium habet... „.

A tal proposito si consulti la nota prima citata inserita nel I anno di " Madonna Verona „ a pag. 19 (73), Documento VI. Ivi soltanto veniva trascritto " Tartaliam „ assai facile a scambiarsi con " Tartalinum „ con l'irregolarissima scrittura di Ulisse Aldrovandi.

(4) Aldrov. Mscr. 38, Tomo III a c. 246: Vedi pure " Madonna Verona „ 1914, op. cit., pagg. 13 (38) e seg. Documenti: A. Le lettere di M. Leone Tartaglini da Fojano ad Ulisse Aldrovandi ecc.

Digitized by Google

nell' epistolario dell' Aldrovandi nell' Universitaria a Bologna in data del 1571 e del 1572. Che inoltre il Drago ora conservato al Museo Civico del Fondaco dei Turchi possa essere proprio quello che una volta esisteva nel suo " theatrum variorum rerum naturalium ? „ Non è certo da escludersi del tutto perchè nessuna indicazione esatta rimane della provenienza anche più recente ; non è impossibile che, come quello che stava nella raccolta Moscardo il quale era con ogni probabilità il medesimo descritto dal Ceruto e dal Chiocco che prima esisteva nel Museo di Francesco Calceolario alla Campana d' Oro di Verona, fosse un tempo appartenuto al Tartaglini e visto a Venezia dall' Aldrovandi. Forse venne poi nella raccolta Contarini ; ma certo si tratta di un cimelio coetaneo agli altri e cioè costruito nella seconda metà del secolo XVI al principio del XVII.

Il terzo in ordine dell' epoca di scoperta — avendovelo rinvenuto dal caso — mi fu ceduto molti anni fa a Carpi modenese dal sig. cav. Pietro Foresti (1), noto nel 1914 per possedere una pregevolissima collezione di quadri di sua proprietà. Egli, nell' occasione, mi assicurava come nel Museo Kircheriano di Roma gli fosse stato detto che nulla v' era di simile ; anzi che non si avesse saputo neanche indicargli di che cosa si trattava avendone poco prima ricercato presso ai conservatori di quelle collezioni i quali gli affermavano di non comprendere di che cosa si trattasse. Eppure oltre alle tre figure che ne aveva dato l' Aldrovandi, si ha la finissima incisione che orna il " Museum Franci- " sci Calceolarii „ (2) in seguito rozzamente riprodotta anche nella illustrazione del Museo Moscardo e altre ve ne sono ancora, spesso desunte da queste qui accennate. Ma son pochi poi i punti in cui viene detto della falsificazione del Drago o del Basilisco col mezzo dei pesci secchi tanto nei manoscritti quanto nelle opere stampate dell' Aldrovandi e dei suoi contemporanei e corrispondenti. Deduzione probabile anzi che ne siano stati confezionati degli altri che forse non si trovano più perchè distrutti

(1) Che a sua volta l'ebbe ad acquistare su un banco di quei rivenduglioli ambulanti di ferravecchi unitamente a delle stampe e a delle cornici vecchie disusate.

(2) Sectio prima, pag. 90, del *Musaeum Calceolarianum Veronense*. Veronae, Apud Angelum Tamum MDCXXIJ.

Digitized by Google

oltre i quattro esemplari finora noti e qui la prima volta raffigurati tutti insieme non è fuori di proposito, qualora si faccia attenzione che le figure anticamente pubblicate non hanno esatta corrispondenza con quelli fra i presenti simulacri che si potessero supporvi rappresentati. Anzi per l'immagine che si trova nell' " *Historia Serpentum et Draconum* „ sotto il titolo di " Basiliscus ex Raja effictus prone et supine pictus „ (1) nulla si è trovato a tutt' oggi di corrispondente; e all' incontro nessun disegno lascia scorgere l' appendice ridicola che può raffigurare un naso, un rostro o un corno sporgente come si ammira nell'esemplare veneziano, già oltremodo interessante, essendo, secondo ultime diligenti indagini sulla forma delle placche dentarie eseguite dal Minio, stato formato con un' altra qualità di pesce disseccato, con un corpo piccolo di *Rhina Squatina* (Linn.) Kl. In complesso dunque per nessuno dei mostri può assicurarsi la provenienza, neanche sicura per quello donato al Museo di Verona dai conti

---

(1) Lib. II, p. 364. Un'altra argomentazione in proposito si avrebbe nell'Art. " Basilisco „ che trovasi nel *saggio alfabetico d'Istoria Medica e Naturale di Antonio Vallisnieri*, in Opere fisico-mediche stampate e manoscritte del Cavaliere Ant. Vallisnieri raccolte da Antonio suo Figliuolo. Tomo III ed ultimo, MDCCXXXIII, a pag. 370.

" Io non ho veduto nei Musei se non dei finti, uno dei quali per " curiosità conservo ancor io che fu venduto per caro prezzo da un in- " gannatore Armeno per vero, col suo uovo appresso di Gallina lun- " ghetto e viziato, donde uscito si dicea. Tutti gli ho trovati del pesce " Raja, che quando è piccolo lo chiamano Baracola, che facilmente s'ac- " comoda a formare questa descritta benchè fauolosa figura „. Sulla nascita del Basilisco dal Gallo decrepito per oviparità vien parlato nella stessa opera alla pagina precedente. Dovevano essere fiabe assai ben note.

Che gli Armeni siano stati abituali smerciatori di mummie imbalsamate e di Basilischi è intessuta tutta la trama delle burle usate al conte Anselmo nella " Famiglia dell'antiquario „ di Carlo Goldoni. Ivi ancora si narra della nascita dall'uovo del Gallo. E a un certo punto della scena III dell'atto III che interessa appunto su la questione del Basilisco si ha il seguente dialogo:

" *Ans.* Ma il basilisco?

" *Pancr.* È un pesce marino che i ciarlatani sogliono accomodare in " figura di basilisco e se ne servono per trattenere i contadini in piazza, " quando vogliono vendere il loro balsamo „.

Digitized by Google

Marco ed Elvira Miniscalchi Erizzo fino allora proprietari per eredità di parte del Museo Moscardo, non essendo, nei disegni anticamente eseguiti a rappresentarlo, le ali ai margini seghettate, intagliate a dentelli come al presente si trovano nel presunto originale. È possibile peraltro che tali differenze fossero state prodotte da manipolazioni successive alla riproduzione iconografica e così per necessità di conservazione essendo che il tarlo ha già da tempo implacabilmente esercitato la sua azione distruttrice e fossero state ritagliate le ali per non lasciar scorgere corrosione in un punto così in vista come il margine delle stesse. Quando con tali modificazioni non si fosse cercato di rendere più terribile l'aspetto del Basilisco il quale dovette di sicuro un certo tempo almeno esser stato tenuto sospeso, in atto di volare e lo dimostrano la catenella e i buffi nastrini rosa che con un cappio più o meno elegante anche al presente la assicurano al capo e presso la coda. L'altro esemplare che dicemmo acquistato a Carpi per molte ragioni ebbe a subire dei guasti. Anzitutto gli vennero tolti gli occhi, quegli " occhi lucenti „ cui persino uomini come Plinio, Cecco d'Ascoli, Lorenzo de' Medici e il Moscardo attribuivano fatali conseguenze (1); occhi di vetro che forse vennero riutilizzati a imbalsamare qualcos' altro; questo Drago ha poi i margini delle sue ali a brandelli più o meno regolari accartocciati all' estremità evidentemente per urti e contorsioni impartitevi; la coda è ripiegata all' insù in modo assai differente da come ne era la disposizione quale si potrebbe supporre primitiva e quale si osserva nella xilografia Aldrovandiana (2) prova assai convincente di una manomissione ulteriore. Se si ammette che tali debbano veramente essere dei guasti, per

(1) Scriveva nell' " Acerba „ Cecco d'Ascoli:

" Dal mortal viso e dagli occhi lucenti
" Non è animale il qual fugga la morte
" Che subito di vita egli non spire,
" Tanto è il velen di quello acuto e forte „.

Vedi perciò quanto riporta Lorenzo Legati a pag. 80 della sua descrizione del Museo Cospiano (1677) e a pagg. 14-15 (68-69) " Madonna Verona „ (1907).

(2) *Hist. Serp. et Drac.*, pag. 316: " Draco alter ex Raja exsiccata " concinnatus „.

Digitized by Google

molte ragioni il presente esemplare potrebbe riconoscersi per uno dei due Draghi che si conservavano nel Museo Aldrovandiano o per lo meno che vennero rappresentati nell' opera sua postuma edita dall' Ambrosini. La forma della bocca, della mitria, delle zampe e delle ali quando venissero ricondotte al loro posto primitivo — come indicato dalla xilografia e persino la struttura apparentemente reticolata di queste ultime formate come furono coi lati del corpo non sempre molto distinto dalle pinne, non certo così evidente negli altri esemplari, confortano a credere alquanto probabile la presente supposizione. L' aver inoltre potuto trovare a Carpi, non lontano troppo da Bologna, un oggetto finora almeno così raro e di questo genere che si presumeva già esistervi (1), dopo la dispersione subita da gran parte del Museo Aldrovandiano prima che Oreste Mattirolo, Carlo Emery e Giovanni Capellini e soprattutto, per le carte Ludovico Frati, nonchè gli altri volonterosi non avessero pensato a riunirne le " disjecta membra „ se non può del tutto valere ad avvalorare l' ipotesi, non sarà neanche una ragione contraria.

Le seguenti infine sono in riassunto le misure e le informazioni che si hanno o si suppongono possibili per i quattro esemplari di Basilischi o Draghi conosciuti finora e che con tutta verisimiglianza possono ritenersi autentici o per lo meno coevi di quelli che anche i grandi naturalisti del rinascimento, primo Ulisse Aldrovandi, hanno descritto e disegnato accanto alle figure dei veri pesci o dei rettili naturali sia pure denunziandone l'origine artificiale.

I Esemplare: Esistente nella collezione De Betta al Museo Civico di Verona. *Lunghezza massima* cm. 9. *Larghezza massima* cm. 14. *Altezza massima* cm. 16.2. Confezionato con un esemplare di *Razza chiodata* (*Dasybatis fullonica* Rondel.) di mediocre dimensione sventrato e contorto, mummificato per disseccazione senza imbottitura di sorta (2). Non ricordata provenienza.

(1) Vedi: Ms. Aldrov. n. 16 a c. 74 v. (Adnotationes de serpentibus): " Draco marinus effictus a circolatoribus ex Raja, putatur verus " Draco marinus a Jul. Caes. Scalig. exercit. 226 n. 16, sed falso, mea " sententia, hunc habui a Card.li Bologneto et ab Eq. del Cornetto „.

(2) Per la bibliografia vedi lo studio prima citato in " Madonna

Digitized by Google

Il Esemplare: Si trovava di sicuro nei residui della Collezione Moscardo, appartenuti ai conti Miniscalchi e donati al Museo Civico di Storia Naturale di Verona. Questo è quasi per certo l' esemplare medesimo descritto da Ceruto e Chiocco come già esistente nella raccolta della Farmacia Calzolari ma è probabile entratovi dopo la morte del grande aromatario (1) durante la direzione della farmacia tenuta dal nipote omonimo quando venne fatta la famosa descrizione di tutto il Museo. Subito dopo la raccolta fu dispersa; non è improbabile perciò che il Drago di lì fosse passato nel Museo Moscardo. *Lunghezza massima* cm. 22.5. *Larghezza massima* cm. 17. *Altezza massima* cm. 23. Confezionato da un esemplare di una Razza, forse la *Raja punctata* (2) ma imbottito di stoppa nella regione corrispondente al ventre.

Verona „ 1907, I, fasc. 2. Le misure qui son prese considerando il simulacro nella posizione tenuta al presente, senza pensare ad eventuali deformazioni che potessero esserci state impartite col volgere degli anni. Perciò, tenendo l'oggetto fermo nel modo come viene esposto in osservazione, la *lunghezza* va considerata come quella dell'asse congiungente in modo ortogonale i due piani traversanti i due punti estremi presi dalla parte secondo presso a poco dovrebbero stare diretti gli occhi; la *larghezza* si prenderà con un'asse simile tra piani riunenti gli estremi laterali; *l'altezza* in fine con un'asse necessariamente ortogonale alle altre due tra i punti estremi in alto e in basso.

(1) Non si trova infatti menzionato nell'opuscolo di J. B. Olivi: De reconditis et praecipuis collectaneis ab honestissimo et solertissimo Francesco Calceolario Veronensi in Musaeo adservatis. Venetiis MDLXXXXIIII, che è l'inventario più prossimo al tempo in cui morì F. Calzolari sen. Vedi perciò anche " Madonna Verona „ (1907), pag. 10.

(2) Un dubbio sulla sua identità con l'esemplare raffigurato da Ceruto e Chiocco e poi dal Moscardo, sebbene questo si trovasse per certo nel Museo di quest'ultimo, si è espresso prima a proposito delle dentellature che si vedono sul margine delle ali; bene osservando ancora si potrebbe confermarlo dalla lunghezza della mitria e dalla coda avvolta a spirale come non è nelle figure. Così potrebbe anzi essere un argomento ulteriore a provare la frequenza delle analoghe falsificazioni. Che si tratti per il pesce adoperato di una Razza, un vecchio esemplare cui i denti sono divenuti appuntiti all'umbone come quelli delle Squatine e questo accade per l'invecchiamento con l'inarcarsi all'insù delle mascelle che nón permette più l'arrotamento delle placche è fuor di dubbio. Invece sono assai bene visibili gli aculei e assai sviluppati, arcuati e decorrenti lungo tutta la coda sul dorso e secondo i due lati carattere permanente nelle Razze e che nella Squatina non

Digitized by Google

III Esemplare: Acquistato a Carpi modenese dal sig. cav. Pietro Foresti nell' anno 1914. Manomesso come fu anche detto più sopra, così da rendere poco sicura la molto presumibile identificazione con uno degli esemplari raffigurati in xilografia per i libri Aldrovandiani. E data la parziale dispersione avvenuta durante l' abbandono sofferto anche da questo museo negli anni da non molto passati non certo impossibile a ritrovarsi colà. Destinato a far parte delle collezioni del Museo Civico di Storia Naturale a Verona ove già venne depositato: *Lunghezza massima* cm. 20. *Larghezza massima* cm. 11. *Altezza massima* cm. 18.

Confezionato da un esemplare di *Dasybatis fullonica*, imbottito alla regione viscerale con stoppa. Assai evidente la struttura quasi craticulare nei lati e nelle pinne disseccate del pesce adoperato come ora si osservano nelle supposte ali del mostro; particolare che — come già si è detto — evidentemente lo avvicina alla xilografia Aldrovandiana l' unico disegno fra gli antichi che mostri così evidente ed estesa tale caratteristica.

IV Esemplare: Esistente nel Museo Civico di Storia Naturale di Venezia con imprecisata provenienza. Data la permanenza di Leone Tartaglini cantimbanco toscano di Fojano della Chiana a Venezia circa alla metà del sec. XVI, gli anni in cui corrispondeva con Ulisse Aldrovandi, non è certo impossibile che si tratti del medesimo esemplare da lui costruito, tanto più essendosi potuto provare che ne possedeva uno, come attesta, oltre al famoso lettore bolognese anche il Fulcheri un corrispondente di ambedue quando scriveva da Lucca (1) del drago all' Aldrovandi forse già

possono esistere. È da ritenersi piuttosto che si tratti di una specie come la *Raja punctata* Risso con pelle a chiodi piccoli quasi tutta sagrinata fuorchè nella coda dove sono runcinati e sempre lunghi parecchi millimetri infissi sopra un evidente squama placoide.

Questo esemplare è evidentemente imbottito con la stoppa come apparisce da tutta la parte inferiore della pelle del tutto asportata. Come pure vennero asportate le due zampe anteriori del mostro risultanti dalla parte anteriore dei lati e dalle pinne che si vedono mancare fino dalla base e sono accorciate fino dalla base nonchè le altre zampe posteriori formate con le ventrali corrose come la pelle del ventre.

(1) Vedi: " Madonna Verona „ (1907) i documenti trascritti in fondo a pagg. 15-19 (69-73).

Digitized by Google

fabbricato o per lo meno posseduto da Maestro Leone: *Lunghezza massima*: cm. 28 $^1/_2$; *Larghezza massima*: cm. 13; *Altezza massima*: cm. 9 e 9 $^1/_2$ nel punto corrispondente alla coda.

Questo esemplare pur essendo formato da una mummificazione di un pesce nel modo già descritto potè venir riconosciuto con accurato esame delle placche dentarie eseguito dal prof. Minio esser costituito di un individuo di mediocri dimensioni di *Rhina Squatina* (Linn.) Kl., il Pesce Angelo, forma intermedia fra le Razze e gli Squali. Da tutti differisce per la prolungata appendice rostriforme in figura di zanna acuminata che sta sopra la bocca e che rende, se possibile, ancor più ridicolo il feticcio. Tutto ciò e la molta maggiore lunghezza rispetto alle altre due misure ne rende più curiosa la apparenza a dimostrare che tali bizzarie venivano confezionate in modi svariatissimi. E lo prova del resto la nessuna affinità esistente fra i quattro tipi di mostri quì ridescritti tenuto conto che varie sono le specie di pesci adoperate a formarli. Del resto nessuna meraviglia che potesse venire usato anche il Pesce Angelo oltre alle Razze, comunissimo nei nostri mari e ricercato più certo che per le carni di mediocre sapore, per la pelle finemente zigrinosa usata a pulitura del legno e dell'avorio e per la scardatura dei cappellai, per astucci ecc. (1). Era già ben noto anche all'Aldrovandi (2) il quale ne dette descrizione e, per quanto piuttosto insufficientemente, una figura. L'allusione che fa il de Betta alla presenza di un becco " adunco e ricurvo „ (3) nel Basilisco non ha nulla a che fare con la ridicola appendice rostriforme sovrapposta alla bocca e anche a vedere del Minio, non forma parte della bocca stessa, non essendo che un'appendice estranea.

Tale allusione del de Betta verosimilmente è riferita alla

(1) Dott. A. Griffini, Ittiologia Italiana, pag. 112. Manuali Hoepli, Milano 1903.

(2) Ulyssis Aldrovandi, De Piscibus (Bononiae, 1638). Lib. III, p. 471 et seg., dove appunto si scorgerebbe la prelinneana priorità del nome ῥίνη aristotelico, tradotto *Squatina* da Teodoro, " Plinium, ut Rondelet ait secutus „.

(3) Erpet. prov. ven. p. 67. " L'Aldrovandi ed altri autori ne hanno " anche date delle figure, e veniva rappresentato con otto piedi, con una " corona sulla testa ed armato di un becco adunco e ricurvo „.

Digitized by Google

figura aldrovandiana del " Basiliscus in solitudine Africae vivens „ (1) che in fatto ha otto piedi di gallo e sebbene fu raffigurato armato di rostro da rapace, ha i barbigli da gallo indice della origine attribuitagli (2). È una fantasticheria come tante altre ne sono fatte in quel libro di un essere prettamente immaginario che solo per una lontana somiglianza può ricordare la forma di un pangolino (Manys degli sdentati). Tutto questo certo senza tener conto della corona del Basilisco (Regulus), del piccolo re, che infilata in quel cranio aguzzo viene ivi disegnata a completare la buffa rappresentazione.

Però, se si deve ripensare al feticcio conservato a Venezia, è subito da sventarsi il ragionevole sospetto che potesse essersi trattato per il de Betta di una reminiscenza di cosa veduta; è assai più probabile che egli parlando dell' Aldrovandi si fosse riportato alla figura dell' Historia Serpentum et Draconum quantunque pure non potesse essere sembrata impossibile l' allusione a questo *Basiliscus* meglio che Draco non avendo la mitria come gli altri. E sebbene che nessuno dei cataloghi in precedenza pubblicati per il Museo di Venezia lasciasse comprendere da quale provenienza possa esservi entrato tra le raccolte, al tempo del de Betta doveva già trovarvisi.

Non sarà male infine riferire alcuni dati che permisero al Minio di assodare come il pesce servito per questo simulacro, seguendo un vago senso di dubbio tra noi espresso non dovesse trattarsi di una Razza, dubbio rafforzato dalla considerazione dei denti appuntiti disposti in tre sole serie disposizione propria degli squalidi e in particolare del Pesce Angelo. Questi ulteriori particolari furono presi dal Minio in confronto con un esemplare imbalsamato da E. F. Trois di 70 cent. di lunghezza, non molto diverso dal nostro calcolato disteso che potrà essere stato di 50, e da uno scheletro mascellare:

" *a*) denti identici per forma e disposizione nonchè per caratteristiche all' apice delle due mascelle cioè un breve spazio libero

(1) Hist. Serp. et Drac. Lib. II, p. 363.

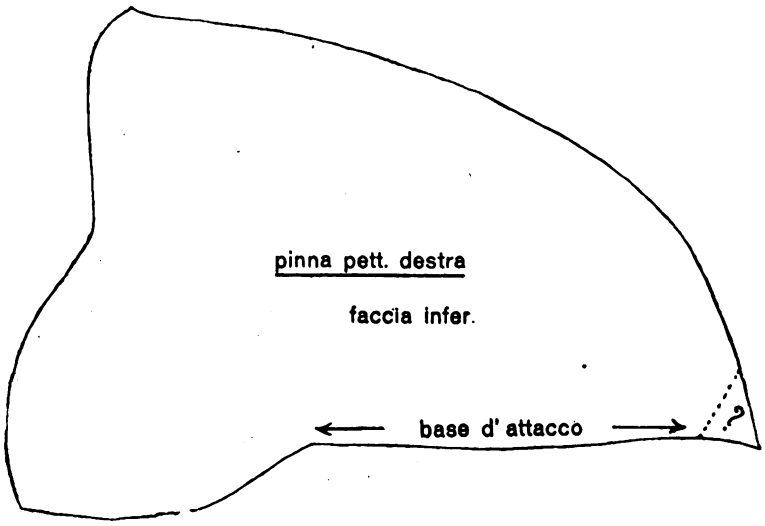
(2) Ognuno ricorda che si fa nascere il Basilisco (Regulus) dal gallo vecchio, forse per i fenomeni di arrenotochia delle vecchie galline che cantano da gallo con terrore delle massaie che predicano disgrazie. Questo si è udito in tutta la Venezia.

Digitized by Google

nell' intermascellare inferiore e, viceversa, un infittimento, nel corrispondente posto, in quella superiore;

b) nella coda avvoltolata e contorta (1) son perfettamente riconoscibili le traccie di resezione di due sporgenze dorsali corrispondenti al posto delle due pinne che ivi ha la *Squatina*;

c) la forma delle pinne pettorali di cui ecco la sagoma (calcata seguendo la bizzaria delle curve con cui fu deformata): è



irriconoscibile solo il prolungamento della base (segnato con (?)) per le piegature eseguitevi;

d) la congiunzione della base di queste pinne con le ossa del cinto (che sono ben visibili sotto la pelle non sigrinata e quindi quasi trasparente) è esattamente conforme a quanto mettono in evidenza i preparati Trois;

e) pinne ventrali ben distinte, all' inserzione, da quelle pettorali, da cui distano 6 cm.: cioè di una distanza proporzionata a quella dell' es. di confronto, che è di 9 cm. su una lunghezza che appunto una volta e mezza quella del drago;

f) l' orlo del lembo cutaneo *sollevato* che da metà del capo

(1) E non mai spinosa, indice quest' ultimo indiscutibile che apparterrebbe a una Razza come l' es. Moscardo.

Digitized by Google

si stende fino all' inizio delle branchie dell' es. di confronto è, nel drago, messo ancora meglio in evidenza deprimendo la pelle sottoposta, che è più leggera e che fu ammucchiata sulla zona mediana a guisa di giogaja; sono invece irriconoscibili per le pieghe della pelle le fessure branchiali „.

Fin quì il testo integrale della lettera. Il Minio soggiunge che invece conferma impossibile accertare la natura del rostro che non può farsi a meno di compiere una demolizione totale o parziale delle sottile pelle sovrapposta che sarebbe esiziale per la conservazione del feticcio che è assai fragile. Una prima ipotesi avanzata per giustificare la carena della parte superiore della zanna fingendola con un ravvicinamento delle due metà della mascella superiore della Squatina non trova corrispondenza nella forma di questa mascella che è troppo ricurva nel pesce, così da non permettere un ravvicinamento così perfetto.

" Il rostro „ continua, " non può essere quindi che artificiale, ma sono impossibili i sondaggi; e secondo me è di altra provenienza, come mi pare di averle detto, anche la pelle che lo ricopre. Altra cosa notevole: manca qualsiasi taglio che spieghi lo sventramento dell'animale e successivo riempimento (forse fatto per la bocca?) „. All' ultimo stranissimo quesito cui si può rispondere pensando all' abilità tassidermica notoria di questi ciarlatani cui prima si è già accennato che poi sempre trattavano la bassa chirurgia quando non meno.... la prestidigitazione e che però come il Casseri anche riuscirono settori di massima portata (1) sovviene anche l' accessoria considerazione dell' abilità che hanno ancora oggi certi cuochi di estrarre dalla sola ferita fatta per togliere l' ingluvie tutto il resto delle interiora di un pollo, di un tacchino o simili per riconoscere possibile la non facile operazione. A proposito della Ciarlantaneria, dopo il diver-

(1) Dante Bertelli, Giulio Casseri (da Servo a Professore universitario). " Numero Unico „ pubblicato per l'occasione del settimo centenario dell'Università di Padova. Tipografia Antoniana, 1922. Il Casseri, a dir vero, non fu mai ciarlatano ma fu del tempo in cui odontojatri, estirpatori di glandole o simili operatori apparivano molto spesso con l'apparato dei ciarlatani.

Digitized by Google

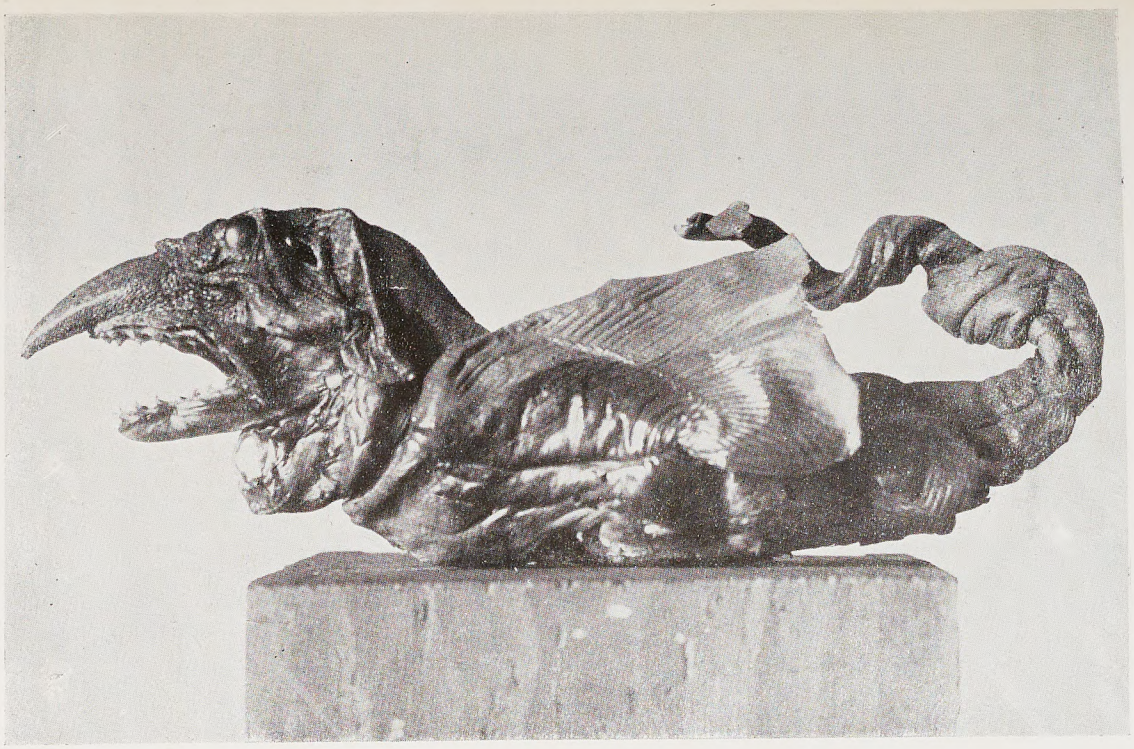
tente e istruttivo libro di Andrea Corsini (1) davvero è superfluo profondersi a parlare di quanto possa essere stata ed anche molto spesso utile e persino necessaria questa strana professione dei cantimbanchi, legata a quella credulità che accompagna sia il mercatare dei farmachi come il sovvenire al male fisico impellente. Valeva la pena, data la riesumazione di questi strani cimelii il ridiscorrere dei Basilischi e dei Draghi tanto più con lo strano interessantissimo feticcio che così ora si sa trovarsi anche nel Museo di Venezia ad ancora più per l'invito cortese del Dott. Minio con le sue osservazioni minute in proposito e per la combinazione che di tutti gli affini simulacri che si conoscono fin al presente di quel tempo è toccato sempre a me comunque recarne informazione.

Venezia, Novembre 1928.

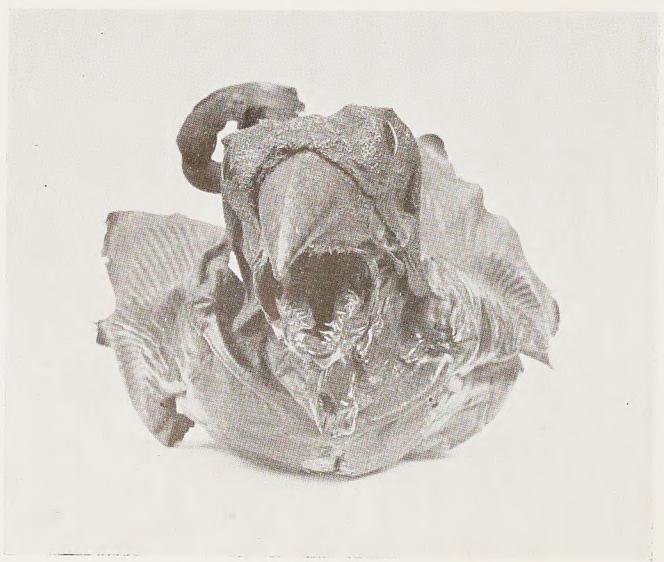
(1) ANDREA CORSINI, Medici Ciarlatani e Ciarlatani medici. Con 8 tav. f. t. Bologna, Zanichelli (1922). N. 9. Attualità Scientifiche. Serie Medica.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 2 febbraio 1929)

Digitized by Google



1. — Il Basilisco del Museo Civico di Storia Naturale di Venezia (di lato)

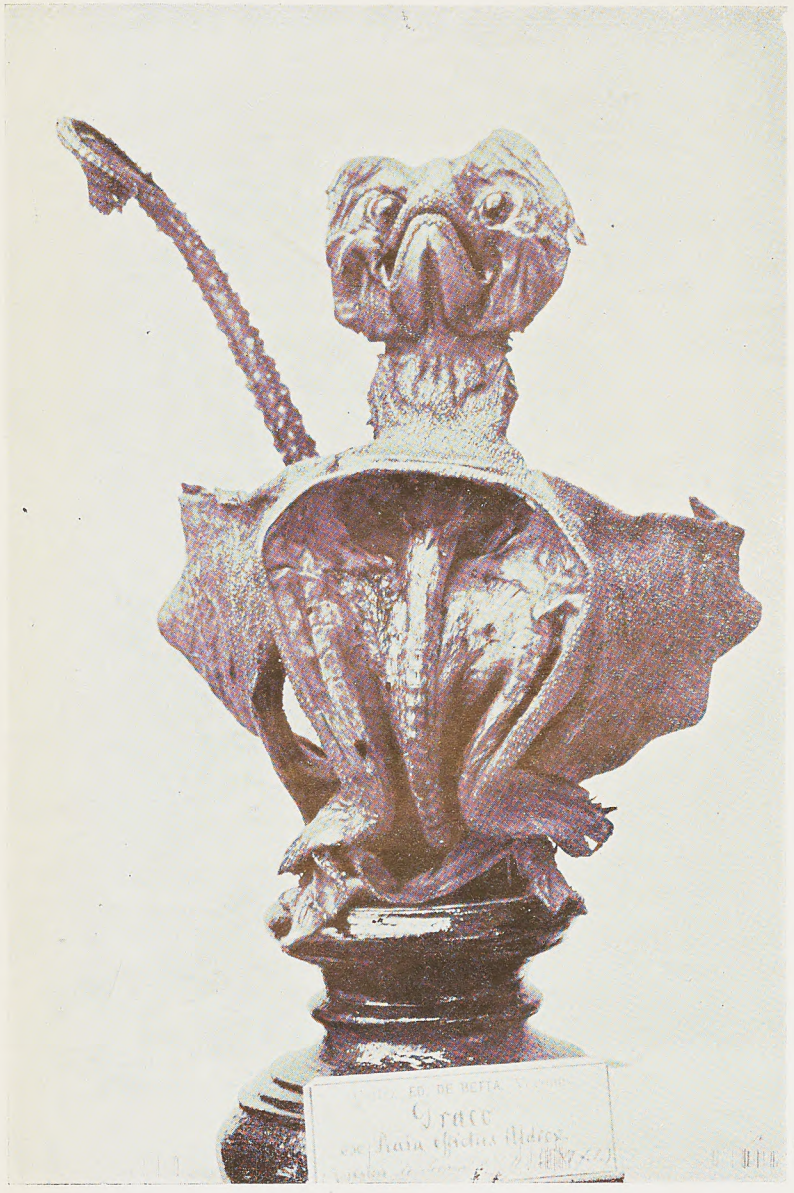


2. — Lo stesso (di fronte).

Digitized by Google

Digitized by Google

3. — Il Drago della Raccolta De Betta del Museo di Verona (di lato)



4. — Lo stesso (di fronte)

Digitized by Google

Digitized by Google

5. — Il Basilisco del Moscardo (di lato)

6. — Lo stesso (di fronte)

Digitized by Google

Digitized by Google

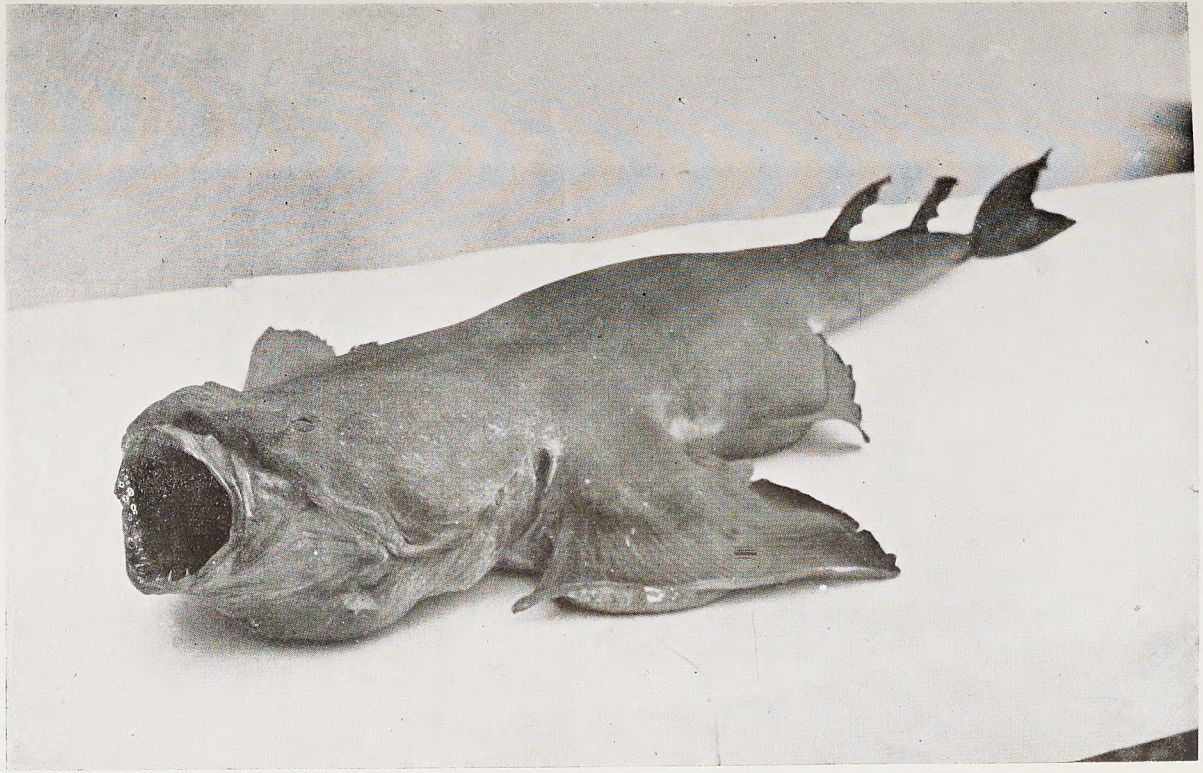
7. — Il Drago di Carpi (di lato)

8. — Lo stesso (di fronte)

Digitized by Google

Digitized by Google

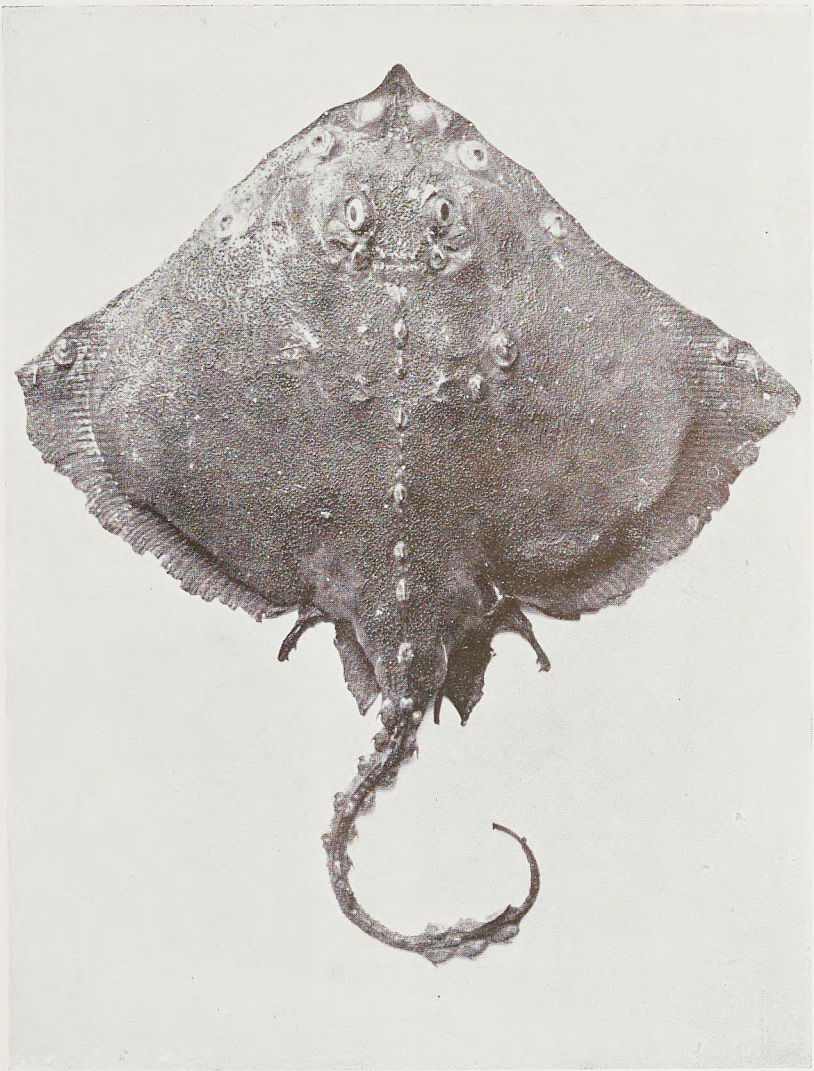
Digitized by Google



9. — I pesci che servirono ai fabbricatori dei mostri: il Pesce angelo (in venez. *Squalena*)

Digitized by Google

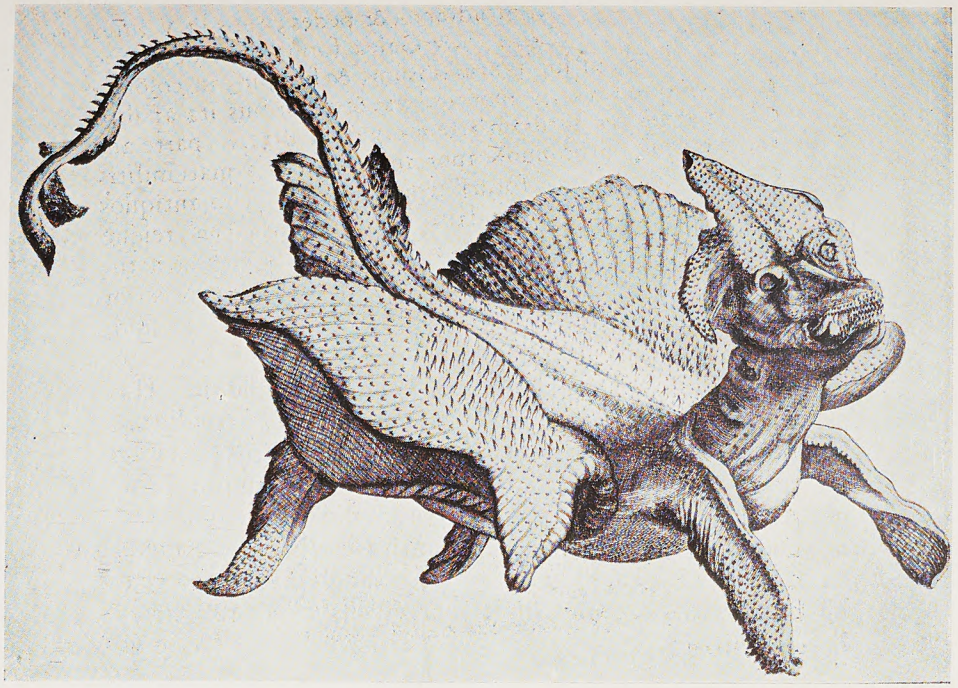
Digitized by Google



10. — I pesci che servirono ai fabbricatori dei mostri: la Razza chiodata (in venez. *Rasa*) [da esemplari del Museo di Storia Naturale di Venezia].

Digitized by Google

Digitized by Google



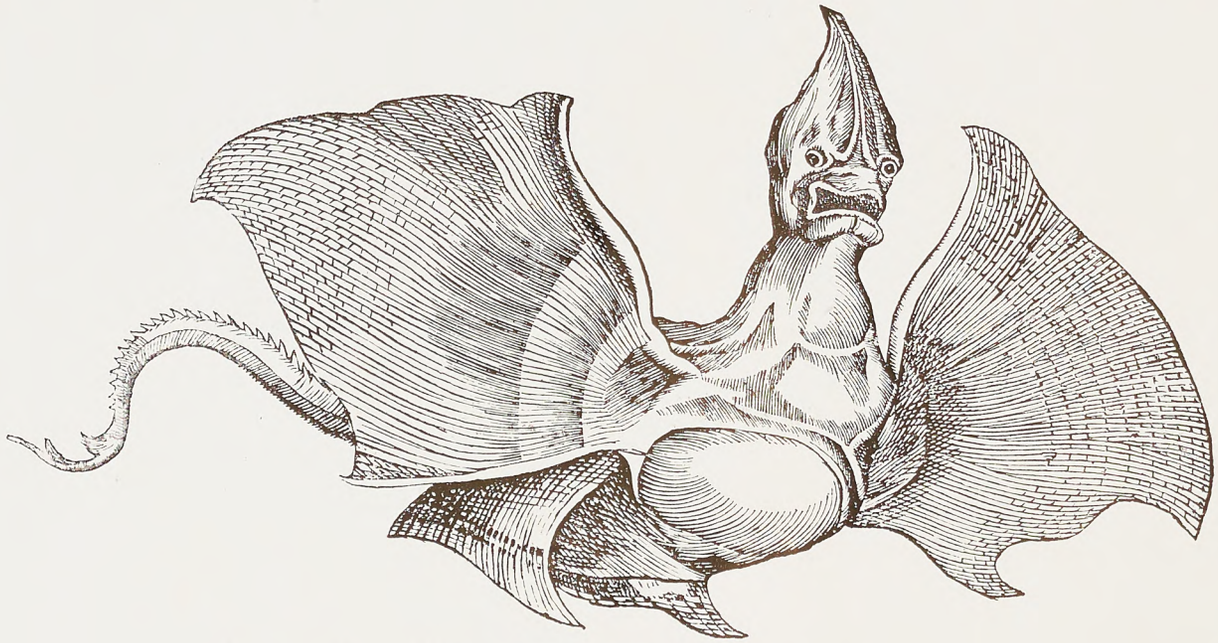
11. — Il basilisco raffigurato nel Museum Francisci Calceolarii

12. — ... e la riproduzione fattane nel Museo Moscardo

Digitized by Google

Digitized by Google

13. — Le figurazioni dell' Historia Serpentum et Draconum: " Draco ex Raja effictus „

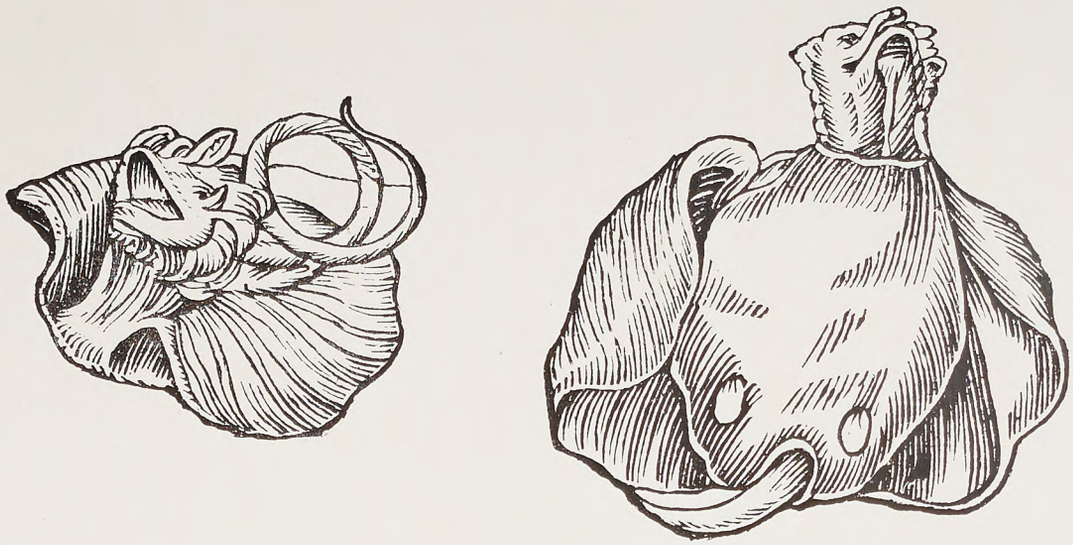


14. — " Draco alter ex Raja exsiccata concinnatus „

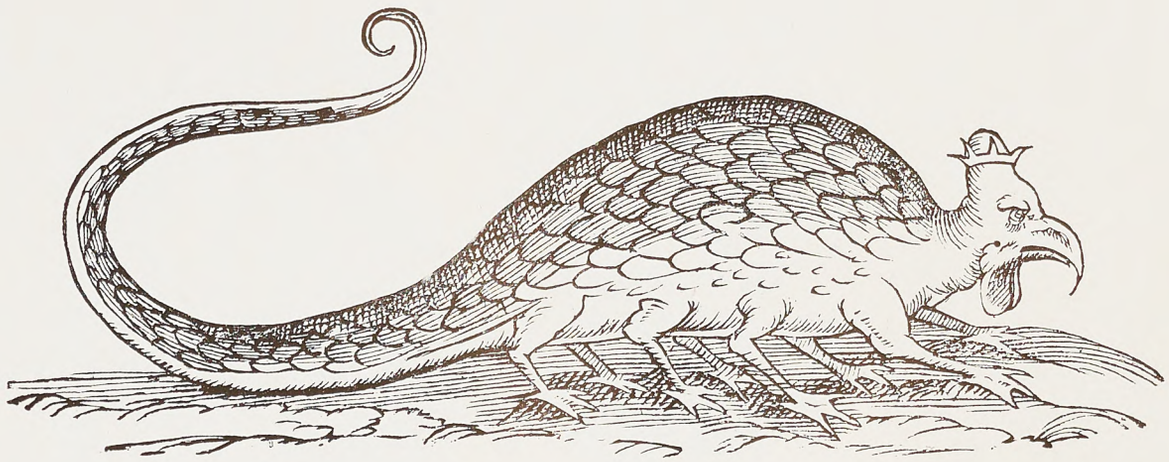
UNIV. OF MICH.

Digitized by Google

Digitized by Google



15. — Le figure dell' Historia Serpentum et Draconum: " Basiliscus ex Raja effictus prone et supine pictus „



16. — " Basiliscus in solitudine Africae vivens „

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Gli stemmi cretesi dell'Università di Padova

GEROLA GIUSEPPE, m. e.

(*Adunanza ordinaria del giorno 25 novembre 1928*)

Gli stemmi — parte dipinti a fresco, parte scolpiti in pietra e poi coloriti — che decorano le pareti dell' Università di Padova, appartengono al periodo dal 1542 al 1688, vale a dire dall' epoca della riforma della sede universitaria a quella della emissione del decreto del Senato Veneto in data 29 aprile 1688, con cui veniva proibita la ulteriore apposizione di tali insegne.

Si riferiscono ai rettori delle rispettive due sezioni della università, vale a dire dei Legisti e degli Artisti, ed ai Consiglieri delle nazioni alle quali gli studenti, vuoi in rapporto al paese di origine, vuoi per particolare loro predilezione, si ascrivevano.

Quantunque simile usanza si riscontri anche in altri atenei d' Italia, gli stemmi di Padova, che assommano alle tre migliaia, costituiscono — insieme con quelli di Bologna — (1) il monumento araldico più insigne della Penisola (2).

(1) Cfr. A. Sorbelli, *Le iscrizioni e gli stemmi dell' Archiginnasio*, vol. I, Bologna, 1916.

Gli stemmi cretesi sono soltanto in numero di tre.

Quello *Zorzi* (n. 172), del 1754, è: di azzurro, al cavallo marino in atto di uscire dal mare tempestoso verso la spiaggia verdeggiante.

Quello *Sottili* (n. 525) è: di azzurro, al leone illeopardito di rosso, sostenuto da una base dello stesso.

Quello *Capsa* (n. 34), appartenente a Giovanni Capsa, si trova — come mi comunica lo stesso Sorbelli — nella sala terza del primo piano, fila terza.

(2) A. Brillo, *Brevi memorie sulla Università di Padova e sugli*

Digitized by Google

Disgraziatamente le condizioni in cui essi sono a noi pervenuti non possono certo considerarsi soddisfacenti. L' umidità, le infiltrazioni d' acqua, le intemperie in genere, hanno menato strage di parecchi di essi. In quasi tutti, i colori originali, specialmente certe tinte, per processo di ossidazione e di alterazione chimica sono talmente denaturati, da aver perduto l' originario aspetto, e da trarre in inganno sulle loro peculiarità araldiche.

Con quella fatale del tempo, ha congiurato alla loro rovina l' opera sconsigliata dell' uomo: i rimaneggiamenti poco riguardosi, gli improvvidi occultamenti sotto le nuove tinte ed i nuovi intonachi, le totali demolizioni; e, incredibile a dirsi, dalla metà del secolo scorso in poi, anche gli imprudenti restauri. Le grandi unità originarie, per cui gli stemmi si raggruppavano ordinatamente in determinate serie, ben distinte — anche in base alle due grandi categorie dei Legisti e degli Artisti — di luogo e di epoca, furono così turbate e distrutte, ogni qualvolta si vollero allogare altrove gli stemmi provenienti da locali demoliti o rimaneggiati, oppure si credette lecito, per semplice intento di ornamentazione e di simmetria, di spostare impunemente quelle insegne: ed il lavoro fu eseguito in modo tanto balordo che, non soltanto non si tenne memoria nè si ebbe riguardo al posto originariamente occupato dai vari emblemi, ma i singoli pezzi si sparpagliarono a casaccio, in luoghi diversi, giungendo a scindere fra loro lo stemma marmoreo dalla rispettiva targa col nome e la nazionalità. L' aula magna, per citare l' esempio più tipico, è in tal modo risultata, dal punto di vista della storia, un vero caos araldico.

L' opera deleteria fu completata dal restauratore a colori, il quale — eccezione fatta per qualche più recente ripristino (1) —

stemmi in essa esistenti, in " Bollettino ufficiale della Consulta araldica „, vol. IV, n. 18, Roma, 1898. — A. Favaro, *Stemmi ed iscrizioni concernenti personaggi Galileiani nella Università di Padova*, Padova, 1893, pag. 5 seg. — O. Ronchi, *Guida storica artistica di Padova*, Padova, 1912, pag. 34 seg.

(1) Sui restauri eseguiti dal 1895 in poi, si veda il rapporto già citato di Antonio Brillo. I criteri allora adottati certo seri, anche se possa discutersi sulla convenienza di apportare delle correzioni agli originali. I risultati non sembrano tuttavia pienamente sodisfacenti.

Digitized by Google

ben di rado pare si preoccupasse di ricostruire sulle traccie malfide delle tinte superstiti, le figurazioni e gli smalti genuini di quegli scudi e le rispettive epigrafi, quali si potevano ricavare dagli illustratori del monumento od arguire da opere araldiche di carattere generale; per lo più si appagò di interpretare alla buona quanto gli pareva di vedere ovvero di completare arbitrariamente le parti malsicure o mancanti, quando, specialmente negli stemmi più alti e meno controllabili, non si peritava, per far presto, di occultare addirittura sotto un' unica tinta ad olio livellatrice le stesse figurazioni scolpite di quegli scudi.

Chi voglia oggi studiare sul serio gli stemmi dell' Università di Padova, evitando malintesi ed errori, deve ricorrere all' opera di Luigi Ignazio Grotto dell' Ero, il quale, dopo aver ripreso per le stampe il lavoro del Tomasini sulle epigrafi dell' Università, raccolse in un' opera tuttora manoscritta, che porta la data del 1841, tutti gli stemmi dell' ateneo patavino, distribuendoli in due volumetti, l' uno per l' Università di Legisti, l' altro per quella degli Artisti, a seconda dell' ordine cronologico della loro successione (1). Il manoscritto del Grotto dell' Ero, non serve soltanto a ricostruire le insegne ormai totalmente scomparse, ma a determinare l' ubicazione originaria ed i dati cronologici di quelle superstiti. Ed è sommamente utile per il controllo delle figurazioni e dei colori, anche se il lavoro, per una certa imprecisione ed approssimazione con cui gli stemmi furono rilevati e disegnati, non possa a sua volta pretendere di essere sempre considerato come assolutamente degno di fede nei vari dettagli.

Uno studio di tal fatta abbiamo voluto tentare sugli stemmi degli studenti cretesi, che devono considerarsi di particolare interesse, sia per il loro numero, veramente notevole, sia per il contributo che quelle armi possono recare alla conoscenza della araldica neogreca.

(1) I. Grotto dell' Ero, *Dell' Università di Padova, cenni ed iscrizioni.*

I. Grotto dell' Ero, *Cenni storici sulle famiglie di Padova e sui monumenti dell' Università*, Padova, 1842-1843.

I. Grotto dell' Ero, *Stemmi ed iscrizioni esistenti nella Università di Padova*, Padova, 1841 (Ms. B. P. n. 1413 della Biblioteca civica di Padova).

Digitized by Google

Designati per lo più colle specificazioni di *nobilis cretensis* (ossia di Candia), *rhetymnensis* (ossia di Retimo), o *cydoniensis* (ossia di Canea), le tre principali città del Regno, oppure qualificati — di rado — semplicemente come *graecus* o anche privi di ulteriore annotazione, ma annoverati per lo più sotto la nazione " Ultramarina „, quegli stemmi, dal 1564 in poi, erano in origine almeno 200, più di tre quarti dei quali sono giunti fino a noi. Nel novero complessivo delle insegne patavine, quelle di Creta costituiscono così la quindicesima parte della totalità — numero veramente cospicuo e per più riguardi degno di considerazione, anche perchè l'affluenza degli studenti cretesi all'Ateneo Patavino non si arresta colla caduta dell'isola in mano al Turco (dal 1645 in poi).

Non tocca qui di trattare la questione della origine e della partizione della nobiltà cretese. Dal punto di vista araldico, è interessante notare come gran parte degli stemmi ripetano le note figurazioni delle famiglie patrizie veneziane a cui nel primo dugento toccò l'incarico di colonizzare l'isola di recente acquistata dalla Serenissima. Le altre preferiscono volentieri, variamente distribuendoli, gli stessi pochi ed ovvi motivi, — frequentemente parlanti (1) — e per questo si assomigliano molto fra loro: ma di rado sembrano vantare origine molto remota.

Il nostro lavoro è affatto schematico. Indica le varie località ove attualmente gli stemmi si conservano (e precisamente, a pianterreno, l'atrio d'ingresso, il portico quadrato, l'aula B, il corridoio davanti al gabinetto dei professori ed il piccolo corridoietto verso la via S. Francesco; poi le due scale; finalmente, al piano di sopra, la loggia e l'aula magna). Ma, sulla scorta del Grotto dell'Ero, è sempre indicata la ubicazione originaria.

Per ogni famiglia descrive i singoli stemmi, così come oggi si vedono, accennando a tutte le varianti di figurazioni o di co-

(1) Interessante rimarcare come i nobili di origine veneta non di rado foggiassero la loro arma sulla falsa etimologia italiana del loro cognome, anzichè sulla effettiva derivazione legittima (Cfr. consimile esempio per la famiglia Pangalo nell'isola di Zia, in G. Gerola, *Zea*, in " Annuario della R. Scuola archeologica di Atene „, vol. IV-V, Bergamo, 1924, pag. 196 e 215).

Digitized by Google

lori. Le famiglie sono complessivamente 86; ma alcune di esse (Cassimati, Cladio, Litino, Lombardo, Scordili, Varuca), palesando armi totalmente diverse fra loro, mostrano di doversi distinguere in rami differenti.

Segue il nome, cognome, patria (colle semplici abbreviature rispettivamente *cret*, *cid*, e *ret*) e data di carica del personaggio.

E finalmente la corrispondente citazione del manoscritto del Grotto dell' Ero (citato G. D. E.), colla indicazione delle eventuali varianti in esso riscontrabili.

Spetterà allo studioso che si interessi dell' argomento il vagliare e discutere ulteriormente tali dati — non di rado fra loro contradditorî —, per giungere alla determinazione del genuino contenuto dello stemma di ogni singola famiglia e delle legittime sue varianti (1).

Achielli

1. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola C „. In pietra, colori ridipinti.

   Di azzurro, all'anguilla ondeggiante di nero (2), posta in palo, coronata d'oro e accompagnata da sei stelle d'oro, tre per parte.

   Costantino Achielli, ret., 1667.

   G. D. E., III, 201 *: senza figurazione.

2. Loggia superiore, parete del braccio ovest; ma in origine nella " scuola D „. In pietra.

   Come sopra: ma senza colori.

   Marcantonio Achielli, 1670.

   G. D. E., III, 215: partito di argento e di azzurro, colle stelle dell'uno nell'altro.

---

(1) Chi voglia completare le proprie conoscenze sul blasone cretese, dovrà vedere poi l'elenco degli stemmi raccolti dai monumenti dell'Isola, che deve costituire l'ultima parte dell'opera, già quasi pubblicata per intero, G. Gerola, *I monumenti veneti dell'isola di Creta*, Venezia, 1905 segg.

Cfr. pure (per lo stemma Cladio): G. Gerola, *Sigilli veneto-cretesi*, in " Bollettino italiano di numismatica „, anno XII, fasc. 4-6, Milano, 1914.

(2) Τὸ χέλι (o anche 'αχέλι) in greco moderno è appunto l'*anguilla*.

Digitized by Google

3. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola B „. In pietra, ridipinto.

Come sopra: ma l'anguilla senza corona; e lo scudo partito di azzurro o di argento, colle stelle rispettivamente di argento e di nero. Nel cimiero tre piume.

Marcantonio Achielli, ret., 1673.

G. D. E., II, 273 *: ma partito di oro e di azzurro, colle stelle dell'uno nell'altro.

Balsamo

4. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra: scudo accomunato a quello di Jacobo Salamon, del quale costituisce la partitura inferiore.

Di . . . , alla fascia di . . . , caricata di . . .

Marco Balsamo, ret., 1605.

G. D. E., III, 60: la fascia caricata di tre stelle.

Barozzi

5. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.

Di . . . alla fascia di . . . (1). Nel cimiero tre piume.

Cosmo Barozzi, cid., 1666.

G. D. E., III, 199 *: campo rosso, fascia azzurra.

Bassicchi

6. " Affreschi, lettera C „ (cioè affrescato nell'aula C).

Stemma scomparso.

Francesco Bassicchi, cret., 1573.

G. D. E., 10 *: senza figurazione.

Benvardo

7. Portico terreno, volta del lato est. A fresco, restaurato.

Trinciato di . . . e di rosso, alla banda attraversante di argento caricata di due occhi al naturale (2).

Gianmaria Benvardo, cret., 1600.

G. D. E., II, 74: senza figurazione.

---

(1) Corrisponde all'arma dei Barozzi patrizi veneziani.

(2) *Benvardo* = *Ben guardo*: stemma parlante, dalla etimologia veneta.

Digitized by Google

8. Portico terreno, volta del lato sud. A fresco, restaurato.
Come sopra.
Gianmaria Benvardo, cret., 1602.
G. D. E., II, 76 *: la banda filettata di nero.

9. Atrio di ingresso, parete sud. In pietra.
Simile: ma trinciato di nero e di rosso ed i due occhi collocati lungo la linea della partizione, anzichè sulla banda.
Nicolò Benvardo, cret.
G. D. E., III, 115.

10. Scala sud, pianerottolo inferiore. In pietra.
Simile: ma i due occhi sono posti nella partitura superiore; questa manca di colore, l'altra è di rosso.
Nicolò Benvardo, cret., 1636.
G. D. E., III, 118 *: senza figurazione.

Bon

11. Loggia superiore, parete del braccio sud. In pietra.
Partito di [smalto] e di [metallo] (1). Nel cimiero un ramo fiorito.
Nicolò Bon, cret., 1665.
G. D. E., III, 196: di rosso e di nero.

12. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.
Come il precedente.
Nicolò Bon, cret., 1665.
G. D. E., III, 198: rosso e nero.

Bonasseri

13. " Scuola D „.
Stemma scomparso.
Michele Bonasseri, cret., 1680.
G. D. E., III, 221 *: partito di azzurro e di rosso, alla sbarra di nero.

Bozza (2)

14. Aula magna, parete ovest; ma in origine nell'aula " A „. In pietra, ridipinto.

(1) Corrisponde all'arma della famiglia patrizia veneta.
(2) Andrea Bozza fu creato nobile cretese il 7 maggio 1580 (Venezia, Archivio di Stato, *Senato Mar*, XLIV, 170).

Digitized by Google

Rombeggiato di nero e di argento, all'aquila d'oro coronata e accompagnata in capo da una stella dello stesso.

Bartolomeo Bozza, cret., 1573.

G. D. E., II, 23: l'aquila nera.

15. Aula B, parete sud; ma in origine nella " scuola E „. In pietra.

Come sopra, ma senza la stella; mancano i colori.

Mario Bozza, cid., 1684.

G. D. E., III, 234: rombeggiato di argento e di azzurro, aquila d'oro.

Cacavela

16. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.

Di..., al gatto rampante di... sulla campagna di... tenente una vela spiegata di... (1).

Michele Cacavela, ret., 1677.

G. D. E., III, 220 *: campo azzurro, campagna verde.

Cagnoli

17. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola B „. In pietra, ridipinto.

Di azzurro, alla torre di rosso, cimata da una crocetta dello stesso, fondata sopra una campagna di nero e sostenuta da due cani al naturale (2). Nel cimiero un'aquila nera, portante, ritta sul collo, una crocetta rossa.

Giorgio Cagnoli, cret., 1669.

G. D. E., II, 260 *.

Calafati (3)

18. Portico terreno, volta del lato ovest. A fresco, restaurato.

Di oro, all'aquila bicipite di nero, coronata ogni testa di oro, caricata di uno scudetto trinciato di azzurro e di rosso,

(1) Dunque stemma parlante.

(2) Simile agli stemmi Capicsa e Calichiopulo; ma parlante, in quanto scambia i leoni coi cagnoli. Analogo del resto all'arma dei Cagnola milanesi.

(3) Giovanni Calafati ebbe la nobiltà cretese il 30 luglio 1485 (*Senato Mar* cit., XII, 53).

Digitized by Google

alla banda attraversante d'oro, caricata di una lepre inseguita da un cane.

Andrea Calafati, cret., 1598.

G. D. E., II, 60: le figurine della banda non rilevabili.

19. Portico terreno, volta del lato est. A fresco, restaurato.

Come sopra.

Andrea Calafati, cret., 1599.

G. D. E., II, 72: senza figurazione.

20. " Scuola B „.

Stemma scomparso.

Giorgio Calafati, cret., 1672.

G. D. E., II, 270. Simile. Ma il solo scudetto; dove il campo è d'oro e la banda d'azzurro, coi due animali di rosso; ed è accompagnata da due gigli, uno in capo — d'azzurro — e l'altro in punta. (Veramente la partizione inferiore è priva di colore ed il giglio vi è segnato d'oro).

21. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.

Simile al n. 18: ma il campo dell'aquila azzurro; e lo scudetto consunto.

Emanuele Calafati, 1675.

G. D. E., II, 280: senza figurazione.

22. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola B „. In pietra, ridipinto.

Simile. Un'aquila bicipite in rilievo porta in petto il solito scudetto, che è trinciato, nel primo di azzurro ai tre gigli d'oro, nel secondo di rosso al giglio d'oro; sulla banda d'oro — cane e lepre sono separati da un albero di verde.

Emanuele Calafati, cret., 1676.

G. D. E., II, 281 *.

23. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola E „. In pietra, ridipinto.

Simile: il solo scudetto di rosso, alla banda di nero, caricata di un cane inseguente un cervo, tutti due d'oro, accompagnata da due gigli d'oro, uno in capo ed uno in punta.

Giorgio Calafati, cret., 1684.

G. D. E., III, 234 *: ma la banda d'oro e i gigli azzurri.

Digitized by Google

Calergi

24. " Nella loggia dinanzi la scala destra, affresco „.
Stemma scomparso.
Leone Calergi cid., 1620.
G. D. E., II, 132: di azzurro, all'aquila bicipite di nero, caricata di uno scudetto di nero. Nel cimiero crocetta col motto: " In hoc signo vinces „.

25. Portico terreno, volta del lato est. A fresco, restaurato.
Simile: l'aquila bicipite è d'oro, coronata di corona d'oro; lo scudetto bandato di azzurro e d'oro. Nel cimiero un braccio tiene una croce pomata d'oro, con cartiglio e motto EN TO AYTΩ NIKAΣ.
Giorgio Calergi, ret., 1621.
G. D. E., II, 133: lo scudetto in petto senza figurazione.

26. " Scuola C „, affreschi.
Stemma scomparso.
Matteo Calergi, cret., 1622.
G. D. E., II, 108*: senza figurazione.

27. " Nella scuola C, affreschi „.
Stemma scomparso.
Matteo Calergi, cret., 1624.
G. D. E., III, 109*: senza figurazione.

28. Loggia superiore, parete del braccio ovest; ma in origine nella " scuola C „. In pietra.
Come sopra; ma mancano i colori (lo scudetto bandato di metallo e di smalto); ed il braccio del cimiero è infranto.
Giorgio Calergi, 1667.
G. D. E., III, 201*: senza figurazione.

29. Portico terreno, parete del lato nord; ma in origine nella " scuola C „. In pietra.
Come sopra: il braccio, pure infranto, del cimiero, esce da una nube.
Giorgio Calergi, cret., 1667.
G. D. E., III, 201*: senza figurazione.

30. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola C „. In pietra, ridipinto.

Digitized by Google

Simile: ma il campo dell'aquila rosso; e lo scudetto bandato di argento e di azzurro. Ciminiero come al n. 24.

Giorgio Calergi, 1667.

G. D. E., III, 201 *: senza figurazione.

Calichiopulo

31. Portico terreno, parete del lato est. In pietra.

Di azzurro, alla piramide di . . ., sulla campagna di . . ., cimata da un uccello di . . ., sostenuta da due leoni controrampanti di . . . e accompagnata in capo da tre comete di . . .

Antonio Calichiopulo, ret., 1640.

G. D. E., III, 136 *: campo azzurro, campagna verde, piramide e comete d'oro.

32. Ibidem.

Come sopra.

Giacomo Calichiopulo, ret., 1642.

G. D. E., III, 139 *: campo azzurro, piramide, leoni e comete d'oro.

33. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.

Come sopra. Nel cimiero leone nascente.

Giacomo Calichiopulo, ret., 1643.

G. D. E., III, 140: senza figurazione.

34. Aula magna, parete sud; ma in origine nella " scuola D „. In pietra; colori ridipinti.

Simile, ma torre invece di piramide; e torre e leone rossi; e mancano le comete (1). Nel cimiero tre piume.

Stellio Calichiopulo, greco, 1672.

G. D. E., III, 217: la torre senza colore.

Capicsa

35. Aula B, nella volta. A fresco, ritoccato.

Di azzurro, alla torre di rosso, fondata nella campagna di verde, cimata da un'aquila di nero e sostenuta da due leoni controrampanti di rosso.

Giorgio Capicsa, cret., 1583.

G. D. E., II, 38 *: torre ed aquila d'argento.

(1) Così ridotto, lo stemma si identifica con quello Capicsa!

Digitized by Google

Cassimati

36. " Lettera C „ (cioè aula C), " affreschi „.

Stemma scomparso.

Ercole Cassimati, cret, 1575.

G. D. E., III, 11: di rosso, al cavallo spaventato di nero, bardato d'oro.

37. " Nella scuola C, cogli affreschi seguenti „.

Stemma scomparso.

Ercole Cassimati, cret., 1579.

G. D. E., III, 14: simile al precedente, ma il campo azzurro e la bardatura d'argento.

38. " Scuola C, sopra la porta, affreschi „.

Stemma scomparso.

Giovanni Cassimati, cret., 1620.

G. D. E., III, 97: come il precedente, ma il cavallo sostenuto da una campagna di verde.

39. Portico terreno, parete del lato est. In pietra.

Troncato, nel primo di rosso, al leone nascente coronato, tenente una crocetta di ....; nel secondo di ...., alla cassa di ... (1).

Paolo Cassimati, cid., 1636.

G. D. E., II, 172*: campo inferiore rosso, cassa nera.

Cataneo

40. Scala sud, pianerottolo inferiore. In pietra.

Di ..., all'albero di ..., nodrito da una campagna di ... e sostenuto da un grifo di ...; al capo di..., caricato di tre gigli di ...

Pietro Cataneo, cret., 1595.

G. D. E., III, 39*: campo verde, grifo d'oro, capo d'azzurro, gigli rossi.

Cladio (2)

41. Aula magna, lato ovest; ma in origine nell'aula " A „. In pietra, ridipinto.

---

(1) Tentativo di arma parlante, dalla etimologia italiana.

(2) Giovanni Cladi fu nominato nobile cretese il 28 novembre 1573 (*Senato Mar* cit., XLI, 223*).

Digitized by Google

Campo di cielo, all'albero di verde, nodrito da un monte di tre cime di nero (con altri monti di verde in lontananza), dal quale sora un uccello di nero, al sole d'oro posto in capo.

Giovanni Cladio, cret., 1572.

G. D. E., II, 22: ma il solo orizzontale sinistro.

42. " Nella volta della scala sinistra, affresco „.

Scomparso.

Nicolò Cladio, cid., 1612.

G. D. E., II, 114: Troncato di rosso e di nero, il primo caricato di una pianta di rosa, accompagnata in capo da una crocetta di...

Clodio

43. Aula B, volta. Affresco, ritoccato.

Di azzurro, alla fascia di... filettata inferiormente di nero, al leone illeopardito di... passante sulla fascia (1).

Giovanni Clodio, cret., 1581.

G. D. E., II, 33*: colla fascia del campo, le due gemelle di argento e il leone d'oro.

44. " Affreschi, lettera C „ (cioè aula C).

Stemma scomparso.

Floriano Clodio, cret., 1603.

G. D. E., III, 57: simile al precedente, ma campo nero, gemelle in banda (o in fascia?) d'oro (manca però l'indicazione del colore fra le gemelle e nella partizione inferiore).

45. Scala settentrionale, parete nord. In pietra.

Come il precedente, ma senza colori. (Manca pure il nome).

Floriano Clodio, cret., 1604.

G. D. E., III, 58: campo e banda d'azzurro, gemelle di argento, leone d'oro.

Condorato

46. Loggia superiore, parete del lato est. In pietra.

Di..., alle tre lancie da torneo di..., poste in palo (2).

Giorgio Condorato, ret., 1638.

---

(1) Molto simile allo stemma dei Sofoleo.

(2) Κοντός è la lancia.

Digitized by Google

G. D. E., II, 178: campo d'argento, lancie d'oro.

47. Ibidem.

Come sopra.

Giorgio Condorato, ret., 1638.

G. D. E., II, 180 *: senza figurazione.

Coressi

48. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola A „. In pietra, ridipinto.

Di azzurro, al grifo rampante di nero, accompagnato da tre gigli d'oro, due in capo ed uno in punta.

Paolo Coressi, cret., 1659.

G. D. E., II, 235 *.

Cornèr

49. Portico terreno, parete del lato nord. In pietra.

Partito, di . . . e di azzurro (1).

Giambattista Corner, cret., 1638.

G. D. E., III, 131: ma partito di azzurro e d'oro.

50. Ibidem.

Simile, ma mancante dei colori (partito di metallo e di smalto). Tale scudetto è caricato in petto di un'aquila bicipite di . . . ogni testa coronata di . . . in campo di . . .

Giorgio Corner, ret., 1645.

G. D. E., III, 142: campo azzurro, e scudetto partito di oro e di azzurro.

Cortazzi

51. Portico terreno, parete del lato est. In pietra.

Troncato, nel primo di azzurro, alla nube (?) uscente dall'angolo destro ed alla stella di . . . .; nel secondo di . . . ., al cuore di . . . (2).

Giorgio Cortazzi, ret., 1642.

G. D. E., III, 139 *: col secondo di nero.

(1) Come l'arma della notissima famiglia veneziana.

(2) Dall'etimologia di *Cortazzi* da *cuore* (mentre in realtà il nome deriva da χόρτος = erba).

Digitized by Google

Dandolo

52. Loggia superiore, parete del lato nord. In pietra.
Troncato di [smalto] e di [metallo], col secondo caricato di una crocetta patente di . . . (1).
Bartolomeo Dandolo, cret., 1648.
G. D. E., III, 149: di nero e di rosso, colla croce d'oro.

Dolce

53. " Portici a destra, stemmi affresco „.
Stemma scomparso.
Giorgio Dolce, cret., 1615.
G. D. E., III, 88*: di argento alla dolce rampante di rosso (2).
54. " Nella scuola C, affreschi „.
Stemma scomparso.
Giorgio Dolce, cret., 1617.
G. D. E., III, 93: senza figurazione.

Erizzo

55. Loggia superiore, parete del braccio sud. In pietra.
Di . . ., alla banda di . . ., caricata di un riccio di . . . e di una E gotica di . . . (3)..
Giovanni Erizzo, cret., 1650.
G. D. E., II, 210*: senza figurazione.
56. Ibidem; ma in origine pare fosse nella " scuola D „. In pietra.
Come sopra.
Giorgio Erizzo, cret., 1680.
G. D. E., III, 221: campo azzurro, banda d'oro, riccio nero.
57. Atrio di ingresso, parete ovest; ma in origine nella " scuola F „. In pietra.

(1) Come lo stemma della famiglia patrizia veneta.
(2) Stemma parlante, simile a quello della famiglia veneziana.
(3) Stemma parlante, eguale allo stemma dei patrizi veneti.

Digitized by Google

Come sopra: campo azzurro.

Giorgio Erizzo, cret., 1683.

G. D. E., II, 301 *: senza figurazione.

58. " Scuola F „.

Stemma scomparso.

Giorgio Erizzo, cret., 1683.

G. D. E., II, 301 *: senza figurazione.

Eudemonoglanni

59. Aula B, volta. Affresco, ritoccato.

Troncato, di... e di..., nel primo all'aquila bicipite di nero coronata d'oro, nascente dalla partizione; nel secondo al leone di..., tenente una crocetta di...

Teodoro Eudemonogianni, cret., 1579.

G. D. E., II, 27: troncato di argento e di azzurro, con fascia attraversante di argento e leone illeopardito d'argento.

Filimo

60. Portico terreno, volta del lato est. Affresco restaurato.

Di azzurro, ai tre ossi da morto di argento posti in fascia, uno sopra l'altro, accompagnati in capo da una croce potente dello stesso (1).

Michele Filimo, cret., 1600.

G. D. E., II, 74: senza figurazione.

61. Portico terreno, volta del lato nord. Affresco restaurato.

Michele Filimo, cret., 1602.

G. D. E., II, 76.

Franco

62. Portico terreno, parete del lato sud. In pietra.

Di..., al castello di tre torri, imbandierato con vessillo a croce sul maschio principale (il quale porta un leone di San Marco ed una meridiana), sulla campagna di..., percorsa da fossato; davanti all'ingresso un monumento (2).

---

(1) Simile allo stemma veneto dei Baseggio.

(2) Deve essere una vera e propria veduta del Castello di Castelfranco. Ben diverso dallo stemma Franco quale è dato in G. GEROLA, *Sigilli* cit.

Digitized by Google

Mario Franco, ret., 1635.
G. D. E., II, 165 *: campo azzurro, castello rosso.

63. Portico terreno, parete del lato est. In pietra.
Come sopra.
Mario Franco, ret., 1636.
G. D. E., II, 172 *: senza figurazione.

64. Loggia superiore, parete del braccio nord. In pietra.
Come sopra.
Mario Franco, ret., 1637.
G. D. E., II, 174 *: un grifo davanti alla porta del castello.

Ftamino

65. Portico terreno, volta del lato ovest. Affresco restaurato.
Di azzurro, all'uomo nudo (1), sinistrato da un leone ritto d'oro. Nel cimiero il leone d'oro nascente.
Simone Ftamino, 1605.
G. D. E., II, 89.

66. " Aula magna „.
Stemma scomparso.
Simone Ftamino, cret., 1608.
Come sopra: ma campo verde.

67. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.
Come sopra: mancano i colori.
Giorgio Ftamino, cret., 1656.
G. D. E., III, 175: manca la figurazione.

Gavala

68. Portico terreno, parete del lato est. In pietra.
Di azzurro, allo scaglione di..., accompagnato da tre stelle di..., due in capo ed una in punta.
Giorgio Gavala, cid., 1637.
G. D. E., II, 175: scaglione e stelle d'oro.

69. Loggia superiore, parete del braccio est; ma in origine " a destra della scuola A „. In pietra.
Come sopra.
Giorgio Gavala, cid., 1638.
G. D. E., II, 177 *.

(1) Probabilmente arma parlante: Φθάμηνος è il settimino.

Digitized by Google

70. Loggia superiore, parete del braccio nord. In pietra.
Giorgio Gavala, cid., 1639.
G. D. E., II, 175: scaglione e stelle d'oro.

71. Atrio di ingresso, parete nord. In pietra.
Come sopra. Nel cimiero aquila bicipite col motto: " Donec sidera tangan „.
Nicolò Gavala, cid., 1644.
G. D. E., III, 141 *: senza figurazione.

Gignazzi

72. " Scuola C, affreschi „.
Stemma scomparso.
Giovanni Gignazzi, cid., 1622.
G. D. E., III, 108: Trinciato, superiormente di rosso, al fianco sinistro di azzurro; inferiormente di argento (?), al fianco sinistro di rosso, il primo caricato di una barba (?) di...; alla banda d'argento attraversante.

73. " Presso scuola B „: ossia portico terreno, lato est.
Stemma scomparso.
Giovanni Gignazzi, cid., 1633.
G. D. E., II, 163. Simile al precedente: trinciato, nel primo di rosso a tre pali d'oro; nel secondo di rosso, caricata di una barba (?) di nero; alla banda attraversante di nero, caricata di un leone illeopardito d'oro.

74. " Nel portico presso scuola B „.
Stemma scomparso.
Giovanni Gignazzi, cid., 1633.
G. D. E., II, 164 *: senza figurazione.

Gritti

75. Loggia superiore, parete del lato nord. In pietra.
Troncato, di azzurro e di..., il primo caricato di una crocetta pomata di... (1).
Giovanni Gritti, ret., 1637.
G. D. E., II, 174 *: crocetta nera, secondo nero.

(1) Come lo stemma dei patrizi veneti.

Digitized by Google

76. Loggia superiore, parete del lato est. In pietra.

Come sopra; senza colori (il primo di smalto, il secondo di metallo).

Giovanni Gritti, ret., 1638.

G. D. E., II, 177 *: senza figurazione.

77. Ibidem.

Come sopra.

Giovanni Gritti, ret., 1638.

G. D. E., II, 180 *: senza figurazione.

Lesegnani

78. " Scuola C, a destra entrando, affreschi „.

Stemma scomparso.

Giorgio Lesegnani, cret., 1622 (?).

G. D. E., III, 107 *: di rosso, alla corazza di...

79. " Scuola C, affreschi „.

Stemma scomparso.

Giorgio Lesegnani, cret., 1622.

G. D. E., III, 108: senza figurazione.

Lima

80. Portico terreno, volta del lato est. Affresco restaurato.

Di rosso, al leone d'oro, alla banda attraversante di argento, caricata di tre gigli di nero. Nel cimiero un arco, col motto: " Et regularem faciam et certiorem ictum „.

Giovanni Lima, cret., 1599.

G. D. E., II, 72.

Litino

81. Atrio di ingresso, parete sud. In pietra.

Di azzurro, al monte di tre vette di..., cimato da una stella di... e accompagnato nel cantone sinistro da una nube di...

Giorgio Litino, cret.

G. D. E., III, 115: il monte verde, la stella d'oro.

82. Scala nord, pianerottolo inferiore. In pietra.

Come sopra.

Giorgio Litino, cret., 1636.

G. D. E., III, 118 *: il monte di nero, la stella d'oro.

Digitized by Google

83. Troncato di azzurro e di..., alla fascia attraversante di rosso; il primo caricato di un braccio impugnante un fascio.

Emanuele Litino, ret., 1652.

G. D. E., II, 222: tanto il campo superiore che l'inferiore di nero, il braccio rosso.

84. Loggia superiore, parete del lato sud. In pietra.

Come il precedente. Nel cimiero il braccio col fascio.

Emanuele Litino, ret., 1654.

G. D. E., II, 223.

85. Ibidem.

Come il precedente.

Emanuele Litino, ret., 1654.

G. D. E., II, 223 *: senza figurazione.

Lombardo

86. Aula B, volta. Affresco, restaurato.

Bandato di rosso e di argento, al leone d'oro attraversante, tenente una ghirlanda di verde.

Giorgio Lombardo, cret., 1583.

G. D. E., II, 38 *: ma bandato di argento e di rosso, e manca la ghirlanda.

87. " Rilievo della scuola E „.

Stemma scomparso.

Gianfrancesco Lombardo, cret., 1587.

G. D. E., II, 42: Di rosso alle tre bande di nero, al capo dell'impero (1).

88. " Nell'ingresso al camerino de' professori, alla scuola E ed alla porta occidentale „.

Stemma scomparso.

Gerolamo Lombardo, cret., 1590.

G. D. E., III, 24: senza figurazione (2).

(1) Cfr. O. Ronchi, *Giovan Francesco Lombardi*, in " Atti e memorie della R. Accademia di Padova „, vol. XXXVIII, Padova, 1922.

(2) In Aula magna si conserva ancora la targa col nome dello stesso Lombardo, quale vicario (1585-1586). Essa, già priva di stemma, era stata nel secolo scorso collocata " nella porta della cucina anatomica „ (G. D. E., III, 21).

Digitized by Google

89. Portico terreno, parete del lato sud. In pietra.

Troncato di [smalto] e di [metallo], al leone illeopardito attraversante sulla partizione. Manca ora il nome.

Giorgio Lombardo, cret., 1605.

G. D. E., III, 60: troncato di verde e d'oro, col leone dell'uno nell'altro (1).

Madero

90. Portico terreno, volto del lato ovest. Affresco restaurato.

Di azzurro, alla fascia di rosso, accompagnata in capo da una corona d'oro.

Marco Antonio (erroneamente letto Angelo) *Madero*, cret., 1612.

G. D. E., II, 113: senza figurazione.

91. " Nella volta della scala sinistra, affresco „.

Stemma scomparso.

Marcantonio Madero, cret., 1612.

G. D. E., II, 114: il tocco d'oro.

92. Aula magna, lato ovest; ma in origine " presso la porta verso le Beccherie vecchie „ (ossia nel lato nord del portico terreno).

Come sopra, ma nella variante: di verde, alla fascia di argento, al braccio sinistro nudo, impugnante una corona di oro. Nel cimiero una stella.

Giovanni Madero, cid., 1680.

G. D. E., II, 288*: ma campo azzurro e fascia rossa.

Maffei

93. Portico terreno, parete del lato nord. In pietra.

Troncato, nel primo di azzurro al cervo nascente rivolto di..., nel secondo sbarrato di [smalto] e di [metallo] (2).

Gerolamo Maffei, cid., 1670.

G. D. E., III, 216: col cervo nero, e tre sbarre azzurre in campo d'oro.

---

(1) Eguale allo stemma dei patrizi veneziani.

(2) Così pure — ma non rivolto — i Maffei di Verona.

Digitized by Google

Mamuna

94. Portico terreno, parete del lato sud. In pietra.

Troncato di azzurro, e di..., il primo caricato di un'aquila bicipite di..., il secondo di un palo di... accompagnato da sei dadi posti tre e tre.

Giorgio Mamuna, cret., 1677.

G. D. E., III, 220*: fascia e palo neri (1).

Manganario

95. Portico terreno, volta del lato nord. Affresco restaurato.

Apollo in trono, al naturale. Nel cimiero tre piume.

Michele Manganario, cret., 1619.

G. D. E., II, 130*.

Maurizio (2)

96. Portico terreno, volta del lato ovest. Affresco restaurato.

Di azzurro, allo scaglione d'oro, accompagnato da tre teste al naturale, due in capo ed una in punta.

Giorgio Maurizio, cret., 1598.

G. D. E., II, 60.

97. Portichetto che dà sulla via S. Francesco; ma in origine nei " portici a destra verso scuola B „.

Come sopra, ma lo scaglione cimato da una crocetta. E mancano i colori.

Gian Maria Maurizio, cret., 1635.

G. D. E., III, 116*: campo nero (!), scaglione rosso, crocetta senza colore, busti neri.

Messeri

98. Loggia superiore, volta del lato nord. Affresco.

Di..., alla fascia... caricata di due pali di..., accompagnata in capo da una crocetta patente di...

(1) Cfr. Α. Μηλιαράκης, Οἰκογένειαι Μαμωνᾶ, Ἀθήναις, 1902, pag. 73. Demetrio Mamona aveva ricevuta la nobiltà cretese il 13 novembre 1515 (*Senato Mar* cit., XVIII, 90).

(2) I figli di Giorgio Maurizi ottennero il patriziato cretese il 19 marzo 1575 (Ibidem, XLII, 144*).

Digitized by Google

Pietro Messeri, cret., 1620.

G. D. E., II, 132 *: di argento, colla fascia d' oro, i pali di azzurro e la crocetta rossa.

99. Loggia superiore, parete del lato sud. In pietra.

Come sopra.

Emanuele Messeri, cret., 1655.

G. D. E., III, 174: fascia d' oro, pali neri, croce rossa.

100. Scala nord, pianerottolo superiore. In pietra.

Come sopra.

Nicolò Messeri, cret., 1663.

G. D. E., III, 191 *: senza figurazione.

Missina

101. Loggia superiore, parete del lato nord. In pietra.

Troncato, nel primo di . . . , al castello di . . . ; nel secondo di [smalto] a tre bande di [metallo].

Francesco Missina, cret., 1648.

G. D. E., III, 149: col primo di nero ed il castello di rosso; il secondo d' oro e le bande di nero.

Molviz (1)

102. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.

Di . . . , alla colomba di . . . , sorante da una campagna di . . . Nel cimiero la colomba.

Giampaolo Molviz, cret., 1666.

G. D. E., III, 199: campo azzurro, campagna verde.

103. Ibidem.

Come sopra: ma monte anzichè campagna.

Giampaolo Molviz, cret., 1666.

G. D. E., III, 199 *: come sopra.

104. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola B „. In pietra, ridipinto.

Come il precedente: campo d'azzurro, colomba d'argento, monte di verde.

Giampaolo Molviz, cret., 1672.

G. D. E., II, 270: come sopra.

(1) Lo stemma corrisponde anche a quello della famiglia Rossi.

Digitized by Google

105. Ibidem; ma in origine nella " scuola B „. In pietra, ridipinto.
Come il precedente, ma nel cimiero tre piume.
Giampaolo Molviz, " nobilis Soderani „, 1672.
G. D. E., II, 270 *: senza figurazione.

Mormori

106. " Scuola A „.
Stemma scomparso.
Giovanni Mormori, cid., 1662.
G. D. E. II, 242: di azzurro, al pesce d' argento posto in fascia verso sinistra, accompagnato da tre stelle d' oro, due in capo ed una in punta.

107. Aula magna, parete ovest; ma in origine nella " scuola A „. In pietra, ridipinto.
Come sopra. Nel cimiero una stella.
Giovanni Mormori, cid., 1662.
G. D. E., II, 242 *: senza figurazione.

108. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola A „. In pietra, ridipinto.
Come sopra: ma campo di verde. Nel cimiero tre stelle.
Giovanni Mormori, cid., 1662.
G. D. E., II, 242 *: senza figurazione.

109. " Aula magna „.
Stemma scomparso.
Giovanni Mormori, cid., 1663.
G. D. E., II, 245: senza figurazione.

110. Aula magna, parete ovest. In pietra, ridipinto.
Come il n. 108, ma campo azzurro e pesce nero.
Giovanni Mormori, cid., 1664.
G. D. E., II, 248 *: senza figurazione.

111. Ibidem; ma in origine nella " scuola A „. In pietra, ridipinto.
Come il n. 108, ma campo azzurro.
Giovanni Mormori, cid., 1664.
G. D. E., II, 249 *: senza figurazione.

Digitized by Google

Moschieti

112. Portico terreno, parete del lato sud. In pietra.

Di . . . , all'albero di . . . , nodrito da una campagna di . . . , al bue passante (1) di . . .

Emanuele Moschieti, cret., 1600.

G. D. E., III, 44: campo azzurro, albero verde, bue rosso.

Musalo

113. Atrio di ingresso, parete nord. In pietra.

Troncato, nel primo di . . . , alla croce patente di . . . , accompagnata da due stelle di . . . : alla fascia attraversante di . . . , caricata da una stella di . . .

Benedetto Musalo, cret., 1641.

G. D. E., III, 137 *: senza figurazione.

114. Corridoio terreno davanti al camerino dei professori, parete del lato ovest. In pietra.

Come sopra: il campo superiore d' azzurro; l' inferiore caricato di una pianta di . . .

Tomaso Musalo, cret., 1669.

G. D. E., III, 213 *: fascia verde, stelle d' oro.

115. Ibidem, parete di rimpetto. In pietra.

Come il precedente.

Tomaso Musalo, cret., 1669.

G. D. E., III, 213 *: ma la fascia caricata di tre stelle d' oro; e il secondo di una croce ottagona nera, evidentemente fraintesa; nera parimenti la crocetta superiore.

Mussuri

116. Portico terreno, volta del lato ovest. Affresco restaurato.

Di argento, a tre pali di nero.

Procopio Mussuri, cret., 1598.

G. D. E., II, 60 *.

Paleocapa

117. Portico terreno, parete del lato est. In pietra.

Di oro, all' aquila bicipite di nero, impugnante una spada

(1) Μόσχος è il bue giovane, vitello.

Digitized by Google

posta in fascia, e caricata da uno scudetto di oro alla croce patente di nero accantonata da quattro conchiglie di...

Giovanni Paleocapa, cret., 1576.

G. D. E., II, 24*: ma il campo principale d'argento; e la croce accantonata da quattro tortelli di nero.

Pandimo

118. Portico terreno, volta del lato nord. Affresco restaurato.

Campo di cielo, alla fenice al naturale. Nel cimiero una chiesetta.

Antonio Pandimo, cret., 1622.

G. D. E., III, 134.

Patellaro

119. " Nella parete esterna del gabinetto ostetrico „.

Stemma scomparso.

Eustachio Patellaro, cret., 1593.

G. D. E., III, 38*: Di azzurro, all'ariete rivolto di oro, nascente da una foresta di verde, nodrita da una campagna a contorno cuneato di rosso.

120. " Tra le scuole C ed A „.

Stemma scomparso.

Eustachio Patellaro, cret., 1607.

G. D. E., III, 63: senza figurazione.

121. Portico terreno, parete del lato est. In pietra.

Come sopra, di azzurro, al cervo di..., nascente da una foresta di... nodrita da campagna ondulata di...

Giorgio Patellaro, cret., 1640.

G. D. E., III, 136: come sopra.

122. Aula magna, parete nord. In pietra, ridipinto.

Come al precedente: l'ariete nero, le chiome degli alberi rosse (!), la campagna nera. Nel cimiero, tre piume.

Giorgio Patellaro, cret., 1663.

G. D. E., II, 245*: come sopra.

Picro

123. Portico terreno, volta del lato sud.

Non rilevabile. Nel cimiero una cometa, col motto: " Virtus extollit „.

Digitized by Google

Atanasio Picro, cret., 1616.

G. D. E., III, 90*: senza figurazione.

124. " Nella scuola C, affreschi „.

Stemma scomparso.

Atanasio Picro, cret., 1617.

G. D. E., III, 93*: di azzurro, al cornocopia di..., da cui escono fiamme di rosso, accompagnato in capo da tre stelle di...

Polina

125. Loggia superiore, parete del lato nord; ma in origine nella " scuola C „. In pietra.

Di azzurro, al braccio impugnante una croce latina di... sostenuta da un monte di tre cime di...

Emanuele Polina, cret., 1687.

G. D. E., III, 236: col braccio di rosso, la croce d'oro e il monte nero.

Porfio (1)

126. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.

Di..., all'aquila di..., ferma sopra un dado di...

Giovanni Porfio, cid., 1637.

G. D. E., III, 119*: campo verde, aquila nera.

Porfiro

127. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.

Di..., all'aquila di... uscente da una campagna mareggiata (o forse anche: troncato, di... e di..., all'aquila uscente dalla partizione; e il campo inferiore potrebbe essere eventualmente una figurazione della " porpora „, in armonia col cognome della famiglia). Corona.

Giovanni Porfiro, cid., 1643.

G. D. E., III, 140*: campo verde, aquila nera.

Premarin

128. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.

Troncato, di... e di..., il secondo caricato di tre fascie ondate di... (2).

(1) Da identificarsi colla seguente?

(2) Come la famiglia patrizia veneziana.

Digitized by Google

Nicolò Premarin, cid., 1660.

G. D. E., III, 180: di rosso e di azzurro, con onde d'oro.

129. Aula magna, parete nord. Ridipinto.

Simile: troncato di rosso e fasciato ondato di azzurro e di argento di otto pezzi. Nel cimiero tre piume.

Nicolò Premarin, cid., 1661.

G. D. E., II, 237 *: ma con due fascie ondate in campo verde.

Quartano

130. Portico terreno, volta del lato ovest. Affresco restaurato.

Di azzurro, al braccio destro vestito di rosso, impugnante uno stile, colla punta all'ingiù, attorno al quale si avvolge un nastro d'oro. Nel cimiero la mano con spada alzata.

Luca Quartano, cret., 1611.

G. D. E., II, 112: ma campo d'argento, pugnale con elsa d'oro.

Querini

131. " Nella scuola I, stemmi in pietra ".

Stemma scomparso.

Nicolò Querini, cret., 1601.

G. D. E., III, 46: troncato, di ... e di rosso, alla fascia di nero, accompagnata in capo da tre stelle d'oro (1).

132. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " parete esterna della scuola D verso I ".

Rimane il solo cartello colla epigrafe.

Nicolò Querini, cret., 1603.

G. D. E., III, 56: simile, cioè troncato di azzurro e di rosso, il primo caricato di tre stelle d'oro.

133. " Scuola C, sopra la porta, affreschi ".

Stemma scomparso.

Giorgio Querini, cret., 1620.

G. D. E., III, 97: come il precedente, ma il campo inferiore caricato della lettera b d'oro.

(1) Eguale all'arma dei patrizi veneti.

Digitized by Google

Roditi

134. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.

Troncato, di... e di..., alla fascia di..., alla pianta di rose (1) attraversante di..., all' orizzontale sinistro di...

Giovanni Roditi, cret., 1643.

G. D. E., III, 140: campo superiore azzurro, inferiore verde, fascia rossa.

135. Atrio di ingresso, parete nord. In pietra.

Simile: ma la partizione è piuttosto un troncato (di smalto e di metallo), con campagna.

Giovanni Roditi, cret., 1644.

G. D. E., III, 141 *: campo inferiore rosso, campagna nera, sole d' oro.

Rossi

136. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.

Di..., alla colomba sorante da un monte di tre cime di...

Francesco Rossi, ret., 1656.

G. D. E., III, 175 *: senza figurazione.

137. " Scuola B „.

Stemma scomparso.

Francesco Rossi, ret., 1671.

G. D. E., II, 265: simile, ma lo scudo partito di nero e di oro e il monte di nero (o di verde?) (2).

138. Portico terreno, parete del lato nord. In pietra.

Come il n. 136: campo azzurro, colomba d' argento, monte di verde. Nel cimiero tre piume.

Nicolò Rossi, ret., 1677.

G. D. E., II, 283 *: senza figurazione.

Salamon

139. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.

(1) Arma parlante.

(2) Uno stemma simile, mancante tuttavia della partizione, vedesi nella parete est della loggia superiore: è privo di nome. Ma è arma assai comune.

Digitized by Google

Stemma accomunato con quello Balsamo, che costituisce la partizione inferiore. Scaccato di [metallo] e di [smalto] (1).
Jacobo Salamon, 1605,
G. D. E., III, 60: scaccato di rosso e d'argento.

Sanguinazzo (2)

140. Loggia superiore, parete del lato est. In pietra.
Trinciato di [smalto] e di [metallo], ai due semivoli dell'uno nell'altro.
Nicolò Sanguinazzo, cret., 1564.
G. D. E., II, 9*: trinciato di azzurro e di argento.

141. Aula B, volta. Affresco ritoccato.
Come sopra: trinciato di azzurro e di argento.
Nicolò Sanguinazzo, cret., 1564.
G. D. E., II, 9*.

142. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.
Come il n. 140.
Jacopo Sanguinazzo, cret., 1605.
G. D. E., III, 60: senza figurazione.

143. Loggia superiore, parete del lato sud. In pietra.
Come il n. 140.
Bartolomeo Sanguinazzo, cret., 1606.
G. D. E., III, 62: senza figurazione.

144. Portico terreno, volta del lato ovest. Affresco restaurato.
Come il n. 141.
Luca Sanguinazzo, cret., 1611.
G. D. E., II, 112*: senza figurazione.

145. Ibidem.
Come il precedente.
Luca Sanguinazzo, cret., 1612.
G. D. E., II, 113: senza figurazione.

146. Loggia superiore, volta del lato nord. Affresco sbiadito.
Come il n. 140: colori non rilevabili.
Paolo Sanguinazzo, cret., 1620.
G. D. E., II, 132*: senza figurazione.

(1) Simile all'arma dei Salamon di Venezia.
(2) Lo stemma coincide con quello dei Sanguinacci di Padova.

Digitized by Google

147. " Sulla porta della scuola C „.
Stemma scomparso.
Nicolò Sanguinazzo, cret., 1656.
G. D. E., III, 177: senza figurazione.

148. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.
Come il n. 140.
Nicolò Sanguinazzo, cret., 1658.
G. D. E., II, 234 *: senza figurazione.

149. Aula magna, parete nord. In pietra, ridipinto.
Come il n. 141, ma ambedue le ali... di rosa! Nel cimiero cavallo nascente, alato, di nero.
Nicolò Sanguinazzo, cret., 1661.
G. D. E., II, 237 *: senza figurazione.

Schiavo

150. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.
Troncato, di... e di..., alla fascia attraversante di...; nel primo due leoni affrontati di..., nel secondo un leone rivolto di... Nel cimiero una ruota.
Alessandro Schiavo, cret., 1647.
G. D. E., III, 147 *: fascia nera.

Sciropulo

151. " Scuola D „.
Stemma scomparso.
Andrea Sciropulo, ret., 1680.
G. D. E., III, 221 *: troncato di argento e di nero, alla croce di otto punte attraversante, dell' uno nell' altro.

Scordili

152 Loggia superiore, parete del lato sud. In pietra.
Di..., alla pianta di aglio di...(1), posta in palo, accompagnata da due stelle di..., una per parte.
Nicolò Scordili, cret., 1595.
G. D. E., II, 55: campo azzurro, aglio e stelle d' argento.

(1) σκόροδον = aglio.

Digitized by Google

153. Portico terreno, parete del lato sud. In pietra.

Come sopra.

Antonio Scordili, cret., 1635.

G. D. E., III, 117: ma le stelle d'oro, il resto indeterminato.

154. Loggia superiore, volta del lato ovest. Affresco assai guasto.

Superiormente si rileva un corvo nero, in campo azzurro (?); inferiormente una partizione triloba, contenente qualche oggetto.

Zaccaria Scordili, cret., 1609.

G. D. E., III, 65*: troncato di argento, al corvo di nero, e di verde, al pesce d'argento in palo, alla fascia attraversante di azzurro. Ma non pare corrisponda alle traccie che rimangono.

155. Atrio di ingresso, volta. Affresco totalmente ridipinto.

Simile: troncato, nel primo di argento, al corvo di nero, nel secondo al pesce di argento natante nell'acqua al naturale, alla fascia attraversante di azzurro. Nel cimiero tre piume.

Zaccaria Scordili, 1610.

G. D. E., III, 66*: la fascia rossa caricata di stella di argento.

Se .....

156. " Nella volta dei portici a destra, affresco „.

Stemma scomparso.

Sigismondo Se ...., cret., 1617.

G. D. E., II, 118: Di ..., alla fascia di rosso, caricata di una stella d'argento e accompagnata da due stelle di ..., una in capo ed una in punta.

Sidero

157. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.

Di ..., alla fascia di ..., accompagnata in capo da una croce pomata di ... e in punta da tre stelle di ...

Giorgio Sidero, cret., 1637.

G. D. E., III, 119: campo azzurro, fascia nera.

Digitized by Google

Sifi

158. Portico terreno, parete del lato nord. In pietra.

Troncato, nel primo di azzurro alla cometa di..., fra due stelle di..., nel secondo di oro al braccio di rosso impugnante una spada di..., alla fascia attraversante di...

Giangerolamo Sifi, ret., 1677.

G. D. E., II, 283 *: colla cometa e stelle d'oro, la fascia nera e il campo inferiore pure d'oro.

Silvano

159. Scala sud, pianerottolo inferiore. In pietra.

Trinciato di azzurro e di rosso, alla banda attraversante di..., caricata di un leone illeopardito tenente una palma; il secondo caricato di tre garofani.

Cesare Silvano, cret., 1652.

G. D. E., II, 222: ma fascia (anzichè banda) di nero, e leone d'oro.

Sofoleo

160. Portico terreno, parete del lato nord. In pietra.

Troncato di... e di azzurro, alla fascia attraversante di..., sostenente un leone illeopardito di...

Giorgio Sofoleo, cid., 1635.

G. D. E., III, 116 *: senza figurazione.

161. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.

Come sopra.

Giorgio Sofoleo, cid., 1637.

G. D. E., III, 119 *: troncato di rosso e di verde, il leone d'oro.

162. Loggia superiore, parete del lato nord; ma in origne nella " scuola E „. In pietra.

Simile: ma il campo superiore di azzurro.

Gian Antonio Sofoleo, cid., 1684.

G. D. E., III, 234: senza figurazione.

163. Aula B, parete sud; ma in origine nella " scuola B „. In pietra.

Digitized by Google

Simile: troncato di rosso e di azzurro (?) ecc.

Gian Antonio Sofoleo, cid., 1685.

G. D. E., II, 306; ma cancellato: troncato di azzurro e di rosso, fascia verde, leone d'argento.

164. Portico terreno, parete del lato sud; ma in origine nella " scuola E „. In pietra.

Simile: troncato di azzurro e di rosso ecc.

Matteo Sofoleo, cid., 1686.

G. D. E., III, 235: senza figurazione.

Spiera

165. Aula B, volta. A fresco ritoccato.

Di azzurro, alla nube (?) a tre punte, di argento, uscente dalla parte destra dello scudo.

Adriano Spiera, cret., 1579.

G. D. E., II, 27.

166. Portico terreno, volta del lato est. A fresco restaurato.

Simile: la nube (?) di oro.

Adriano Spiera, cret., 1611.

G. D. E., II, 116*: senza figurazione.

Stai

167. Aula magna, parete sud; ma in origine " tra l'ingresso maggiore e scala della statua „. In pietra, ridipinto.

Troncato, nel primo di azzurro al giglio d'oro, fra due teste di leone dello stesso; nel secondo di rosso, a tre bande d'oro (tra le due partizioni una burella d'oro, che però fa parte del filetto d'oro che orla tutto lo scudo).

Paolo Stai, cid., 1639.

G. D. E., III, 132.

168. Portico terreno, parete del lato nord. In pietra.

Come sopra: qui è chiara la fascia attraversante. Mancano i colori, tranne l'azzurro del campo superiore.

Giovanni Stai, cid., 1670: col secondo di rosso; e due semivoli, invece che teste di leone. Nel cimiero leone tenente un giglio d'oro.

Digitized by Google

169. " In l'aula magna „.
Stemma scomparso.
Giovanni Stai, cid., 1684.
G. D. E., III, 234 *: senza figurazione.

170. " Scuola F „.
Stemma scomparso.
Giovanni Stai, cid., 1688.
G. D. E., II, 296; senza figurazione.

Tandi

171. " Aula F „.
Stemma scomparso.
Filippo Tandi, cret., 1602.
G. D. E., II, 75: di nero all'aquila bicipite d'oro.

Torcello

172. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.
Di . . . , alle tre fascie di . . . , accompagnate in capo da una croce patente di . . . Cimiero tre piume.
Andrea Torcello, cret., 1646.
G. D. E., III, 144 *: croce azzurra, fascie rispettivamente rossa, azzurra e verde.

173. Loggia superiore, parete del lato nord. In pietra.
Come sopra.
Andrea Torcello, cret., 1649.
G. D. E., III, 165 *: come sopra.

174. Portico terreno, parete del lato ovest. In pietra.
Come il precedente.
Andrea Torcello, cret., 1660.
G. D. E., III, 180: come sopra.

Troilo

175. Aula magna, parete sud; ma in origine " nell'ingresso maggiore a sinistra „. In pietra, ridipinto.
Troncato di azzurro e di nero, il primo caricato di un uccello di nero, alla fascia attraversante, fasciata di rosso e di oro di quattro pezzi.
Nicolò Troilo, ret., 1641.
G. D. E., III, 137 *: senza figurazione.

Digitized by Google

176. Portico terreno, parete del lato est. In pietra.

Simile: il secondo caricato di tre gigli. Mancano i colori. Nel cimiero un' aquila.

Nicolò Troilo, ret., 1646.

G. D. E., II, 201: il primo d'argento, l'uccello nero, la fascia rossa, il secondo nero, i gigli d'oro.

177. Loggia superiore, parete del lato ovest, in pietra.

Simile al n. 176: ma l'uccello con una serpe nel becco. Mancano i colori. Nel cimiero lo stesso uccello colla serpe.

Gerolamo Troilo, ret., 1650.

G. D. E., III, 172*: il primo d'oro, la fascia rossa.

178. Loggia superiore, parete del lato nord. In pietra.

Simile al precedente: ma la fascia caricata di burella di..., e il campo inferiore caricato da un vaso ardente. Manca il cimiero.

Gerolamo Troilo, ret., 1652.

G. D. E., III, 170*: campo superiore nero, fascia rossa.

Tron

179. " Affreschi sulla volta della scuola D „.

Stemma scomparso.

Angelo Tron, cret., 1618.

Di azzurro, all'aquila di nero coronata, sostenuta da un monte di tre cime di nero (1).

Trulino

180. " Camerino dei professori „.

Stemma scomparso.

Costantino Trulino, ret., 1656.

G. D. E., II, 228*: Di...., all'uccello sorante da un monte di tre cime di nero, accompagnato in capo da una stella d'oro ed ai lati dalle iniziali A-V.

Varuca

181. Loggia superiore, parete del lato sud. In pietra.

Troncato, nel primo di [smalto], al cippo di..., sostenente una crocetta di... fra due arpie; nel secondo di [metallo],

(1) Stavolta lo stemma patrizio veneto è totalmente diverso.

Digitized by Google

al monte di tre vette di . . ., cimato da un'altra arpia. Nel cimiero croce latina.

Giorgio Varuca, cid., 1653.

G. D. E., III, 171: il primo rosso, il monte nero.

182. Aula magna, lato ovest; ma in origine nella " scuola B „. In pietra, ridipinto.

Trinciato di argento e di azzurro, alla banda trinciata di rosso e d'oro. Nel cimiero una stella.

Gian Antonio Varuca, ret., 1671.

G. D. E., II, 265 *.

Viaro

183. Aula magna, parete est; ma in origine nella " scuola A „. In pietra, ridipinto.

Di rosso al fascio di verghe (?) posto in palo (1).

Andrea Viaro, cid., 1667.

G. D. E., II, 257.

Viero

184. Portico terreno, parete del lato nord. In pietra.

Di azzurro . . . ., all'albero di . . . ., cimato da un uccello di . . ., nodrito da una campagna di . . . e sostenuto da due leoni controrampanti di . . . (2).

Alessandro Viero, cid., 1670.

G. D. E., III, 216 *: leoni d'oro.

Vlasto

185. " Aula magna „.

Stemma scomparso.

Antonio Vlasto, cret., 1590.

G. D. E., II, 44: Interzato in fascia, nel primo di oro, alla croce patente di rosso; nel secondo di verde, all'aquila d'argento; nel terzo d'oro, alla fronda di verde (3).

(1) I Viaro di Venezia portavano di rosso, al palo d'argento.

(2) Corrisponde allo stemma dei Viero di Vicenza. Un esemplare se ne trova proprio d'accanto a quelle di Alessandro (cfr. G. D. E., II, 264: dalla aula B).

(3) Stemma parlante; perchè βλαστός è il germoglio.

Digitized by Google

186. " Nella volta della scala sinistra, affresco „.
Stemma scomparso.
Demetrio Vlasto, 1612.
G. D. E., II, 114: senza figurazione.

187. Loggia superiore, parete del lato sud.
Simile: Troncato di azzurro e di..., alla fascia attraversante di..., accompagnata in capo da un'aquila di... e in punta da un tralcio pampinoso di uva; al capo di..., colla croce di Malta di rosso.
Giorgio Vlasto, ret., 1681.
G. D. E., II, 294; l'aquila d'argento; il campo inferiore d'oro.

188. Loggia superiore, parete del lato ovest; ma in origine nella " scuola C „. In pietra.
Simile, ma manca il tralcio d'uva; l'aquila coronata; la fascia di rosso.
Marco Vlasto, ret., 1682.
G. D. E., III, 232: senza figurazione.

Volo

189. Corridoio terreno, davanti al camerino dei professori, parete ovest. In pietra.
Di . ., all'uccello di..., coronato di..., volante sopra il mare, verso un orizzontale destro di... (1). Motto: " Sola aquila ad solem „.
Giangiorgio Volo, ret., 1669.
G. D. E., III, 213 *: campo azzurro e uccello nero, coronato d'oro.

190. Aula magna, parete est; ma in origine nella " scuola B „. In pietra, ridipinto.
Come sopra: campo azzurro, uccello verde. Manca il motto; nel cimiero tre piume.
Michele Volo, ret., 1678.
G. D. E., II, 285 *.

Vretò

191. Loggia superiore, volta del lato ovest. A fresco, guasto.

(1) Arma parlante.

Digitized by Google

Si rileva solo la partitura superiore, di verde, con un uccello d'argento che tiene fra le zampe un oggetto d'oro.

Matteo Vretò, cret., 1609.

G. D. E., III, 65: l'uccello nero (!), posa sopra un ramo e non tiene alcun oggetto!

Zen

192. Loggia superiore, parete del lato sud. In pietra.

Bandato di otto pezzi, di [smalto] e di [metallo] (1). Nel cimiero tre piume.

Pietro Zen, cret., 1653.

G. D. E., III, 171: bandato di azzurro e di nero.

Zoia

193. Portico terreno, volta del lato ovest. Affresco restaurato.

Di azzurro, allo scaglione di oro, accompagnato da tre gigli dello stesso, due in capo ed uno in punta.

Bartolomeo Zoia, cret., 1613.

G. D. E., II, 115.

194. Loggia superiore, parete del lato ovest. In pietra.

Come sopra: senza colori.

Nicolò Zoia, cret., 1654.

G. D. E., III, 172 *: senza figurazione.

195. " Sulla porta della scuola C „.

Stemma scomparso.

Iacobo Zoia, cret.. 1656.

G. D. E., III, 177: come il n. 193.

196. Aula magna, parete sud; ma in origine nella " scuola A „. In pietra, ridipinto.

Come il n. 193. Nel cimiero tre piume.

Nicolò Zoia, cret., 1657.

G. D. E., II, 231 *: senza figurazione.

197. Ibidem; ma in origine nella " scuola B „. In pietra, ridipinto.

Come il n. 193. Ma lo scaglione d'argento — e due cimieri con tre piume ciascuno.

(1) Come la famiglia patrizia veneta.

Digitized by Google

Bartolomeo Zoia, cret., 1668.

G. D. E., II, 259.

198. Aula magna, parete nord; ma in origine nella " scuola B „. In pietra, ridipinto.

Come il n. 196.

Bartolomeo Zoia, cret., 1668.

G. D. E., II, 259: senza figurazione.

199. Portico terreno, parete del lato sud. In pietra.

Come il n. 194 — ma nel cimiero un giglio.

Nicolò Zoia, greco, 1677.

G. D. E., III, 220*: senza figurazione.

Zucchi

200. Portico terreno, parete del lato nord; ma in origine " nella scuola F „. In pietra.

Di azzurro, al leone coronato, sostenuto da una spada posta in banda di... e tenente un caduceo di...

Giorgio Zucchi, cret., 1652.

G. D. E., II, 222: il leone di rosso, senza la spada.

. . . . . .

201. " Portici a destra, stemmi affresco „.

Stemma scomparso.

Nome non rilevabile, ma un cretese, 1615.

G. D. E., III, 88*: di azzurro, alla pianta di..., accompagnata in capo da tre stelle di...

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 1 febbraio 1929)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Un quaderno di scuola di un umanista celebre

(Contributo alla critica dei testi scolastici medioevali)

di AUGUSTO MANCINI

(pres. dal prof. sen. N. Tamassia, m. e., nell' ad. ord. 13 gennaio 1929)

Il quaderno di scuola è il cod. 27 (A. 33) della Forteguerriana di Pistoia, l'umanista, veramente insigne, il Sozomeno. Non è un codice ignoto, nel senso letterale della parola, ma trascurato o poco valutato da quanti si occuparono dell'umanista pistoiese e del fondo cospicuo della sua libreria. È singolare che non figuri nell'antico inventario pubblicato dallo Zaccaria (*Bibl. Pist.*, Augustae Taurinorum, MDCCLII, I, pp. 37-42), ma non restò ignoto a quel coscienzioso erudito che fu Sebastiano Ciampi (*Notizie del Can. Sozomeno*, Pisa, Prosperi, 1810, p. 4), che se ne valse per accertare particolari biografici, sui quali converrà tornare; e dopo di lui, ma solo per testimonianze e dati che qua e là offriva, lo tenne in conto Guido Zaccagnini nei suoi studi sul Sozomeno (*Uno storico umanista pistoiese*, Napoli, 1900, in Studi di lett. it. di Pèrcopo e Zingarelli, II, p. 212 sgg.), integrati e riassunti nell'Introduzione al 'Chronicon Universale' nella nuova Raccolta Muratoriana (XVI, part. I, pp. VII-IX). Ma nessuno, ch'io sappia, studiò il codicetto, che è per più rispetti degno d'attenzione: anzi, mentre il Ciampi aveva ben visto che il manoscritto 'intitolato *Catone De Moribus*' era miscellaneo, altri si limitò a darlo come contenente il solo 'Cato', e fra questi il Mazzatinti (il cui Indice dei codici forteguerriani, per quanto sempre utile, deve esser ri-

Digitized by Google

fatto) che lo indica ' Catonis De Moribus, Cart., sec. XV, in-4, di ff. 54, leg. in assi, cop. di cuoio '.

Appunto il sospetto che il codice pistoiese, dato come di ff. 54, accogliesse oltre il breve testo qualche ' expositio ' dei Distici degna di studio, mi indusse a prendere in esame il manoscritto, a me noto soltanto per l' indicazione del Mazzatinti. Ma il libro di Cato, nella sua integrità, comprese cioè le sentenze ' breviores ' e quelle in distici, non occupa che i primi cinque fogli, e ci offre un testo scorrettissimo, senza valore critico, corredato di note interlineari e marginali, le quali dimostrano, anche se non soccorressero altri ed espliciti argomenti, come si tratti di un quaderno di scuola, del giovanetto Zomino di Ser Bonifacio, il futuro Sozomeno. Il giovanetto ha trascritto alla peggio il testo e probabilmente sotto dettatura di qualche compagno, infarcendolo di errori di ogni specie, e lo ha poi postillato secondo le lezioni e le osservazioni del Maestro, notandone quello che gli sembrava utile. Nulla fin qui d' interessante.

Ma il quaderno di scuola medievale prende linee e forme solo che si proceda nell' esame. Dal f. 6 al f. 9^{v} si presenta ' Aurelii Prudentis Crementis tetrasticus de veteri et novo testamento ', un altro testo notissimo caratteristico della tradizione scolastica, la cosidetta ' Eva columba ' (Migne, *P. L.*, LX, 89-112). Ma qualche cosa di non trascurabile ci si offre subito dopo, una filastrocca ritmica a strofe, ciascuna di quattro versi con tre monorimi: non ne trovo riscontro, ma non è senza interesse anche per una certa grazia di espressione e vivacità di rappresentazione:

Dies vestros non perdatis,
Varias curas deponatis,
Et cor mundum habeatis
    Stantes in studio.

Patres vestri vos miserunt,
Quid agatis semper quaerunt,
Et pro vobis multa serunt
    Stantes in hoc dubio.

Dies scholas frequentate,
Et audita conservate,
Aures vestras praeparate
    Dictis sapientium

Digitized by Google

Siquis habet corque durum
Semper legat " frange murum „ :
Sic legendo se sechurum
Tradat ad scientiam.

Qui nil fructus aportabit,
Quando domum remeabit,
Patri suo cum narrabit
Tristis erit nimis.

Probabilmente una poesia goliardica che dalle Università risuona nelle scuole minori: forse di origine nostrana?

Ancora due testi notissimi. I versi dati come adespoti (ff. 10-14^{v}) ' Cartula nostra tibi portat, Rainalde, salutem etc. ' sono il famoso Tedbaldo, il ' Carmen paraeneticum ad Rainaldum ' (Migne, *P. L.*, CLXXXIV, 1307-14), e le favole che seguono ' Tres leo naturas, tres habet figuras ' sono il celebre ' Physiologus ' (Migne, *P. L.*, CLXXI, 1218-24), che non è indicato qui come il ' Tres leo naturas ', secondo l' uso frequente di citare i testi dalle prime parole, ma addirittura come un ' liber Trexlei ' (f. 20), che è qualche cosa, diciamo, di più libero, poichè per poco non si deve pensare ad una personificazione di autore (*leo* ha nell' uso medievale, come nome proprio, il gen. *ley*), dei ' due Treslei in coverto ' che accanto ai ' tre Arrighecti in assi ', che richiameremo in seguito, conteneva la libreria di un libraio fiorentino del primo Quattrocento fatta conoscere da Francesco Novati (nel *Boll. della Soc. Bibliogr. it.*, I, 1-2, pp. 11 sgg.).

Nel f. 20^{v} abbiamo ventinove fra esametri e pentametri più o meno irregolari, i più con cesura ed esito assonanti, di tradizione molto viziata e in qualche punto disperata, ma che presentano differenze così notevoli da redazioni note delle stesse regole da mensa che si può parlare di una redazione non altrimenti che io sappia testimoniata. Il testo più affine è la redazione dell'Ambros. n. 95 Sup. fatta conoscere dal Biadene (per ' Nozze Cassin-D' Ancona ', Pisa, Mariotti, MDCCCXCIII) con la quale vi è coincidenza di quattordici versi (1-4, 11-14, 17-8, 21-2, 28-29 = Ambr., 1-4, 7-10, 22-3, 41-2, 24-5), e taluno di questi ricorre anche in altre redazioni (cfr. Glixelli, *Les contenances de table*, in ' Romania ', XLVII (1921), pp. 1-40), ma gli altri quindici non hanno, per quanto ho potuto vedere, riscontro. Riferisco il testo

Digitized by Google

rendendo conto in nota degli emendamenti che mi pare legittimo introdurre:

Incipiunt mores de mensa nobiliores,
quos velit atente quisquis describere mente.
Mense pone pedes, <post> gausape, vitria, salem,
inde ferant gladios, sedes, post ponito panem.
Desuper atentus famulus det pocula primo:
uvas et ficus, si sunt tibi, pone secundo.
Incipe cuncta dare, data tollere quoque, priori,
ultima colligere tantum incipe posteriori.
Fercula limatim det positor et seriatim:
fercula post viam locat incisoria sala.
Ablue, terge manus in primis discubiturus,
inde Deum benedic, seriatim te positurus.
Cum stas in mensa, primo de paupere pensa;
nam cum pascis eum, pascis, amice, Deum.
Qui faciendo moram prandendi negliget horam,
aut male prandebit aut sede <carebit>.
Qui tenet in mensa cubitum vel brachia tensa
non est urbanus, si sit de corpore sanus.
Si sunt praesentes plures quam deficientes

3. Supplisco *post* dal testo del Biadene. — 4. Il cod. ha *ferunt gladii sede*. Rispetto il *ponito* che con ogni verisimiglianza offre Ps., che nel v. 11 abbrevia anche *manus* in *mā̄us*, nonostante l'osservazione del Novati, *Giorn. Stor. d. lett. it.*, XXI, 446. — 5. Il cod. ha *atintus famulas de*, che potrebbe far supporre anche *atentus famulas ad* (sc. *pone*). — 7-8. Lezione e senso mi paiono chiari: si comincia a servire dal capotavola e via via si tolgono i piatti cominciando da lui; solo (intendo il compendio *tm̄* come *tantum*) all'ultima portata si comincerà a sparecchiare dall'ultimo perchè non ci sia chi mangia ancora mentre il capotavola abbia cessato. — 9-10. Versi disgraziati per la lezione, la metrica, l'intelligenza. Nel v. 9 il cod. ha *limantim* e *feriatim*, che potranno bene emendarsi in *limatim*, con pulizia, con garbo, e *seriatim*, in ordine: si potrá poi leggere *positor* o *ponitor*. Ma il v. 10 è ribelle: parrebbe *post vina locet in caesoria sala*, ma la metrica se ne va e l'esistenza di una *caesoria sala* dovrà essere documentata. Nel testo ho lasciato la lezione del codice. — 11. La lezione *discumbiturus* offende la metrica, e pare da leggere *discubiturus*, che non esito ad accogliere di fronte al *distributurus* dell'Ambr. — 12. Il cod. ha *seriati te peniturus*, ma non c'è da esitare. — 13. Il cod. *de paupertate*. — 14. cod. *cum pastis cum pastis*. — 15. Il cod. *prande denigliget*. — 16. Il cod. *aut male plandebit aut sedis*. Si potrá pensare anche a supplire *aut male sedebit*, ma ad ogni modo abbiamo un pentametro.

Digitized by Google

non aspectabunt praesentes, imo cenabunt.
Ad mensam rectus maneas et respice pe<c>tus
ut non <ad> sit ibi res inhonesta tibi.
Cum cibus est prestus, fac sis sermone modestus,
et stas laudando parce vel damna tacendo.
Non insufletur, cibo ne lingua tenetur.
Nunquam te ungas discumbens sive ministrans
aut epulas tractans manibus ne ungas.
Qui vul<t> potare primum debet os vacuare:
sint tantum illius labia tersa prius.

21. Il cod. *a mensam.* — 22. Ancora un pentametro, la cui lezione *ut non sit tibi res inhonesta ibi* è viziata e da restituire col sussidio del v. 42 del Biadene. — 23. Il cod. ha *iestus* e si può pensare anche a un *lestus*, ma troppo impuro. — 24. Forse da *stes loquendo?* — 25. Anche *cibo* è congettura da *anbo*, ma non mi fa difficoltà la viziata metrica in un verso che ha, e non può esser toccato, *ne tenetur.* — 26. Nota lo iato *te ungas*, e così nel seguente. — Ho dato *primum* secondo il Novati, ma il cod. ha *prius.* — 29. Il cod. ha *sit tibi tm̄*, ma occorre un pentametro: anche qui intendo il compendio, meglio che per *tamen*, per *tantum.*

Si tratta (e lo stesso deve dirsi di altri testi del genere) di redazioni composite, che alternano ai prevalenti esametri i pentametri, ciò che rivela varietà di origine, e di regolarità e irregolarità di vario grado, sintattiche, lessicali, metriche, ciò che accenna anche a varietà di tempi. I versi stanno, come di regola, a due a due, ma il v. 25, che è fra i più viziati, manca del compagno, ed è evidente omissione. Ad ogni modo, anche così difettoso, questo nuovo testo, su cui si eserciterà ancora l' acribìa degli studiosi, si aggiunge utilmente alle redazioni fatte conoscere dal Novati (*Carmina Medii Aevi*, Firenze, Dante, 1883, p. 49), dal Furnivall (*The Babees Book*, London, Trübner, MDCCCLXVIII, II, p. 26 sgg.), dal Biadene (l. c.) e dal Glixelli: ne sia ringraziato il giovane Sozomeno.

*
* *

La parte principale del codice (ff. 21-38) contiene l' *Elegia* di Arrigo da Settimello, scritta sotto dettatura, irta d' errori, ma, come vedremo, non trascurabile anche per la critica del vulgatissimo testo. Maestro del futuro umanista era Antonio di Ser Salvi da San Gemignano, figura notevole di maestro dei primi

Digitized by Google

tempi dell' Umanesimo, ma ancora maestro medievale (cfr. Manacorda, *Storia della Scuola in Italia*, II, 324) e fuori dello spirito dei tempi nuovi. Il Ciampi ebbe il merito di far conoscere la nota apposta dal quindicenne Zomino al f. 38^r in calce all'*Elegia* del Settimellense e che giova riferire, anche perchè il diligentissimo Zaccagnini (p. IX) non seppe rintracciarla e sospettò si trovasse in altro manoscritto: " Scriptum per me Zominum Ser Bo- " nifatii morantem in scolis venerabilis doctoris magistri Antonii " Ser Salvi de sancto Geminiano in anno millesimo quadringen- " tesimo secundo in mense iunii „. Il Ciampi ne trasse conferma alla sua opinione certissima che il nome di battesimo del grecizzato Sozomenos fosse Girolamo, donde Giomo o Zomo — forme vive anche oggi — e ritenne poi che il giovanetto fosse stato mandato a scuola da M. Antonio in Firenze. Ma lo Zaccagnini (Boll. Stor. pist., II, 1, pp. 7-12) potè dimostrare che nel 1402 M. Antonio non insegnava in Firenze, ma in Pistoia, essendo appunto di tale anno la provvisione di ' ricondotta ' per parte del Comune pistoiese. Si tratta dunque di scuola della città, e la nota del codicetto consente anzi di correggere anche un altro errore diffuso sulla vita di Antonio di Ser Salvi.

Il vecchio libro del Coppi (*Annali, Memorie ed Huomini illustri di Sangimignano*, Firenze, Binda, MDCXCV) ignora l'esistenza di M. Antonio, ed è merito del Pecori di averne fissato i dati biografici essenziali. Egli fece appunto conoscere la lettera dei Priori di Firenze, che in data 14 agosto 1382 imponevano al Comune di San Gemignano la cessione di M. Antonio, e credette di poter fissare nel 1395 la data della sua morte. Ma la nota del codice pistoiese e la provvisione di ' ricondotta ' infirmano questa conclusione, e la cronologia della vita di M. Antonio può stabilirsi su queste basi: 1) nel 1360 e prima M. Antonio insegnava già in patria, dovendosi fissare il 1360 come *terminus ante quem* del documento pubblicato dal Bacci (per ' Nozze Morpurgo-Franchetti ', Castelfiorentino, 1895 e ripubblicato nel ' Boll. St. della Valdelsa ' III, 88-95) ' Nota di tucti li maestri di Gramatica che sono in Toscana ', nella quale M. Antonio figura di XXXV anni, perchè Pietro da Ovile, dato come maestro in Siena, morì secondo l' Obituario del Convento di S. Domenico il 16 agosto 1360 (cfr. Zdekauer, *Lo studio di Siena*

Digitized by Google

nel Rinascimento, Milano, Hoepli, 1896, pp. 15-16): Maestro Antonio da S. Gemignano è nato quindi non dopo il 1325 — 2) nel 1382 è chiamato a Firenze a insegnare (Pecori, *Storia di San Gemidiano*, Firenze, Galileiana, 1853, p. 327, n. 3) — 3) nel 1402 è a Pistoia, poco meno che ottantenne, ma ancora valido maestro, se il Comune lo riconferma con grandi lodi. La data del 1395, comunemente ammessa sulla fede del degnissimo Pecori per la sua morte, è solo la data del testamento col quale, in data 24 febbraio, istituì eredi gli Olivetani, nella chiesa dei quali (cfr. Pecori, p. 556) ebbe poi sepoltura (1).

***

Quando Aristide Marigo, per iniziativa della R. Accademia di Padova, attendeva alla sua notevole edizione dell' *Elegia* di Arrigo (Padova, Draghi, MCMXXVI), io ebbi il piacere di indicargli come degno di osservazione il cod. lucchese 370 A (cfr. ' Studi ital. di fil. class. ', VIII, 155), ma ignoravo che anche il codicetto pistoiese (*Ps.*) contenesse lo scritto del Settimellense. Il quaderno del Sozomeno ci offre il testo dell'Elegia in condizioni disperatissime, ciò che non toglie per altro che qualche cosa possa utilmente raccogliersi per la tradizione del testo. Non è il caso di dimostrare qui la genesi varia dei multiformi errori del manoscritto, che è — si ricordi — di un ragazzo quindicenne, ma

(1) Questa Nota era già impaginata quando ho potuto vedere che lo Zanelli (*Del pubblico insegnamento in Pistoia*, Roma, Loescher, 1900, pp. 30-2, 127-30), pur non mostrando di conoscere il codicetto pistoiese, aveva già corretto l' errore del Pècori sulla base di documenti che dànno una longevità anche maggiore a M. Antonio.

Aggiungo infine che nel v. 10 delle *Regulae* il collega Biadene accetterebbe *vina* e *locet*, ma rispetterebbe *incisoria* nel noto senso di " taglieri „: alla difficoltà del *sala* si ovvierebbe leggendo *salem* o *sale*, che è forma documentata di neutro, e il *post* si unirebbe a *fercula*. Veramente il sale compare già nel v. 3, ma di ripetizioni, spostamenti, omissioni, è sempre autorizzato il sospetto in testi del genere. Piuttosto, in difesa della mia interpretazione parmi stia il fatto che opportunamente si farebbe cenno dello sparecchiare *post vina*, e la *incisoria* o *caesoria sala* sarebbe la stanza dove si tagliano le vivande e che serve anche di deposito: dopo che si è sparecchiato, si dà l' acqua alle mani, si fa il ringraziamento e si esce nel debito ordine.

Digitized by Google

non è vano conoscere quale posizione, sceverate le lezioni dagli errori suoi propri, occupa il nuovo codice rispetto agli altri della tradizione italiana studiata dal Marigo. Presenta esso pure (cfr. Marigo, p. 17) le quattro caratteristiche lezioni viziate dei vv. 421 (*vexare*), 478 (non 471, *aspis*), 651 (*Macedum*), 685 (*venimus*), che risalgono all' archetipo dei codici studiati dal Marigo, e si ricongiunge, per la caratteristica lezione del v. 77 (che è nel *Ps. heu miser, heu cecus, heu demens!*) e per l' omissione dei vv. 573-4 al gruppo *C U A Lu.* Le maggiori coincidenze sono con *U* (v. 28 *compensas*, 129 *nimis*, 163 omesso *hic*, 203 *diris*, 275 *Aletho* (*U*, *V*), 495 *ignava* (*U*, *C*), 643 *qui*, 656 *esse docuit* (*U*, *Lu*), 860 *iungo* (M^1, *U*, *Lu*) . . . , ma *Ps.* ha il v. 356 omesso da *U* e ne discorda in lezioni caratteristiche quali nei vv. 39, 260, 329, 501, 609, 701 . . . . Così *Ps.* si avvicina ad *A* nei vv. 320 (*vitrix A.*, *victrix Ps.*, R^1, L^2), 329 (*ad nichilum deveni C, V, A,* L^1, L^2) 436 (*vaniloquas* M^1, *A*, *Lu*, *V*) 919 (*inique A,* L^1) . . . ma le differenze predominano (cfr. 139, 205, 397, 457, 478, 633, 689, 782, 887, 892, 979). Ad ogni modo la posizione di *Ps.* è chiara: si tratta di una pessima copia, come è naturale sia il quaderno di uno scolaro, di un buon rappresentante di X^1, ciò che spiega le coincidenze con *U*, con *A*, ed anche con *C* (cfr. 39, 505, 623). È mio proposito portare sepatamente, valendomi anche di *Ps.*, un qualche maggior contributo alla critica dell' *Elegia*, ma fin d' ora mi piace fra la tanta sooria che ci offre il codicetto pistoiese, cogliere alcune lezioni taluna delle quali va anche oltre X^1. Nel v. 39 (*ast qui ego qui*) riceve conferma la lezione di *C*, nel v. 125 *quis vocer*, a conferma di *V*, mi pare degno di considerazione, e così la lezione propria *tu preceps et furiosa* del v. 407 ; *ast alia furca* nel v. 591 ; *intus*, in coincidenza con *C*, nel v. 623, che mi pare da accogliere senza molto esitare ; *scitus*, invece di *saevus*, nel v. 645 in felice congiuntura con *pocula hospes temperat* ; del v. 725 *quoquus* (cfr. *quogitat* per *cogitat* in *Ps.* al v. 346) che ci riporta a M^1 ; nel v. 824 *retrahat*, lezione propria ; nel v. 836, *ebere* per *hebere*, lezione certissima offerta solo da L^1, L^2, *Ps.*

Sotto un altro punto di vista deve esser valutato *Ps.* Il codicetto abbonda di correzioni: possono in parte esser dovute a maggior diligenza dello scrivente o a chiarimento e correzione

Digitized by Google

dello stesso dettante (così, al v. 28, *mella* è corretto in *mellea*, al v. 50 *magni*, viziato metricamente, è corretto, ma con nuovo errore, in *magna*, al v. 66 *militem* in *similem*, al v. 80 si ripara in margine all' omissione dell' intiero verso, ma non è supplito l' omesso v. 309, al v. 609 *qum quod* da *qur quod*, al v. 946, senza sufficiente ragione, *duplici* da *duplice*, al v. 994 *vivifices* da *vifices* . . .), ma in altri casi la correzione è dovuta alla lettura, accompagnata da opportuno commento, fatta dal Maestro. Ed il Maestro doveva avere un codice di altra marca o per lo meno, integrato e arricchito di varie lezioni, se in margine a *Ps.* si trovano aggiunti i vv. 573-4, che non possono provenire dalla tradizione *C U A Lu V*, da cui *Ps.* deriva. Ma è da notarsi che il codice da cui deriva l' integrazione di *Ps.* presenta nel v. 573 la lezione *Te multum fovi, docui multumque rogavi,* che è lezione sana di fronte a quella, interpolata, del correttore che integra *A*, che ci offre *docui te multumque rogavi,* ma che si riconnette pure per il *multumque* ad una tradizione che non figura fra i codici del Marigo. Da riferirsi al maestro saranno con verisimiglianza le correzioni seguenti: al v. 511 *phylomenat*, con aggiunta la spiegazione *i. dulciter canit*, al v. 694 *abit* da *abebit*, con glossa *i. recedit*, al v. 714 *ingenium talem de ratione dolet* corretto in *ingenium tale de ratione decet,* al v. 996 *rudis* da *tuis*. Ma caratteristico è quel che offre *Ps.* nel v. 845: *festinant* è la lezione di *V*, *A*, *Lu*, L^2 ed era anche di *Ps.*, ma l' espositore leggeva *festinant* e chiosava *in honorem dant festivum pratum*. Ora *Ps.* ha accolto la chiosa, ma ha dimenticato di correggere la lezione.

***

La nota con cui Zomino di Ser Bonifazio, finita la lettura dell' *Elegia* del Settimellense, ricorda di essere stato alunno di Maestro Antonio chiude, in sostanza, il quaderno. I ff. 38^v, 39^r sono vuoti e dal 39^v al 51 ci si presentano scritture più riposate, meglio formate, corrette. Ma la differenza dipende più che altro dalla natura delle scritture, tratte quasi tutte dal Breviario, particolarmente le principali Laudi: la differenza di tempo non può esser molta, perchè in calce al f. 51 si legge come segno di quel che doveva seguire ' *Ethiopum terra* ', che è l'inizio

Digitized by Google

dell' Egloga di Teodulo, un altro testo scolastico che si leggeva successivamente sì, ma pur sempre nello stesso corso di latinità (cfr. Rossi in ' Boll. della Soc. Pavese di St. Patria ', I, 110 sgg.). Ma i ff. 51^{v}-56 che dovevano contenere l' Egloga sono rimasti vuoti: lo scolaretto non la trascrisse o il quaderno fu, con ogni probabilità, abbandonato per altro.

A qualche distanza di tempo, con mano più sicura e quando Zomino si era ormai avviato a studi maggiori, il quaderno abbandonato fu ripreso, e servì per aggiungere al f. 51^{r}, una nota oltre appunti insignificanti, su Forco padre delle Gorgoni, e nei ff. 56-57^{v} (tanti ne ha il codice) gli appunti di lezioni su Persio che non vanno oltre il riferimento integrale della Vita di Probo e una esposizione sommaria del contenuto e dell' intento del prologo e di ciascuna delle Satire. Allo studio di Persio (cfr. Zaccaria, pp. 42, 47; Zaccagnini, p. X, n. 5) il Sozomeno si dedicherà ancora ex professo e fino dalla sua gioventù.

*
* *

Le pagine dedicate a Persio sono le sole che abbiano rapporto con studi successivi del Sozomeno. Anche egli ebbe l' educazione scolastica medievale, rappresentata da Maestro Antonio, ma questa educazione è senza traccia nella sua formazione umanistica. Questo nostro quaderno anzi, vedemmo, non faceva parte della sua libreria inventariata nel 1460 e non era, pare, molto in conto. Ma come documento biografico e come notevole testimone delle varia forma di tradizione di alcuni testi scolastici medievali (lo ignora il Manacorda, II, 338 sgg.) esso meritava una qualche attenzione (1).

(1) Un ultimo particolare, relativo alla persona del giovane scolaro o, piuttosto, all' ambiente scolastico di cui ci appare come l' indice. La figura del Sozomeno ci si presenta, e fu detta, anche dallo Zaccagnini, figura austera: di uomo grave, rigido, tenace fino ad apparire angoloso. Ciò non toglie che da ragazzo egli fosse, diciamo, assai biricchino, come i ragazzi di tutti i tempi, se non più, forse, quelli del Rinascimento. Il quadernetto è qua e là fregiato di disegni a penna: non mancano un' imaginetta della Vergine, i segni della Passione di Nostro Signore, una ruota della " Fortuna orba „ che riproduce la nota rappresentazione del Codice Burano (p. 1), ma altre pagine ci offrono animali trattati con strane sconcezze e figure umane in solitarie oscenità.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 4 febbraio 1929*)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Calcolo indiretto di alcuni determinanti

NOTA DI GIUSEPPE VITALI, S. C.

(Adunanza ordinaria del giorno 25 novembre 1928)

Nello studio di alcune questioni geometriche (1) mi si sono presentati certi determinanti, il cui calcolo diretto sarebbe penosissimo, aventi per elementi delle funzioni razionali intere dei coefficienti di una data forma quadratica

$$F = \sum_{rs}^{n} a_{rs}\, x^r\, x^s \qquad (a_{rs} = a_{sr}) .$$

Col discriminante a diverso da zero.

Questi determinanti, appartengono ad una vasta classe di determinanti il cui valore si può facilmente calcolare tenendo presente il noto teorema sulle forme algebriche che dice: Una funzione dei coefficienti di F, che sia un invariante assoluto rispetto a tutte le sostituzioni lineari omogenee sulle variabili, è una costante, cioè è indipendente dai coefficienti di F.

Premettiamo la seguente:

DEF. Una funzione dei coefficienti di F si dice un ν — variante (con ν numero reale), se per una sostituzione lineare omogenea sulle variabili risulta moltiplicata per la ν — esima potenza del modulo (determinante dei coefficienti) della sostituzione.

(1) G. VITALI. " Sopra alcuni invarianti associati ad una varietà e sopra i sistemi principali di normali delle superficie „. [Annales de la Société Polonaise de Mathématique. T. VII. Année 1928, pp. 43-67].

G. VITALI. " Sistemi principali di normali ad una varietà giacenti nel suo σ_2 „. [Annales de la Société Polonaise de Mathématique, T. VII. Année 1928„ pp. 242-251].

Digitized by Google

Consegue che " il discriminante a di F è un 2 — variante „ e si ha il

Cor. Un 2ν — variante vale il prodotto di una costante per a^ν.

Dim. Infatti se φ è un 2ν — variante, $\varphi : a^\nu$ è un invariante assoluto e quindi è una costante C, da cui $\varphi = Ca^\nu$.

I determinanti che ci interessano sono appunto dei 2ν — varianti, che sono funzioni dei coefficienti della F, e si capisce come il loro calcolo riesca semplificato.

I.

Consideriamo il sistema

$$W_{rs,pq} = \lambda\, a_{rs}\, a_{pq} + \mu\,(a_{rp}\, a_{sq} + a_{rq}\, a_{sp}),$$

dove λ e μ sono costanti rispetto ai coefficienti di F. Esso è simmetrico rispetto a ciascuna coppia rs e pq ed anche rispetto alle due coppie.

Indichiamo poi con W il determinante di ordine $\binom{n+1}{2}$ che si forma cogli elementi $W_{rs,pq}$ tenendo fissa in ogni riga la coppia rs ed in ogni colonna la coppia pq, e facendo percorrere nello stesso ordine a queste coppie tutte le combinazioni con ripetizione a 2 a 2 dei numeri

$$1, 2, \ldots, n.$$

Se si tien conto del fatto che per una sostituzione

$$x_i = \sum_j^n c_{ij}\, y_j \qquad (i = 1, 2, \ldots n) \qquad [1]$$

col modulo $c \neq 0$, $W_{rs,pq}$ si muta in

$$W'_{rs,pq} = \sum_{\rho\sigma\pi k}^n W_{\rho\sigma,\pi k}\,(c_{\rho r}\, c_{\sigma s})\,(c_{\pi p}\, c_{kq}) = \Sigma'_{\sigma,\pi k}\, W_{\rho\sigma,\pi k}\, P_{\rho\sigma,rs}\, P_{\pi k,pq}.$$

dove

$$P_{\rho\sigma,rs} = c_{\rho r}\, c_{\sigma s} + c_{\rho s}\, c_{\sigma r}, \quad \text{se} \quad \rho \neq \sigma$$
$$P_{\rho\rho,rs} = c_{\rho r}\, c_{\rho s},$$

Digitized by Google

e Σ' si intende estesa a tutte le combinazioni con ripetizione a 2 a 2 dei numeri

$$1, 2, \ldots, n ,$$

percorse dalle coppie $\rho\sigma$ ed rs, si vede che, per la [1], il determinante W si muta in

$$W' = W P^2 ,$$

dove P è il determinante formato colle $P_{rs,pq}$ come il determinante W è formato colla $W_{rs,pq}$.

Ma il determinante P è un determinante di SCHOLTZ-HUNYADY (1), formato col determinante c, e quindi vale

$$c^{n+1} ,$$

dunque

$$W' = W . c^{2(n+1)} ,$$

ossia W è un $2(n+1)$ — variante, e quindi vale

$$C . a^{n+1} ,$$

dove C è una costante.

Per calcolare C basta assumere per F la forma

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 , \qquad [2]$$

e calcolarne il relativo W. Essendo per essa $a = 1$, sarà per essa

$$W = C \cdot 1^{n+1} = C .$$

Con questa osservazione il calcolo di C risulta facile, perchè, per la forma [2], tutti i $W_{rs,pq}$ risultano nulli ad eccezione dei seguenti

$$\begin{aligned} W_{rr,rr} &= \lambda + 2\mu \qquad (r = 1, 2, \ldots, n) \\ W_{rr,ss} &= \lambda \qquad (r \neq s) \\ W_{rs,rs} &= \mu \qquad (r \neq s) \end{aligned} ,$$

e quindi vale

$$\mu^{\binom{n}{2}} . \Delta ,$$

(1) E. PASCAL. " I determinanti „. [U. Hoepli ed., Milano. Seconda edizione, 1923, pp. 156-160].

Digitized by Google

dove Δ è il determinante di ordine n che ha tutti i termini della diagonale principale uguali a $\lambda + 2\mu$ e tutti gli altri uguali a λ.

Si ha

$$\Delta = \lambda\,(2\mu)^n \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{n}{2\mu}\right) \text{ (1)} ,$$

e quindi

$$C = 2^n\,\mu^{\binom{n+1}{2}} \left(1 + \frac{n\lambda}{2\mu}\right) .$$

Di qui consegue che $W = 0$, se, e solo se $\mu = 0$, oppure se $n\lambda + 2\mu = 0$.

2. Nel caso di

$$\lambda = -2 \quad \text{e} \quad \mu = 1$$

risulta

$$C = 2^n\,(1 - n) .$$

Se inoltre $n = 3$ il determinante W diventa

$$\begin{vmatrix} 0 & -2A_{33} & -2A_{22} & 2A_{23} & 0 & 0 \\ -2A_{33} & 0 & -2A_{11} & 0 & 2A_{13} & 0 \\ -2A_{22} & -2A_{11} & 0 & 0 & 0 & 2A_{12} \\ 2A_{23} & 0 & 0 & A_{11} & -A_{12} & -A_{13} \\ 0 & 2A_{13} & 0 & -A_{12} & A_{22} & -A_{23} \\ 0 & 0 & 2A_{12} & -A_{13} & -A_{23} & A_{33} \end{vmatrix} ,$$

dove A_{rs} indica il complemento algebrico di a_{rs} in a. Dividendo per -2 le prime tre righe e per -1 le ultime tre righe, ed infine moltiplicando per 2 le ultime tre colonne, con che il valore del determinante non cambia, si ha

$$W = \begin{vmatrix} 0 & c & b & -2f & 0 & 0 \\ c & 0 & a & 0 & -2g & 0 \\ b & a & 0 & 0 & 0 & -2h \\ -2f & 0 & 0 & -2a & 2h & 2g \\ 0 & -2g & 0 & 2h & -2b & 2f \\ 0 & 0 & -2h & 2g & 2f & -2c \end{vmatrix}$$

(1) v. E. Cesaro. " Analisi algebrica „, pag. 17.

Digitized by Google

dove è posto

$$a = A_{11}\,,\ b = A_{22}\,,\ c = A_{33}\,,\ h = A_{12}\,,\ f = A_{23}\,,\ g = A_{13}\,.$$

Questo determinante si è già presentato altre volte (1) e si sa che vale

$$-16\,H^2$$

dove

$$H = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & g & f \\ g & f & c \end{vmatrix}\,,$$

valore che coincide con quello che noi troviamo, quando si osservi che $H = a^2$, poichè H è il complementare di a.

Per $\lambda = 1$ e $\mu = -\frac{1}{2}$, si ha [3]

$$W_{rs,pq} = (2\,a_{rs}\,a_{pq} - a_{rp}\,a_{sq} - a_{rq}\,a_{sp}) : 2\,,$$

ed allora il determinante W, che è quello che si incontra nella 1ª parte della 2ª mia Nota citata, vale

$$[\,(-1)^{\binom{n+1}{2}}\,.\,(1-n) : 2^{\binom{n}{2}}\,]\,.\,a^{n+1}\,.$$

II.

1. Consideriamo ora il sistema

$$K_{rs,pq} = \lambda_1\,a_{rp}\,a_{sq} + \lambda_2\,a_{rq}\,a_{sp} + \lambda_3\,a_{rs}\,a_{pq}\,,$$

dove λ_1, λ_2, λ_3, sono tre costanti, che in generale non è simmetrico rispetto a nessuna delle coppie rs e pq, ed indichiamo con

$$K = |\,K_{rs,pq}\,|$$

il determinante che si ottiene tenendo fissa in ogni riga la coppia rs, ed in ogni colonna la coppia pq, e facendo percorrere

(1) Thomas Muir. " The theory of determinants „. [Macmillan. London, 1911]. Vol. II, pag. 144.

Digitized by Google

nello stesso ordine a queste coppie tutte le disposizioni con ripetizione a 2 a 2 dei numeri

$$1, 2, \ldots, n .$$

Se si tien conto del fatto che per una sostituzione [1] la $K_{rs,pq}$ si muta in

$$K'_{rs,pq} = \Sigma_{\rho\sigma\pi k} K_{\rho\sigma,\pi k} (c_{\rho r} \cdot c_{\sigma s}) (c_{\pi p} \cdot c_{kq}),$$

si vede che il determinante K, per la sostituzione [1], si muta in

$$K' = K \cdot Q^2 ,$$

dove Q è il determinante formato colle

$$Q_{rs,pq} = c_{rp} c_{sq}$$

come il determinante K è formato colle $K_{rs,pq}$.

Il determinante Q è un determinante di Kronecker formato con due determinanti entrambi uguali al determinante c, (1) e quindi è uguale a c^{2n}, dunque K è un $4n$ — variante, e quindi

$$K = C \cdot a^{2n} ,$$

dove C è una costante.

Anche quì la costante C è il valore che assume K quando per F si prenda la forma [4].

A conti fatti si trova

$$C = (\lambda_1^2 - \lambda_2^2)^{\binom{n}{2}} (\lambda_1 + \lambda_2)^n \left(1 + \frac{n\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2}\right) .$$

Di quì consegue che

$$K = 0$$

se $\lambda_1 = \lambda_2$, oppure se $\lambda_1 = -\lambda_2$, oppure se $\lambda_1 + \lambda_2 + n\lambda_3 = 0$.

2. Se $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$, il determinante K diventa il determinante di Kronecker formato con due determinanti entrambi eguali ad a, e la nostra regola ci dà appunto che

$$K = a^{2n} .$$

(1) v. E. Pascal. " I determinanti „, pag. 161-162.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 5 febbraio 1929*)

Digitized by Google

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

DISPENSA QUARTA

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

In esecuzione dell'art. 25 dello Statuto e dell'art. 50 del Regolamento, si dichiara che delle opinioni e dei fatti esposti nei loro scritti rispondono gli autori che ne conservano la proprietà letteraria.

INDICE

PARTE I^{a}

Adunanza ordinaria del 17 febbraio 1929 . . . . Pag. 17

PARTE II^{a}

ZANON F. S. — Osservatorio Geofisico del Seminario Patriarcale di Venezia. Bollettino mensile. Luglio, Agosto, Settembre 1928 . . . . . „ 295
G. OVIO, s. c. — Teoria ottica della retina . . . . . „ 321
M. AMADORI — I fenomeni di ossidazione delle soluzioni tartriche alcaline di manganese. Nota . . . . . „ 325
A. CHINAGLIA — Sul presunto assorbimento intestinale di polveri inerte. Con 6 tavole . . . . . „ 337
I. SACILOTTO — Normali associate alle direzioni di una varietà generica a tre dimensioni giacente in uno spazio lineare a sei dimensioni . . . . . „ 355
G. VITALI, s. c. — Forme differenziali a carattere proiettivo associate a certe varietà. Nota . . . . . „ 361
S. CHERUBINO — Sul problema della normalizzazione nella teoria generale delle varietà abeliane reali . . . „ 369

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

1928 N. 7 - 8 - 9

OSSERVATORIO GEOFISICO

DEL

SEMINARIO PATRIARCALE DI VENEZIA

BOLLETTINO MENSILE

Luglio - Agosto - Settembre 1928

Delle Osservazioni Meteorologiche Anno 93°
„ „ Geodinamiche „ 24°

COORDINATE DELL' OSSERVATORIO

LATITUDINE			45° 25' 48",9 N
LONGITUDINE	*in tempo*	*in arco*	
dal merid. dell' EUROPA CENTRALE .	$0^h\ 10^m\ 41^s,02$	2° 40' 19",7	W
da GREENWICH . . .	$0^h\ 49^m\ 18^s,2$	12° 19' 40",3	E
„ ROMA (M. Mario) . . .	$0^h\ 0^m\ 28^s,2$	0° 07' 01",49	W
„ „ (Coll. Rom.)	$0^h\ 0^m\ 34^s,7$	0° 08' 40",50	W
„ „ (Campidoglio) . . .	$0^h\ 0^m\ 38^s,14$	0° 9' 25",7	W

I pozzetti dei Barometri si trovano a m. 25,00 sul. liv. m. del mare.

Digitized by Google

MESE D

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell' aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Med
1	762.66	763.30	763.28	763.08	30.2	21.2	23.2	29.7	25.5	25
2	63.95	63.20	62.17	63.11	31.1	21.4	23.9	31.0	27.9	26
3	62.62	61.28	60.30	61.40	31.6	23.4	26.5	31.5	28.5	27
4	59.64	58.20	59.08	58.97	29.2	24.2	28.0	29.0	24.2	26
5	61.44	61.03	60.22	60.90	30.6	22.7	25.7	30.6	28.0	26
6	60.51	59.02	57.18	58.90	30.7	25.0	27.8	30.6	28.0	27
7	58.19	56.50	56.98	57.22	30.8	23.9	27.5	30.7	28.0	27
8	60.74	60.90	60.83	60.92	28.0	21.7	23.2	26.0	25.0	24
9	62.00	60.75	60.77	61.19	28.9	20.8	25.5	27.1	25.5	25
10	62.94	62.24	62.60	62.59	30.7	21.3	24.1	29.4	27.0	25
I. Dec.	**761.46**	**760.64**	**760.34**	**760.81**	**30.1**	**22.5**	**25.5**	**29.5**	**26.7**	**26.**
11	65.00	64.38	64.47	64.62	32.0	22.6	25.5	31.3	28.0	27
12	66.10	65.00	64.41	65.17	33.2	24.0	26.0	31.9	28.5	27
13	64.66	63.81	63.62	64.06	33.7	23.4	27.0	32.1	29.0	28
14	64.53	63.61	63.87	64.00	35.2	25.1	27.5	33.7	31.0	29
15	64.13	63.59	62.83	63.52	34.9	25.3	29.4	34.7	30.6	29
16	63.06	61.58	60.93	61.86	35.9	25.2	30.7	34.0	31.0	30
17	59.95	59.05	59.15	59.38	34.6	24.9	30.3	33.8	29.0	29
18	58.76	57.49	58.07	58.11	34.0	25.0	27.6	33.2	27.0	28
19	59.43	58.25	58.42	58.70	32.3	23.0	25.4	31.5	29.0	27
20	60.17	59.05	58.93	53.38	31.0	23.5	26.0	31.0	28.0	27
II. Dec.	**762.57**	**761.58**	**761 47**	**761.88**	**33.6**	**24.0**	**27.6**	**32.7**	**29.1**	**28.**
21	60.44	59.45	59.17	59.69	31.7	23.3	26.0	31.5	29.0	27
22	60.41	59.40	59.33	59.71	31.5	25.5	28.5	31.5	28.5	28
23	60.72	58.85	57.77	59.04	31.2	23.2	22.2	31.0	28.0	26
24	59.19	57.17	57.45	57.93	30.0	21.6	24.8	30.0	29.7	26
25	58 77	58.04	58.70	58.50	32.0	20.8	27.0	32.0	29.4	27
26	61.00	60.30	59.90	60.40	31.3	25.2	27.6	30.5	29.1	28
27	59.06	55.84	56.40	17.10	33.3	25.4	27.2	32.3	30.0	23
28	56.25	54.71	54.15	55.03	32.5	25.1	28.2	31.9	29.4	28
29	53.68	53.15	56.06	57.28	31.8	22.7	28.0	31.4	23.6	26
30	59.47	59.37	60.21	59.70	29.8	20.0	24.5	29.8	26.7	25
31	60.83	60.27	60.40	60.50	30.5	22.2	25.2	29.2	28.1	21
III. Dec.	**759.00**	**757.87**	**758.14**	**758.62**	**31.4**	**25.1**	**26.2**	**31.0**	**28.2**	**26.**
Media mens.	760.97	760.01	759.98	760.43	31.7	23.9	26.4	31.0	28.0	27.

Massima	766.10 il giorno 12	35.9 il giorno 16
Minima	753.15 „ 29	20.0 „ 30

Digitized by Google

LUGLIO 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
3.28	18.66	14.87	15.57	63	60	61	61	0	0	0	0
3.50	17.47	15.85	15.61	61	52	73	62	0	0	0	0
1.26	15.64	20.19	19.22	44	46	70	67	0	1	0	0
5.96	20.48	16.53	17.66	57	69	74	67	0	1	1	1
5.96	15.27	15.08	15.43	65	47	54	55	0	0	0	0
8.09	14.00	16.51	15.53	58	43	59	53	0	0	0	0
7.18	19.16	17.80	18.04	63	59	63	62	0	1	0	0
1 86	12.06	12.67	12.19	56	48	54	53	2	1	1	1
0.15	10.74	12.36	11.08	42	40	51	44	1	0	0	0
0.08	10.13	12.59	10.93	45	33	47	42	1	0	0	0
3.53	**15.36**	**15.44**	**14.77**	**55**	**49**	**60**	**56**	**4**	**4**	**2**	**2**
2.85	12.52	17.49	14.52	53	37	66	52	0	0	0	0
5.25	13.56	18.25	15.69	61	39	63	54	0	0	0	0
3.94	10.20	18.90	15.09	53	34	63	50	1	0	0	0
5.91	15.23	19.84	16.99	58	39	59	52	0	0	0	0
4.74	16.36	18.11	16 40	48	40	56	48	0	0	0	0
4.30	9.98	15.95	13.41	44	25	48	39	0	0	0	0
3.66	20.14	12.72	15.51	42	51	43	45	0	0	0	0
2 72	15.78	13.94	14.15	46	43	53	48	1	0	1	1
4.08	12.04	13.06	13.06	58	35	44	46	0	0	0	0
3.71	12 62	18.75	15.03	55	43	67	55	1	0	0	0
4.11	**13.98**	**16.70**	**14.59**	**52**	**38**	**56**	**48**	**0**	**0**	**0**	**0**
2.87	15.64	16.62	15.04	51	46	56	51	0	0	0	0
7.49	15.64	18.83	17.32	60	46	65	57	0	0	0	0
5.27	14.12	21.69	17.38	82	42	77	70	0	0	1	0
3.78	14.73	18.66	15.72	59	47	60	55	0	0	0	0
2.76	15.34	17.31	15.13	48	43	57	52	0	0	0	0
3.81	16.63	19.86	18.43	66	51	69	62	1	0	0	0
3.30	20.95	20.46	19.90	68	58	65	63	0	0	0	0
5.48	17.30	18.52	17.10	54	49	64	62	0	0	0	0
5.96	26.44	14.85	19.08	57	77	69	68	0	1	2	1
2.02	15.22	17.20	14.81	53	49	69	57	2	1	0	1
4.20	16.40	17.88	16.16	60	48	60	56	1	0	0	0
5.17	**17.12**	**18.53**	**16.91**	**61**	**50**	**64**	**59**	**0**	**0**	**0**	**0**
4.27	15.49	16.89	15.42	56	46	60	54	0	0	0	0

26.44 il giorno 29
9.98 " 16

82 il giorno 23
33 " 10

Giorni con mare

Calmo (0) — legg. mosso (1) — mosso (2)
agitato (3) — grosso (4) — tempestoso (5)

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h	12-13
1	4	S	3	S	3	S	4	SE	3	SE	4	N	7	NE	6	E	8	E	9	SE	9	SE	11	SE	9
2	23	N	23	N	21	N	19	N	17	N	17	N	18	N	15	E	16	E	13	E	14	SE	17	S	15
3	10	N	6	N	6	N	7	NE	9	NE	12	NE	11	NE	10	NE	7	NE	8	NE	7	S	10	S	11
4	9	W	6	W	2	W	3	NW	2	NW	1	NE	5	NE	8	NE	9	NE	13	E	19	E	19	E	22
5	22	NE	21	NE	20	NE	17	NE	19	NE	15	NE	19	NE	18	NE	16	NE	13	NE	13	NE	17	NE	15
6	7	E	6	NE	9	NE	9	NE	3	NE	5	E	7	E	7	E	7	E	6	E	9	E	13	E	13
7	14	N	14	N	13	N	13	N	14	N	14	N	11	N	7	N	6	NE	6	NE	8	S	7	S	14
8	34	NE	40	NE	37	NE	36	NE	42	NE	45	NE	43	NE	37	NE	35	NE	36	E	32	E	35	E	35
9	22	NE	22	NE	20	NE	22	NE	21	NE	19	NE	18	NE	22	NE	21	NE	18	NE	14	NE	11	SE	8
10	17	NE	24	E	17	NE	15	NE	18	NE	15	NE	19	NE	21	NE	19	NE	16	NE	14	NE	16	NE	16
I. Dec.	16	NE	16	NE	15	NE	14	NE	14	NE	15	NE	15	NE	15	NE	3	NE	13	NE	13	NE	13	var	14
11	10	NE	11	NE	14	NE	7	N	9	N	17	N	15	N	17	NE	10	N	15	N	12	NE	16	SE	14
12	3	NE	7	NE	11	NE	15	NE	14	NE	14	NE	13	NE	19	NE	9	NE	9	NE	15	NE	12	SE	13
13	4	S	3	N	12	NE	13	NE	11	NE	17	NE	18	NE	17	NE	16	NE	15	NE	11	E	13	SE	9
14	8	N	6	N	4	E	1	N	6	N	12	NE	15	NE	15	NE	15	NE	10	NE	9	NE	5	SE	8
15	14	N	14	NE	15	NE	21	NE	21	NE	16	NE	11	NE	17	NE	20	NE	24	NE	26	SE	20	SE	14
16	8	N	2	N	5	NE	8	N	11	N	10	NE	13	N	8	NE	9	NE	6	NE	4	NE	7	S	8
17	7	SW	7	SW	7	SW	11	N	12	N	15	N	12	NE	9	NE	8	NE	5	E	5	SE	3	S	5
18	12	NW	11	NE	13	N	14	N	15	N	18	NE	17	NE	21	NE	21	NE	18	NE	16	NE	18	NE	16
19	19	N	20	NW	18	N	17	NE	17	N	20	N	21	NE	17	NE	15	NE	14	NE	11	NE	13	SE	10
20	2	W	7	W	17	W	21	NE	23	NE	23	NE	21	NE	18	NE	19	NE	15	NE	14	NE	10	NE	9
II. Dec.	8	N,NE	8	NE	11	NE	11	N,NE	15	N	16	NE	15	NE	14	NE	15	NE	12	NE	12	NE	11	SE	10
21	9	NE	9	N	5	N	8	N	13	N	16	N	14	NE	6	NE	8	NE	9	NE	7	NE	7	NE	9
22	15	W	8	N	5	NE	4	E	3	E	6	N	7	NE	7	NE	8	NE	6	NE	6	NE	10	NE	14
23	24	NE	30	NE	28	N	29	NE	22	N	18	N	15	S	5	S	4	S	7	S	5	SE	8	S	11
24	17	N	27	N	44	NE	32	N	27	N	25	N	20	NE	13	N	16	E	12	E	12	E	13	SE	10
25	7	N	7	N	13	N	16	N	13	NE	14	N	13	E	14	E	13	E	15	E	13	E	8	S	11
26	3	N	3	N	3	N	7	N	8	N	11	E	9	E	10	E	8	E	9	E	12	SE	14	SE	15
27	12	E	13	E	12	E	12	N	9	N	8	NE	10	E	11	E	12	E	10	E	13	E	8	S	9
28	4	N	6	N	3	N	3	NE	15	NE	12	NE	11	E	13	S	5	S	7	S	8	SE	13	SE	17
29	9	N	18	N	8	N	16	N	11	E	9	SE	5	S	8	SW	10	SW	13	SW	15	SW	11	SW	18
30	17	NE	16	NE	10	NE	15	NE	14	NE	13	NE	17	NE	18	NE	14	NE	13	NE	15	NE	14	NE	17
31	4	N	6	NW	8	N	8	N	14	N	15	NE	12	NE	11	NE	9	NE	7	NE	9	SE	13	SE	11
III. Dec.	11	N	13	N	12	N	13	N	13	N	13	N	12	NE	10	NE	9	NE,E	9	NE,E	10	var.	10	SE	12
Media mensile	12	N	12	N	13	N,NE	13	N	14	N	15	NE	14	NE	13	NE	12	NE	11	NE	12	NE	12	SE	12

Frequenza relati

	N	NE	E	SE
I. decade	32	83	33	3
II. decade	39	81	4	28
III. decade	40	48	35	51
mese	111	212	72	116

Predo

Digitized by Google

LUGLIO 1928

-h Direzione																			Vento predominante		
3-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
S	8	SW	10	S	9	S	10	S	7	S	9	S	10	NE	12	NE	15	NE	22	NE		S	8	22
S	11	S	7	SE	9	SE	10	SE	8	SE	5	SE	3	SE	9	N	7	N	8	N		N	13	23
S	10	S	16	S	13	S	14	S	13	S	13	S	14	S	14	SW	16	SW	15	SW		E	11	16
SE	29	SE	31	SE	27	SE	18	SE	14	SE	14	SE	21	SE	21	E	14	NE	8	E		S	14	31
NE	19	SE	13	SE	15	S	10	S	10	S	5	S	4	S	3	S	1	S	3	S		NE	13	22
SE	18	SE	21	SE	20	SE	20	SE	21	SE	17	SE	12	S	11	NE	17	NE	17	E		E	12	21
SE	20	SE	14	E	16	E	20	E	26	E	18	E	14	E	15	NE	30	NE	40	NE		N	15	40
SE	30	SE	12	SE	28	S	28	S	25	W	22	N	24	NW	25	NE	23	NE	19	NE		NE	31	45
SE	7	SE	5	SE	8	S	7	S	8	S	7	N	8	N	8	N	7	N	12	NE		NE	12	22
SE	13	SE	9	SE	5	S	5	S	4	S	5	N	5	N	12	N	13	N	11	N		NE	14	24
SE	13	SE	14	SE	15	S	14	S	13	S	11	var	11	var	12	NE	14	NE	16	NE		NE	14	45
SE	13	S	12	S	11	S	10	S	8	S	7	S	3	S	4	N	3	N	3	NE		N	11	19
SE	9	S	7	S	8	S	8	S	6	S	6	S	7	S	9	S	6	S	8	S		NE	9	15
SE	9	SE	6	S	6	S	5	S	2	S	2	S	3	S	5	S	7	S	7	N		S	9	17
SE	9	SE	9	S	9	S	10	S	10	S	6	S	6	SW	3	S	3	N	7	N		vario	8	15
SE	10	SE	9	S	7	S	7	S	6	S	4	S	4	S	5	S	11	NW	11	N		NE	17	26
S	11	SE	12	S	8	S	6	S	4	SW	7	SW	9	S	4	S	9	S	8	S		S	8	12
S	7	S	9	S	8	SE	16	N	12	N	13	N	11	N	9	N	11	N	9	N		N	9	16
NE	11	SE	8	SW	7	S	7	SW	9	SW	10	NW, N	10	NE	20	NE	16	NE	15	NW		NE	13	21
SE	8	S	5	SW	4	W	6	W	7	W	5	W	6	W	4	W	12	W	11	W		W	12	21
E	9	S	9	S	8	S	8	S	6	S	8	S	9	S	10	W	13	W	9	NE		NE	13	25
SE	9	SE	8	S	7	S	8	S	7	S	7	S	6	S	7	S	9	N	8	N		NE	11	26
S	12	S	13	S	12	S	12	S	10	S	10	S	8	S	11	W	15	W	14	W		S	10	15
S	14	S	18	S	20	S	17	SE	13	SE	16	SE	16	SE	14	E	10	E	12	E		NE	11	20
SE	15	S	18	S	24	S	25	S	18	SW	21	SW	24	SW	10	W	10	E	17	E		S	17	30
SE	15	SE	16	SE	14	S	14	S	14	SW	9	S	7	S	7	NW	10	NW	8	W		N	16	44
S	9	S	9	S	10	S	9	S	11	S	12	S	12	S	4	S	6	S	8	W		S	11	16
S	24	S	26	S	26	SE	24	S	19	S	18	S	14	S	8	E	4	E	11	E		E	13	26
SE	10	SE	12	SE	15	SE	21	SE	22	S	20	S	18	S	7	S	9	NE	4	N		E	12	21
SE	19	SE	21	SE	25	SE	24	SE	31	SE	31	SE	26	SE	24	SE	15	E	10	NE		SE	15	31
SW	25	SW	29	SW	27	SW	27	SW	27	SW	18	NW	21	NE	20	NE	15	NE	18	NE		SW	17	29
SE	25	SE	27	SE	23	SE	22	SE	20	SE	14	S	8	SW	2	S	2	SE	3	SE		NE	15	27
SE	15	SE	15	SE	18	SE	17	SE	14	SE	12	S	12	SE	10	S	8	SW	8	SW		SE	11	18
SE	16	S	18	SE	19	S	19	SE,S	16	SE,S	16	S	16	S	11	S	9	E	10	var.		S	13	44
SE	13	SE	13	SE	14	S	14	S	12	S	11	S	11	S	10	S	11	var.	11	var.		NE	13	45

ei Venti

S	SW	W	NW	calma
42	4	4	3	—
63	10	13	5	—
60	19	7	4	—
164	33	24	12	—

ante NE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				forma e direzione delle nubi			Durata del sole in ore e minuti	Radiazione
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	0	2	3	2	—	St.-Ci	St.-Ci	13 20	—
2	0	0	0	0	—	—	—	13 15	—
3	0	0	0	0	—	—	—	13 20	—
4	0	0	2	1	—	—	St.	11 05	—
5	3	0	2	2	St.	—	St.	12 40	—
6	0	1	3	1	—	St.	St.	11 10	—
7	4	0	5	3	St.	—	St.-Ci SE	11 40	—
8	8	4	8	7	St.-A-Cu	St.-Ci	St -Cu SE	5 40	—
9	7	2	7	5	St.	St.	St.-Cu	11 50	—
10	0	0	3	1	—	—	St.-Ci	12 20	—
I. Dec.	**2**	**1**	**3**	**2**				**116 20**	—
11	6	0	4	3	St.	—	St.	12 40	—
12	3	3	4	3	St.	Ci	St.	12 10	—
13	0	1	4	2	—	Cu	St.-Cu	12 50	—
14	0	0	2	1	—	—	St.	12 50	—
15	0	0	1	0	—	—	St.	12 55	—
16	0	0	2	1	—	—	St.	13 05	—
17	2	6	4	4	—	St.-Cu-Ci S	St.-Cu-Ci	9 05	—
18	9	3	9	7	St.-A-Cu	St.	St.-Cu W	5 15	—
19	6	0	4	3	St.	—	St.	11 05	—
20	10	0	5	5	St-Cu-Ci-Cu	—	St.	9 20	—
II. Dec.	**4**	**1**	**4**	**3**				**112 05**	—
21	4	0	4	3	St.	—	St.	12 05	—
22	3	0	4	2	St.	sereno	St.-Ci	11 55	—
23	0	3	0	1	—	—	—	12 45	—
24	3	2	0	2	—	—	—	11 30	—
25	2	0	0	0	—	—	—	12 45	—
26	4	0	0	1	—	—	—	12 00	—
27	2	0	5	2	—	—	—	12 30	—
28	7	5	2	5	—	—	—	9 15	—
29	7	4	2	4	—	—	—	5 00	—
30	6	2	0	3	—	—	—	11 40	—
31	0	2	0	0	—	—	—	11 15	—
III. Dec.	**3**	**1**	**3**	**2**				**122 40**	—
Media mens.	3	1	3	2			**Totali mensili**	351 05	—

Stato del cielo:	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡
giorni	18	13	—	8	—	—	—

Digitized by Google

LUGLIO 1928

Evaporaz. totale in mm. (all'ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
1.6	—	—	—	—	≡¹ mattino
3.2	—	—	—	—	≡² tutto il giorno
3.0	—	—	—	—	≡ mattino e sera
2.1	—	—	—	—	
2.7	—	—	—	—	≡ mattino
2.5	—	—	—	—	≡ pomeriggio e sera
3.2	—	—	—	—	≤ 21h, 22 ½ ☾ ◍ ⌐ NE
4.0	0.5	—	—	—	
4.2	—	—	—	—	
4.2	—	—	—	—	
30.7	**0.5**	—	—	—	
3.7	—	—	—	—	
2.6	—	—	—	—	≡ fitta al mattino, sera
3.7	—	—	—	—	≡ mattino
3.5	—	—	—	—	
4.0	—	—	—	—	≡ mattino
4.2	—	—	—	—	
3.3	—	—	—	—	
4.3	—	—	—	—	≤ 21h ≤ E, ⌐
4.0	—	—	—	—	
3.0	—	—	—	—	
36.8	—	—	—	—	
3.0	—	—	—	—	
2.0	—	—	—	—	
4.2	—	—	—	—	⌐ sera
3.0	—	—	—	—	
4.0	—	—	—	—	
4.3	—	—	—	—	⌐ pomeriggio
5.0	—	—	—	—	⌐ sera
4.0	—	—	—	—	◍ gocce nella notte
5.0	—	—	—	—	⌐ sera
4.0	—	—	—	—	⌐ mattino
4.5	—	—	—	—	
43.0	—	—	—	—	
10.0	0.5	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
1	—	—	—	—	—	1	7	—	—

Digitized by Google

MESE

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	761.85	759 12	759.00	759.75	31.5	24.8	28.1	31.4	29.5	28.4
2	57.83	54.49	58.03	56.75	33.7	25.8	29.0	33.7	29.4	29.4
3	60 30	59.57	58 28	59.38	30.0	23.4	26.7	30.0	28.5	27.1
4	59.37	58.64	57.09	58.36	30.3	23.6	26.2	30.0	28.6	27.1
5	55.47	54.79	52.68	54.31	30.0	24.4	25.8	30.0	28.4	27.1
6	56 23	58.90	57.41	57.51	28.5	20.0	24.0	25.3	24.5	24.2
7	64.97	63.53	63 74	63.74	26.2	20.9	23.0	26.1	24.8	23.5
8	63.63	61.78	56 53	57.31	27.6	20.8	24.5	27.5	25.8	24.6
9	55 91	61.32	61.07	59.76	29.0	22.3	25.2	28.2	26.6	25.7
10	56.33	59.35	58.97	58.21	30.0	22.2	25.0	29.8	27.5	26.1
I. Dec.	**759.11**	**758.94**	**757.78**	**758.50**	**29.7**	**22.7**	**25.7**	**29.3**	**27.4**	**26.3**
11	758.57	756.75	758.02	757.78	30.5	23.2	25.5	30.2	26.6	26.4
12	58.02	56.52	57.08	57.20	30.0	25.0	23.2	30.0	28.5	28.1
13	58.15	57.85	57.27	57.75	30.5	24.2	26.0	30.2	29.0	27.4
14	58.05	57.42	57.72	57.73	31.0	24.3	27.4	30.1	29.0	25.4
15	58.12	56.99	57.60	57.57	31.0	24.0	27.0	31.0	29.0	27.7
16	56.03	58 75	56.57	57.11	28.8	22.8	27.2	25.0	24.2	25.7
17	57.14	56.36	56.89	56.79	26.5	21.3	24.0	26.5	25.5	24.3
18	59.57	59.54	59.42	59.51	27.0	20.1	24.5	26.5	24.1	23.9
19	59.38	58.04	57.67	58.36	26.9	19.0	21.5	26.6	25.1	23.1
20	58.65	59.13	58.71	58.83	27.8	21.1	23.0	27.7	26.3	24.6
II. Dec.	**758.10**	**757.63**	**757.69**	**757.86**	**29.0**	**22.5**	**25.6**	**28.5**	**26.7**	**25.7**
21	757.66	757.02	755.69	756.79	29.1	22.0	26.1	29.0	24.0	25.3
22	57.43	57.15	59.18	57.92	25.0	17.5	18.8	23.6	22.0	20.8
23	61.14	60.94	60.85	60.97	24.4	15.5	21.5	24.0	24.5	21.4
24	61.64	60.67	59.04	60.75	26.8	25.0	23.5	26.5	25.5	20.2
25	59.59	53.45	60.34	59.79	28.0	25.0	24.5	28.5	27.5	26.2
26	59.85	58.31	58.34	58.89	28.5	24.0	23.5	28.0	28.0	26.0
27	58.87	57.89	58.12	58.29	28.2	23.8	25.0	28.1	27.0	25.5
28	52.82	56 82	58.05	57.83	28.5	24.0	24.5	28.0	27.5	26.1
29	59 62	58.31	57.41	58.44	29.8	23.4	26.0	29.6	28.7	24.4
30	55.97	54 69	56 31	55.66	28.0	21.0	25.5	27.2	21.5	24.0
31	60.16	60.89	61.54	60.80	26.5	20.0	22.5	26.5	25.5	23.6
III. Dec.	**759.13**	**758.37**	**758.70**	**758.73**	**27.5**	**21.9**	**23.7**	**27.1**	**25.6**	**24.8**
Media mens.	758.78	758.31	757.78	758.30	28.7	22.3	25.0	28.3	26.6	25.6
Massima	761.54 il giorno 31				33.7 il giorno 2					
Minima	752.68 " 5				19.0 " 29					

Digitized by Google

AGOSTO 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
0.27	19.60	21.17	20.01	68	56	65	64	0	0	0	0
5.46	17.91	20.83	18.06	49	46	68	54	0	0	0	0
3.01	12.27	14.94	13.40	50	39	52	47	0	1	1	0
3.54	16.57	18.19	17.76	73	53	63	63	1	1	0	0
0.84	20.94	22.87	19.88	64	65	80	69	0	0	2	0
.98	12.48	11.69	12.01	42	52	51	48	2	1	1	1
2.93	11.43	12.61	12.32	62	44	57	54	0	0	0	0
.85	14.50	14.52	13.62	52	53	59	54	0	0	1	0
5.97	16.39	22.91	18.42	67	58	67	64	0	0	0	0
4.83	26.96	18.11	19.96	63	59	66	62	0	0	0	0
4.96	**16.90**	**17.78**	**16.57**	**58**	**52**	**68**	**57**	**0**	**0**	**0**	**0**
5.31	16.64	16.83	16.26	63	52	65	60	0	0	0	0
1.74	19.99	20.59	17.44	39	63	71	57	0	0	0	0
0.95	21.34	21.07	21.12	83	67	71	73	0	0	0	0
3.55	22 44	20.15	20.57	68	71	68	69	0	0	0	0
0.95	19.59	19.88	19.42	75	57	67	66	0	0	0	0
3.30	17.85	16.53	17.56	68	67	74	69	0	0	0	0
3.64	15.11	14.87	13.54	93	59	71	74	1	1	1	1
1.38	10.95	10.85	11.06	50	42	49	47	2	1	0	1
0.18	10.89	14.26	11.78	53	42	60	51	1	0	1	0
4.06	15.08	16.35	15.16	64	54	63	57	1	1	1	1
5.45	**16.98**	**17.13**	**16.51**	**65**	**57**	**65**	**62**	0	**0**	**0**	**0**
7.14	19 29	14.94	17.02	68	65	67	65	1	1	2	1
4.25	13.36	12.13	13.24	88	62	62	70	2	2	1	1
0.49	13.12	28.16	16 84	57	59	70	58	1	0	0	0
3.59	13.40	15 73	14.08	63	52	65	60	0	0	0	0
0.60	14.19	17.18	17.22	74	48	63	61	0	0	0	0
5.71	16.57	20.70	17.99	82	53	74	69	0	0	0	0
3.72	19.78	20.33	19.35	79	71	77	73	0	0	0	0
0.92	19.37	22.00	20.76	91	73	81	81	0	0	0	0
7.20	18.72	16 37	17.43	69	61	54	61	0	0	0	0
0 30	23.27	11.67	18.41	83	65	61	69	1	1	1	1
0.32	10.95	15.56	10.94	51	42	48	47	1	0	0	0
5.38	**16.55**	**17.37**	**16.76**	**73**	**59**	**65**	**66**	**1**	**0**	**0**	**0**
5.25	16.81	17.43	16 50	65	56	66	62	0	0	0	0

23.77 il giorno 30
10.18 „ 19

93 il giorno 18
39 „ 12

Giorni con mare

Calmo(0) 17 | legg. mosso(1) 10 | mosso(2) 4
agitato(3) — | grosso(4) — | tempestoso(5) —

Digitized by Google

MESE D

DATA	VENTO — Velocit																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h	12-13
1	12	NW	5	NW	5	NW	3	NW	7	NW	5	NW	7	NW	5	NW	7	NW	8	SE	6	SE	12	SE	14
2	5	NW	3	NW	5	NW	6	NW	6	NW	7	NW	7	NW	11	NW	5	NW	7	SE	8	SE	10	SE	15
3	25	NE	25	SE	17	NE	22	NE	19	NE	20	NE	22	NE	24	NE	23	NE	23	NE	21	SE	20	SE	15
4	9	N	9	N	9	NE	9	NE	9	NE	10	NE	8	N	8	N	7	NE	7	E	9	SE	12	SE	11
5	17	NE	17	NE	18	NE	17	NE	14	NE	15	NE	12	NE	14	NE	15	NE	14	NE	16	NE	13	SE	12
6	9	SE	15	SE	21	N	32	NE	31	NE	40	NE	26	NE	34	NE	24	NE	37	NE	46	NE	40	NE	32
7	14	NE	8	N	8	N	8	NE	17	NE	12	N	11	N	9	N	9	E	11	SE	15	SE	17	SE	18
8	7	SW	7	NW	5	NW	2	N	4	W	5	N	5	N	5	N	5	N	7	S	7	S	11	SE	17
9	7	NW	3	N	3	W	1	N	3	N	5	N	3	N	6	NE	7	NE	12	SE	15	SE	14	SE	18
10	6	N	12	NE	17	NE	20	NE	22	NE	18	NE	20	E	22	E	17	NE	17	SE	13	S	13	SE	15
I. Dec.	11	NW	10	N	11	NE	12	NE	13	NE	12	NE	12	N	11	NE	12	NE	14	SE	15	SE	16	SE	17
11	11	N	5	N	11	N	10	NE	12	NE	14	NE	15	NE	14	NE	15	E	12	E	9	S	9	S	14
12	18	NE	16	NE	17	NE	17	NE	20	NE	21	NE	14	NE	16	NE	14	NE	12	NE	10	NE	11	SE	12
13	6	NE	10	NE	10	E	6	E	6	E	7	N	9	N	7	N	10	NE	12	NE	13	NE	16	SE	16
14	15	NE	18	NE	17	NE	14	NE	9	N	11	N	12	N	12	N	7	N	8	N	8	NE	11	S	12
15	20	NE	21	NE	21	NE	15	N	14	N	14	N	12	N	12	NE	13	NE	15	NE	10	NE	8	S	12
16	16	NE	26	NE	20	NE	20	NE	17	NE	16	N	17	NE	18	NE	10	NE	11	NE	13	S	12	SE	10
17	9	N	11	N	9	N	9	N	8	N	12	N	17	N	29	NE	21	NE	26	NE	35	NE	39	NE	36
18	25	NE	36	NE	32	NE	30	NE	29	NE	27	NE	27	NE	27	NE	21	NE	20	NE	19	NE	16	SE	14
19	20	NE	22	NE	23	NE	22	NE	23	NE	24	NE	22	NE	19	NE	20	NE	20	NE	18	NE	16	SE	17
20	calma		5	NW	5	NW	3	N	2	N	2	N	2	N	3	N	3	N	6	NE	7	S	10	SE	12
II. Dec.	14	NE	17	NE	15	NE	14	NE	15	NE	14	N	14	N,NE	14	NE	13	NE	14	NE	14	NE	15	SE	15
21	10	N	15	N	13	N	18	NE	16	NE	20	NE	18	NE	16	NE	17	SE	15	SE	19	SE	20	SE	15
22	8	NE	10	NE	14	NE	17	NE	16	NE	18	NE	19	NE	22	NE	24	NE	25	NE	28	NE	31	NE	30
23	18	NE	17	NE	17	NE	17	NE	16	NE	14	NW	11	NW	11	NE	11	NW	11	NW	12	NE	11	NE	11
24	6	NW	9	N	7	N	9	N	11	N	7	N	5	N	10	NE	6	NE	5	NE	7	NE	8	SE	9
25	8	NW	6	N	7	N	12	N	11	NE	13	N	16	N	19	N	19	NE	17	E	14	SE	13	SE	9
26	12	NE	14	NE	13	NE	10	NE	9	NE	10	NE	8	N	12	NW	10	NW	8	NW	5	SW	9	SW	10
27	9	NE	14	NE	12	NE	12	NE	10	NE	8	NE	8	NE	9	N	9	NW	6	NE	6	SE	0	SE	12
28	11	NE	16	NE	13	NE	10	NE	12	NE	11	NE	9	NE	12	NE	12	NE	11	NE	13	SE	13	SE	16
29	16	NE	18	NE	16	NE	17	NE	13	NE	16	NE	14	NE	18	NE	15	NE	22	NE	19	SE	15	SE	12
30	10	NE	12	NE	11	NE	11	NE	17	NE	4	NW	8	NW	5	NW	7	SW	14	SW	15	SW	24	S	25
31	13	NW	11	NW	8	NW	4	NW	4	SW	3	NW	5	N	9	NE	10	NE	12	NE	14	SE	15	SE	13
III. Dec.	11	NE	13	NE	11	NE	12	NE	12	NE	11	NE	11	NE	13	NE	13	NE	14	NE	13	SE	16	SE	15
Media mensile	12	NE	13	NE	12	NE	13	NE	12	NE	12	NE	12	N	14	NE	13	NE	14	NE	14	SE	16	SE	16

Frequenza relat

	N	NE	E	SE
I. decade	25	53	12	8
II. decade	38	101	6	6
III. decade	20	100	13	8
mese	83	254	31	21

Prede

Digitized by Google

AGOSTO 1928

Direzione																			Vento predominante		
-14h	14-15h	15-16h	16-17h	17-18h	18-19h	19-20h	20-21h	21-22h	22-23h	23-24h	Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
SE 18	SE 18	SE 18	SE 16	SE 11	SE 11	SE 7	SE 4	SE 3	SW 8	NW	SE	9	18
SE 28	SE 23	SE 16	SE 16	SW 9	SW 19	SE 8	SE 17	NE 20	NE 24	NE	SE	12	28
SE 6	SE 6	SE	SE	SE	S	SE	S 8	S 7	S 11	NW	SE	13	25
SE 15	SE 16	SE 17	SE 18	SE 18	SE 16	SE 10	SE 10	SE 6	E 14	NE	SE	11	18
S 14	S 9	SE 10	SE 16	SE 21	SE 18	SE 26	SE 23	S 14	S 10	S	NE	15	26
NE 30	NE 28	E 26	E 26	E 21	E 25	E 30	E 17	SE 27	SE 20	SE	NE	27	46
SE 24	SE 27	S 28	S 23	S 20	S 18	S 15	S 10	S 15	S 13	SW	S	15	28
SE 22	SE 24	SE 24	SE 23	SE 19	S 13	S 13	S 7	SW 8	NW 9	NW	SE	11	24
SE 18	SE 13	SE 11	SE 10	SE 10	S 19	SE 7	SE 6	S 6	N 4	N	SE	8	18
S 15	S 13	S 13	S 12	S 12	SE 9	E 8	S 9	NE 8	N 5	N	NE,S	13	20
SE 19	SE 18	SE 16	SE 16	SE 14	S 14	SE 12	S 11	S 11	S 12	NW	SE	13	46
SE 15	SE 16	SE 9	SE 6	SE 11	SE 18	NE 23	NE 15	NE 15	NE 15	NE	NE	14	23
SE 11	SE 10	SE 14	SE 12	SE 14	SE 12	NE 9	NE 6	S 6	S 5	NE	NE	12	21
SE 14	SE 9	SE 11	SE 18	SE 18	SE 15	S 18	S 15	S 6	NE 7	NE	SE	11	18
SE 18	SE 20	SE 20	SE 29	SE 27	SE 27	SE 28	SE 27	SE 13	NE 14	NE	SE	16	29
SE 13	SE 18	SE 26	SE 28	SE 29	SE 28	SE 31	SE 24	SE 10	NE 9	NE	NE,SE	17	31
N 12	N 17	NE 23	NE 24	NE 22	NE 13	NE 12	NE 11	N 7	N 12	N	NE	15	26
NE 26	NE 22	SE 23	SE 18	SE 18	NE 15	SE 18	NE 25	NE 12	NE 30	NE	NE	20	39
SE 12	SE 15	SE 14	SE 10	SE 12	S 11	N calma	12	NE 15	NE 18	NE	NE	19	36
SE 9	SE 9	SE 8	SE 6	SE 7	SE 4	S 4	S 5	S 4	SW 5	SW	NE	13	24
SE 14	SE 13	SE 12	SE 10	SE 10	SE 10	S 8	S 9	SW 8	NW 8	N	SE	8	14
SE 14	SE 14	SE 16	SE 16	SE 16	SE 15	var. 15	NE 14	var. 9	NE 12	NE	NE	14	39
SE 17	SE 19	SE 18	SE 17	SE 16	SE 16	SE 17	NW 17	N 6	NE 5	NE	SE	11	20
NE 29	NE 27	NE 24	NE 19	NE 15	NE 12	NE 16	NE 18	NE 17	NE 17	NE	NE	16	33
SE 12	S 10	SE 9	SE 9	SE 6	E 4	E 4	E 2	E 4	NE 6	NW	NE	10	18
SE 14	SE 16	SE 13	SE 9	SE 8	SE 8	SE 8	SE 7	SW 7	NW 10	NW	SE	10	16
SE 7	SE 8	SE 6	SE 5	SE 7	SE 4	SE 5	SE 3	SE 3	SE 9	N	SE	10	19
SE 11	SE 16	SE 17	SE 15	SE 10	SE 12	SE 13	SE 6	SE 3	E 5	E	SE	10	17
SE 13	SE 14	SE 13	SE 12	SE 15	SE 13	SE 14	S 13	S 6	SW 5	SW	SE	11	15
SE 15	SE 12	SE 11	SE 12	SE 8	SE 7	E 6	E 10	E 10	NE 14	NE	NE	12	17
SE 11	SE 5	SE 3	SE 4	E 8	E 9	SE 10	SE 4	SE 5	NE 7	NE	NE	12	22
SW 20	SW 18	SE 15	NW 16	NW 18	NE 23	NE 23	NE 15	NW 14	NE 15	NW	NE	15	26
SE 19	SE 18	SE 16	SE 12	SE 15	SE 14	SE 15	SE 12	NE 13	NE 16	NE	SE	12	19
SE 15	SE 14	SE 13	SE 11	SE 12	SE 11	SE 12	SE 13	var. 13	NE 16	NE	NE	12	33
SE 16	SE 15	SE 15	SE 12	SE 15	SE 13	SE 13	SE 13	var. 11	NE 13	NE	NE	13	46

Venti

S	SW	W	NW	calma
31	6	2	25	—
17	3	—	4	2
5	12	—	26	—
53	21	2	55	2

ate NE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione cm.³ di ghiaccio evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21		
								h m	
1	2	3	0	1	Ci	St.-Ci-Cu	sereno	12 15	—
2	3	4	0	2	St.-Ci-Cu	St.-Cu	id.	13 20	—
3	5	0	5	3	St.-Cu	sereno	St.-Cu	10 35	—
4	4	3	0	2	St.-Ci	Cu-Ci	sereno	12 50	—
5	8	6	2	5	Cu-Ci	Ci-Cu	St.	5 40	—
6	9	0	3	4	St.-Cu	sereno	St.-Cu	4 20	—
7	3	4	0	2	Ci	St.-Ci	sereno	11 30	—
8	4	2	0	2	Ci	Cu	id.	10 00	—
9	3	5	0	2	St.-Ci	Ci	id.	12 20	—
10	4	2	0	2	Ci	Ci-Cu	id.	12 00	—
I. Dec.	**5**	**3**	**1**	**3**				**104 50**	—
11	8	2	0	2	St.-Cu	Ci-Cu	sereno	9 50	—
12	2	3	0	1	St.	St.-Ci	id.	11 15	—
13	4	3	0	2	Cu-Ci	Cu	id.	9 20	—
14	3	5	0	2	Ci-Cu	St.-Cu	id.	10 20	—
15	3	3	0	2	St.-Ci	Cu-St.	id.	10 35	—
16	4	10	5	6	Cu-Ci	St.-Ci	St.-Cu	4 40	—
17	6	6	10	7	St.-Cu	Ci-Cu	St.	11 3	—
18	4	3	0	2	Cu	Ci-St.	sereno	11 20	—
19	2	2	0	1	St.-Ci	Ci-Cu	id.	11 20	—
20	1	4	0	2	St.-Cu	St.-Cu	id.	—	—
II. Dec.	**4**	**4**	**1**	**3**				**91 45**	—
21	4	7	9	7	Ci-Cu	St.-Cu	St.-Cu	9 45	—
22	10	3	2	5	Cu	St.-Ci	Ci	4 40	—
23	1	1	0	1	Ci	Ci	sereno	11 40	—
24	1	4	0	2	Ci	Ci	id.	10 40	—
25	1	1	3	2	Ci	Ci	Ci-Cu	11 10	—
26	2	2	3	3	Ci	Ci	Ci-Cu	10 0[illegible]	—
27	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	10 30	—
28	0	0	0	0	id.	id.	id.	8 3[illegible]	—
29	0	3	4	3	id.	Ci	Ci	10 0[illegible]	—
30	10	6	8	8	St.-Cu	Cu-Ci	St.-Cu	3 20	—
31	2	2	3	3	Ci	Ci	Ci	12 00	—
III. Dec.	**3**	**3**	**3**	**3**				**92 15**	—
Media mens.	4	3	3	3			**Totali mensili**	288 5[illegible]	—

Stato del cielo:	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡
giorni	19	9	3	5	—	3	1

Digitized by Google

AGOSTO 1928

Evaporaz. totale in mm. (all'ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
3.6	—	—	—	—	≡ mattino ⌐ pomeriggio
4.0	—	—	—	—	⌐ notte
4.5	—	—	—	—	
4.0	—	—	—	—	⌐ sera ⌞ sera
4.0	—	—	—	—	K ◍ ⌐ mattino ⌐ sera
5.0	7.0	—	—	—	
5.0	—	—	—	—	
4.2	—	—	—	—	
4.0	—	—	—	—	
4.0	—	—	—	—	
42.3	**7.0**	—	—	—	
5.0	0.1	—	—	—	◍ notte
4.2	—	—	—	—	
3.0	—	—	—	—	≡³ mattino
3.0	—	—	—	—	≡² mattino ⌐ pomeriggio e sera
4.0	—	—	—	—	
5.2	4.0	—	—	—	⌐ pomeriggio. ◍ mattino
5.0	—	—	—	—	⌐ mattino ⌞ ⌐ sera
5.3	—	—	—	—	⌐ mattino
4.5	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
39.2	**4.1**	—	—	—	
4.0	—	—	—	—	⊕ mattino ⌐ sera
4.0	15.8	—	—	—	K ▲ ◍ mattino ⌐ pomeriggio
4.0	—	—	—	—	
3.5	—	—	—	—	
3.5	—	—	—	—	≡ mattino
5.0	—	—	—	—	≡ mattino
3.5	—	—	—	—	≡ mattino
2.0	—	—	—	—	≡ mattino ≡ pomeriggio
4.5	—	—	—	—	≡² mattino
4.0	6.8	—	—	—	≡² ◍ mattino T ⌞ sera
5.0	—	—	—	—	
44.0	**22.6**	—	—	—	
25.5	33.7	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
5	—	1	—	—	—	2	9	1	—

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell' aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	761.36	759.31	760.77	760.48	26.5	18.5	20.5	24.0	22.0	21.8
2	62.04	61.93	62.19	61.05	24.0	18.0	20.0	23.4	23.5	21.5
3	61.03	60.73	62.56	61.44	23.5	17.0	19.0	19.0	18.0	19.3
4	65.07	64.20	64.42	64.58	23.5	15.2	19.5	23.5	21.0	17.3
5	68.82	64.96	65.54	65.47	25.0	17.0	20.2	25.0	23.5	21.4
6	65.56	64.76	64.67	64.66	26.5	19.5	21.5	26.8	25.5	23.1
7	65.42	64.52	64.60	64.84	28.5	19.5	21.5	27.5	25.5	23.9
8	65.87	64.52	64.77	65.05	29.5	21.0	23.5	30.0	27.0	24.2
9	64.72	64.05	63.42	64.07	29.5	22.0	24.0	29.0	27.0	25.6
10	62.54	61.02	60.80	61.45	29.5	21.0	22.5	29.0	28.0	25.2
I. Dec	**763.94**	**763.01**	**763.77**	**763.30**	**26.6**	**18.9**	**21.2**	**25.6**	**24.1**	**22.3**
11	761.02	758.89	758.36	759.21	30.0	22.0	25.5	30.0	27.5	26.2
12	59.20	60.20	61.30	60.23	23.5	19.0	23.2	19.2	20.5	21.5
13	62.15	61.24	61.41	61.60	23.9	19.0	21.5	23.8	21.0	21.3
14	61.16	61.31	61.46	61.31	22.0	18.3	18.2	21.8	21.6	17.5
15	59.62	59.72	61.18	60.17	22.2	16.8	17.6	21.5	21.0	19.4
16	60.53	59.42	58.05	59.63	21.8	15.2	18.2	19.3	16.0	17.5
17	58.73	59.77	60.93	59.81	18.0	15.0	17.5	16.5	16.5	16.7
18	63.23	62.36	63.07	62.88	21.8	15.5	17.5	21.6	20.0	18.7
19	62.43	61.41	61.81	61.55	22.3	16.9	17.5	21.8	20.0	19.0
20	61.58	60.46	60.77	69.93	23.6	16.3	19.0	23.5	21.0	19.9
II. Dec.	**760.96**	**760.44**	**760.92**	**760.73**	**22.9**	**17.3**	**19.5**	**21.9**	**20.5**	**19.8**
21	760.44	759.33	759.31	759.69	23.0	18.0	19.5	23.0	21.0	20.3
22	55.90	53.30	52.36	53.85	23.4	18.6	19.0	22.8	18.6	17.4
23	51.12	53.00	53.70	52.60	19.5	12.9	15.5	16.2	13.5	15.3
24	54.42	56.64	58.96	56.67	16.8	10.3	13.0	16.0	15.0	23.7
25	59.29	58.38	58.34	58.67	16.3	12.0	13.8	16.0	15.5	14.9
26	58.61	58.96	59.36	58.97	15.4	13.0	14.4	15.0	14.0	14.2
27	59.73	59.01	60.26	59.66	17.0	12.3	15.0	17.0	16.0	12.3
28	58.69	55.85	56.61	57.05	15.4	11.8	13.4	12.0	13.0	13.4
29	57.66	57.53	57.61	57.56	15.2	11.3	13.0	15.0	15.0	13.6
30	55.91	55.05	54.54	55.16	18.2	14.6	15.8	18.0	17.5	16.5
III. Dec.	**757.17**	**756.69**	**757.10**	**756.98**	**18.0**	**13.4**	**15.2**	**17.1**	**15.9**	**15.1**
Media mens.	760.69	760.04	760.46	760.33	22.5	16.5	18.6	21.5	20.2	19.4

Massima	768.82 il giorno 5	30.0 il giorno 11
Minima	751.12 » 23	10.3 » 24

Digitized by Google

SETTEMBRE 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
1.54	12.67	12.13	12.11	64	54	62	60	2	1	0	1
9.65	10.66	12.79	11.03	56	50	59	55	1	1	0	1
0.26	11.71	10.87	10.94	63	72	71	68	1	1	1	1
8.97	11.22	10.49	10.22	53	52	57	54	1	1	0	1
9.81	11.07	11.99	10.62	56	47	56	53	1	0	0	0
2.44	15.11	15.73	14.42	65	59	65	63	0	0	0	0
2.44	15.39	16.62	15.15	65	56	68	63	0	0	0	0
2.79	16.57	16.58	15.31	59	53	63	58	0	0	0	0
2.28	15.35	18.42	15.31	56	52	70	59	0	0	0	0
5.02	17.19	18.75	16.98	74	58	67	66	0	0	0	0
1.52	**13.69**	**14.48**	**13.21**	**61**	**55**	**63**	**59**	**0**	**0**	**0**	**0**
1.16	15.09	17.74	17.99	65	48	65	59	0	0	0	0
3.77	14.94	14.20	14.30	65	90	80	78	1	1	0	1
1.67	12.76	12.43	12.25	61	58	67	62	1	1	0	1
3.84	14.31	13.96	14.09	89	74	73	78	1	1	0	1
2.90	14.65	14.32	13.98	87	77	77	77	0	0	0	0
0.75	10.22	12.09	11.02	69	61	82	73	2	3	3	3
9.78	11.08	11.79	10.88	66	79	84	76	2	3	3	3
1.18	12.83	13.35	12.12	75	67	77	73	0	0	0	0
2.62	14.31	14.13	13.68	85	74	81	80	1	1	0	1
2.45	14.41	13.52	13.46	76	67	73	72	0	0	0	0
3.02	**13.46**	**13.85**	**13.44**	**73**	**69**	**76**	**73**	**1**	**1**	**0**	**1**
3.66	15.22	15.85	16.57	81	73	96	83	0	0	0	0
2.45	14.85	13.29	13.53	76	69	83	76	0	0	0	0
7.70	8.17	9.23	8.36	59	60	80	69	1	0	1	1
7.35	8.03	7.75	7.71	66	59	61	62	1	1	1	1
9.11	9.34	9.64	9.36	78	69	74	73	2	1	0	1
8.87	9.95	10.03	9.61	73	78	84	78	0	0	1	0
9.29	10.08	9.34	9.57	73	70	69	70	0	0	0	0
8.97	10.07	10.37	9.80	78	96	93	89	0	0	0	0
0.50	11.72	13.23	11.15	94	92	92	92	0	0	0	0
2.64	12.91	13.75	13.10	95	84	92	90	0	0	0	0
0.05	**11.03**	**11.24**	**10.74**	**77**	**75**	**82**	**78**	**0**	**0**	**0**	**0**
1.53	12.72	13.17	12.46	70	66	73	70	0	0	0	0

21.16 il giorno 11
7.35 " 24

96 il giorno 21
48 " 11

Giorni con mare

Calmo (0) 15 | legg. mosso (1) 11 | mosso (2) 2
agitato (3) 2 | grosso (4) — | tempestoso (5) —

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h	12-13h
1	17	N	7	NE	12	SW	13	NE	15	NE	18	NE	23	NE	22	NE	21	NE	21	NE	18	NE	19	NE	21	S
2	22	NE	28	NE	23	NE	28	NE	29	NE	29	NE	24	NE	25	NE	25	NE	26	NE	23	NE	19	NE	22	N
3	16	NE	16	NE	15	NE	17	NE	19	NE	22	NE	22	NE	23	NE	20	NE	20	NE	20	NE	20	NE	28	N
4	23	NE	18	NE	17	NE	17	NE	17	NE	21	NE	17	NE	18	NE	25	NE	22	NE	19	NE	20	NE	20	N
5	19	NE	17	NE	18	NE	18	NE	15	NE	17	NE	15	NE	17	NE	16	NE	16	NE	16	NE	14	SE	16	S
6	2	NW	5	N	9	NE	8	NE	6	NE	4	NE	3	NE	8	N	7	NW	6	N	9	S	9	S	10	
7	6	NW	5	NW	5	N	5	N	5	NW	6	NW	8	NW	8	NE	8	NE	5	NW	6	S	8	S	7	S
8	8	N	7	N	11	NE	8	NE	7	NE	6	NW	12	NW	13	NW	12	NW	9	NE	7	NE	7	NE	6	
9	9	NW	7	N	9	N	12	N	9	N	8	N	5	NW	8	NW	5	NW	5	S	6	S	8	S	9	
10	1	N	4	NW	1	N	3	N	6	N	4	N	9	N	12	N	7	N	7	NE	5	NE	6	SE	6	
I. Dec.	12	NE	11	NE	12	NE	12	NE	12	NE	13	NE	13	NE	15	NE	14	NE	13	NE	13	NE	13	NE	14	v
11	12	NW	14	NW	16	NW	18	NE	17	NE	19	NE	22	NE	23	NE	17	NE	19	NE	16	NE	11	SE	10	S
12	17	NE	24	NE	28	NE	33	NE	27	NE	24	NE	28	NE	29	NE	28	NE	31	NE	23	NE	34	NW	28	N
13	15	NW	19	NE	24	NE	19	NE	18	NE	22	NE	22	NE	20	NE	24	NE	27	NE	24	NE	21	NE	20	N
14	17	NW	19	NE	21	NE	17	NE	16	NE	17	NE	18	NE	21	NE	21	NE	18	NE	19	NE	19	NE	18	N
15	25	NE	25	NE	34	NE	32	NE	28	NE	29	NE	28	NE	23	NE	20	NE	19	NE	14	NE	10	NW	7	NW
16	26	NE	28	NE	30	NE	32	NE	33	NE	35	NE	35	NE	40	NE	40	NE	40	NE	40	NE	40	NE	45	N
17	28	NE	26	NE	29	NE	41	NE	23	NE	28	NE	39	NE	46	NE	43	NE	30	NE	45	NE	41	NE	34	N
18	24	NE	14	NE	12	NE	12	NE	14	NE	17	NE	15	NE	10	NE	10	NE	11	NE	12	NE	11	NE	13	S
19	10	NW	14	NW	18	NW	19	NE	14	NE	11	NW	14	NE	7	NE	12	NE	13	NE	10	NE	9	NE	8	S
20	9	NW	10	NW	10	NW	8	NW	7	NW	5	NW	5	NW	7	NE	7	NE	11	NE	9	NE	6	NE	9	S
II. Dec.	18	NW	19	NE	22	NE	23	NE	20	NE	21	NE	22	NE	23	NE	22	NE	23	NE	21	NE	20	NE	19	N
21	4	N	8	N	6	N	5	N	6	NE	4	NE	6	NE	5	NE	8	NE	5	NE	5	NE	8	S	10	S
22	6	NW	6	N	10	NE	11	NE	7	NE	9	NE	15	NE	13	NE	7	NE	6	NE	9	NE	6	SE	9	S
23	47	NE	50	NE	43	NE	11	NE	35	NE	36	NE	35	NE	33	NE	25	NE	14	NE	11	NE	5	SW	6	SW
24	23	NE	20	NW	20	NW	17	NW	19	NW	14	NW	17	NE	17	NE	20	NE	12	SW	11	SW	3	SW	17	
25	19	NE	22	NE	19	N	21	N	23	N	21	NE	24	NE	27	NE	20	NE	27	NE	30	NE	28	E	22	
26	29	N	28	N	28	NE	26	NE	23	NE	19	E	18	E	15	NE	16	NE	17	NE	16	NE	16	NE	16	
27	22	NE	16	NE	18	NE	16	NE	10	N	12	N	12	N	16	NE	12	NE	13	NE	8	NE	10	NE	9	
28	10	N	13	NE	14	NE	16	NE	16	NE	15	NE	14	NE	17	NE	18	NE	20	NE	19	NE	24	NE	25	N
29	10	N	12	N	16	N	13	N	8	N	5	N	6	N	7	N	6	N	6	N	6	NE	5	NE	5	N
30	9	NW	6	N	4	NW	3	NW	4	NW	5	NW	5	W	5	SW	5	SW	4	S	5	S	10	SE	9	
III. Dec.	18	NE	18	NE	18	NE	17	NE	14	NE	14	NE	15	NE	15	NE	15	NE	14	NE	13	NE	13	NE	14	v
Media mensile	16	NE	16	NE	17	NE	17	NE	15	NE	16	NE	17	NE	18	NE	17	NE	16	NE	15	NE	15	NE	15	v

Frequenza relat

	N	NE	E	SE
I. decade	22	104	3	37
II. decade	5	167	5	18
III. decade	41	105	15	24
mese	68	376	23	79

Predo

Digitized by Google

SETTEMBRE 1928

le Direzione																			Vento predominante		
13-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km ora
0	SE 20	SE	16	SE	17	SE	12	SE	14	SE	19	NE	28	NE	25	NE	24	NE	24	NE	NE	17	28
8	NE 20	SE	17	SE	14	SE	10	SE	12	SE	10	NE	10	NE	13	NE	17	NE	15	NE	NE	19	29
9	NE 29	NE	29	NE	23	NE	22	NE	27	NE	23	NE	21	NE	18	NE	21	NE	24	NE	NE	21	29
7	NE 18	SE	15	SE	15	SE	15	SE	15	NE	17	NE	16	NE	23	NE	26	NE	25	NE	NE	19	25
4	SE 13	S	13	S	8	S	7	S	7	S	5	S	5	S	5	S	1	S	2	NW	NE	12	19
1	SE 12	SE	11	SE	9	SE	8	SE	5	SE	6	SE	4	SE	7	S	7	SW	9	NW	SE	7	12
0	SW 10	SW	10	SW	6	SW	4	S	3	S	2	S	6	S	7	SW	6	SW	4	NW	SW,NW	6	10
	SW 7	SW	8	S	7	S	4	S	5	S	5	SW	9	SW	6	SW	3	NW	4	NW	NE,NW	7	13
	S 6	S	9	SE	5	SE	4	SE	7	S	10	S	8	S	12	SW	12	SW	4	SW	S	8	12
0	SE 11	SE	10	SE	8	SE	1	SE	calma		3	N	2	SW	1	E	6	SE	9	NW	N	5	12
4	SE 14	SE	12	SE	12	SE	8	SE	9	var.	11	NE	10	NE	10	NE	12	NE	13	NW	NE	12	29
0	S 11	SW	9	SW	10	SW	9	SW	6	SW	3	SW	2	—	3	SW	2	S	5	N	NE	11	19
3	NE 32	NE	28	NE	28	NE	24	NE	22	NE	22	NE	17	NE	13	NE	12	NE	13	NE	NE	24	34
9	NE 19	NE	17	NE	17	NE	15	NE	12	NE	10	NE	8	NE	12	NE	15	NW	17	NW	NE	18	27
8	NE 15	NE	16	NE	15	NE	14	NE	10	NE	10	NE	16	NE	21	NE	25	NE	25	NE	NE	18	25
1	NW 5	E	7	SW	6	SW	4	SW	5	SE	7	E	10	E	12	NE	15	NE	21	NE	NE	16	34
15	NE 45	NE	46	NE	43	NE	40	NE	47	NE	47	NE	45	NE	20	NE	24	NE	28	NE	NE	36	49
17	NE 22	NE	20	NE	24	NE	25	NE	19	NE	24	NE	24	NE	28	NE	30	NE	38	NE	NE	30	46
13	SE 10	SE	3	SE	2	SE	calma		1	N	1	NE	4	NW	11	N	15	NE	12	NE	NE	10	24
9	SE 9	SE	10	SE	7	SE	4	E	6	NE	5	NE	6	N	6	N	5	NW	9	NW	NE	10	19
10	SW 10	SW	9	SW	8	SW	5	S	4	S	5	SE	5	SE	5	SE	4	SE	5	NW	NW	7	10
19	NE 18	NE	16	NE	17	NE	14	NE	13	NE	13	NE	14	NE	13	NE	15	NE	17	NE	NE	18	49
0	SE 12	SE	13	SE	11	SE	9	SE	7	S	6	SE	2	S	3	SW	3	W	3	NW	NE,SE	7	13
1	SE 10	SE	8	SE	2	SE	2	E	11	N	20	NW	25	NW	31	NE	35	NE	40	NE	NE	13	40
1	SE 12	SW	17	SE	17	NE	13	NE	19	NE	19	NE	25	NW	23	NE	30	NE	31	NE	NE	24	50
0	SE 24	SE	23	S	28	S	26	S	22	S	18	S	16	N	13	N	10	N	16	NE	var.	18	28
8	E 15	E	11	E	10	E	6	E	11	NE	14	NE	14	N	22	NE	21	NE	22	NE	NE	19	30
9	NE 18	NE	20	NE	21	NE	24	NE	23	NE	26	NE	18	NE	20	N	19	NE	22	NE	NE	20	29
calma		calma		calma	6	SW	5	N	7	NW	11	NW	9	NW	10	NW	7	N	8	N	NE	9	22
9	NE 33	NE	33	NE	27	NE	25	NE	20	NW	12	NW	11	N	11	N	8	N	calma		NE	13	33
	E 4	NE	5	NE	4	SE	4	SE	calma		calma	6		N	7	SW	4	N	calma		N	6	16
3	E 5	SE	9	SE	6	SE	4	E	6	E	8	SE	6	S	2	S	4	N	8	NE	var.	5	9
13	SE 14	NE	14	NE	13	SE	13	var.	13	var.	13	var.	13	N	14	var.	14	NE	15	NE	NE	13	27
15	SE 15	NE	14	NE	14	SE	11	var.	12	var.	12	NE	12	NE	12	NE	14	NE	15	NE	NE	14	40

ei Venti

S	SW	W	NW	calma
32	18	—	23	1
4	14	—	26	1
14	11	2	21	7
30	43	2	70	9

ante NE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione con evap. di alcool
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	8	4	7	6	W St-Cu	St.-Ci	W Ci	7 00	—
2	7	1	5	4	W Ci-St. Cu	Ci	W St.-Ci	6 00	—
3	9	10	5	8	W St. Cu N	E St. Cu	E Ci-N	— —	—
4	2	3	1	2	Ci-St.	Ci-St.	Ci	11 00	—
5	0	0	0	0	—	—	—	9 30	—
6	0	0	0	0	—	—	—	9 30	—
7	1	2	0	1	Ci	Ci	—	10 00	—
8	3	3	2	2	Ci	Ci	Ci	10 00	—
9	4	6	2	4	Ci	E Ci-Cu	St.	7 00	—
10	0	2	0	1	—	St.-Ci	—	12 00	—
I. Dec.	**3**	**3**	**2**	**3**				**82 00**	—
11	2	2	3	2	E Ci	E Ci	E Ci	9 30	—
12	9	10	10	10	E St. Cu-N	E St. Cu-N	W St.-Cu	1 10	—
13	9	9	9	9	W Cu-N	W St.-Cu	W St.-N	3 15	—
14	10	10	10	10	S St. Cu	SE St.-Cu	E St. Cu	0 20	—
15	9	4	3	5	NE St. Cu-N	St.-Cu	Cu	5 30	—
16	9	9	10	9	NE N. Cu-St.	SE N. Cu-St.	E St. Cu	0 00	—
17	10	10	10	10	E N. St. Cu	E Cu-St. N	SE St. Cu-N	0 00	—
18	4	3	3	3	SW St. Ci	Ci-St.	Ci-St.	11 00	—
19	9	8	4	7	E N-Cu	E N. St.	E St. Ci	3 00	—
20	0	2	0	1	—	Ci	—	10 50	—
II. Dec.	**7**	**6**	**6**	**6**				**45 35**	—
21	8	4	8	7	NE St. Ci	Cu-Ci	NE St.	10 00	—
22	7	3	10	8	E Cu-St.	W Cu-N	E Cu-N	6 00	—
23	8	10	10	9	E St. Cu	SE N. Cu	W Cu-N	0 00	—
24	9	2	0	4	E St. Cu-N	St.-Ci	—	8 30	—
25	0	4	0	1	—	St.-Ci	—	8 45	—
26	10	10	10	10	NW St.	W St.	NE St.	0 00	—
27	8	6	7	7	NW St. Cu	NW St.-Ci	Cu-Ci	1 45	—
28	9	10	10	10	E Ci-Cu	W St.	W St.	0 00	—
29	9	8	10	9	W St.	W St.-Ci	W St.	0 00	—
30	9	9	3	7	W St.	W St.	W Ci	0 35	—
III. Dec.	**7**	**7**	**6**	**7**				**36 25**	—
Media mens.	6	5	5	5			**Totali mensili**	164 50	—

Stato del cielo :	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡
giorni	10	5	15	8	—	1	1

Digitized by Google

SETTEMBRE 1928

Evaporazione in mm. (all' ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
3.5	—	—	—	—	T mattino ⌐ matt. pom. e sera ⟍ sera
6.0	—	—	—	—	⌐ mattino e sera
6.5	1.6	—	—	—	◍ mattino ⌐ ◍ pomeriggio ⌐ sera
5.0	0.1	—	—	—	⌐ mattino
5.0	—	—	—	—	
3.0	—	—	—	—	≡¹ mattino
3.0	—	—	—	—	≡¹ mattino
3.0	—	—	—	—	≡¹ mattino ⟍ sera
3.5	—	—	—	—	
3.5	—	—	—	—	≡²
40.0	1.7	—	—	—	
4.5	—	—	—	—	⟍ sera
5.0	4.5	—	—	—	⌐ mattino T ⟍ ≡ mattino ◍ pomeriggio
4.5	1.1	—	—	—	≡¹ ◍ ⌐ mattino
3.5	0.8	—	—	—	◍ T ≡ ⌐ mattino
4.5	18.0	—	—	—	T, ⌐ mattino ⌐ pomeriggio ⌐ ◍ sera
4.5	3.0	—	—	—	⌐ ◍ notte T ⌐ matt. T ◍ ⌐ pom. ⟍ ⟍ ◍ sera
4.0	5.0	—	—	—	T ⟍ sera
6.0	—	—	—	—	
4.3	14.0	—	—	—	◍ notte ≡ ⟍
3.0	—	—	—	—	
44.8	46.4	—	—	—	
2.0	—	—	—	—	⟍ sera
3.0	4.3	—	—	—	≡ mattino ◍ T, ⟍ sera
3.0	2.5	—	—	—	◍ goccie tutto il giorno
3.5	2.8	—	—	—	◍ goccie tutta la notte e mattino ⌐ pom.
2.0	—	—	—	—	
1.0	17.0	—	—	—	◍
1.0	3.0	—	—	—	◍ matt. ⊖ Alone solare di 23° (arco di 30° circa)
1.0	2.0	—	—	—	◍ gocce matt. ◍ pom. e sera con circolo zenitale (arco di
1.3	—	—	—	—	≡³ mattino 45° circa) osser-
1.2	10.2	—	—	—	◍ notte ≡² mattino vato alle ore 14
19.0	41.8	—	—	—	del prof. Mich. Minio.
03.8	89.9	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
15	—	—	—	—	—	1	11	—	—

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C	Periodo	Ampiezza Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	Ampiezza An	Ae
1928											
Luglio 1	I, *e*	*e* P ?						h m s 17 57 00		deb.	
		F						18 03			
6	I, *v*	P						0 14 07		deb.	
		S						0 15 37		1	
		F						0 20			
7	I, *r*	P						22 43 11			
		S						22 46 14			
		F						22 56 c.			
15	I, *r*	*e* P						10 36 53	2	debss.	
		S						10 40 40	3	0,5	
		L						10 41 28	13	1,3	
		M						10 44 8	3,5	2,2	
		F						10 57			
Agosto 2	I, *v*	*e* P						9 42 34	s 1,5	deb.	deb
		S						9 42 45	4	1	
		M						9 44 38	4,5	1,2	
		F						9 47			
3	I, *r*	P						12 54 c.			
4	I, *v*	P						0 11 18		debss.	deb
		F						0 15			
id.	I, *v*	P						5 21 15	s 0,5	deb.	deb
		S						5 21 39	3	1	1

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Debole registrazione, di origine vicina.

Terremoto distruttore a Smirne. Epicentro a 39° N e 27° ½ E.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni 8.
" " *mediocre* " 5, 9.
" " *debole* " 2, 6, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 24.
Calma, o quasi, nei giorni 1, 3, 4, 7, ... 17, 26, 27, 28, 29, 30, 31.

Tracce quasi intieramente mascherate da microsismi meteorici.

Scosse in Lunigiana. Registrazione debolissima, fasi indistinte.

Scosse di VI^a nel Parmense.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA An	Ae
1928											
Agosto 4	I, *r*	M						h m s 5 24 22	4,5	1,7	deb
		F						5 30			
id.	I, *u*	*e* P						19 39 25	3-4	a. m. 1,5	
		i S						19 50 00	7	a. m. 4,2	
		L						20 13 00	46s	deb.	
		M						20 19 54	18	0,7	
		F						20 38			
12	I, *r*	*e* P						9 26 (54?)		debss.	
		F						9 40			
24	I, *r*	P						10 47 17		debss.	
		S						10 52 00		deb.	
		F						11 13			
id.	I, *v*	P						23 02 44		deb.	
		S						23 03 37		deb.	deb
		F						23 20 c.			
25	I, *v*	*i* PE						22 09 48	s 1,1	0,1	0,7
		S						22 10 03	2,2	0,7	1,1
		L						22 10 26	9	7	10
		M_1						22 11 35	6	30	17
		a. m.						22 14 00			63
		C						22 14 30			
		F						22 30			
28	I, *v*	P						2 42			
		F						2 46			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Terremoto distruttore nel Messico. Epicentro a 16° N e 98° W.
Δ = km. 9500.

Registrazione debolissima, fasi incerte.

Terremoto in Algeria. Registrazione debolissima.

Terremoto in Jugoslavia, risentito a Zagreb. Δ = km. 241.

Tracce.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA An	Ae
1928											
Agosto 30-31								notte			
Settembre 1	I, *r*	*e* P						h m s 6 17 42		deb.	
		F						6 50 c.			
11	I, *u*	*e* P						13 48 35	1	debss.	
		F						14 10			
16	I, *r-r*							14 circa			
id.								tutto il dì			
18	I, *u*	*e* P						h m s s 18 28 53 3,5		debss.	
		S						(18 34 25)?		deb.	
		L						18 51 circa			
		F						19 8			
id.	I, *u*	*e* P						21 01 38		debss.	
		S						21 07 12		debss.	
		F						21 22 c.			
22	I, *u*	*e* P						8 50 46		debss.	
		F						9 12 c.			
24								notte			
27	I, *u*	*e* P						h m s 1 55 57?		debss.	
		F						incerto			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Anemosismo moderato.
Agitazione microsismica *forte* nei giorni 6, 30, 31.
" " *mediocre* " 3, 7, 16, 17, 18, 22, 23.
" " *debole* " 8, 13, 19, 23, 24, 25, 26, 27, 28.
Calma, o quasi, nei giorni 1, 2, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 20, 21, 29, 30.

Registrazione debole, fasi mal distinte, complicate con microsismi meteorici.

Epicentro nel Pacifico, a circa 43° N e 132° W. Registrazione debolissima, fasi non distinguibili.

Registrazioni disturbate da anemosismo. Terremoto di Cosenza.

Anemosismo.

Registrazione assai debole, fasi mal distinte.

Epicentro nell'Oceano Indiano. Registrazione debolissima.

Epicentro a N delle Nuove Ebridi, a circa 14° S e 164° E. - $\Delta > 14000$ Km. - Registrazione debolissima.

Forte anemosismo.

Epicentro a 12° N e 59° W. Registrazione debolissima incerto il P per causa di microsismi meteorici.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni 4, 15, 16, 17, 23, 24, 27, 28, 29, 30.
" " *mediocre* " 2, 3, 12, 18, 25, 26.
" " *debole* " 1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 20, 21.
Calma, o quasi, nei giorni 14, 19, 22.

Digitized by Google

NOTE

1. — Spiegazione dei segni meteorici internazionali abbreviativi:
● **Pioggia.** - ✳ **Neve.** - △ **Nevischio.** - ▲ **Grandine.** - ≡ **Nebbia.** - ≡ **Nebbia all'orizzonte.** - V **Brina.** - ⌴ **Gelo.** - ∞ **Gelicidio.** - ⏢ **Rugiada.** - ← **Aghi di ghiaccio.** - ∞ **Caligine.** - ⊼ **Temporale.** - ⊤ **Temporale lontano.** - ≺ **Lampi senza tuoni.** - ≀ **Lampi e tuoni.** - ⚑ **Vento forte.** - ⚑ **Vento fortissimo.** - ⸸ **Uragano di neve.** - ⊖ **Alone solare.** - ☾ **Alone lunare.** ⊖ **Corona solare** - ⊽ **Corona lunare.** - ⌒ **Arco baleno.**

2. — Le giornate si contano in 24^h da una mezzanotte all'altra, secondo il Tempo Medio dell'Europa Centrale.

3. — Per la forma delle nubi si adottano le seguenti abbreviazioni: *ci* = cirri; *cu* = cumoli; *sr* = strati; *n* = nembi; *ci-cu* = cirro-cumoli; *si-ci* = cirro-strati; *s-cu* = strato cumoli; *cu-n* = cumolo-nembi; *alto-s* = alto strati; *alto-cu* = alto cumoli.

4. — La radiazione solare è misurata da noi in cm^3 di alcool, che distilla nel *radio-integratore* Wilson della Casa Hicks di Londra.

5. — Le costanti del *Microsismografo Vicentini* sono le seguenti:

Massa pendolare comp.	orizz.	Kg. 100;	lunghezza m. 1,50
„ „ „	vertic.	„ 50;	„ „ 1,32
Periodo oscillaz. completo	orizz.	2^s,4	
„ „ „	vertic.	0^s,8	
Velocità oraria del nastro	mm.	300	
Ingrandimento della comp.	orizz.	120	
„ della comp.	vertic.	140	

6. — Le costanti del *sismografo Agamennone a pendoli orizzontali* sono:

Masse pendolari	Kg. 50
Periodo osc. comp.	KN 5^s, KE 2^s,8
Ingrandimento	KN 44, KE 49
Velocità zona	mm. 27 al minuto

7. — Il *carattere* di un terremoto è espresso dal grado della scossa, secondo la *Scala Mercalli*, in numeri romani, e dal simbolo della distanza secondo la seguente notazione internazionale:

d	Terrae motus *domesticus*	= locale,	entro un raggio di	100 Km.
v	„ „ *vicinus*	= vicino	„ „	100-1000 Km.
r	„ „ *remotus*	= lontano	„ „	1000-5000 „
u	„ „ *ultimus*	= molto lontano (telesisma)	oltre i 5000	„

8. — Altre abbreviazioni: KV = componente verticale; KE = componente E — W; KN = componente N — S.

AV, AE, AN rispettivamente = Ampiezza registrata dalla pennina della componente verticale, della componente E — W, o della componente N — S; espressa in millimetri.

P = principio della registrazione S = onde di seconda fase; L = onde lunghe; M = onde di massima ampiezza; C = onde di coda; F = fine della registrazione; c = circa, a. m. = ampiezza massima; deb = debole; debss. = debolissima, R = rinforzo, contin. = continuamente.

i = (impetus) principio subitaneo del movimento: e = (emersio) principio graduale del movimento; T = periodo in secondi delle oscillazioni; △ = distanza in Km. dell'epicentro.

Il Direttore
Prof P. FRANCESCO SAVERIO ZANON

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 8 febbraio 1929

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

TEORIA OTTICA DELLA RETINA

PROF. GIUSEPPE OVIO, S. C.

(*Adunanza ordinaria del giorno 13 gennaio 1929*)

Guardando gli oggetti, noi li fissiamo sempre col punto di mezzo della retina; fuori di questo punto la visione è meno buona, e poichè al di fuori di questo punto centrale la retina ha una struttura meno fine, ammettiamo comunemente che sia questa la ragione della meno buona visione. Ma semplici considerazioni ottiche — che ho già rese di pubblica ragione (1) — mi dimostrarono che su queste parti della retina si formano soltanto immagini imperfette, e tali da giustificare interamente la cattiva visione. Perciò, se anche la retina in corrispondenza fosse più sensibile, tuttavia si avrebbe egualmente questa cattiva visione.

Dunque la inferiorità visiva delle parti eccentriche della retina, dipende da una causa ottica.

Nel punto centrale della retina, che per essere lievemente infossato, si chiama fovea, e sul quale abbiamo la migliore visione, la retina presenta una struttura finissima, e conveniamo senz'altro che questa migliore visione, dipende da questa migliore struttura.

Tuttavia questo punto centrale della retina viene preferito per la visione anche per ragione ottica, cioè perchè è il punto diametralmente opposto a quello per cui penetra la luce, e per questo si presta meglio alla formazione delle immagini, come sarebbe il centro della lastra sensibile nella macchina fotogra-

(1) G. OVIO. Uno dei fattori della inferiorità visiva della retina fuori del punto di fissazione. - Atti R. Acc. di S. L. A. di Padova, Luglio, 1928.

Digitized by Google

fica. Sarebbe quindi preferito egualmente anche se la retina avesse la stessa sensibilità su tutti i suoi punti.

Dunque anche per questa preferenza vi è una ragione ottica.

Per queste ragioni ottiche, alle quali è subordinata la visione delle differenti parti della retina, io parlo di una *teoria ottica della retina.*

Sta però il fatto della speciale struttura della retina: grossolana nelle parti periferiche, finissima nella sua parte centrale. Come si giustificano queste differenze? Due ipotesi si affacciano: O la retina fu sempre così, di struttura grossolana nelle sue parti periferiche, perchè sufficente così; affinata nella sua parte centrale, perchè in questo punto, che per ragione ottica, viene usato preferibilmente, vi è la necessità di una buona sensibilità. O la retina, grossolana in origine nel suo complesso, è rimasta immutata nelle parti periferiche, dove sarebbe stato inutile un maggiore perfezionamento, mentre si affinò nel suo punto di mezzo, sotto la doppia spinta della necessità e dell' uso.

La accennata teoria ottica, si sostiene con ambe le ipotesi, delle quali però la seconda sembrerebbe preferibile, militando per essa parecchie ragioni:

1. Nei popoli primitivi non sembra che la visione sia singolarmente acuta, come non lo è negli animali, in confronto all' uomo. Gli uni e gli altri hanno singolarmente esercitata la percezione del movimento, ma quanto al discernimento di minimi oggetti, non hanno niente di speciale. I popoli selvaggi hanno in generale buona visione, come la hanno tra noi quelli che vivono all' aperto. Gli animali hanno tutti un' acutezza visiva inferiore a quella dell' uomo.

2. Negli animali inferiori, con sensibilità poco affinata, gli elementi sensibili della retina sono quasi sempre uniformemente distribuiti. Negli animali superiori invece la presenza di una regione più sensibile e differenziata, che per la sua forma o pel suo colore è detta fovea, area, stria bianca ecc., è frequentissima. Ma poichè in molti di questi animali gli occhi sono posti più o meno lateralmente, e perchè essi hanno bisogno di veder bene, specialmente in determinate direzioni, questa regione privilegiata non si trova sempre al polo posteriore dell' occhio, come nel-

Digitized by Google

l' uomo, ma è posta nel punto che per quel dato animale è più opportuno alla visione.

Così per es. tra gli animali acquatici, nei cefalopodi, si riscontra nella parte superiore della retina, posizione favorevole per vedere bene in basso.

Frequente è la fovea negli uccelli. Ma negli insettivori e granivori, che hanno occhi molto laterali, e poco mobili, e che hanno quindi visione quasi esclusivamente monoculare, vi è una fovea centrale, cioè situata, come in noi, al polo posteriore dell' occhio; nei rapaci notturni, i cui occhi sono meno laterali, e che possono meglio essere adoperati per la visione binoculare da vicino, visione che per loro è quasi esclusiva, vi è una fovea laterale, cioè situata nel quadrante temporale posteriore della retina. Nei rapaci diurni, e nelle rondini, che devono vedere bene da lontano e da vicino, vi sono due fovee per occhio, una centrale, che serve per la visione monoculare e per la distanza, e vien detta fovea di segnalazione, e una laterale, situata nel quadrante temporale posteriore, che serve, come nei rapaci notturni, per la visione binoculare e da vicino, detta fovea di direzione. Questi uccelli hanno così un dispositivo analogo a quello adottato ora nei moderni sottomarini.

Nei mammiferi la fovea è spesso mediana, ma un po' in alto, per favorire la visione in basso. Nel cavallo, che più del maiale e del bue adopera la visione binoculare, ma in causa della grande lateralità dei suoi occhi arriva appena a questa visione utilizzando gli estremi temporali posteriori delle retine, è precisamente in queste parti così periferiche, che vi è l' *area* della massima sensibilità.

3. Nell' uomo, la fovea, bene differenziata, è centrale, e poichè gli occhi sono posti anteriormente, e possono convergere, si ha sempre la visione binoculare, sia da lontano che da vicino, e sempre al punto di fissazione corrisponde la fovea.

Ma negli strabici, dove solo uno dei due occhi si porta esattamente in fissazione, solo in quest' occhio l' immagine si forma sulla fovea, mentre nell' occhio deviato l' immagine cade fuori della fovea. Orbene, questa immagine extrafoveare di solito viene trascurata, e lo strabico ha perciò soltanto la visione monoculare. Tuttavia non è raro che nell' occhio deviato, il punto di retina

Digitized by Google

abitualmente colpito dalla immagine, acquisti a poco a poco i caratteri della fovea, per cui l'immagine extrafoveare viene percepita e proiettata all'esterno, o come anche si dice, estrinsecata in giusta posizione, così da poter fondersi con quella dell'altro occhio, precisamente come accade negli occhi posti normalmente. Parlasi allora di una *fovea vicaria*, ed abbiamo così che un punto qualunque della retina viene in certo modo ad affinarsi in seguito all'uso e perchè su di esso si fissa l'attenzione.

4. Che l'attenzione agisca potentemente in senso analogo, lo si vede anche colla bella esperienza di *Haab* della candela laterale, e che consiste in ciò: Fissiamo un punto qualunque, e teniamo in pari tempo di lato una candela accesa. Se ad un certo momento, senza muovere l'occhio, portiamo la nostra attenzione sulla fiamma della candela, un osservatore che guardi il nostro occhio, vede in quel momento la nostra pupilla che si restringe.

Al di fuori della fovea, cioè fuori del punto di fissazione, la sensibilità della retina diminuisce, e qui troviamo giustificata questa diminuzione perchè in queste parti gli elementi sensibili della retina sono più distanziati fra loro ed hanno maggiori dimensioni. Ma anche qui vediamo che se anche la retina avesse la stessa struttura che nel suo centro, si avrebbe egualmente la stessa inferiorità visiva, in causa della ragione ottica che ho dimostrato. La struttura più accurata in queste parti periferiche sarebbe stata inutile, ed è dunque possibile, in armonia alla legge generale della natura che evita il superfluo e sviluppa l'organo soltanto per quanto è necessario per la funzione, che la retina in queste parti si sia meno sviluppata che nelle parti centrali. Il potere risolutivo dell'occhio in queste parti periferiche della retina è otticamente minore, e in conformità minore è il loro sviluppo anatomico.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 13 febbraio 1929)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

I fenomeni di ossidazione delle soluzioni tartriche alcaline di manganese

NOTA DI MARIO AMADORI

(present. dal prof. A. Miolati, m. e., nell' ad. ordin. 13 gennaio 1929)

L' ossidazione del manganese bivalente per mezzo dell' ossigeno gasoso avviene facilmente in ambiente alcalino, così che l' idrato manganoso insolubile e bianco che si ottiene da un sale manganoso con idrato alcalino, viene dall' ossigeno gasoso trasformato rapidamente in prodotti di ossidazione, pure insolubili, colorati in bruno.

Se si opera in presenza di una quantità sufficiente di tartrato alcalino, e se si rende il liquido alcalino in assenza di ossigeno, il manganese bivalente non precipita come idrato, ma rimane in soluzione in forma di tartrato doppio, e per ossidazione di questo liquido con ossigeno gasoso, si ottengono prodotti di varia natura a seconda della quantità di tartrato presente rispetto al manganese, dell' alcalinità del liquido, e della concentrazione della soluzione.

Se le soluzioni sono fortemente concentrate, e contengono forti quantità di tartrato rispetto al manganese, il manganese presente si mantiene in soluzione colorata in verde, o in rosso bruno; sono verdi le soluzioni più concentrate e contenenti poco idrato alcalino; sono rosse le soluzioni di minor concentrazione e più ricche in idrato.

Se le soluzioni sono diluite, dal liquido colorato si separa un precipitato di colore da grigio a bruno nerastro, costituito da l' alcali e da idrato di manganese ad un grado di ossidazione

Digitized by Google

intermedio fra 3 e 4. La separazione del manganese può essere completa con scoloramento del liquido se la soluzione è a forte diluizione, e avviene tanto più facilmente quanto minore è la quantità di tartrato presente.

Se si prende in esame l' ossidazione dei liquidi tartrici alcalini, in base alla quantità di ossigeno che viene assorbita dalla soluzione, si osserva in ogni caso un rapido assorbimento di ossigeno per una quantità che si può presumere corrisponda ad una ossidazione del manganese ; per alcune soluzioni si osserva successivamente un lento assorbimento che si prolunga di molto, e dalle forti quantità di ossigeno che vengono assorbite si può presumere corrisponda a una ossidazione del residuo tartrico. L' ossidazione del residuo tartrico si effettuerebbe a mezzo del manganese a forma superiore di ossidazione che agirebbe come ossidante cedendo il proprio ossigeno, che successivamente riacquisterebbe dall' ossigeno gasoso, cosicchè il manganese nell' osservazione avrebbe funzione di trasportatore di ossigeno.

In quanto riguarda la possibilità del manganese di agire come ossidante di acidi organici, ed in particolare dell'acido tartarico, ricorderò che essa fu riscontrata per i permanganati ; questi sali sono anzi indicati come mezzo di determinazione quantitativa dell' acido formico che ossidano ad acido carbonico, e dello stesso acido tartarico che trasformano pure in acido carbonico, passando attraverso l' acido formico.

Mi riservo di riferire in altra nota il comportamento all' ossidazione delle soluzioni di varia composizione in manganese, in tartrato e in idrato alcalino, per quanto riguarda la natura e la composizione dei prodotti di ossidazione del manganese che si separano; riferisco in questa nota alcune osservazioni sull' ossidazione di queste soluzioni, per quanto riguarda le quantità di ossigeno che da esse vengono assorbite.

Nelle esperienze qui riportate furono impiegati cloruro di manganese, tartrato e idrato potassico, e furono usati i sali potassici perchè questi, a differenza dei sali sodici, non danno separazione del tartrato doppio dalle soluzioni più concentrate.

La composizione della soluzione viene data esprimendo il rapporto tra manganese atomo, residuo tartrico, ossidrile basico, riferendoli a 1 atomo di manganese. È inoltre indicato il volume

Digitized by Google

totale della soluzione riferito al volume in cc. che contiene sciolto il mgr. atomo di manganese.

Così con la espressione Mn : Tartr. : OH = 1 : 5 : 10 : dil. 10 cc. si deve intendere: 1 mgr. atomo di Mn, 5 mgr. mol. di Tartrato, 10 mgr. mol. di Idrato, sciolti in 10 cc.

In queste ricerche nelle varie soluzioni fu sempre mantenuta costante la quantità e la concentrazione del manganese; cioè furono sempre usate soluzioni che contenevano 5 cc. di una soluzione molecolare di cloruro di manganese, cioè 5 mgr. atomi di manganese, in 50 cc. totali di soluzione, soluzioni quindi che corrispondono a una diluizione di 1 mgr. atomo di manganese per 10 cc. di soluzione.

Le esperienze qui riferite sono state eseguite impiegando come gas di ossidazione l'ossigeno puro.

La mescolanza della soluzione veniva eseguita nel recipiente stesso dove successivamente veniva compiuta l'agitazione. Questo era costituito di un largo tubo di vetro di diametro 5 cm., della lunghezza di 25 cm., e della capacità di 450 cc., che portava saldati alle due estremità due capillari, l'uno dei quali veniva collegato con la parte superiore di una buretta graduata di Hempel; attraverso l'altro capillare mediante aspirazione venivano fatte entrare le soluzioni, dapprima il cloruro di manganese, poi il tartrato, l'idrato, e infine l'acqua fino a 50 cc. totali di liquido, avendo cura di non agitare prima di aver fatto la lettura del livello del liquido nella buretta per evitare che il manganese si mescoli con l'idrato, e si inizi l'assorbimento dell'ossigeno.

Prima di introdurre i liquidi nel recipiente di agitazione, questo e la buretta venivano riempiti di ossigeno, e si faceva in modo che, introdotti i liquidi, la buretta all'inizio dell'esperienza fosse quanto più possibile piena di gas.

Come liquido di livello fu impiegata acqua.

Per alcune prove fatte viene ritenuta trascurabile la quantità di ossigeno che può venir assorbita dal liquido della buretta, come pure l'ossigeno gasoso che può esser originariamente sciolto nei liquidi che costituiscono il miscuglio, e quello che in esso si può successivamente sciogliere.

Il tubo di agitazione che si trovava fin dall'inizio dell'esperienza adagiato su un carello di scuotimento veniva posto in agi-

Digitized by Google

tazione. Siccome la rapidità di assorbimento varia con la velocità di scuotimento, per quanto possibile fu cercato di mantenerlo regolare ed uniforme nelle varie prove per avere dati confrontabili.

Veniva seguita nella buretta la diminuzione di volume di gas seguendo l'innalzamento progressivo del livello del liquido che veniva segnato ad intervalli di 2 minuti per un assorbimento rapido, ad intervalli maggiori per un assorbimento lento. Si è anche cercato che il gas si trovasse possibilmente sotto una pressione costante di circa 10-20 cm. di acqua.

Quando la quantità di gas assorbito era tale che esso veniva a mancare nella buretta, questa veniva staccata, e veniva aggiunto altro ossigeno in quantità determinata. Nelle varie ricerche, lungo tutto l'andamento dell'esperienza, fu tenuto conto della temperatura, e, per quanto riguarda il calcolo del volume di gas assorbito, anche della pressione. Nell'esporre i risultati ottenuti è indicata la temperatura, ed è dato direttamente il volume riferito a 0° e 760 mm.

Nelle esperienze in cui fu seguito a lungo l'assorbimento, si rendeva necessario interrompere lo scuotimento anche per più ore, sopratutto di notte; in queste interruzioni talora si verificava una piccola diminuzione di volume perchè evidentemente l'assorbimento proseguiva alla superficie del liquido. Nei dati qui riferiti è tenuto conto anche di questo assorbimento, ed è stato anche calcolato durante quanto tempo di agitazione esso si sarebbe prodotto, e questo tempo è stato sommato a quello di agitazione effettiva.

Riporto i risultati di alcune esperienze, riferendo le quantità di ossigeno assorbite nei vari tempi di agitazione indicati.

Nel rapporto $\frac{O}{Mn}$ è espresso il rapporto tra gr. atomi di ossigeno assorbito e gr. atomi di manganese; per l'ossidazione del manganese da bi- a tri-valente ($2\,Mn\,O + O = Mn_2O_3$) il rapporto $\frac{O}{Mn}$ è 0.5; per l'ossidazione da bi- a tetra-valente ($MnO + O = MnO_2$) il rapporto è 1.

Digitized by Google

1. Composizione della soluzione: Mn : Tartr. : OH = 1 : 2 : 2; diluiz. 10 cc.

$t = 21°$

Tempo di assorbimento	Ossigeno assorbito da 50 cc. soluz.	gr. atomi di ossigeno per 1 gr. atomo di Mn
2 m	7.3 cc.	
5	15.2 „	
10	18.2 „	
30	23.9 „	
2 h	28.1 „	0.51
4	28.1 „	costante

il liquido si colora in rosso bruno; si forma lieve precipitato bruno.

2. Composizione della soluzione: Mn : Tartr. : OH = 1 : 2 : 10; diluiz. 10 cc.

$t = 21°$

Tempo di assorbimento	Ossigeno assorbito da 50 cc. soluz.	gr. atomi di ossigeno per 1 gr. atomo di Mn
2 m	28 cc.	
5	41 „	
10	43.5 „	
20	46.6	
40	47.8	
2 h	49.3	0.83
10	58.3	
25	67.6	

il liquido si colora in rosso; contemporaneamente si forma precipitato bruno nerastro, e il liquido rimane solo leggermente colorato; l'assorbimento continua assai lento.

Digitized by Google

3. Composizione della soluzione: Mn : Tartr. : OH = 1 : 5 : 2 ; diluiz. 10 cc.

$t = 23°$

Tempo di assorbimento	Ossigeno assorbito da 50 cc. soluz.	gr. atomi di ossigeno per 1 gr. atomo di Mn
2 m	14.2 cc.	
5 m	22.5 „	
10 m	27.1 „	
15 m	30.4 „	0.54
30 m	30.4 „	costante
4 h	30 4 „	„

il liquido si colora fortemente in rosso bruno; nessun precipitato.

4. Composizione della soluzione: Mn : Tartr. : OH = 1 : 5 : 10; diluiz. 10 cc.

$t = 22°$

Tempo di assorbimento	Ossigeno assorbito da 50 cc. soluz.	gr. atomi di ossigeno per 1 gr. atomo di Mn
2 m	22 cc.	
5	28.4 „	
10	33.7 „	
15	38.3 „	
20	41.3 „	0.74
30	41.9 „	
1 h	42.7	
2	43.5	
4	44.4	
10	46.8	

la soluzione si colora in rosso cupo, si forma lentamente un lieve precipitato nerastro; l'assorbimento procede lento.

Digitized by Google

5. Composizione della soluzione: Mn : Tartr. : OH = 1 : 10 : 2; diluiz. 10 cc.

$t = 22°$

Tempo di assorbimento	Ossigeno assorbito da 50 cc. soluz.	gr. atomi di ossigeno per 1 gr. atomo di Mn
2^m	19 cc.	
5	27.1 „	
10	29.3 „	
15	30.7 „	
20	31.5 „	0.56
30	31.5 „	costante
6^h	31.5 „	„

la soluzione si colora in verde scuro, non si forma.

6. Composizione della soluzione: Mn : Tartr. : OH = 1 : 10 : 10; diluiz. 10 cc.

$t = 25°$

Tempo di assorbimento	Ossigeno assorbito da 50 cc. soluz.	gr. atomi di ossigeno per 1 gr. atomo di Mn
2^m	26.9 cc.	
5	32.5 „	
10	34.0 „	
15	34.4 „	0.61
30	37.2 „	
1^h	38.4 „	
3	42.6 „	
6	52.8 „	
12	66.6 „	
18	82.1 „	

lentamente si forma precipitato nero, anche alla fine dell' esperienza il liquido è colorato in rosso, l' assorbimento continua.

Digitized by Google

7. Composizione della soluzione: Mn: Tartr.: OH = 1 : 10 : 20; diluiz. 10 cc.

$t = 24°$

Tempo di assorbimento	Ossigeno assorbito da 50 cc. soluz.	gr. atomi di ossigeno per 1 gr. atomo di Mn
2m	30.8 cc.	
5	33.7 „	
10	36.1 „	0.64
15	36.5 „	
20	37.8 „	
30	39.4 „	
1h	42.6 „	
5	60.0 „	
8	78.0 „	
15	105.0 „	
108	600.0 „	
207	832.0 „	

il liquido è colorato in rosso intenso; dopo molto tempo si forma precipitato nero; l'assorbimento continua.

8. Composizione della soluzione: Mn: Tartr.: OH = 1 : 10 : 30; diluiz. 10 cc.

$t = 24°$

Tempo di assorbimento	Ossigeno assorbito da 50 cc. soluz.	gr. atomi di ossigeno per 1 gr. atomo di Mn
2m	32.4 cc.	
5	37.6 „	
10	39.7 „	0.71
15	40.2 „	
20	40.7 „	
30	41 4 „	
1h	44.8 „	

Digitized by Google

il liquido è colorato in rosso cupo; non si forma precipitato; l'assorbimento continua.

Raccolgo in tabella i dati ora riferiti ponendoli a confronto per quanto riguarda la quantità di ossigeno di rapido assorbimento.

N.	Composizione della soluzione Mn: Tartr.: OH; dil. 10 cc.	Tempo del primo assorbimento di ossigeno	gr. atomi di ossigeno assorbito da 1 gr. atomo di Mn
1	1 : 2 : 2	2^h	0.51
2	1 : 2 : 10	20^m	0.83
3	1 : 5 : 2	30^m	0.54
4	1 : 5 : 10	20^m	0.74
5	1 : 10 : 2	30^m	0.56
6	1 : 10 : 10	15^m	0.61
7	1 : 10 : 20	10^m	0.64
8	1 : 10 : 30	10^m	0.71

Altre esperienze di agitazione prolungata con ossigeno furono eseguite, e i risultati ottenuti sono qui posti di confronto:

Composizione della soluzione Mn: Tartr.: OH dil. 10 cc.	Tempo di assorbimento	Ossigeno assorbito
1 : 4 : 20	108^h	170 cc.
	225^h	340 „
1 : 7 : 20	225^h	650 „
1 : 10 : 20	108^h	600 „
	207^h	832 „

In tutte le soluzioni sperimentate si ha quindi in un primo tempo un rapido assorbimento di ossigeno.

Digitized by Google

Per le soluzioni che contengono poco idrato potassico (n. 1-3-5), raggiunto un dato grado l'assorbimento si arresta.

Per queste soluzioni non si ha deposito di manganese, e l'ossigeno assorbito corrisponde al passaggio del manganese da bi- a tri-valente, che si mantiene in soluzione in forma di tartrato doppio manganico potassico.

Per le soluzioni che contengono maggiori quantità di idrato (n. 2 - 4 - 6 - 7) l'assorbimento è in un primo tempo rapido; successivamente prosegue lento, ma continua per lungo tempo, con assorbimento di forti quantità di ossigeno. Non è possibile distinguere nettamente le quantità di ossigeno che vengono assorbite nel primo tempo, e quelle assorbite successivamente, perchè legate a fenomeni di ossidazione che in parte si effettuano contemporaneamente; esse possono tuttavia esser stabilite con sufficiente approssimazione dal passaggio dell'assorbimento da rapido a lento.

Per queste soluzioni, durante il primo assorbimento, mentre una parte del manganese si ossida a trivalente, e permane in soluzione colorata in rosso, una parte si ossida a tetravalente, e si deposita in forma di manganito alcalino. La maggior quantità di ossigeno assorbita da queste soluzioni rispetto alle precedenti va consumata appunto in questa ossidazione.

L'ossidazione del manganese a tetravalente è tanto maggiore quanto più forte è l'alcalinità del liquido, o minore la quantità di tartrato presente, come risulta dalla quantità di ossigeno che viene assorbita e consumata in questa ossidazione, e dalla maggior quantità di manganese che si deposita solido allo stato di manganito.

L'ossidazione del manganese a tetravalente è generalmente accompagnata da separazione di manganito alcalino. Per soluzioni molto concentrate fortemente alcaline e ricche in tartrato l'ossigeno assorbito denota un parziale passaggio del manganese a tetravalente quantunque non si effettui precipitazione di manganito; si ottengono soluzioni talora intensamente colorate in rosso cupo, quasi brune che probabilmente contengono il manganese tetravalente. Da queste soluzioni talora si deposita in seguito lentamente il manganito per una successiva idrolisi del complesso.

Nel lento assorbimento che segue quello che corrisponde

Digitized by Google

all' ossidazione del manganese da bi- a tri- e a tetra-valente le quantità di ossigeno che vengono ulteriormente assorbite sono superiori a qualunque possibile ossidazione del manganese. Infatti per alcune soluzioni in cui l' azione dell' ossigeno fu prolungata per molti giorni risultarono assorbite assai forti quantità di ossigeno, e tanto più rapidamente quanto più tartrato è presente; per la soluzione Mn : Tartr. : OH = 1 : 10 : 20 l' ossigeno assorbito corrisponde a 12.5 atomi di ossigeno per 1 atomo di manganese; e l' ossidazione procedeva ulteriormente. Questo ossigeno deve quindi agire come ossidante del tartrato formando prodotti solubili nel liquido alcalino.

L' ossidazione del residuo tartrico come ho già notato non può venir compiuta dall' ossigeno gasoso, ma viene prodotta dal manganese tetravalente che nel processo di ossidazione passa ad un grado di ossidazione inferiore, e dall' ossigeno gasoso è successivamente ricondotto al grado di ossidazione primitivo.

Finora per nessuna soluzione fu portato a termine l' ossidazione, nè fu preso in esame i prodotti di ossidazione dell' acido tartrico.

Altre ricerche sono in corso tendenti a stabilire in modo esauriente il comportamento generale di questi fenomeni di ossidazione.

Istituto di chimica farmaceutica - R. Università Modena.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 19 febbraio 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Sul presunto assorbimento intestinale di polveri inerti

DOTT. ALCIDE CHINAGLIA

(presentata dal prof. G. Cagnetto, s. c., nell' ad. ord. 16 dicembre 1928)

Per trovare i primi accenni alla constatazione di pulviscolo inerte nei visceri umani, bisogna risalire fino al 1703, anno in cui il Ramazzini descrisse per primo polmoni umani, nei quali aveva constatato la presenza di polveri di granito; ed è solo nel 1860 che possiamo registrare il primo caso sicuro di antracosi polmonare descritta da Peacok. Ciò non toglie che nel frattempo non si fosse dimostrato il reperto di pigmento bruno nel polmone; ma regnava dissenso intorno alla sua genesi, poichè, mentre il Pearson (1813) avendo provato che resisteva ai più energici reagenti, riteneva trattarsi senz'altro di carbone, il Virchow più tardi, studiando casi di indurimento bruno del polmone, ne ammetteva una origine autoctona, cioè riteneva si fabbricasse nel polmone stesso: e finì col ricredersi solo quando il Traube potè dimostrare il carbone sia nello sputo come nel polmone di un carbonaio.

Ma la divergenza fra gli studiosi dell'argomento persistette sulla questione della via seguita dalla polvere di carbone per arrivare al polmone; ed è fin dal 1862 che noi vediamo cozzare insieme la teoria aerogena e la gastro-enterogena. Difatti, mentre l'opinione dominante era che il pigmento venisse inalato con l'aria, sorse il Villaret a sostenere che l'antracosi polmonare derivava dalla deglutizione del pigmento, che dal tubo gastro-enterico sia attraverso i linfatici, sia direttamente per le vene mesenteriche e il sangue del cuore destro, era portato al polmone. E sono il Balzer, l'Arnold e l'Aufrecht che dimostrano tosto l'in-

Digitized by Google

sostenibilità della teoria, mentre si fanno fautori della via aerogena. La divergenza però assunse carattere più acuto, quando Vansteenberghe e Grysez, prendendo le mosse dalla ipotesi del Calmette sull'origine intestinale della tubercolosi polmonare, sostennero, in seguito a esperienze proprie, l'origine intestinale dell'antracosi polmonare fisiologica, senza tuttavia negare che qualche volta essa potesse essere provocata dalla inalazione del pulviscolo sospeso nell'aria. Questi A. A. e il Calmette con essi, furono larghi di esperienze, toccanti senza riserva i vari punti della questione, esperienze a prima vista persuasive per quanto riguarda le deduzioni sulla via seguita dal pulviscolo per arrivare al polmone. Ecco dunque quanto detti A. A. concludono.

L'ingestione sia di inchiostro di china, come di nerofumo o carminio, a mezzo sonda provoca:

a) *Nelle cavie adulte*, dopo un'unica carica, isolotti nerastri disseminati nei lobi superiori e ai bordi degl'inferiori dei polmoni, con gangli mediastinici tumefatti e neri, *mentre indenni si presentano i gangli mesenterici.*

b) *Nelle cavie giovani*, analogamente trattate, un reperto del tutto negativo dei polmoni e dei gangli peribronchiali, *ed uno stato di eritro, od antraconiosi dei gangli mesenterici.*

Gli A. A. tentano di spiegare il fatto, ammettendo che i gangli mesenterici delle cavie *giovani* abbiano la proprietà di arrestare i granuli di polveri inerti, e che tale proprietà manchi ai gangli mesenterici delle cavie *adulte*, per una caratteristica disposizione anatomica dei gangli mesenterici delle cavie giovani; i quali, a differenza di quelli delle cavie adulte (Calmette), presenterebbero follicoli e cordoni interfollicolari così stipati da prestarsi a trattenere i granuli di carbone, dato il forte rallentamento che la corrente linfatica in essi subisce. Interpretazione alquanto seducente, ma che non spiega perchè i soli gangli mesenterici delle cavie adulte avrebbero le ricordate proprietà, al contrario dei gangli peribronchiali, che pur trattengono il carbone negli stessi animali.

Il Calmette, facendo questione più che altro di modalità di somministrazione, per rispondere ai suoi avversari, sostiene che per ottenere l'antracosi polmonare bisogna somministrare il carbone misto ai cibi; ma non è chi non veda come in tal modo,

Digitized by Google

il carbone possa ristagnare nella bocca e retrobocca, e da qui penetrare comunque nelle vie del respiro, onde la tecnica manca, in definitiva, allo scopo presunto. Ma l'idea dell'A. sembra guadagnare terreno quando, prese egli due cavie, del medesimo allevamento, ne tiene una come controllo, e introduce all'altra in un'ansa del tenue 3 cc. di inchiostro di china. Sacrificatele entrambe dopo 12 ore per recisione del collo, trova granulazioni nere abbondanti sia nelle ghiandole mesenteriche, che nel polmone (specie pleura viscerale) dell'ultima, senza riscontrare granuli negli alveoli, mentre nulla vi è di tutto ciò nella cavia controllo.

E ancor più evidente sembra l'origine enterogena dell'antracosi polmonare, quando Vansteenberghe e Grysez portano a conoscenza che, conservando per qualche tempo sotto campana di vetro entro la quale arda una lampada a trementina, dei conigli ad esofago allacciato, può ottenersi l'antracosi polmonare solo se l'inalazione sia prolungata. Per riscontro, introducendo previa tracheotomia bassa, un tampone di cotone in un bronco di un coniglio, in modo da isolare dall'aria inalata la parte a valle, e poi sottoponendo l'animale ad inalazione di nerofumo come i precedenti, si constata che entrambi i polmoni sono antracotici, ma con deposizioni carboniose nei bronchi e nella parte esterna degli alveoli per il polmone in relazione con l'aria esterna, mentre il polmone isolato dal tampone, le mostra solo negli interstizi del connettivo.

Contro reperti consimili pareva che obbiezioni non potessero essere avanzate; ma già fin dalle prime esperienze di V. e G. troviamo che il Mironescu segnala come cause di errore la penetrazione della sonda in trachea anzichè nell'esofago, e il rigurgito del contenuto gastrico con secondaria aspirazione.

Dello stesso parere è il Remlinger quando, fatto ingerire a conigli, cavie e polli, orzo e pane imbevuti di inchiostro di china, trova qualche deposito di pigmento nero nei polmoni soltanto di alcune cavie, mentre nulla riesce a riconoscere negli altri animali al pari che in conigli cui aveva somministrato crusca, orzo, legumi frammisti a carbone di legna o a polvere di carminio. Identico risultato negativo ottengono Basset, Kuss e Lobstein, il primo dei quali esperimenta proprio con cavie giovani, come V. e G. avevano suggerito.

Digitized by Google

Un'antracosi polmonare fisiologica viene frattanto segnalata nei comuni animali da esperimento, dal Cohn e dal Nienvenhuysse, i quali inoltre, esperimentando su cavie adulte, che sole, secondo le esperienze di V. e G., dovrebbero dare antracosi polmonare per ingestione, si videro costretti a rigettare tale conclusione.

Kuss e Lobstein, seguendo la tecnica suggerita dal Calmette, portano forti dosi di inchiostro di china in un'ansa del tenue di una cavia, previa laparatomia, e notano che si ottiene antracosi polmonare; ma questa non si verifica più, se si introducono le stesse dosi a mezzo sonda gastrica, per cui affermano che nella prima esperienza, il passaggio delle particelle era da attribuirsi alla soluzione di continuo dell'intestino. È solo con l'innondazione dell'intestino, come essi dicono, cioè introducendo nel duodeno di cavie adulte circa 20 cc. di inchiostro di china, che si provoca un'antracosi polmonare per via gastro-enterica, *sempre accompagnata da antracosi delle ghiandole mesenteriche.*

Nè certo qui si arresta il numero degli oppositori la teoria enterogena; ed è infatti il Ravenna che, con eleganti esperienze, riesce forse meglio che gli altri a mettere in evidenza gli errori di tecnica e di valutazione, dei sostenitori la teoria enterogena. Egli, facendo pervenire sia frammisto alla crusca, sia a mezzo sonda, del carbone nell'intestino tanto di conigli come di cavie, può trovare nell'interno dei gangli mesenterici finissime particelle di carbone, ma in quantità scarsissima; mentre nei polmoni, il leggero aumento di quantità del contenuto carbonioso, non autorizza certo l'A. a parlare di antracosi sperimentale, tanto più che l'aumento è a carico delle particelle più grandi, il cui passaggio non era stato possibile segnalare attraverso ai gangli mesenterici. Egli è d'avviso, come già il Mironescu, che nel sondaggio, una piccola causa di errore può esser data da false strade prese dal liquido. Per sincerarsi maggiormente dell'importanza assunta dal tubo gastro-enterico sulla genesi dell'antracosi polmonare, l'A., come avevano fatto V. e G., sottopone conigli con esofago legato ad inalazione di pulviscolo carbonioso. Anch'egli trova che l'antracosi polmonare non si produce dopo brevi inalazioni, ma solo dopo inalazioni prolungate. Però ne segnala la causa, non già nella legatura dell'esofago e quindi

Digitized by Google

nell'impedito assorbimento intestinale, ma all'opposto, nel fatto che non di rado nei conigli per le difese naturali delle prime vie aeree (peli, anfrattuosità ossee e mucose, ecc.) l'antracosi si ottiene più difficilmente. Difatti se in un coniglio a esofago legato, tenuto brevemente esposto a inalazione di carbone, i polmoni non sono antracotici, vien fatto anche di constatare che poco nerofumo tappezza la prime vie aeree e che quasi del tutto esso manca nel moncone superiore dell'esofago.

Comunque, per rendere inconfutabile la dottrina della antracosi aerogena, basta già il fatto che l'antracosi polmonare, sia pur tardivamente, si costituisce negli animali in cui è preclusa al carbone la penetrazione nell'intestino.

In altre esperienze, sempre per inalazione, ma col metodo del tamponamento di un bronco, suggerito da V. e G., il Ravenna trova che se la quantità di carbone nel polmone in rapporto con l'aria, è maggiore di quella che si riscontra nel polmone tamponato, la disposizione è tuttavia identica, e dà le ragioni di ciò nel fatto che:

1°. È difficile escludere completamente un polmone dalla respirazione, in modo da essere certi che in esso non arrivano particelle di carbone.

2°. È difficile evitare che per l'emorragia producentesi nell'atto della tracheotomia, dei coaguli si formino e vadano a stenosare anche l'altro bronco.

Sulla fede dei risultati ottenuti, il Ravenna conclude negando la possibilità pratica di un'antracosi polmonare di origine intestinale. Rinunziando al proposito di toccare la questione della via peritoneale, seguita da alcuni dei precedenti sperimentatori e che non ha portato certo a conclusioni più concrete, ho voluto passare in succinta rassegna gli argomenti principali a favore sia della teoria enterogena, che della teoria aerogena dell'antracosi polmonare, mettendo maggior cura nell'esaminare quanto riguarda la prima delle due dottrine perchè solo di questa è mia intenzione occuparmi. Da quanto riferii risulta che, soltanto innondando generosamente l'intestino di cavie adulte, sembra si possa avere antracosi delle ghiandole mesenteriche e antracosi polmonare nello stesso tempo; ma nessuno penserà che questa sia la modalità più naturale della sua produzione, tanto più che

Digitized by Google

le stesse quantità di nerofumo che producono l'antracosi polmonare per via aerea, non sono sufficienti a darla per via gastrica.

È anche da dubitare che l'inchiostro di china non lasci inalterata la mucosa intestinale, e possa eventualmente influire sul suo potere di filtrazione. Quantunque il Calmette sostenga l'opposto, ne abbiamo la prova nelle esperienze del Remlinger, che vide alcuni dei suoi animali alimentati con crusca, orzo, pane, impregnati di inchiostro di china, morire per dissenteria. Inoltre l'eventuale rigurgito dallo stomaco, la via della trachea presa dal pigmento insieme alla via dell'esofago (Schultze e Walter), l'antracosi polmonare spontanea più volte verificata nei comuni animali da esperimento, il possibile trasporto artificiale, nella preparazione microscopica, di pigmento entro a porzioni di tessuto che ne sono naturalmente prive, sono altrettanti ostacoli contro i quali sembra infrangersi la teoria del Calmette.

Nei riguardi dei possibili errori di apprezzamento dell'antracosi, mi sembra opportuno ricordare che il Fabris in un recente lavoro sulla pseudomelanosi, segnala la facile confusione tra granuli melanici e pseudomelanotici " minutissima picchiettatura di colore ardesiaco o bruno-nero derivante da pregresse emorragie e che in certi casi conferisce al tessuto un aspetto fuliginoso „. Il Fabris ha studiato la pseudomelanosi nelle meningi, ma tanto più facilmente essa può riscontrarsi negli organi addominali per la presenza di solfuri, ed in particolare nelle ghiandole linfatiche, dove le emorragie non sono punto rare. Si sa infatti che tali granuli pseudomelanotici derivano dalla combinazione del ferro del pigmento sanguigno, coll'idrogeno solforato o il solfuro d'ammonio putrefattivi, e assumono la colorazione nerastra dei veri granuli melanici.

Sarebbe stato quindi opportuno, trovando una ghiandola punteggiata di bruno, vedere se in realtà si trattava di antracosi.

Io non voglio mettere in dubbio le ricerche del Calmette e dei suoi collaboratori, ma mi sembra che tutte queste osservazioni siano state tenute in non cale dagli autori sopra ricordati. Per orientarsi non c'era altra via che instaurare dei nuovi esperimenti, i cui risultati passo a render noti.

Digitized by Google

***

Ho potuto notare che tutti i precedenti sperimentatori, preoccupati di cogliere l'antracosi nel polmone, uccidevano gli animali dopo 12, 24, 48 ore dalla ingestione, non curandosi dell'esame del presunto organo di filtrazione, il villo intestinale. Io ho creduto opportuno seguire la via inversa; trascurato per il momento il polmone, mi sono invece prefisso di cogliere il carbone proprio durante il suo passaggio attraverso l'intestino. Se si ammette un'antracosi mesenterica di origine intestinale, è ovvio che si dovrà pur vedere il carbone nell'interno dei villi, o nella sottomucosa durante la migrazione, specie uccidendo l'animale durante la digestione. Perciò ho sacrificato tutti i miei animali da ore 2 $^1/_2$ a 4 dopo l'ultima ingestione d'alimento inquinato di pigmento, anzichè più tardi. Questo tempo ho potuto fissare, in seguito alla constatazione di abbondante pulviscolo di carbone nelle feci di conigli, cui l'avevo somministrato per os circa 4 ore prima. Ciò non toglie che in qualche caso non abbia sacrificati gli animali anche dopo 15 giorni dalla prima ingestione.

Ho preferito la somministrazione del carbone colla sonda anzichè sotto forma pillolare, oltre che per la maggior comodità, anche perchè ho voluto escludere per quanto era possibile, il polmone dalla eventuale inalazione di carbone, quantunque ciò non fosse condizione essenziale per la riuscita delle mie esperienze. L'unico inconveniente di questo metodo è costituito dalla necessità di dover sospendere il carbone in quantità piuttosto rilevante di acqua (2 gr. in circa 50 cc. di acqua), altrimenti la sonda facilmente si ottura; dico subito però che gli animali ne hanno sempre ottimamente sopportate anche più ingestioni a brevi intervalli, alimentandosi, dopo la pratica, con altrettanta voracità come gli animali non sperimentati dello stesso allevamento. All'autopsia, fatta da due a quattro ore dopo l'ultima ingestione, ho trovato il loro stomaco normalmente ripieno solo di chimo poltaceo, mai nè idropico nè dilatato, mentre ho verificato costante in essi un aumento della diuresi.

Le mie osservazioni ho fatto vertere su pezzi di intestino tenue e crasso — appendice — una grossa placca linfatica che

Digitized by Google

nell'intestino del coniglio trovasi allo sbocco del tenue nel crasso, e si potrebbe chiamare placca ileo-cecale, ghiandole mesenteriche, rene, fegato, milza, e in alcuni casi anche sui polmoni. Come mezzo fissativo scelsi la formalina al 10 %; inclusi in celloidina; le sezioni vennero colorate con carminio alluminato e acido picrico. Ho dovuto rigettare l'inclusione in paraffina, perchè in una prima esperienza in cui avevo usato tale metodo, mi sono accorto che l'architettura istologica ne aveva talmento sofferto, da espormi in una ricerca a substrato prevalentemente topografico, ad errori di rilievo.

I tratti intestinali tolti dall'animale tra due legature, aperti nel senso della lunghezza, vennero con la massima delicatezza detersi dalle sostanze fecali; ciò per non alterare la mucosa e spostare il pulviscolo di carbone dalla sua naturale posizione. Gli organi vennero fissati separatamente l'uno dall'altro, in vasi diversi affinchè, e ciò soprattutto per le ghiandole mesenteriche, il contatto di un organo antracotico con uno non antracotico, non potesse condurmi ad eventuali errori di interpretazione.

Aggiungerò infine che la seconda parte delle mie esperienze ha avuto lo scopo di studiare l'eventuale assorbimento in animali ad intestino previamente alterato mediante la somministrazione di 3 gocce di olio di croton mescolate a 2 cc. di olio di mandorla. Forse la quantità di olio di croton da me usata può sembrare esagerata per un coniglio; ma ciò non è. Ho infatti cominciato da dosi minime e salendo a poco a poco nelle prove, ho dovuto convincermi che solo usando l'irritante nella quantità suindicata, si ha la certezza della avvenuta alterazione funzionale nella mucosa intestinale, per la comparsa della diarrea. Ciò non toglie che un'alterazione più moderata possa ottenersi anche con dosi minori, ma viene allora a mancare in vita un sicuro reperto obbiettivo. Le scariche diarroiche compaiono da 6 a 10 ore dopo l'ingestione, e l'animale si mostra fortemente abbattuto. Appena comparsa la diarrea, sempre a mezzo sonda, ho fatto ingerire al coniglio il nerofumo, e due ore e mezza o tre dopo l'ingestione, l'ho ucciso.

Digitized by Google

Esperienze

I. Serie

Una prima serie di due esperienze condotte su due conigli ad uno dei quali coi predetti procedimenti, avevo fatto ingerire gr. 3 di carbone Belloc in una volta, e ad un altro gr. 5 in tre volte (2-2-1) alla distanza di due ore una dall'altra e ogni dose sospesa in 50 cc. di acqua distillata, mi fanno convinto che il carbone Belloc si presenta in granuli troppo grossi per essere rapidamente assorbito dall'intestino. Io l'ho trovato presente nel lume intestinale e nei tubuli ghiandolari di entrambi gli animali, mai nella sottomucosa e nell'interno dei villi intestinali. Però nel primo coniglio, esaminando sezioni di ghiandole mesenteriche, ho notato la presenza di granuli carboniosi rarissimi (2 o 3 per sezione) in corrispondenza dei follicoli e dell'ilo che ad un primo esame di orientazione ho creduto dovuti ad un effetto di assorbimento da parte dell'intestino. Ma con l'osservazione a forte ingrandimento, si notava come detti granuli erano completamente sfuocati nei rapporti col tessuto circostante, senza una disposizione caratteristica, disordinatamente disposti, sovra o sotto il piano del tessuto, non nella sua compagine, e perciò prettamente estranei all'organo esaminato. La loro presenza era quindi da ritenersi come l'effetto di un inquinamento accidentale, derivato da cause diverse, tra l'altro anche dalla dislocazione artificiale, durante le manovre microtomiche, di granulini dalla superficie in profondità.

II. Serie

1. esperienza — Coniglio kg. 1,150. Col solito procedimento somministro gr. 2 di nerofumo sospeso in 50 cc. di acqua distillata. Due ore e mezza dopo l'ingestione l'animale viene ucciso. Visceri macroscopicamente normali. Si fissano i soliti pezzi procurando di evitare ogni causa di inquinamento dell'intestino ai parenchimi. Microscopicamente il carbone si presenta in minutissimi granuli (taluni più piccoli dei comuni cocchi piogeni) spesso tenuti assieme da muco, nel lume intestinale, nell'appendice e nella placca linfatica, dove i granuli si possono riscontrare nel lume dei tubuli ghiandolari e in caratteristici spazi perifollicolari che a prima vista potrebbero trarre in errore. Però in sezioni opportunamente condotte si vede che tali spazi comunicano ampiamente col lume intestinale; le cellule caliciformi e cilindriche della mucosa si addentrano in tali spazi, ricoprendo da un lato un villo e dall'altro il follicolo linfatico, che trovasi quindi separato dal lume intestinale da uno strato di epitelio. Il carbone in detti spazi è adagiato talora sull'epitelio del villo, tal'altra su quello che tappezza il follicolo; le cellule alle quali aderisce sono tutte caliciformi, ampie, e per certo se un passaggio potesse avvenire, credo che qui avrebbe trovato le migliori condizioni.

Digitized by Google

Invece per quanto attentamente esaminate, tutte le cellule sono assolutamente prive di granuli di carbone sia nell' eso che nell' endoplasma e nel nucleo; l' attenzione portata sia nel villo come nel follicolo ha sempre fatto escludere l' esistenza di pigmento. Inoltre, talora, si può riscontrare che l' epiteli o ricoprente il villo in qualche punto è assente e che il carbone è allora aderente alla lamina anista del piano epiteliale che ancora separa le cellule follicolari dal lume intestinale. Quale più opportuna condizione per un assorbimento? Ebbene: con tutto ciò il carbone non si riscontra nel follicolo. Qualche altra volta sempre nello spazio perifollicolare, si riscontra qualche cellula linfatica, e intorno ad essa infiniti granuli di carbone, che sembrano messi di proposito per venir fagocitati: ma il protoplasma di dette cellule, sempre mi si è mostrato in tutti i suoi punti privo di carbone.

Merita dunque di essere segnalato il fatto che mentre con tanta facilità negli studi sull' antracosi polmonare, si parla di pigmento fagocitato dai leucociti e trasportato da essi in profondità, il processo della fagocitosi abbia nell' intestino così poca fortuna.

II. esperienza — Coniglio kg. 1. Come al solito somministro dapprima gr. 1 di nerofumo in 50 cc. di acqua distillata. Dopo 2 ore gr. 2 in 50 cc. di acqua distillata. Dopo altre 2 ore, gr. 2 sempre in 50 cc. di acqua. In tutto quindi gr. 5 di nerofumo in 4 ore. L' animale viene sacrificato due ore e mezza dopo l' ultima ingestione. Macroscopicamente visceri di aspetto normale, la solita pasta nerastra nel tenue e ceco, scibale nel crasso. Quantunque all' esame microscopico dell' intestino si noti una maggior quantità di carbone nel suo lume, la disposizione tuttavia è la stessa riscontrata nel precedente coniglio e il reperto agli effetti di un assorbimento, è egualmente negativo. Difatti nessun granulo trovasi nell' interno dei follicoli. Nei preparati di ghiandole mesenteriche qualche grosso granulo di carbone; ma la sua grandezza basterebbe da sola a rendere superflua ogni discussione in proposito, tanto più che di tali granuli se ne trova qualcuno anche fuori del preparato.

III. esperienza — Coniglio kg. 1,740. Sempre preceduti e seguiti da foglie di cavolo faccio ingerire in tutto gr. 8 di nerofumo in quattro volte alla distanza di 2 ore una dall' altra, alle seguenti dosi: gr. 1,50 - 1,50 - 2 - 3.

Ogni dose è sospesa in 50 cc. di acqua distillata. Ho adottato questo frazionamento nella dose di nerofumo per ottenere che il tubo gastro-enterico del coniglio fosse in continuo contatto per un tempo non inferiore ad 8 ore circa con granuli di carbone. Quindi, due ore e mezza dopo l' ultima ingestione, sacrifico l' animale che non aveva dato segno di particolari sofferenze durante il periodo di osservazione. Macroscopicamente i visceri sono normali, e microscopicamente il reperto è in tutto simile a quello dell' esperienza precedente.

Nè la dose maggiore di carbone, nè il maggior tempo di contatto

Digitized by Google

colla parete intestinale, nè l'intenso assorbimento di una grande quantità di liquido ingerito in breve tempo, facilitano il passaggio del pigmento.

Risulta dunque, che neppure il nerofumo si presta a filtrare attraverso l'intestino, nonostante la grande piccolezza dei suoi granuli al confronto di quelli del carbone Belloc. Quantunque il Calmette assicuri, che le granulazioni si trovano " macrophagees „ nei gagli mesenterici, mai ho potuto constatare tale reperto. Soltanto, se qualche granulo di carbone sembra a piccolo ingrandimento, avere oltrepassata la barriera epiteliale perchè trovasi sulle sezioni di ghiandole mesenteriche, oltre alle deduzioni sopra fatte, basterebbe il fatto di non averlo più trovato in tale disposizione nei conigli trattati con nerofumo che pur è più fine del carbone Belloc, ma solo sotto forma di qualche raro grosso granulo, incompatibile coll'assorbimento, del tutto estraneo al tessuto e sempre presente anche fuori del preparato, per interpretare erroneo il reperto nei riguardi della facoltà di assorbimento.

Bisogna quindi andar molto cauti prima di giudicare per reale l'antracosi di organi interni, e certamente mai fondare questa affermazione su di un reperto di carbone, i cui granuli non giacciono entro il protoplasma cellulare, o negli interstizi tra cellula, e cellula dove può essere abbandonato da cellule fagocitanti disfatte o che se ne sono liberate durante la migrazione in profondità.

III. Serie

Visto adunque che in dosi anche elevate, ma somministrate a brevi intervalli e in un lasso di tempo relativamente ristretto, il carbone non si addentra menomamente nella mucosa intestinale, ho pensato di tentare la somministrazione di piccole e ripetute dosi per più giorni, estendendo incidentalmente la mia osservazione anche al polmone.

I. esperienza — Coniglio kg. 1,100.

Col solito sistema somministro gr. 2 di nerofumo al giorno in 50 cc. di acqua distillata, e in una sola ingestione; ciò per cinque giorni. In tutto quindi gr. 10 di nerofumo. Il coniglio ha sempre conservato ottima salute e viene sacrificato due ore e mezza dopo l'ultima ingestione.

Digitized by Google

II. esperienza — Coniglio kg. 1,100.

Come nel precedente, somministro gr. 2 di nerofumo sospeso in 50 cc. di acqua distillata per volta e ciò per 10 giorni: quindi gr. 20 in tutto. Malauguratamente durante l'ultima ingestione penetro per un attimo con la sonda in trachea anzichè nell'esofago, ciò che cagiona la morte dell'animale dopo circa 12 ore.

III. esperienza — Coniglio kg. 1.

Colle solite precauzioni somministro gr. 1 di nerofumo sospeso in 50 cc. di acqua distillata per 15 giorni. In tutto 15 grammi. Il coniglio durante tutto il tempo della esperienza è stato benissimo ed anzi è cresciuto di 300 grammi.

Ho riunito le tre esperienze prima di discuterle, perchè egualmente tutte e tre mi hanno dato lo stesso reperto negativo agli effetti di un assorbimento di carbone da parte dell'intestino, ed un reperto illusorio di qualche granulo di pigmento in seno alle ghiandole mesenteriche nella maniera descritta per l'esperienza II della Serie II. Nulla agli altri organi addominali e toracici, salvo nel polmone del secondo coniglio dove nell'ambito di una sezione di circa un centimetro quadrato, vi è solo un punto in cui si veda un gruppetto di granuli carboniosi nell'interno di un alveolo, perfettamente a fuoco col tessuto vicino. Tali granuli se pure raggruppati, non sono fagocitati, e la loro presenza è indubbiamente in rapporto con l'avvenuta penetrazione della sonda nel lume tracheale.

*
* *

Da tali risultati costantemente negativi fui indotto ad investigare se irritando comunque l'intestino degli animali destinati alle prove, prima che queste fossero iniziate, fosse possibile raggiungere lo scopo. Come già dissi ho scelto per irritante l'olio di croton; aggiungerò qui che non ho mai somministrato il carbone prima di veder comparire nel coniglio la diarrea.

*
* *

IV. Serie

I. esperienza — Coniglio kg. 1.

Somministro a mezzo sonda tre goccie di olio di croton sospese in 2 cc. di olio di mandorla, dopo aver tenuto l'animale a digiuno per circa 12 ore. Cinque ore dopo compare la diarrea e allo scadere all'incirca della sesta ora somministro come al solito gr. 2 di nerofumo in 50 cc. di acqua distillata. L'animale prende solo alcune boccate di erbaggi, poi rifiuta il cibo. Tre ore dopo l'ingestione di carbone il coniglio viene ucciso.

Digitized by Google

II. esperienza — Coniglio kg. 1,200.

Somministro come al precedente tre goccie di olio di croton; quattro ore più tardi compare la diarrea; un'ora e mezza dopo somministro, sempre a mezzo sonda, gr. 2 e mezzo di nerofumo in 50 cc. di acqua distillata. Dopo ancora 3 ore altri gr. due e mezzo di nerofumo. In tutto gr. 5 in tre ore. L'animale viene ucciso due ore e mezza dopo l'ultima ingestione; durante l'esperienza ha sempre rifiutato il cibo.

All'esame dei visceri di entrambi gli animali si riscontra all'apertura dell'addome: cieco meteorico, vescica molto distesa da orina, vasi intestinali e mesenterici iniettati, contenuto intestinale molto fluido, quasi liquido, nerastro per la presenza di carbone già pervenuto nel crasso. Col tecnicismo e colla cura abituale i visceri vengono asportati e fissati. Al microscopio si nota che la mucosa intestinale è fortemente alterata e le cellule epiteliali di rivestimento sono turgide, talora deformate, talora mancano. Nella placca linfatica i follicoli sono rimpiccioliti; un largo spazio li separa dal tessuto circostante; i lumi ghiandolari allungati sembrano protendersi verso il lume intestinale; spesso si incontrano leucociti nel lume intestinale o nei lumi ghiandolari. Il carbone si presenta in minutissime traccie solo nel lume intestinale, coinvolto da muco e in quantità lievemente superiore nel secondo coniglio. Ma in entrambi gli animali mai nei tubuli ghiandolari o negli spazi perifollicolari, mai nelle ghiandole mesenteriche o negli altri organi.

***

Constatato dunque il risultato negativo di queste due esperienze ho voluto infine osservare se un assorbimento avveniva da parte della mucosa intestinale in un periodo in cui i primi sintomi flogistici si fossero attenuati e fosse intervenuto nella mucosa intestinale stessa un incipiente processo di riparazione.

III esperienza — Coniglio kg. 1,230.

La diarrea in questo animale compare 10 ore dopo la somministrazione di tre goccie di olio di croton ed è molto diminuita dopo 48 ore. Le feci cominciano ad assumere l'aspetto moriforme. In questo momento somministro come al solito, gr. 2 di nerofumo. Dopo due ore e mezzo l'animale viene ucciso. Ventre modicamente tumido; vescica ripiena di urina; cieco scarsamente meteorico, contiene feci poltacee; vasi intestinali e mesenterici modicamente iniettati. Il resto dei visceri normali. All'esame microscopico dell'intestino i segni di alterazione dei precedenti animali, non si notano; la mucosa ha quasi ripreso il suo aspetto normale; solo in qualche punto presenta ancora cellule epitelliali di rivestimento un po' turgide; in altri punti invece sembrano più piccole del normale. Gli ampi spazi perifollicolari sono scomparsi ed i follicoli si presentano allungati e protendenti verso il lume intestinale. Questo si mostra evidente specie nell'appendice.

Digitized by Google

Il carbone in minute tracce si presenta non solo sopra la mucosa, adagiato sulle ripiegature della stessa, ma anche, se pure in quantità molto scarsa, nel lume di qualche tubulo ghiandolare; non però negli spazi perifollicolari. Nulla ai follicoli, alle ghiandole mesenteriche, agli altri organi.

Da quest' ultima serie di esperienze risulta dunque che anche somministrando un irritante intestinale come l'olio di croton, *il pigmento carbonioso non passa attraverso la mucosa alterata*, chè anzi la quantità di carbone nel lume intestinale è molto più scarsa di quella constatata nei conigli a mucosa integra. Ciò dipende dal fatto che l'irritazione provoca una essudazione sieromucosa, che asporta dalla mucosa stessa i materiali alimentari, e impedisce il ristagno di carbone anche nelle sue ripiegature. Questa essudazione determinando una corrente linfatica in direzione opposta a quella del normale assorbimento, impedisce, più che non sia nell' intestino illeso, un eventuale passaggio di carbone entro i villi intestinali o nei follicoli.

SCHEMA DELLE ESPERIENZE

Sostanza	Dose	Risultato
Carbone Belloc	1) gr. 3 = unica ingestione	negativo
„ „	2) gr. 5 = tre ing. = gr. 1 + 2 + 2 a due ore distan.	„
Nerofumo	1) gr. 2 unica ing.	negativo
	2) gr. 5 tre ing. gr. 1 + 2 + 2 a due ore dist.	„
	3) gr. 8 quattro ing. gr. 1 ½ + 1 ½ + 2 + 3 a due ore dist.	„
	4) gr. 10 in 5 giorni = 2 al di	„
	5) „ 20 „ 10 „ = 2 „ „	„
	6) „ 15 „ 15 „ = 1 „ „	„
Olio di Croton	1) Croton gocce 3 Nerofumo gr. 2 unica ing. dopo 6 ore	negativo
Nerofumo	2) Croton gocce 3 Nerofumo gr. 5 in due ing. dopo 5 ½ - 7 ½ ore	„
	3) Croton gocce 3 Nerofumo gr. 2 unica ing. dopo 48 ore	„

Digitized by Google

Considerazioni conclusive

Nella ricerca di un eventuale assorbimento di granuli di carbone ridotto anche allo stato di pulviscolo impalpabile (nerofumo), da parte della mucosa intestinale di conigli, sia integra, che alterata mediante la somministrazione di piccole quantità di olio di croton, ho cercato di sorprendere il carbone nell'interno dei villi intestinali o nei follicoli linfatici della mucosa; a tal uopo ho ucciso alcuni degli animali precocemente, cioè da due a quattro ore dopo che a mezzo sonda avevo introdotto nel loro stomaco una o più dosi di carbone (nerofumo o carbone Belloc) sospeso in menstruo indifferente. In altri ho creduto opportuno di prolungare il periodo di osservazione nell' intento di aumentare la carica del pigmento e le probabilità dell' assorbimento, frazionandone la massa nel periodo di più giorni. In queste condizioni sperimentali io posso asserire che nei conigli:

a) Il carbone, *a mucosa intestinale integra*, non oltrepassa la barriera dei villi per raggiungere gli spazi e canalini linfatici profondi, entro un intervallo di tempo che va dalle ore 2 sino a 20 giorni dall' inizio della incorporazione.

b) *A mucosa irritata previamente con olio di croton* il processo di assorbimento è ancora più ostacolato, giacchè, mentre ad intestino indenne il carbone può trovarsi entro il lume dei tubuli ghiandolari e negli spazi perifollicolari, nel corso dell'enterite sperimentale di natura chimica esso non riesce a portarsi neppure in queste parti, a cagione di un movimento secretivo inverso alla normale corrente di assorbimento.

c) Se noi osserviamo un preparato di quella che denominai placca linfatica ileo-cecale, è facile trovare attorno ai follincoli qualche granulo e anche masserelle di pigmento di carbone. Però i granuli giacciono all' esterno del follicolo in uno spazio delimitato da un' insenatura, che vi forma l' epitelio di rivestimento della mucosa intestinale nel suo passaggio dal follicolo al villo più prossimo. Questa insenatura comunica naturalmente, in forma più o meno riconoscibile, col lume intestinale e non ha nulla in comune col seno linfatico perifollicolare (vedi fig. 1, 4, 5). Dove le cellule epiteliali ricoprenti il follicolo sono cadute,

Digitized by Google

si può egualmente notare che il carbone non è insinuato nell' interno del follicolo stesso, ma ne è separato dalla membrana di basamento dell' epitelio intestinale.

d) Nei preparati di sezioni paraffinate e celloidinate di ghiandole mesenteriche di uno solo degli undici conigli trattati per os con ingente quantità di pigmento di carbone, ho potuto trovare qua e là minimi e rarissimi granuli carboniosi di presunta derivazione intestinale; ma essi, oltre che non rispondere ad una particolare topografia in relazione alle correnti di assorbimento, ed essere sparsi nel preparato senza ordine, mostravansi ad un esame diligente applicati e non immedesimati col tessuto in esame. Essi derivavano senz' altro dalla inevitabile deposizione sul preparato di pulviscolo carbonioso sospeso nell' aria dell' ambiente durante le manualità dell' allestimento. In locali di laboratorio dove ardono a permanenza becchi a gas a scopo di riscaldamento (stufe da paraffina, termostati ecc.) pulviscolo di carbone se ne trova costantemente sospeso nell' aria, ond' è facile che qualche suo granulo si depositi sulle sezioni, per quanta cura si abbia nell' impedirlo.

e) Il fatto che nel cadavere umano l' antracosi dei polmoni e delle ghiandole peribronchiali è facilmente riscontrabile, mentre l' antracosi delle ghiandole mesenteriche fa difetto, depone chiaramente per la genesi aerea più che intestinale dell' antracosi polmonare.

La dottrina adunque, dell' apporto del pigmento di carbone al polmone per via dei chiliferi e dei vasi sanguigni dell' intestino se non va senz' altro ripudiata sulla fede dei reperti sperimentali che hanno formato argomento del mio studio, lo dev'essere di fronte alla irreperibilità del pigmento carbonioso nelle ghiandole mesenteriche del cadavere.

Digitized by Google

BIBLIOGRAFIA

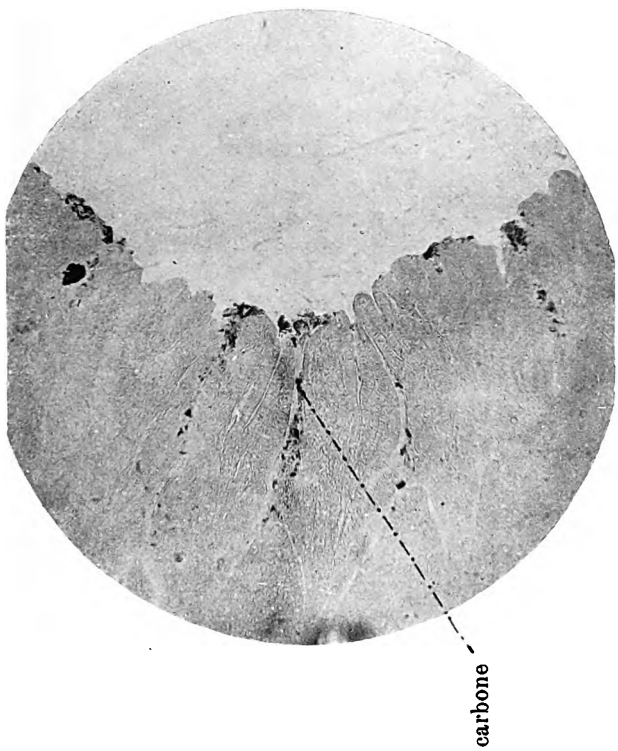
1. AUFRECHT — Die Lungenentzundungen in Nothaagels spec. Path. und Ter. Bd., XIV.
2. BASSET — A propos de la Pathogénie de l'Anthracose pulmonaire. — Compt. Rend. de la Soc. Biol., 1906.
3. Idem. — A propos de la Pathogénie de l'Anthracose pulmonaire. — Compt. Rend. de la Soc. Biol., 1906.
4. BASSET et CARRÈ — *a*) A propos de l'absorption intestinale des particules solides. — *b*) A propos du passage dans le thorax des poussières introduites dans le peritoine et de leur localisations. — Compt. Rend. de la Soc. Biol., 1907.
5. BEITZKE — Virchow Archiv. — Bd. 254, Vol. III.
6. CALMETTE — Origine intestinale de la tuberculose pulmonaire. — Annales Pasteur, 1905.
7. Idem. — Riferito da Basset.
8. Idem. — Vansteenberghe et Grysez. Sur l'Anthracose Pbysiologique d'origine intestinale. — Compt. Rend. de la Soc. Biol., 1907.
9. Idem. — Sur les conditions dans lesquelles la muqueuse intestinale est perméable aux poussières inertes et aux microbes. — Compt. Rend. de la Soc. Biol., 1907.
10. COHN — Die Lungenantrakose und ihre Entste hung von Darm aus. — Berl. Klin. Wochenschr., 1906, N. 41-45.
11. FABRIS — Su speciali attitudini tintoriali dei granuli pseudomelanotici. — Arch. per le Scienze Med. Vol. XLIX, n. 2, 1927.
12. KUSS e LOBSTEIN — *a*) Passage des poussières insolubles à travers l'intestin. — *b*) Passage des poussières insolubles à travers la muqueuse intestinale. — Compt. Rend. de la Soc. Biol., 1907.
13. MIRONESCO — Sur la prétendue origine intestinale de l'anthracose pulmonaire. — Compt. Rend. de la Soc. Biol., 1906.
14. NIENVENHUYSSE — On the origin of pulmonary anthracosis Proceedings of the Saturday-Februay, 23, 1907.
15. — Idem. Rapport sur l'anthracose. — Compt. Rend. de la Soc. Biol. 1907.

Digitized by Google

16. Peacok — Cittato nel Trattato di Anatomia Patologica del Foà: Apparato respiratorio.
17. Pearson — Idem.
18. Ramazzini — Idem.
19. — Ravenna — Sulla genesi dell'antracosi polmonare. Lavori dell'Istituto di Anat. Path. R. Università di Padova, 1906.
20. Remlinger — Existe-il une anthracose pulmonaire d'origine intestinale? — Compt. Rend. de la Soc. Biol., 1906.
21. Idem. — L'anthracose pulmonaire n'est pas d'origine intestinale. — Compt. Rend. de la Soc. Biol., 1906.
22. Schultze e Walter — Gibt es einem intestinalem Usprung der lungenantrakose? — München med. Wochenschr. Bd., 35, 1906.
23. Traube — Citato nel Tratt. di Anat. Path. del Foà: Apparato respiratorio.
24. Villaret — Idem.
25. Vansteenberghe et Grysez — Sur l'originale intestinale de l'anthracose pulmonaire. — Annales Pàsteur, dec. 1905.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 19 febbraio 1929)

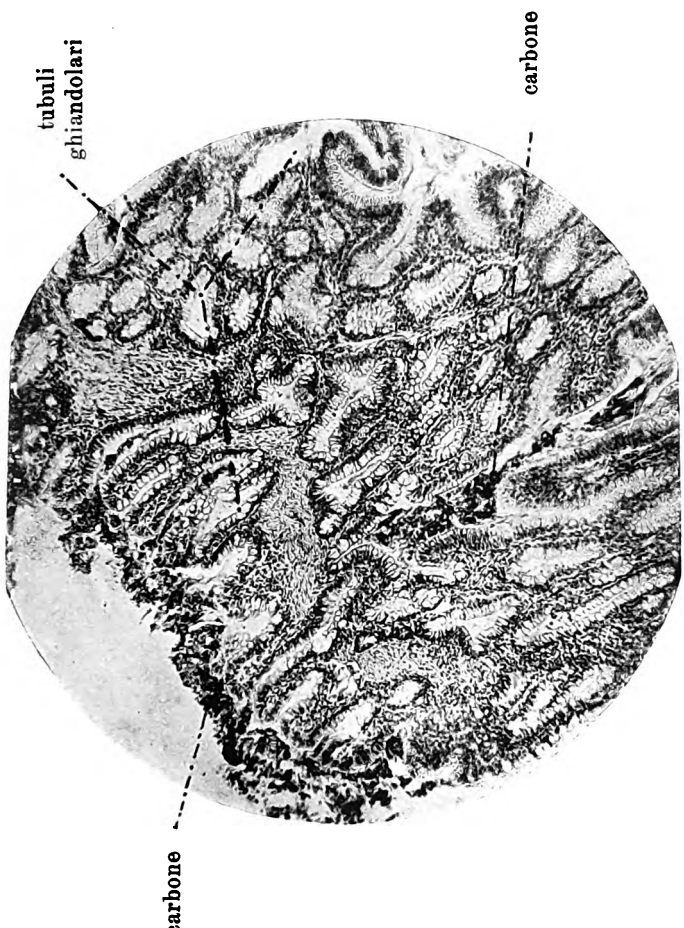
Digitized by Google



1. — Coniglio Serie Ia Esp. IIa
Placca linfatica - carbone entro i tubuli ghiandolari (preparato non colorato).

Digitized by Google

Digitized by Google



2. — Coniglio Serie IIª Esp. IIIª

La mucosa della placca linfatica. Il carbone nei tubuli ghiandolari e nel lume intestinale (ab. 3 - oc 2 K.)

Digitized by Google

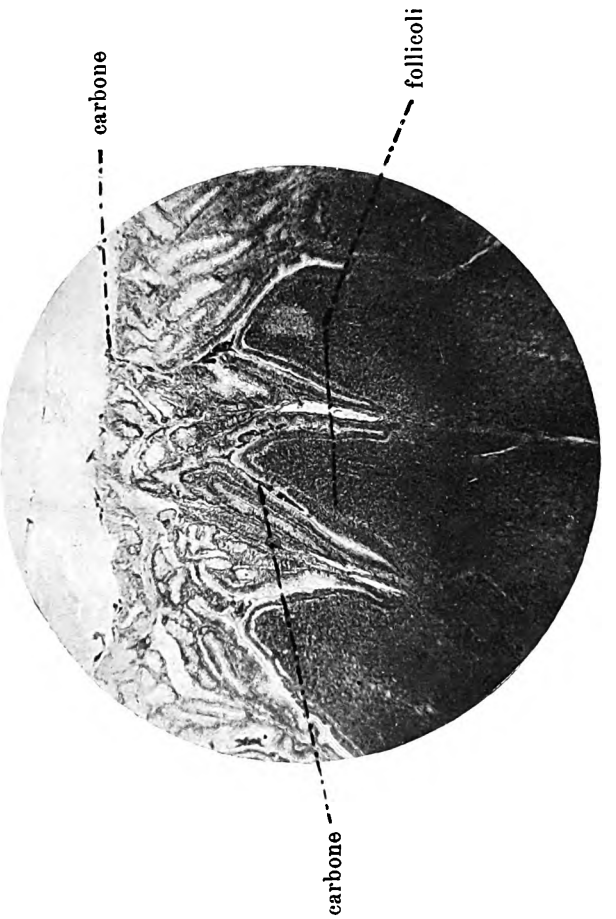
Digitized by Google

3. — Coniglio Serie II^a Esp. III^a

Un tratto della figura 1 a forte ingrandimento (ob. 8 - oc. 4 c K). Il carbone penetrato nello spazio peri-follicolare, non passa nè all' interno del follicolo, ne all' interno del villo. Tutte le cellule caliciformi ne sono completamente libere. Una cellula linfatica caduta nello spazio peri-follicolare ha vicino del carbone, ma nessun granulo nel suo protoplasma.

Digitized by Google

Digitized by Google

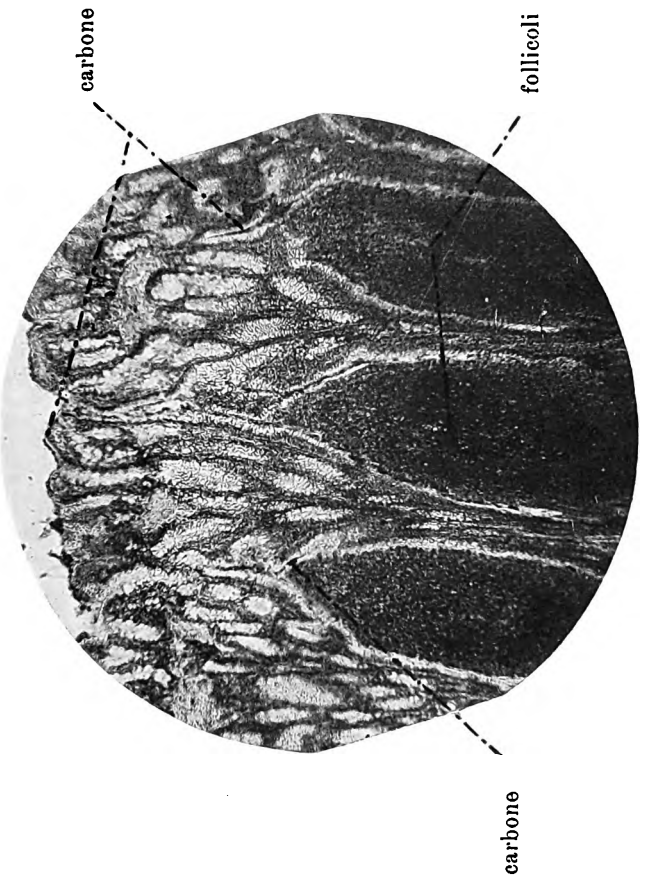


4. — Coniglio Serie IIª Esp. IIIª

Follicoli linfatici e mucosa con tubuli ghiandolari, nella placca linfatica. Il carbone si vede nello spazio peri-follicolare e nel lume intes. (ab. 3 - oc 2 K).

Digitized by Google

Digitized by Google

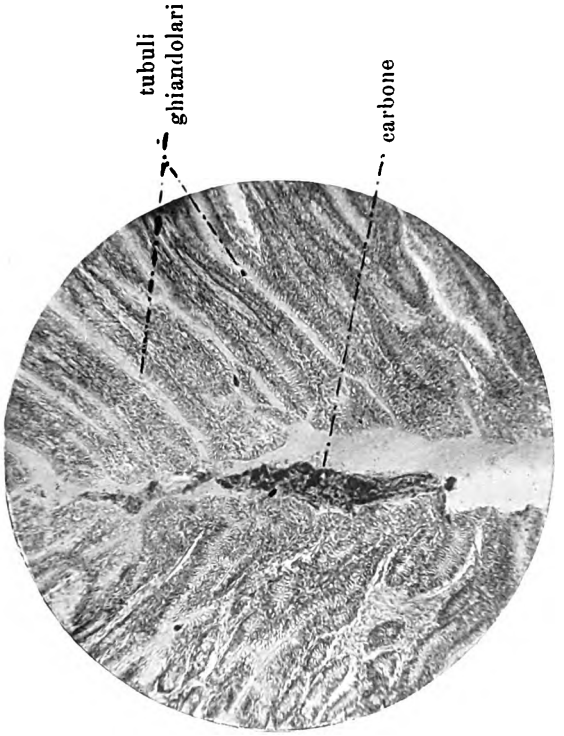


5. — Coniglio Serie IIIª Esp. Iª

Placca linfatica - carbone in poca quantità negli spazi peri-follicolari, in qualche tubulo ghiandolare nel lume intestinale (ob 3 - oc 2 K).

Digitized by Google

Digitized by Google



6. — Coniglio Serie IV^a Esp. I^a

Placca linfatica. Il carbone è solo nel lume. - Tubuli ghiandolari allungati, taluni ingrossati ma privi di carbone (ob. 3 - oc 2 K).

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze lettere ed arti
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Normali associate alle direzioni di una varietà generica a tre dimensioni giacente in uno spazio lineare a sei dimensioni

INES SACILOTTO

(*presentata dal prof. G. Vitali, s. c., nell' ad. ord. 16 dicembre 1928*)

In questa Nota espongo una ricerca contenuta nella mia tesi di laurea e che conduce ad associare ad ogni direzione tangente a una varietà generica a tre dimensioni, contenuta in uno spazio lineare a sei dimensioni, una normale alla varietà.

Si ottiene così per ogni punto della varietà una corrispondenza [1,3] fra la stella tangente e la stella normale.

Nella ricerca si presenta una particolare forma cubica della quale il prof. Vitali, in una nota che in questi Atti segue la presente, dimostrerà il carattere proiettivo.

1. — Consideriamo uno spazio lineare S_6 a sei dimensioni ed in esso un sistema particolare di coordinate cartesiane ortogonali $\underset{n}{x}$ $(n = 1, 2, \ldots 6)$.

Siano

$$\underset{n}{x} = \underset{n}{x}(u_1, u_2, u_3) \qquad (n = 1, 2, \ldots 6)$$

le equazioni parametriche di una varietà V_3 generica di questo S_6.

Poichè la V_3 è generica, il suo σ_2 coincide coll' S_6.

Fissiamo su V_3 una linea l uscente da un punto P di V_3, ed individuata inizialmente dai rapporti $\frac{du_1}{du_3}$, $\frac{du_2}{du_3}$.

Sia P' un punto di l vicinissimo a P. Gli S_3 normali a V_3 in P e in P', appartenendo a S_6 avranno un punto in comune il quale col tendere di P' a P tenderà a una posizione limite Q. La retta PQ trovandosi nell' S_3 normale a V_3 in P è una normale

Digitized by Google

a V_3 in P. Per determinarla osserviamo che le equazioni dell' S_3 normale a V_3 in P sono

$$\sum_{n=1}^{6} (X_n - x_n) \frac{\partial x_n}{\partial u_s} = 0 \qquad (s = 1, 2, 3), \tag{1}$$

dove X_n sono le coordinate correnti.

Le equazioni dell' S_3 normale in P' si otterranno sostituendo nelle (1) al posto delle u_s le $u_s + du_s$, sicchè, operando la sostituzione e trascurando gli infinitesimi d' ordine superiore al primo, diventano

$$\begin{aligned} &\sum_{n=1}^{6} (X_n - x_n) \frac{\partial x_n}{\partial u_s} + \\ &+ \sum_{n=1}^{6} (X_n - x_n) \left(\frac{\partial^2 x_n}{\partial u_s \partial u_1} du_1 + \frac{\partial^2 x_n}{\partial u_s \partial u_2} du_2 + \frac{\partial^2 x_n}{\partial u_s \partial u_3} du_3 \right) \\ &= \sum_{n=1}^{6} \frac{\partial x_n}{\partial u_s} \left(\sum_{r=1}^{3} \frac{\partial x_n}{\partial u_r} du_r \right) \qquad (s = 1, 2, 3) \end{aligned} \tag{2}$$

Indicando con $a_{r,s}$ i coefficienti della forma che dà il quadrato dell' elemento lineare di V_3, le (2) diventano

$$\begin{aligned} &\sum_{n=1}^{6} (X_n - x_n) \frac{\partial x_n}{\partial u_s} + \sum_{n=1}^{6} (X_n - x_n) \cdot \left(\sum_{r=1}^{3} \frac{\partial^2 x_n}{\partial u_s \partial u_r} du_r \right) \\ &= \sum_{r=1}^{3} a_{r,s} du_r . \end{aligned} \tag{2'}$$

Il punto Q comune ai due S_3 si otterrà facendo sistema delle (1) e (2'), e sottraendo da ognuna delle (2') la corrispondente (1), questo sistema si muta nell' equivalente più semplice:

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{6} (X_n - x_n) x_{n,s} = 0 \\ \sum_{n=1}^{6} (X_n - x_n) \sum_{r=1}^{3} \frac{\partial x_{n,s}}{\partial u_r} du_r = \Sigma a_{r,s} du_r , \end{cases} \tag{3}$$

dove ho posto $x_{n,s} = \frac{\partial x_n}{\partial u_s}$.

Digitized by Google

Se con $x_{n\,r,s}$ si indica la derivata covariante di $x_{n\,s}$, si ha

$$\frac{\partial x_{n\,s}}{\partial u_r} = x_{n\,s,r} + \Sigma_\gamma C^\gamma_{sr} x_{n\,\gamma} ,$$

dove i C^γ_{sr} sono i simboli di Cristoffel di seconda specie e di classe 1.

Sostituendo, e tenendo conto delle (1), le ultime tre delle (3) diventano

$$\sum_{r=1}^{4} (X_n - x_n) \sum_{r=1}^{3} x_{n\,s,r}\, du_r = \Sigma\, a_{r,s}\, du_r \qquad (s = 1, 2, 3). \qquad (3')$$

2. — Assumiamo nell' S_3 normale in P un sistema ortogonale di 3 parametri e diciamo

$$\xi_n , \mu_n , \zeta_n \qquad (n = 1, 2, \ldots 6)$$

i coseni direttori di questa terna.

Corrispondentemente esisteranno tre covarianti $X_{s,r}$, $Y_{s,r}$, $Z_{s,r}$ tali che

$$x_{n\,r,s} = \xi_n X_{s,r} + \mu_n Y_{s,r} + \zeta_n Z_{s,r} \qquad (4)$$

Osserviamo anche che, essendo PQ un raggio dell' S_3 normale in P, i suoi coseni direttori saranno proporzionali a delle combinazioni lineari delle ξ_n, μ_n, ζ_n, con dei coefficienti da determinarsi, e se X_n sono le coordinate di Q, si potrà scrivere

$$X_n - x_n = \lambda\xi_n + \mu\eta_n + \nu\zeta_n \qquad (n = 1, 2, \ldots 6) , \qquad (5)$$

dove λ, μ, ν sono delle incognite.

Le (3'), tenuto conto delle (4) e (5), si scriveranno

$$\sum_{r=1}^{3} \sum_{n=1}^{6} (\lambda\xi_n + \mu\eta_n + \nu\zeta_n)(X_{s,r}\,\xi_n + Y_{s,r}\,\eta_n + Z_{s,r}\,\zeta_n)\, du_r = \sum_{r=1}^{3} a_{r,s}\, du_r ,$$

e sviluppando e tenendo conto delle relazioni

Digitized by Google

$$\sum_{n=1}^{6} \xi_n^2 = \sum_{n=1}^{6} \eta_n^2 = \sum_{n=1}^{6} \zeta_n^2 = 1$$
$$\sum_{n=1}^{6} \xi_n \eta_n = \sum_{n=1}^{6} \xi_n \zeta_n = \sum_{n=1}^{6} \eta_n \zeta_n = 0 \ ,$$

diventano

$$\sum_{r=1}^{3} (\lambda X_{s,r} + \mu Y_{s,r} + \nu Z_{s,r}) du_r = \sum_{r=1}^{3} a_{r,s} du_r \ . \qquad (6)$$

Poniamo

$$\sum_{r=1}^{3} X_{r,s} du_r = A_s \ , \quad \sum_{r=1}^{3} Y_{s,r} du_r = B_s \ , \quad \sum_{r=1}^{3} Z_{s,r} du_r = C_s$$
$$\sum_{r=1}^{3} a_{r,s} du_r = D_s \ ,$$

e le (6) si possono scrivere

$$\lambda A_s + \mu B_s + \nu C_s = D_s \qquad (s = 1 \ , \ 2 \ , \ 3) \ , \qquad (7)$$

dalle quali si ricavano λ, μ, ν, e quindi le espressioni che competono a $\underset{n}{X} - \underset{n}{x}$, dopo di che, si possono scrivere subito le equazioni della normale in questione.

Questa normale dipende dalla direzione in P della linea l, poichè dipende dal rapporto delle du_1, du_2, du_3.

Si vede allora che ad ogni raggio della stella tangente in P corrisponde un raggio della stella normale dello stesso punto. Inoltre si vede che ad ogni raggio della stella normale corrispondono tre raggi della stella tangente cosicchè fra le due stelle risulta determinata una corrispondenza [1,3].

Infatti eliminando le du dalle (6) risulta un' equazione di 3° grado nelle λ, μ, ν; e quindi sopra ogni retta dell' S_3 normale, ed uscente da P, si trovano tre punti corrispondenti a tre direzioni dello spazio tangente.

3. — Il punto Q sarà un punto improprio quando il determinante del sistema (7) è nullo, ossia quando la direzione della stella tangente appartiene al cono cubico

Digitized by Google

$$F_3 = \begin{vmatrix} \sum_{r=1}^{3} X_{1,r}\, du_r & \sum_{r=1}^{3} Y_{1,r}\, du_r & \sum_{r=1}^{3} Z_{1,r}\, du_r \\ \sum_{r=1}^{3} X_{2,r}\, du_r & \sum_{r=1}^{3} Y_{2,r}\, du_r & \sum_{r=1}^{2} Z_{2,r}\, du_r \\ \sum_{r=1}^{3} X_{3,r}\, du_r & \sum_{r=1}^{3} Y_{3,r}\, du_r & \sum_{r=1}^{3} Z_{3,r}\, du_r \end{vmatrix} = 0 .$$

Il primo membro di questa equazione è appunto la forma cubica a cui ho alluso nella prefazione.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 20 febbraio 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Forme differenziali a carattere proiettivo associate a certe varietà

NOTA DI GIUSEPPE VITALI, S. C.

(*Adunanza ordinaria del giorno 16 dicembre 1928*)

*.

Nello studio delle varietà si attribuisce oggi grande importanza alle forme che hanno carattere proiettivo, ossia a quelle forme che uguagliate a zero determinano un cono tangente alla varietà, che per ogni proiettività si trasforma nell' analogo cono della varietà trasformata nel punto corrispondente. È una di tali forme la F_2 di FUBINI per le V_2 in S_4 (1). Questa forma ha subito una prima estensione in un mio recente lavoro (2) nel quale ho costruito una forma quadratica F_2 con carattere proiettivo per ogni V_n il cui σ_2 ha $n(n+3):2-1$ dimensioni, forma che per le V_2 in S_4 coincide colla forma di FUBINI.

Recentemente il TONOLO (3) in alcune ricerche di carattere apparentemente metrico riguardanti le V_2 in S_4, ha riconosciuto in una forma che gli si è presentata, la F_2 di Fubini.

In analoghe ricerche che la dott.ssa SACILOTTO ha condotto per mio suggerimento nella sua tesi di laurea (4) intorno alle V_3

(1) G. FUBINI - E. ČECH. *Geometria proiettiva differenziale.* (Bologna, Nicola Zanichelli, editore, Tomo II, pp. 631-637).

(2) G. VITALI, *Sopra alcuni invarianti associati ad una varietà e sopra i sistemi principali di normali delle superficie.* (Annales de la Société Polonaise de Mathématique, T. VII, année 1928, pp. 53-55).

(3) A. TONOLO. *Determinazione di un particolare sistema di normali delle superficie dello spazio* S_4. (Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino) in corso di stampa.

(4) I. SACILOTTO. *Normali associate alle direzioni di una varietà generica a tre dimensioni di uno spazio lineare a 6 dimensioni.* (Questi Atti, Tomo LXXXVIII, pp. 355-359).

Digitized by Google

in S_6, ha incontrato una forma cubica F_3 che compie la stessa funzione che la F_2 di FUBINI compie nelle ricerche del TONOLO.

Mi è nato il sospetto che la F_3 debba avere carattere proiettivo, e non mi sono ingannato. Il carattere proiettivo di questa F_3 si mette in evidenza con considerazioni geometriche come si fa per la forma del FUBINI.

Da questo al mettere in evidenza altre forme con carattere proiettivo associate ad altre varietà il passo era breve. Basta la struttura analitica di tali forme per suggerire la struttura analitica di una forma F_n a carattere proiettivo per ogni V_n il cui σ_2 abbia $2n$ dimensioni.

È notevole il fatto, ed ha bisogno di essere chiarito, che tutte queste forme a carattere proiettivo si incontrino nella trattazione di problemi di natura essenzialmente metrica, come è notevole il fatto che queste forme a carattere proiettivo siano, come quella che corrisponde alle asintotiche di una V_2 in S_3, costruite con elementi forniti dallo spazio normale alla varietà giacente nel suo σ_2.

Sarebbe desiderabile che venissero messe in rilievo le ragioni intime di queste relazioni che certamente non possono essere fortuite.

1. — Consideriamo una varietà V_n ad n dimensioni, il cui σ_2 abbia $2n$ dimensioni, e col σ_3 coincidente col σ_2.

Sia

$$f = f(t, u_1, u_2, \ldots u_n)$$

l'equazione di V_n.

Siano poi

$$\underset{i}{X} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

n parametri normali di direzione di una n^{upla} ortogonale giacente nello spazio lineare (ad n dimensioni) che appartiene al σ_2 ed è perpendicolare a V_n.

Consideriamo un punto P di V_n, le cui coordinate curvilinee siano

$$u_1, u_2, \ldots, u_n,$$

ed un altro punto P' di V_n, le cui coordinate siano

$$u_1 + du_1, u_2 + du_2, \ldots, u_n + du_n.$$

Digitized by Google

Indichiamo con ν lo spazio lineare (ad n dimensioni) perpendicolare a V_n in P e giacente nel corrispondente σ_2, e con ν' l'analogo spazio per P'.

L'equazione di ν sarà

$$\varphi = f + \sum_1^n{}_i \; \lambda_i \, . \, X_i \; , \qquad [1]$$

in cui le variabili sono le λ_i, e la f e le X_i sono calcolate in P.

L'equazione di ν' sarà come la [1], con le f ed X_i calcolate in P'. Questa ultima equazione si potrà scrivere, conservando solo gli infinitesimi del 1° ordine,

$$\varphi = f + \sum_1^n{}_h \, f_h \, du_h + \sum_1^n{}_i \, \lambda_i \, . \, (X_i + \sum_1^n{}_h \, X_{h\,i} \, . \, du_h) , \qquad [2]$$

dove f_h ed $X_{h\,i}$ indicano le derivate parziali rispetto ad u_h rispettivamente di f e di X_i, e le f, f_h, $X_{h\,i}$ sono calcolate in P.

2. — Se Z è un parametro di ν, noi indicheremo con Z_h la sua derivata parziale rispetto ad u_h, e con $(Z)_h$ quella combinazione lineare del tipo

$$Z_h + \sum_1^n{}_l \, c_l \, . \, f_l \; ,$$

per cui sia

$$\int_g (Z)_h \, . \, f_k \, . \, dt = 0 \qquad (k = 1, \, 2, \, \ldots, \, n) \; , \qquad [3]$$

essendo g il campo di variabilità della t, cosichè o $(Z)_h$ è nullo o $(Z)_h$ è un parametro di ν.

Ponendo

$$z_h \, , \; k = \int_g Z \, . \, f_{h,k} \, dt \; ,$$

dove $f_{h,k}$ indica il sistema derivato 2° covariante di f rispetto alla forma

$$\sum_1^n{}_{rs} \, a_{r,s} \, . \, du_r \, . \, du_s \qquad (a_{r,s} = \int_g f_r \, . \, f_s \, dt)$$

Digitized by Google

che dà il quadrato dell'elemento lineare di V_n, si ha subito, poichè $\int_g Z \cdot f_k \, dt = 0$,

$$\int_g Z_h \cdot f_k \cdot dt = - z_{h,k} \ ,$$

e le [3] diventano le

$$\sum_1^n{}_l c_l \cdot a_{l,k} = z_{h,k} \qquad (k = 1, 2, \ldots, n) \ , \qquad [3']$$

da cui

$$c_l = \sum_1^n{}_k z_{h,k} \cdot a^{k,l} \ ,$$

dove $a^{k,l}$ indica il reciproco di $a_{k,l}$.

Allora si avrà

$$Z_h = (Z)_h - \sum_1^n{}_l \left(\sum_1^n{}_k z_{h,k} \cdot a^{k,l}\right) f_l \ ,$$

e con notazioni che non hanno bisogno di essere ulteriormente chiarite

$$\underset{i}{X_h} = \underset{i}{(X)_h} - \sum_1^n{}_l \left(\sum_1^n{}_k \underset{i}{x_{h,k}} \cdot a^{k,l}\right) f_l \ . \qquad [4]$$

3. — A causa delle [4], la [2] diventa

$$\begin{aligned} \varphi = f &+ \sum_1^n{}_i \underset{i}{\lambda} \cdot \left(\underset{i}{X} + \sum_1^n{}_h \underset{i}{(X)_h} \cdot du_h\right) \\ &+ \sum_1^n{}_l f_l \cdot \left(du_l - \sum_1^n{}_{ihk} \underset{i}{\lambda}\, \underset{i}{X_{h,k}} \cdot a^{k,l} \cdot du_h\right) \ . \end{aligned} \qquad [2']$$

I punti [2'] che appartengono a ν sono quelli per cui

$$du_l = \sum_1^n{}_{ihk} \underset{i}{\lambda}\, \underset{i}{x_{h,k}} \cdot a^{k,l} \cdot du_h \qquad (l = 1, 2, \ldots, n) \ , \qquad [5]$$

Moltiplicando le [5] per $a_{p,l}$ e sommando rispetto ad l, si ha

$$\sum_1^n{}_l a_{p,l}\, du_l = \sum_1^n{}_i \underset{i}{\lambda} \left(\sum_1^n{}_h \underset{i}{x_{h,p}} \cdot du_h\right) \quad (p = 1, 2, \ldots, n) \qquad [6]$$

Il sistema delle [6] è equivalente a quello delle [5], e,

Digitized by Google

salvo per le direzioni tangenti a V_n in P, per le quali si annulli la forma di grado n

$$F_n = |M_{ip}| \quad (M_{ip} = \sum_{h}^{n}{}_{i} x_{h,p}\, du_p)$$

(costituita dal determinante dei coefficienti delle λ_i nella [6]) esiste un solo sistema di valori finiti delle λ_i che soddisfi le [6], e quindi un punto comune allo spazio ν e a quello di equazione [2]. Questo punto col tendere di P' a P tende ad un punto Q di ν dato dal 2° membro di [1] in cui le λ_i soddisfano le [6].

Questo risultato coincide per $n = 2$ ed $n = 3$ con analoghi trovati rispettivamente dal TONOLO e dalla SACILOTTO nei citati lavori.

La F_2 è la forma data con questo nome dal FUBINI per le V_2 generiche in un S_4 lineare. Essa, come è noto, ha carattere proiettivo.

Ebbene, io dico che le F_n hanno tutte carattere proiettivo.

4. — Passo ora a dimostrare la verità di quest' ultima affermazione.

Sia τ lo spazio tangente a V_n in P, e $du_1, du_2, \ldots, du_n$ individui una direzione di τ.

La normale principale alla geodetica che ha per tangente questa direzione è data dal parametro

$$\sum_{1}^{n}{}_{r,s} f_{r,s} \cdot du_r \cdot du_s \,, \qquad [7]$$

ossia da

$$\sum_{1}^{n}{}_{i} \lambda_i \cdot X_i \,, \qquad [8]$$

dove

$$\lambda_i = \sum_{1}^{n}{}_{r,s} x_{r,s}^{i} \cdot du_r \cdot du_s \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad [9]$$

Come si vede, e, come si sa, se essa non svanisce, essa è una retta di ν uscente da P.

Ora vogliamo vedere se una retta qualunque di ν uscente

Digitized by Google

da P può essere considerata come una normale principale di una geodetica di V_n.

Consideriamo una retta di ν uscente da P. Un suo parametro sarà della forma [8], e perchè la nostra retta si possa pensare come normale principale di una geodetica di V_n bisogna che si possano trovare delle du_r in modo che siano soddisfatte le [9].

Ora ciò è possibile, perchè si tratta di trovare i punti comuni ad $n-1$ quadriche $n-arie$. Anzi si vede che ad ogni retta di ν uscente da P risultano associate 2^{n-1} direzioni di τ tali che le geodetiche di V_n ad esse tangenti hanno tutte per normale principale quella retta.

Dunque fra le direzioni di ν e quelle di τ si ha una corrispondenza $(1, 2^{n-1})$.

Ora mi domando quali delle direzioni di τ possono essere considerate come doppie in tale corrispondenza.

Se $du_1, du_2, \ldots, du_n$ è una tale direzione si pongano questi valori nei secondi membri delle [9] ed allora restano determinati dei valori per le λ_i.

Corrispondentemente a questi valori si hanno, come si sa, $n-1$ quadriche $n-arie$, di cui due punti di intersezioni devono coincidere con $du_1, du_2, \ldots, du_n$, quindi deve esistere nel sistema lineare Σ di queste quadriche una quadrica in cui il punto $du_1, du_2, \ldots, du_n$ è singolare, o meglio una quadrica che passa per questo punto e che ha indeterminato lo spazio tangente in questo punto.

Una tale quadrica sarà data da

$$\sum_1^n{}_r \left(\sum_1^n{}_i \mu_i \, x_{r,s}\right) du_r \, du_s = 0, \qquad [10]$$

dove le μ_i sono dei valori che soddisfano alla relazione

$$\sum_1^n{}_i \mu_i \, \lambda_i = 0 \qquad [11]$$

e, per le $du_1, du_2, \ldots, du_n$ considerate, deve essere

$$\sum_1^n{}_r \left(\sum_1^n{}_i \nu_i \, x_{r,s}\right) du_r = 0 , \qquad [12]$$

Digitized by Google

ossia

$$\sum_1^n{}_i \left(\sum_1^n{}_r x_{r,s}\, du_r\right) . \underset{i}{\mu} = 0 \ . \qquad [13]$$

Questo richiede che il determinante dei coefficienti delle μ sia uguale a zero, ossia che sia

$$F_n = 0 \ .$$

Dunque si vede che le direzioni cercate annullano la forma F_n.

Inversamente se una direzione di τ annulla F_n, è possibile determinare delle μ per cui siano soddisfatte le [13], ossia le [12], e quindi essa direzione corrisponde ad un punto singolare della quadrica [10].

È poi evidente che le $\underset{i}{\lambda}$ che sono date dalle [9] per tale direzione soddisfano la [11], e che quindi la [10] appartiene al sistema lineare Σ.

Si conclude che condizione necessaria e sufficiente perchè una direzione di τ si possa contare come doppia nella corrispondenza $(1\ ,\ 2^{n-1})$ considerata è che essa appartenga al cono di equazione $F_n = 0$.

Ora uno spazio ad $n+1$ dimensioni che contiene lo spazio τ ed una delle rette di ν uscente da P, spazio che noi diremo un S_{n+1} tangente a V_n ha con ciascuna delle direzioni ad esso corrispondenti in τ un legame proiettivo, nel senso che ogni proiettività trasforma ogni direzione d tangente a V_n in una direzione d' tangente alla trasformata V_n' di V_n, e l'S_{n+1} tangente a V_n ed associato a d in quello tangente a V_n' ed associato a d'.

Il fatto che due direzioni corrispondenti ad un medesimo S_{n+1} tangente a V_n coincidono è un fenomeno di contatto e quindi è un fatto proiettivo, che noi esprimeremo dicendo che lo S_{n+1} per cui questo avviene è bitangente a V_n.

Allora la totalità delle direzioni doppie corrispondenti agli S_{n+1} bitangenti è un insieme che ha carattere proiettivo, ed infine la forma F_n ha carattere proiettivo.

Digitized by Google

5. — Oss. Per le direzioni di τ per cui $F_n = 0$ il punto Q è all' infinito od indeterminato. È indeterminato per quelle direzioni per cui è contemporaneamente $F_n = 0$ e $G_n = 0$, dove G_n indica uno dei determinanti che si ottengono sostituendo ad una colonna di F_n i primi membri delle [6].

Sarebbe interessante vedere se anche l' insieme di queste direzioni (che è ∞^{n-3}) ha anch' esso carattere proiettivo. Nel caso $n = 3$, trattato dalla Sacilotto, questo insieme sarebbe costituito da un numero finito di direzioni.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 20 febbraio 1929)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Sul problema della normalizzazione nella teoria generale delle varietà abeliane reali.

PER SALVATORE CHERUBINO

(*presentata dal prof. A. Comessatti, s. c., nell' ad. ord. 25 novembre 1928*)

Le due belle Memorie del COMESSATTI sulla teoria generale delle varietà abeliane reali (1), con gli eleganti esempi geometrici in esse trattati, pongono in rilievo come il potersi procurare una tabella di periodi *normali in senso reale* sia di importanza essenziale per le applicazioni, poichè il possesso di una tal tabella presenta il notevole vantaggio di ridursi a maneggiare una matrice di struttura abbastanza semplice, dalla quale si apprende a vista il carattere reale e la forma tipica della simmetria che assicura la realtà della V_ρ.

Il COMESSATTI è riuscito a procurarsi una tabella di periodi normali in senso reale nei due notevoli casi particolari del carattere reale zero e della forma riemanniana a divisori unitari. La risoluzione del problema, in questi due casi, ha avuto bisogno di un' analisi aritmetica assai delicata, che il chiaro Autore supera con sottile acume.

È ovvio pensare che il caso generale debba presentare difficoltà non minori, dal che riesce aumentato l' interesse che il matematico può avere a tentare la risoluzione del problema della normalizzazione reale (2).

(1) *Annali*, s IV, t. II (1924-1925) e t. III (1925-1926).

(2) Al problema ho già accennato nella mia Nota: *Le sostituzioni pseudonormalizzanti e la normalizzazione nella teoria generale delle varietà abeliane reali* [Rend. Lincei, vol. VII, s. 6, fasc. 9 (1928)]. Indicherò questa, in seguito, con Nota IV.

Digitized by Google

Nel caso del carattere reale zero, la normalizzazione riesce sempre effetttuabile su cicli pseudonormali, mentre quando i divisori elementari sono unitarii ed il carattere reale è > 0, la normalizzazione su cicli pseudonormali è possibile soltanto nel caso *diasimmetrico* (1). Nel caso *ortosimmetrico* è invece necessario ricorrere a un altro tipo di cicli (cicli tipici o semi-tipici).

Dunque, nel caso generale, la normalizzazione reale abbisogna di cicli meno particolari di quelli pseudonormali. Siccome, però, il vantaggio di questo tipo di cicli proviene massimamente dal che essi danno luogo ad una matrice di Riemann di cui p colonne sono di periodi reali, $p - \lambda$ di periodi imaginarii puri e soltanto le rimanenti λ sono di periodi complessi (2), conviene, almeno in primo luogo, considerare cicli più generali che conservino questa proprietà (cicli *realizzati*).

È appunto in questo senso che viene qui studiato il problema. E poichè mi sembra che i risultati ottenuti sono già di non scarso interesse, ho creduto utile di renderli noti pubblicando il presente lavoro (3).

Per superare le non lievi difficoltà e la delicatezza della discussione aritmetica del problema, mi è stato di grande aiuto l'algoritmo del *Calcolo delle matrici* e, principalmente, la nozione di *matrice caratteristica* per una simmetria della varietà, recentemente da me introdotta (4), nozione che qui viene più ampiamente studiata.

Come conclusione della ricerca, si raccoglie che la normalizzazione su cicli realizzati è sempre possibile quando una for-

---

(1) Cfr. COMESSATTI, *Mem.* I, n. 11.

(2) Qui si indica con p la irregolarità della varietà e con λ il carattere reale della simmetria che si considera. Il tipo di matrici di Riemann di cui sopra è quello che ho denominato matrici *realizzate* nella Nota: *Sulla nozione di parità e sul carattere reale delle varietà abeliane reali;* I e II [Rend. Lincei, v. VI, s. 6ª, fasc. 9 (1927)]. Citerò queste, in seguito, con *Nota* I e *Nota* II.

(3) Esso contiene una prima serie di osservazioni, alle quali spero di far presto seguire altri risultati che ho allo studio.

(4) *Le matrici caratteristiche delle simmetrie sulle varietà abeliane reali.* [Rend. Lincei, vol. VII, s. 6ª, fasc. 1 (1928)]. Citerò questa, in seguito, con *Nota* III.

Digitized by Google

ma riemanniana alternata principale A trasformata in sè da S sia a determinante *dispari* ed il carattere reale di S sia uno, ed anche quando, essendo il carattere reale λ di S superiore ad uno, la A sia a determinante dispari, ed abbia i primi λ divisori elementari eguali (ossia, potendo A sempre scegliersi primitiva, unitari).

In generale, la condizione neccessaria e sufficiente per la possibilità della normalizzazione su cicli realizzati tipici o semitipici viene espressa con la simmetricità di una certa matrice e con la esistenza di un particolare tipo di matrici caratteristiche minime della S.

§ 1. — Le matrici caratteristiche.

Richiamo di nozioni note (1). Ogni varietà abeliana V_p reale possiede una simmetria S che, scelti p opportuni integrali semplici di prima specie indipendenti (integrali *inerenti* ad S, o *reali* per S) $u_1 \dots u_p$, si rappresenta (a meno di costanti additive inessenziali) con il *coniugio* su detti integrali.

Sulla riemanniana di V_p si fissino arbitrariamente $2p$ cicli primitivi C_k. Agli u_s ed a questi cicli è legata una matrice di Riemann $\omega \equiv \| \omega_{s1} \dots \omega_{s2p} \|$ della varietà V_p — matrice *inerente* ad S sui cicli C_k — per la quale il coniugio sugli u_s dà luogo ad un'antisostituzione riemanniana involutoria la cui matrice dei coefficienti è legata alla S ed ai cicli C_k, ma è indipendente dagli integrali u_s: questa matrice sarà indicata ancora con S.

Questa $S = \| a_{rs} \|$ è unimodulare — precisamente $|S| = (-1)^p$ — e la corrispondente equazione caratteristica $| a_{rs} - \varepsilon_{rs} \rho | = 0$ ha le radici $+1$ e -1, entrambe di molteplicità p.

Interpretando S come un'antiomografia razionale, necessariamente involutoria, dello spazio rappresentativo della matrice ω, a queste due radici corrispondono due spazii razionali, σ e σ^*, entrambi ∞^{p-1}, fondamentali per l'omografia S.

(1) Per queste ed altre nozioni, vedi le citate mie note I - II - III - IV, nonchè le due memorie I e II: *Sulle varietà abeliane reali e sulle matrici di Riemann reali* [Giorn. di Matem., vol. XL e vol. XLI (1922 e 1923)].

Digitized by Google

Siano m ed n due matrici intiere, a p righe e $2p$ colonne, le cui righe diano le coordinate di p punti (razionali) indipendenti dei due spazii σ e σ^*: le righe di queste 2 matrici sono gli intieri caratteristici di 2 gruppi di p periodi simultanei linearmente indipendenti, degli integrali u_s. I p periodi dati dalla m, relativa allo spazio σ corrispondente alla radice $+1$, danno p periodi reali; quelli assegnati dalla n sono invece *imaginarii puri.*

Le matrici m ed n soddisfano alle relazioni

$$m \,.\, S = m\,; \qquad n \,.\, S = -n \tag{1}$$

le quali possono scriversi, complessivamente

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} . S = \begin{pmatrix} m \\ -n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline 0 & -I \end{array}\right) . \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = I_\sigma \,.\, \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} \tag{2}$$

e sono caratteristiche pei periodi simultanei reali, rispettivamente imaginarii puri, degli integrali u_s, sui cicli C_k.

Fra le matrici $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ si dicono *matrici caratteristiche* di S quelle che danno luogo a due *successioni fondamentali di parità*, una *reale* assegnata con m, l'altra *imaginaria pura*, assegnata con n. Ciò significa che ogni altro periodo simultaneo reale (imaginario puro) degli u_s sui cicli C_k — ad eccezione di quelli ad intieri caratteristici tutti pari — ha gli intieri caratteristici paritarii a quelli di una riga di m (di n) o di una somma di righe di m (di n), cioè, il che vale lo stesso, di una combinazione lineare omogenea a coefficienti intieri di queste righe.

Perchè $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ sia una matrice caratteristica di S occorre e basta che, oltre ad essere verificata la (2), le matrici m ed n abbiano entrambe caratteristica massima mod. 2 (cioè esista in entrambe un minore di ordine massimo con determinante dispari).

Se m ed n costituiscono due basi minime rispettivamente di σ e di σ^*, cioè se i minori di ordine massimo di m (di n) hanno determinanti primi fra loro (quindi non tutti pari) allora $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è certo una matrice caratteristica di S, che si dirà *minima.*

Tutte le matrici caratteristiche *minime* di S si ottengono da una qualsiasi, moltiplicando a sinistra per tutte le possibili ma-

Digitized by Google

trici $\left(\begin{array}{c|c} \mu & 0 \\ \hline 0 & \nu \end{array}\right)$ composte mediante due matrici μ, ν, entrambe unimodulari; moltiplicando per tutte le possibili matrici $\left(\begin{array}{c|c} \mu_1 & 0 \\ \hline 0 & \nu_1 \end{array}\right)$, con μ_1 e ν_1 matrici intiere a determinante dispari, si ottengono le matrici caratteristiche di S, minime e non minime.

Se λ è la caratteristica (mod. 2) della matrice intiera $S + I$ (od $S - I$), cioè se λ è il massimo ordine dei minori di questa matrice a determinanti dispari, si riconosce che esiste qualche successione fondamentale di parità reale di cui λ periodi sono paritarii ad altrettanti periodi di una successione fondamentale di parità imaginaria pura e si dice che λ è il carattere reale (1) di S.

Questo carattere non dipende dalla scelta dei cicli primitivi C_k (nè da quella degli integrali u_s): esso eguaglia il massimo numero di periodi reali linearmente indipendenti (mod. 2) che sono paritarii con altrettanti periodi imaginarii puri (2) simultanei per un (qualsiasi) gruppo di p integrali *inerenti* ad S. Perciò, in ogni matrice $\left(\begin{array}{c} m \\ \hline n \end{array}\right)$ caratteristica per S, vi sono sempre λ combinazioni lineari intiere (3) omogenee delle righe di m, indipendenti mod. 2, paritarie con altrettante combinazioni lineari intiere omogenee delle righe di n.

Infine si ricordi che tutte le matrici caratteristiche *minime* di S, — su cicli qualsiansi — hanno determinanti con lo stesso valore assoluto 2^λ.

---

(1) La definizione di cui ora è dovuta anch'essa al COMESSATTI, *Sulle trasformazioni involutorie delle varietà algebriche.* [Atti Ist. Veneto, t. LXXXV (1926)], n. 1. Per la coincidenza con la mia definizione, data mediante le successioni fondamentali di parità, basta por mente alla identità $\left(\begin{array}{c} m \\ \hline g \\ \hline n \end{array}\right) . (S \pm I) . \left(\begin{array}{c} m \\ \hline g \\ \hline n \end{array}\right)^{-1} = I_\lambda \pm I$.

(2) I quali, di conseguenza, sono anch'essi linearmente indipendenti mod. 2. Si tenga presente che, quando diciamo che i periodi sono linearmente indipendenti, mod. 2, vogliamo dire che la matrice dei loro intieri caratteristici è di caratteristica massima, mod. 2.

(3) Cioè a coefficienti intieri.

Digitized by Google

1. — *Lemma preliminare.* Per la migliore esposizione delle proprietà delle matrici caratteristiche, che andremo a esporre, è utile tener conto del seguente (1) :

LEMMA. *Ogni matrice quadrata intiera di determinante dispari è congrua, mod. 2, ad una matrice modulare* (cioè intiera e di determinante eguale a + 1).

La proposisizione è vera se l' ordine della matrice è uno : ammettiamola quindi per l' ordine h e dimostriamola per l' ordine $h + 1$.

Se m, di ordine $h + 1$, è a determinante dispari, ossia possiede caratteristica massima, mod. 2, almeno uno dei minori complementari degli elementi di una qualsiasi riga o colonna sarà a determinante anch' esso dispari. Fissiamo, ad es., la prima riga e supponiamo che l' elemento a, il cui minore complementare D è a determinante dispari, sia stato portato al primo posto, cosicchè scriveremo, a meno dell' ordine delle colonne

$$M = \begin{Vmatrix} a & \cdots\cdots \\ \vdots & \\ \vdots & D \\ \vdots & \end{Vmatrix}$$

Poichè D è di ordine h, esisterà una matrice D', dello stesso ordine, congrua con D, mod. 2, e di determinante unitario. Si consideri perciò la matrice

$$M' = \begin{Vmatrix} a & \cdots\cdots \\ \vdots & \\ \vdots & D' \\ \vdots & \end{Vmatrix}$$

che si ottiene da M sostituendo D con D', mentre i rimanenti elementi restano inalterati. Questa M' sarà congrua con M, mod. 2, ed il suo determinante sarà dispari, come $|M|$. Poniamo $|M'| = 2\delta + 1$ e consideriamo l' altra matrice

(1) Debbo la dimostrazione di questo lemma alla cortesia del prof. COMESSATTI. Su esso e su altre questioni riguardanti le matrici intiere nel corpo C_2, quali appunto sono le matrici caratteristiche delle varietà abeliane reali, avremo occasione di ritornare in un prossimo lavoro.

Digitized by Google

$$M'' = \left\| \begin{array}{c|c} a - 2\delta \ldots & \\ \vdots & \\ \vdots & D' \end{array} \right\|$$

che si ottiene da M′ con la sola sostituzione di a con $a - 2\delta$.

Risulterà

$$M'' \equiv M' \equiv M \qquad (\text{mod. } 2)$$

ed

$$|M''| = |M'| - 2\delta \,.\, |D| = 1 \quad ,$$

onde il lemma è dimostrato.

Ne segue immediatamente il:

Corollario I. *Se una matrice intiera è di caratteristica* h, *mod.* 2, *essa è sempre congrua, mod.* 2, *ad una matrice che contiene un minore di ordine* h, *modulare.*

Ricordando che (Frobenius) perchè una matrice intiera sia inseribile in una matrice unimodulare occorre e basta che i suoi minori di ordine massimo abbiano determinanti primi fra loro ed osservando che ciò accade se, ad es., uno di questi minori è a determinante eguale a ± 1, si ha subito il:

Corollario II. *Se una matrice intiera è di caratteristica massima mod.* 2, *essa, a meno di congruenze mod.* 2, *è inseribile in una matrice unimodulare.*

Cioè a dire esiste una matrice congrua alla data, mod. 2, le cui righe (o colonne) appartengono ad una matrice unimodulare.

2. *Matrici regolari, semiregolari, irregolari.* Una matrice caratteristica $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ di S, di carattere reale λ, si dice *regolare* quando le prime λ righe di m sono ordinatamente paritarie alle prime λ di n.

Basta considerare 2 successioni fondamentali di parità, una reale, l'altra imaginaria pura, di cui λ periodi reali siano paritari ad altrettanti imaginarii puri per avere una (quindi infinite) matrici caratteristiche *regolari.*

A noi però interessa assodare che:

a) *esiste una matrice caratteristica di* S *che è insieme minima e regolare. Quindi, appena* $p > 1$, *ne esistono infinite.*

Digitized by Google

Sia $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ una matrice caratteristica minima per S, di carattere reale λ. Esisteranno λ combinazioni lineari intiere omogenee delle righe di m, indipendenti mod. 2, paritarie ad altrettante analoghe combinazioni delle righe di n. Cioè a dire, esistono due matrici intiere, ρ_1 e ρ_2, di tipo (λ, p) e caratteristica massima mod. 2, tali che

$$\rho_1 . m \equiv \rho_2 . n \qquad \text{(mod. 2)} \qquad (3)$$

Pel corollario II, queste matrici ρ_1 e ρ_2 sono inseribili, a meno di congruenze mod. 2, in due matrici unimodulari, di ordine p. Dette queste θ_1 e θ_2, si avranno le congruenze

$$\left\| \frac{\rho_1}{0} \right\| \equiv I^{(\lambda)} . \theta_1 \text{ (mod. 2)}; \quad \left\| \frac{\rho_2}{0} \right\| \equiv I^{(\lambda)} . \theta_2 \text{ (mod. 2)} \qquad (4)$$

ove

$$I^{(\lambda)} = \left\| \frac{I}{0} \middle| \frac{0}{0} \right\|$$

essendo I la matrice identica, di ordine λ.

Dalla (3) - (4) segue l'altra congruenza:

$$I^{(\lambda)} \theta_1 . m \equiv I^{(\lambda)} \theta_2 . n \qquad \text{(mod. 2)} \qquad (5)$$

la quale ci assicura che la matrice

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \left(\frac{\theta_1}{0} \middle| \frac{0}{\theta_2} \right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1 m \\ \theta_2 n \end{pmatrix} , \qquad (6)$$

poichè θ_1 e θ_2 sono unimodulari, è anch'essa caratteristica minima per S ed è appunto regolare.

Da quanto ora si è visto, si deduce che:

b) *data una matrice caratteristica per* S, *sia* $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, *esiste sempre una coppia — quindi ne esistono infinite — di matrici unimodulari di ordine* p, *siano* θ_1 *e* θ_2, *tali che la matrice* $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ *data dalla* (6) *risulti regolare.*

Una coppia di matrici come (θ_1, θ_2) si dice *coppia regolarizzatrice* di $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$: se $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è minima, anche $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$, data dalla (6), è minima.

Digitized by Google

Se $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è già regolare, una sua coppia regolarizzatrice è certo la (I, I). Se invece una coppia regolarizzatrice di $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è del tipo

$$\theta_1 = \left(\begin{array}{c|c} \theta & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right); \quad \theta_2$$

con θ matrice unimodulare di ordine λ, cioè se esistono λ combinazioni lineari intiere omogenee delle prime λ righe di m che sono ordinatamente paritarie ad altrettante combinazioni lineari intiere omogenee delle righe di n, diremo che la $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è *semiregolare.*

Se la $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ non è nè regolare nè semiregolare si dirà che $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è *irregolare.*

È evidente che:

c) *per ogni* S, *su cicli primitivi qualsiansi, esistono* (*infinite*) *matrici regolari,* (*infinite*) *matrici semiregolari e* (*infinite*) *matrici irregolari.*

3. — *Cicli reali e cicli imaginarii puri* (1). Sulla riemanniana di V_p, per passare da un sistema di cicli primitivi C_k ad un altro C'_k pure di cicli primitivi, basta effettuare sui primi $2p$ combinazioni lineari intiere omogenee la cui matrice dei coefficienti sia unimodulare. Detta T questa matrice, indicheremo questa operazione con la scrittura:

$$(C'_1 \ldots . C'_{2p}) = (C_1 \ldots . C_{2p}) \, . \, T_{-1}$$

Allora, se i parametri u_s, inerenti ad S, restano fermi, la matrice riemanniana ω, legata ai cicli C_k, si scambia nell'altra

$$\omega' = \omega \, . \, T_{-1}$$

che apparterrà agli stessi u_s, sui cicli C'_k.

---

(1) Le definizioni di cui appresso coincidono con le note definizioni date dal COMESSATTI nella sua Mem. I.

Digitized by Google

La simmetria S continuerà a rappresentarsi con il coniugio sugli u_s, ma la matrice intiera S che ed essa appartiene sui cicli C_k si trasformerà nella

$$S' = T \,.\, S \,.\, T^{-1}$$

appartenente alla stessa simmetria, sui cicli C'_k. Corrispondentemente, ogni matrice caratteristica $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ legata ai cicli C_k, si trasformerà in una

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} . T^{-1}$$

che sarà una matrice caratteristica della stessa simmetria, sui cicli C'_k.

Se la matrice T è intiera, ma non è unimodulare, le relazioni ora scritte continueranno a valere e potrebbero ancora aver significato (1), però i cicli trasformati C'_k non saranno più primitivi.

Se per T si sceglie una matrice caratteristica $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, *minima* per S sui cicli C_k, scriveremo

$$(A_1, \ldots, A_p ; B_1, \ldots, B_p) = (C_1, \ldots, C_{2p}) \,.\, \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}$$

ossia

$$(A_1, \ldots, A_p) = (C_1, \ldots, C_{2p}) \,.\, m_{-1}$$
$$(B_1, \ldots, B_p) = (C_1, \ldots, C_{2p}) \,.\, n_{-1} \,.$$

La matrice trasformata ω', legata agli stessi u_s sui nuovi cicli (A, B), diventa

$$\omega' = (\alpha \mid \pi) = \omega \,.\, \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}$$

dove $\alpha = \omega \,.\, m_{-1}$ e $\pi = \omega \,.\, n_{-1}$ sono due matrici quadrate di ordine p, la prima ad elementi tutti reali, la seconda ad elementi tutti imaginarii puri (o in parte nulli).

---

(1) Ad es., quando S' ed $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ risultino anch' esse intiere come nel caso qui appresso considerato.

Digitized by Google

Perciò i cicli $A_1, \ldots, A_p$ si dicono *cicli reali* per S, mentre i cicli $B_1, \ldots, B_p$ si dicono *cicli imaginarii puri* per S. Si osservi che i cicli A ed i cicli B sono *separatamente* primitivi, mentre i cicli (A, B) risultano primitivi allora e solo allora che la S è di carattere reale nullo, Quest' ultimo fatto è evidente perchè ogni matrice caratteristica *minima* di S ha per valore assoluto del suo determinante il numero 2^λ; ricordando poi che, essendo $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ minima, la matrice m è certo inseribile in una matrice unimodulare, si riconosce che i cicli A possono sempre supporsi appartenenti ad un sistema di $2p$ cicli primitivi; altrettanto avviene pei B.

Un sistema di cicli come gli (A, B) lo diremo sistema di cicli *pseudo - tipici* per S. Cioè a dire: per sistema di cicli *pseudo - tipici* per S si intende un sistema di cicli di cui i primi p e gli ultimi p fanno separatamente parte di due sistemi di cicli primitivi di V_p e tali che un qualsiasi sistema di integrali u_s, inerenti ad S, abbia sui primi p cicli periodi tutti reali e sugli ultimi p cicli periodi tutti imaginarii puri.

Su questi cicli (A; B), qualunque sia la $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ che si è scelta per la trasformazione, la matrice S si riduce sempre alla

$$I_o = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline 0 & -I \end{array}\right)$$

che si dirà forma *pseudo - tipica* della simmetria S.

Le matrici caratteristiche di S, sui cicli (A; B), si riducono a tutte e sole le matrici del tipo $\left(\begin{array}{c|c} \mu & 0 \\ \hline 0 & \nu \end{array}\right)$, con μ e ν due matrici intiere qualsiansi, di ordine p e determinante dispari: fra esse vi è dunque sempre la matrice identica. Infatti, ogni matrice caratteristica di S è del tipo $\left(\begin{array}{c|c} \mu & 0 \\ \hline 0 & \nu \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, cosicchè le trasformate sono le

$$\left(\begin{array}{c|c} \mu & 0 \\ \hline 0 & \nu \end{array}\right) \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} \mu & 0 \\ \hline 0 & \nu \end{array}\right).$$

È utile rilevare che:

Tutti i possibili sistemi di cicli pseudo - tipici si ottengono

Digitized by Google

trasformando un qualsiasi sistema di cicli primitivi C_k, *con tutte le possibili sostituzioni le cui matrici dei coefficienti sono caratteristiche minime di* S, *sui cicli* C_k.

Perchè, infatti, p cicli primitivi reali imaginarii puri per S non possono ottenersi dai C_k se non operando su essi con una matrice m (una n) che sia inseribile in una matrice unimodulare e che dia luogo a p periodi simultanei reali per gli u_s.

4. — *Matrici caratteristiche unimodulari.* Se il carattere reale λ di S non è nullo, le sue matrici caratteristiche minime non sono unimodulari, quindi non esistono sistemi di $2p$ cicli che siano contemporaneamente primitivi e pseudo-tipici.

Un sistema di cicli di V_p si dirà *realizzato* per S se primitivo coi primi p cicli reali e gli ultimi $p - \lambda$ imaginarii puri (per S).

Ci proponiamo di dimostrare che:

a) *se la simmetria* S *è di carattere reale* $\lambda > 0$, *esistono sistemi di cicli primitivi realizzati per* S. *Se* $\lambda = 0$, *per sistema realizzato si può prendere un qualsiasi sistema pseudo-tipico.*

Sia, infatti, $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ una matrice caratteristica minima *regolare* per S, e si consideri la matrice [1]

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix} = P_\lambda \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline \frac{1}{2} I^{(\lambda)} & I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \end{array} \right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} m \\ \hline \frac{1}{2}[I^{(\lambda)} m - I^{(\lambda)} n] + [I - I^{(\lambda)}] n \end{pmatrix} \quad (7)$$

che si ottiene da $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ sostituendo le righe di ordine $p+1 \ldots p+\lambda$ con le semidifferenze fra le prime λ righe di m e quelle ad esse paritarie di n. Poichè

$$I^{(\lambda)} \cdot m \equiv I^{(\lambda)} \cdot n \qquad (\text{mod. } 2)$$

e poichè $|P_\lambda| = \left(-\frac{1}{2}\right)^\lambda$ questa $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}$ è una matrice unimodu-

(1) Già introdotta nella nota III.

Digitized by Google

lare. Inoltre, detti $(A_1 \dots A_p ; B_1 \dots B_p)$ i cicli che si ottengono dai C_k operandovi la matrice $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, si ha

$$(C_1 \dots C_{2p}) \cdot \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}_{-1} = (A_1 \dots A_p ; B_1^* \dots B_\lambda^* , B_{\lambda+1} \dots B_p)$$

dove

$$B_i^* = \frac{1}{2}(A_i - B_i) \qquad i = 1, 2, \dots, \lambda$$

il che dimostra appunto ciò che volevamo.

Anzi, si può dimostrare addirittura che:

b) *esistono sistemi di cicli realizzati per* S, *i cui primi* p *cicli coincidono con* p *cicli reali primitivi prefissati a piacere.*

Siano $A_1 A_2 \dots A_p$ p cicli primitivi reali ottenuti operando sui C_k una matrice m fissata a piacere, e consideriamo una matrice caratteristica $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ di S le cui prime p righe coincidono con quelle di m.

A questa $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è collegato il sistema pseudo-tipico (A, B), i cui primi p cicli sono quelli fissati. Se $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è regolare, con la dimostrazione data per la *a*) risulta dimostrata anche questa *b*).

Se $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ non è regolare, sia (θ_1, θ_2) una sua coppia regolarizzatrice, cosicchè $\begin{pmatrix} \theta_1 & m \\ \theta_2 & n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ è regolare.

Allora i cicli

$$(A' ; B') = (A ; B) \cdot \left(\begin{array}{c|c} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{array}\right)_{-1} = (A\,\theta_{1,-1} ; B\,\theta_{1,-1}) =$$

$$= (C_1 \dots C_{2p}) \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}_{-1}$$

sono anch'essi pseudo-tipici per S. Cosicchè, posto

$$\begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix} = P_\lambda \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$$

si ha che i cicli

$$(A'_1 \dots A'_p ; B'^*_1 \dots B'^*_\lambda B'_{\lambda+1} \dots B'_p) = (C_1 \dots C_{2p}) \cdot \begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}_{-1}$$

Digitized by Google

sono realizzati. Basta ora operare su questi con la matrice unimodulare $\left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{-1} & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right)$ per ritornare dagli A' agli A e così dimostrare il teorema.

I cicli realizzati cui così si perviene si son dunque ottenuti dai cicli primitivi $(C_1 \ldots . C_{2p})$ operando su questi la sostituzione unimodulare.

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^* = \left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{-1} & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right) \cdot P_\lambda \cdot \left(\begin{array}{c|c} \theta_1 & 0 \\ \hline 0 & \theta_2 \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = P_\lambda^* \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline \frac{1}{2} I^{(\lambda)} \theta_1 & \left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)}\right] \theta_2 \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} m \\ \hline \frac{1}{2} [I^{(\lambda)} \theta_1 m - I^{(\lambda)} \theta_2 n] + [I - I^{(\lambda)}] \theta_2 n \end{pmatrix} \quad (8)$$

Si introduce così la matrice unimodulare $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^*$ che si chiama *matrice caratteristica unimodulare* di S.

Osserviamo che, dalla (8), segue che

$$\left(\begin{array}{c|c} \theta_1 & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^* = P_\lambda \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix} \quad (9)$$

ove $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1 m \\ \theta_2 n \end{pmatrix}$.

Dalla unimodularità di $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^*$ e di θ_1 si deduce quella di $\begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}$, cosicchè (1) la relazione

$$P_\lambda \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}$$

insieme alla

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} \cdot S = I_o \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} \quad (10)$$

---

(1) Nota IV, n. 2. Si osservi che ivi la dimostrazione è fatta appunto per le matrici caratteristiche minime *regolari*.

Digitized by Google

ci assicura che $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ è una matrice caratteristica minima regolare per S.

Dalla stessa (8), se alla unimodularità di $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^*$ e di θ_1, si aggiunge quella di θ_2, poichè

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{-1} & 0 \\ \hline 0 & \theta_2^{-1} \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} \qquad (10')$$

si ha che anche $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è una matrice caratteristica minima per S.

Considerando allora le 2 matrici

$$P_\lambda = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline \frac{1}{2} I^{(\lambda)} & I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \end{array}\right); \quad P_\lambda^* = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline \frac{1}{2} I^{(\lambda)} \theta_1 & \left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)}\right] \theta_2 \end{array}\right) \qquad (11)$$

di cui la seconda si riduce alla prima quando $\theta_1 = \theta_2 = I$, e dicendo che, in quest' ultimo caso, la $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^*$ è *regolare* (quindi si indicherà senza asterisco, come nella (7)) si può enunciare che:

c) *Affinchè una matrice intiera* $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, *soddisfacente alla* (10), *sia caratteristica minima per* S *occorre e basta che, moltiplicata a sinistra per una* P_λ^* *(o per una* P_λ*) dia luogo ad una matrice anch' essa unimodulare. Nel primo caso, la coppia* (θ_1, θ_2) *di matrici unimodulari che figurano in* P_λ^* *è una coppia regolarizzatrice di* $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ *(mentre nel secondo* $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ *è regolare).*

5. — *Forma tipica di una simmetria.* Operando sui cicli C_k una sostituzione avente per matrice dei coefficienti una $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^*$ di S, questa S, sui nuovi cicli, corrisponderà alla matrice

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^* \cdot S \cdot \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{*-1} = P_\lambda^* \cdot I_\sigma \cdot P_\lambda^{*-1} = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline I^{(\lambda)} \theta_1 & -I \end{array}\right) = I_\lambda^* \qquad (12)$$

Questa I_λ^* si dirà forma *tipica* della simmetria S ed i cicli

$$(C_1 \ldots . C_{2\mu}) \cdot \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}_{-1}^* \qquad (12')$$

Digitized by Google

che sono cicli *realizzati*, si diranno *realizzati tipici* o semplicemente *tipici* per la S.

Se $\theta_1 = I$, nell'ultimo membro della (12) si sopprimerà l'asterisco, la forma tipica I_λ si dirà *regolare* (1), ed i cicli corrispondenti si diranno cicli *tipici regolari*, o *pseudonormali* (Comessatti). Se invece $\theta_1 = \left(\begin{array}{c|c} \theta & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right)$, si dirà di avere a che fare con una forma *tipica semiregolare* e con cicli *tipici semiregolari*. Se il carattere reale λ è nullo, i cicli pseudo-tipici sono anche tipici, e la forma pseudo-tipica di S è anche tipica.

Se Q è una matrice unimodulare tale che

$$Q \cdot S \cdot Q^{-1} = I_\lambda^*$$

sarà anche

$$(P_\lambda^{*-1} Q) \cdot S \cdot (P_\lambda^{*-1} Q)^{-1} = I_o$$

onde, posto

$$P_\lambda^{*-1} Q = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

questa $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ verifica la (2). E poichè $Q = P_\lambda^* \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ si è supposta unimodulare, dalla c) del n. prec., segue che $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è caratteristica minima per S, di coppia regolarizzatrice (θ_1, θ_2), data dalla P_λ^*, cosicchè Q è una matrice caratteristica unimodulare di S.

Si è dunque ottenuto che:

Le sostituzioni unimodulari che riducono la S *a forma tipica (regolare o no) sono tutte e sole quelle le cui matrici dei coefficienti sono caratteristiche unimodulari per* S. *Cioè a dire: le sostituzioni predette, operate sui cicli* C_k *cui corrispondono, sono tutte e sole quelle che trasformano i cicli* C_k *in cicli tipici.*

6. — *Matrici semi-minime, matrici semi-minime unimodulari, forma semi-tipica della simmetria.*

Sia $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ una matrice caratteristica minima di S e consideriamo la matrice

(1) Questa non è che quella già considerata dal Comessatti, nel lavoro più volte citato.

Digitized by Google

$$\begin{pmatrix} \mu_1 m \\ n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \mu_1 & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

dove μ_1 è una matrice intiera quadrata di ordine p, *a determinante dispari*. Questa $\begin{pmatrix} \mu_1 m \\ n \end{pmatrix}$ risulta una matrice caratteristica di S che sarà minima solo quando μ_1 è unimodulare: quindi, mentre n dà sempre una base minima di σ^*, la matrice $\mu_1\ m$ non dà più una base minima, ma soltanto una successione fondamentale di parità reale per gli u_s, sui cicli C_k.

Una matrice come questa $\begin{pmatrix} \mu_1 m \\ n \end{pmatrix}$ sarà detta caratteristica *semi-minima* per S. Sia (θ_1, θ_2) una coppia regolarizzatrice di questa matrice semi-minima: la matrice

$$\left(\begin{array}{c|c} \theta_1 & 0 \\ \hline 0 & \theta_2 \end{array}\right) \begin{pmatrix} \mu_1 m \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1 \mu_1 \cdot m \\ \theta_2 \cdot n \end{pmatrix}$$

risulterà regolare, ma resterà semi-minima.

I cicli $(C_1 \ldots . C_{2p}) \cdot \begin{pmatrix} \mu_1 m \\ n \end{pmatrix}_{-1}$ non sono pseudo-tipici, perchè solo gli ultimi p sono primitivi. Però i primi p sono sempre *reali* e gli ultimi p imaginarii puri per S, e su essi la simmetria S assume ancora la forma I_o.

Se, invece della (8), consideriamo la matrice

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{**} = \left(\begin{array}{c|c} \mu_1 & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right)^{-1} \left(\begin{array}{c|c} \theta_1 & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right)^{-1} \cdot P_\lambda \cdot \left(\begin{array}{c|c} \theta_1 & 0 \\ \hline 0 & \theta_2 \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} \mu_1 m \\ n \end{pmatrix} \qquad (8)'$$

dove (θ_1, θ_2) è una coppia regolarizzatrice della matrice semi-minima $\begin{pmatrix} \mu_1 m \\ n \end{pmatrix}$, si ha ancora una matrice unimodulare. Infatti risulta

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{**} = \left(\begin{array}{c|c} \mu_1 & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right)^{-1} \cdot P_\lambda^* \cdot \left(\begin{array}{c|c} \mu_1 & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

onde, ponendo

$$P_\lambda^{**} = \left(\begin{array}{c|c} \mu_1 & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right)^{-1} \cdot P_\lambda^* \cdot \left(\begin{array}{c|c} \mu_1 & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline \frac{1}{2} I^{(\lambda)} \theta_1 \mu_1 & \left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)}\right] \theta_2 \end{array}\right)$$

Digitized by Google

si ha

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{**} = P_{\lambda}^{**} \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ \hline \frac{1}{2}\,[I^{(\lambda)}\theta_1\mu_1 m - I^{(\lambda)}\theta_2 n] + [I - I^{(\lambda)}]\theta_2 n \end{pmatrix} \quad (8)''$$

ove $|P_{\lambda}^{**}| = \left(-\frac{1}{2}\right)^{\lambda}$. Queste (8)′ — (8)″ si riducono alle (8) se $\mu_1 = 1$. Una matrice come questa $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{**}$, quando μ_1 sia a determinante dispari, *ma non unimodulare*, si dirà una matrice caratteristica unimodulare *semi - minima* per S. Si rilevi che, se invece μ_1 fosse unimodulare, questa (8)′ sarebbe *minima*, perchè infatti la matrice $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, caratteristica minima per S, ammette come coppia regolarizzatrice la coppia $(\theta_1\mu_1, \theta_2)$.

I cicli

$$(C_1 \ldots . C_{2\rho}) \cdot \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{**}_{-1} \quad (12)''$$

sono realizzati.

Infatti, posto

$$\begin{aligned} (C_1 \ldots . C_{2\rho}) \cdot m_{-1} &= (A_1 \ldots . A_\rho) \\ (C_1 \ldots . C_{2\rho}) \cdot n_{-1}\theta_{2-1} &= (B'_1 \ldots . B'_\rho) \\ (C_1 \ldots . C_{2\rho}) \cdot m_{-1}\mu_{1-1}\theta_{1-1} &= (A''_1 \ldots . A''_\rho) \end{aligned}$$

dove gli A sono primitivi e reali, i B′ sono primitivi ed imaginarii puri mentre gli A″ sono reali, ma non primitivi, risulta

$$(C_1 \ldots . C_{2\rho}) \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{**}_{-1} = (A_1 \ldots . A_\rho ; B_1^{**} \ldots . B_\lambda^{**}, B'_{\lambda+1} \ldots B'_\rho)$$

con

$$B_i^{**} = \frac{1}{2}\,(A_i'' - B_i')$$

Questi cicli (12)″ si diranno *realizzati semi - tipici*, o soltanto *semi - tipici*: essi diventan tipici come i (12)′ quando μ_1 è unimodulare.

Digitized by Google

Su questi cicli semi - tipici, la simmetria S corrisponderà alla matrice

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{**} . S . \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{**-1} = P_\lambda^{**} . I_o . P_\lambda^{**-1} = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline I^{(\lambda)}\ \theta_1\ \mu_1 & -I \end{array}\right) = I_\lambda^{**} \quad (12)^*$$

che si dirà forma *semi - tipica* della S.

Anche qui si potrà parlare di forme e di cicli semi - tipici regolari e semiregolari, secondo che $\theta_1 = I$, ovvero

$$\theta_1 = \left(\begin{array}{c|c} \theta & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right),$$

e si potrà dimostrare un teorema analogo a quello con cui si chiude il n. prec.

7. — *Matrici associate.* Come si vedrà nel § seguente, è utile, insieme alla matrice caratteristica minima $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, considerare la sua reciproca $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1}$ e una matrice dedotta da questa nel modo che ora esporremo.

Se $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è regolare, si ha

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{-1} . P_\lambda = \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{-1} . \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline \frac{1}{2} I^{(\lambda)} & I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \end{array}\right) . \quad (13)$$

Onde, ponendo $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} = (m^*, n^*)$ e ricordando che $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{-1}$ è unimodulare, si rileva che $2\,m^*$ e $2\,n^*$ sono 2 matrici intiere di tipo $(2p, p)$ le cui ultime $p - \lambda$ colonne sono di elementi tutti pari, mentre in ciascuna delle prime λ colonne vi è almeno un elemento dispari. Cioè, in m^*, n^* le prime λ colonne sono di elementi razionali di denominatore due, con almeno un elemento non intiero in ciascuna colonna, mentre le rimanenti $p - \lambda$ colonne sono di elementi tutti intieri.

Perchè infatti, dalla (13) si ha

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} . P_\lambda^{-1} = (m^*, n^*) . \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline I^{(\lambda)} & I - 3\,I^{(\lambda)} \end{array}\right) \quad (14)$$

Digitized by Google

cosicchè, se, ad es., tutti gli elementi della colonna $j^{m\,a}$ $(j \leqq \lambda)$ di $2n^*$ fossero pari, quindi quelli della colonna $j^{m\,a}$ di n^* fossero intieri, gli elementi della colonna $(p+j)^{m\,a}$ di $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{-1}$ sarebbero tutti pari, il che è incompatibile con la unimodularietà di questa matrice.

Inoltre, affinchè le prime λ colonne di $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{-1}$ siano, come devono essere, tutte di intieri, da questa stessa (14) si rileva che le prime λ colonne di $2m^*$ devono essere ordinatamente paritarie alle prime λ colonne di $2n^*$, dal che segue che anche in ciascuna delle prime λ colonne di $2m^*$, come in quelle di $2n^*$, vi è un elemento dispari.

Nelle due matrici $2m^*$ e $2n^*$ si dimezzino gli elementi delle ultime $p - \lambda$ colonne: si ottengono così due matrici intiere M ed N che soddisfanno alla relazione

$$(M,\ N) = (2m^*,\ 2n^*) \left(\begin{array}{c|c} \frac{1}{2}[I + I^{(\lambda)}] & 0 \\ \hline 0 & \frac{1}{2}[I + I^{(\lambda)}] \end{array} \right) = \tag{15}$$

$$= \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{array}{c|c} I + I^{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & I + I^{(\lambda)} \end{array} \right).$$

Dalla (2) segue anche

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}^{-1} \cdot S_{-1}^{-1} = I_o \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}^{-1}$$

onde, essendo $S^{-1} = S$, quindi $S_{-1}^{-1} = S_{-1}$ e notando che I_o ed il secondo fattore del terzo membro della (15) sono permutabili, si ha anche

$$(M,\ N)_{-1} \cdot S_{-1} = I_o \cdot (M,\ N)_{-1}\ . \tag{16}$$

Dalla (15) si vede che $(M, N)_{-1}$ ha determinante eguale a $\pm 2^{\lambda}$. Ne segue che i minori di ordine massimo di M sono primi fra loro, perchè infatti, se M avesse i determinanti dei minori di ordine massimo tutti divisibili per $d > 1$, il determinante di (M, N) sarebbe divisibile per $2^{\lambda} \cdot d$, come si vede supponendo

Digitized by Google

di aggiungere alle prime λ colonne di N le corrispondenti (paritarie) di M. Analogamente per N: dunque M_{-1} ed N_{-1} hanno i determinanti dei minori di ordine massimo primi fra loro e perciò la (16) ci dice che M_{-1} ed N_{-1} danno luogo a due basi minime per gli spazii fondamentali razionali dell'omografia razionale involutoria di matrice S_{-1}, corrispondenti alle due radici (multiple di ordine p) $+1$ e -1 della sua equazione caratteristica.

Questa (M, N) si dice matrice *associata* alla $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$.

Se $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ non è regolare, dalla (8) si ha:

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{*-1} \cdot P_\lambda^* = \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{*-1} \cdot \left(\frac{I}{\frac{1}{2} I^{(\lambda)} \theta_1} \middle| \frac{0}{\left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \right] \theta_2} \right) \qquad (13)'$$

ovvero anche

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{*-1} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} \cdot P_\lambda^{*-1} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(\frac{\theta_1}{0} \middle| \frac{0}{\theta_2} \right)^{-1} \cdot P_\lambda^{-1} \cdot \left(\frac{\theta_1}{0} \middle| \frac{0}{I} \right) = \begin{pmatrix} \theta_1^{-1} \cdot m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}^{-1} \qquad (14)'$$

ove $\begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}$ è la matrice caratteristica unimodulare regolare corrispondente alla matrice caratteristica minima regolare

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1 m \\ \theta_2 n \end{pmatrix}.$$

Si potrà dunque porre, con la (15):

$$(M', N') = \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(\frac{I + I^{(\lambda)}}{0} \middle| \frac{0}{I + I^{(\lambda)}} \right) = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(\frac{\theta_1^{-1} [I + I^{(\lambda)}]}{0} \middle| \frac{0}{\theta_2^{-1} [I + I^{(\lambda)}]} \right) \qquad (17)$$

dove (M', N') è la matrice (intiera) *associata* alla $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$.

Digitized by Google

Ponendo

$$(M,\ N) = (M',\ N') \cdot \left(\begin{array}{c|c} \theta_1 & 0 \\ \hline 0 & \theta_2 \end{array}\right) = (M'\,\theta_1,\ N'\,\theta_2) \qquad (18)$$

risulta

$$(M,\ N) = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{-1}\,[I + I^{(\lambda)}]\,\theta_1 & 0 \\ \hline 0 & \theta_2^{-1}\,[I + I^{(\lambda)}]\,\theta_2 \end{array}\right) . \qquad (18)'$$

Si dirà ancora che questa (M , N) è associata ad $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ e si riconosce immediatamente che anche essa soddisfa alla (16).

§ 2. — **Applicazione alle forme riemanniane principali.**

8. — Data la simmetria S, esiste, com'è noto, una (almeno) forma riemanniana alternata principale

$$A \equiv \sum_{rj}^{1 \ldots 2p} c_{rj}\, x_r\, y_j = 0 \qquad c_{rj} = -\, c_{jr}$$

trasformata in sè da S. Esattamente (1) si ha

$$S_{-1} \cdot A \cdot S = -\,A = A_{-1} \qquad (19)$$

cioè

$$\sum_{rj} c_{rj}\, a_{rt}\, a_{ju} = -\,c_{tu} = c_{ut} \qquad u,\ t = 1,\ 2,\ \ldots,\ 2p \qquad (19)'$$

essendo $S = \| a_{rs} \|$.

Dire che A è una forma riemanniana per la matrice ω, significa che ha luogo la relazione in matrici $\omega\, A\, \omega_{-1} = 0$; cosicchè, se sui cicli C_k si opera una sostituzione di matrice T, poichè si ha $\omega' = \omega \cdot T_{-1}$, onde $\omega = \omega'\, T_{-1}^{-1}$, la relazione precedente diventa

$$\omega' \cdot T_{-1}^{-1}\, A T^{-1} \cdot \omega'_{-1} = 0$$

cioè la A si trasforma nella forma riemanniana di matrice $T_{-1}^{-1}\, A T^{-1}$. Perciò, se sui C_k si esegue la sostituzione di matrice $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, la A si trasforma nella

(1) Cfr. Nota IV, n. 3 e Mem. I. n. 14.

Digitized by Google

$$A^* = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}^{-1} . A . \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}^{-1} \qquad (20)$$

e poichè S si trasforma (Cfr. n. 3) in I_o, la (19) ci dà [1]

$$I_o A^* I_o = - A^*$$

quindi

$$A^* = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c^* \\ \hline - c^*_{-1} & 0 \end{array} \right) \qquad (21)$$

dove c^* è una matrice quadrata *razionale*, di ordine p.

È bene rilevare esplicitamente che può scriversi anche:

$$A^* = \sum_{sk} c^*_{s\,p+k} (x_s y_{p+k} - x_{p+k} y_s) \qquad (20)'$$

e ricordare che i cicli $(C_1 \ldots C_{z_p}) . \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}$ sono *pseudo-tipici.*

Per avere coefficienti intieri, se $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è regolare basterà porre, tenendo presente la (15):

$$A^{**} = (M, N)_{-1} . A . (M, N) =$$
$$= \left(\begin{array}{c|c} I + I^{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & I + I^{(\lambda)} \end{array} \right) . A^* . \left(\begin{array}{c|c} I + I^{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & I + I^{(\lambda)} \end{array} \right) \qquad (22)$$

con che si ha

$$A^{**} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c^{**} \\ \hline - c^{**}_{-1} & 0 \end{array} \right) \qquad (22)'$$

ove

$$c^{**} = [I + I^{(\lambda)}] . c^* . [I + I^{(\lambda)}] \qquad (23)$$

è una matrice quadrata intiera, di ordine p.

Se invece $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ non è regolare, si porrà ancora

$$A^{**} = (M, N)_{-1} . A . (M, N) = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c^{**} \\ \hline - c^{**}_{-1} & 0 \end{array} \right) \qquad (22)_1$$

e, causa la (18)', si otterrà

$$c^{**} = \theta_{1_{-1}} [I + I^{(\lambda)}] . \theta^{-1}_{1_{-1}} c^* \theta^{-1}_2 . [I + I^{(\lambda)}] \theta_2 . \qquad (23)_1$$

---

(1) Ibidem. Cfr. anche la prima parte del n. 10 della citata Mem. I del COMESSATTI.

Digitized by Google

In ogni caso, per rendere intieri i coefficienti di A*, basterà moltiplicarli per 4, ottenendo

$$4\,A^* = 2\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}^{-1} . A . 2\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}^{-1} .$$

E poichè

$$2\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}^{-1} = (2\,m^*,\ 2\,n^*)_{-1}$$

le (20) — (21) danno

$$4\,c^*_{sp+k} = \sum_{ij} c_{ij} . 2\,m^*_{rs} . 2\,n^*_{jk} \qquad s,\ k = 1,\ 2, \ldots, p \qquad (24)$$

Se $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ è regolare, le ultime $p - \lambda$ righe delle matrici $2\,m^*$, $2\,n^*$ sono necessariamente pari, perciò dalle (24) si ha che la matrice $4\,c^*$ è del tipo

$$4\,c^* = \left(\begin{array}{c|c} c^*_1 & 2\,c^*_2 \\ \hline 2\,c^*_3 & 4\,c^*_4 \end{array}\right) \qquad (25)$$

dove c^*_1, c^*_2, c^*_3, c^*_4 sono 4 matrici intiere rispettivamente dei tipi (λ, λ), $(\lambda, p - \lambda)$, $(p - \lambda, \lambda)$, $(p - \lambda, p - \lambda)$.

Dalla (23), tenendo presente questa (25), si ha

$$c^{**} = \frac{1}{2}[I + I^{(\lambda)}] . 4\,c^* . \frac{1}{2}[I + I^{(\lambda)}] = \left(\begin{array}{c|c} c^*_1 & c^*_2 \\ \hline c^*_3 & c^*_4 \end{array}\right) \qquad (26)$$

Concludiamo dunque che:

Se, sui cicli primitivi C_k, *la* A *è una forma riemanniana alternata principale trasformata in sè da* S *ed* $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ *è una matrice caratteristica minima di* S, *trasformando i cicli* C_k *nei cicli pseudo-tipici* $C . \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}$, *la* A *si trasforma in una forma a coefficienti razionali del tipo*

$$A^* = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c^* \\ \hline -c^*_{-1} & 0 \end{array}\right) \qquad (21)$$

che diventa intera moltiplicandola per 4.

Digitized by Google

Se la $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ *è regolare, risulta*

$$4\,c^* = \left(\begin{array}{c|c} c_1^* & 2\,c_2^* \\ \hline 2\,c_3^* & 4\,c_4^* \end{array}\right)$$

e se (M, N) *è la matrice associata a questa* $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ *regolare, si ha la forma intiera:*

$$A^{**} = (M,\ N)_{-1}\,.\,A\,.\,(M,\ N) = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c^{**} \\ \hline -c_{-1}^{**} & 0 \end{array}\right)$$

con

$$c^{**} = \left(\begin{array}{c|c} c_1^* & c_2^* \\ \hline c_3^* & c_4^* \end{array}\right).$$

Si osservi infine che, essendo $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, minima, essa e la sua associata (M, N) sono entrambe di modulo $\pm 2^\lambda$, cosicchè si ha

$$|A^{**}| = \pm 2^{2\lambda}\,.\,|A| \;;\quad |A^*| = \pm 2^{-2\lambda}\,.\,|A|$$

e poichè

$$|A^{**}| = |c^{**}|^2 \;;\quad |A^*| = |c^*|^2$$

si ha anche

$$|c^{**}| = \pm 2^\lambda\,.\,|\sqrt{|A|}| \;;\quad |4\,c^*| = \pm 2^{2p-\lambda}\,.\,|\sqrt{|A|}|\,. \quad (27)$$

9. — Suppongasi ora che i cicli C_k siano tipici e regolari ossia che S abbia la forma tipica regolare I_λ. In tal caso, una matrice caratteristica minima regolare per I_λ è

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = P_\lambda^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline I^{(\lambda)} & I - 3\,I^{(\lambda)} \end{array}\right)$$

onde si ha

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline \frac{1}{2}\,I^{(\lambda)} & I - \frac{3}{2}\,I^{(\lambda)} \end{array}\right) = P_\lambda$$

e la matrice associata a questa (2) risulta (1) (Cfr. la (15))

$$(M,\ N) = P_\lambda\,.\left(\begin{array}{c|c} I + I^{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & I + I^{(\lambda)} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} I + I^{(\lambda)} & 0 \\ \hline I^{(\lambda)} & I - 2\,I^{(\lambda)} \end{array}\right). \quad (28)$$

(1) Si tenga presente che $I^{(\lambda)}\,.\,I^{(\lambda)} = I^{(\lambda)}$.

Digitized by Google

Detta A una forma riemmanniana alternata principale trasformata in sè da $S = I_\lambda$, pongasi

$$A = \left(\frac{a_1}{a_3}\middle|\frac{a_2}{a_4}\right) ; \qquad a_j = \left(\frac{a_j^{(1)}}{a_j^{(3)}}\middle|\frac{a_j^{(2)}}{a_j^{(4)}}\right) \qquad j = 1, 2, 3, 4$$

dove le a_j sono 4 matrici quadrate intiere di ordine p, mentre $a_j^{(1)}$, $a_j^{(2)}$, $a_j^{(3)}$, $a_j^{(4)}$ sono 4 matrici intiere rispettivamente di tipo (λ, λ), $(\lambda, p-\lambda)$, $(p-\lambda, \lambda)$, $(p-\lambda, p-\lambda)$.

Dovendo aversi

$$I_{\lambda_{-1}} . A . I_\lambda = -A = A_{-1}$$

necessita

$$a_4 = 0 ; \qquad I^{(\lambda)} a_3 + a_2 I^{(\lambda)} = -2 a_1 \tag{29}$$

oltre ad

$$a_1 = -a_{1_{-1}} ; \qquad a_3 = -a_{2_{-1}}$$

Mediante queste ultime, la seconda delle (29) dà

$$[a_2 I^{(\lambda)}] - [a_2 I^{(\lambda)}]_{-1} \equiv 0 \qquad \text{(mod. 2)}$$

cioè

$$\left(\frac{a_2^{(1)}}{a_2^{(3)}}\middle|\frac{0}{0}\right) - \left(\frac{a_{2_{-1}}^{(1)}}{0}\middle|\frac{a_{2_{-1}}^{(3)}}{0}\right) \equiv 0 \qquad \text{(mod. 2)}$$

da cui si ricava

$$a_2^{(3)} \equiv 0 ; \quad a_2^{(1)} \equiv a_{2_{-1}}^{(1)} \qquad \text{(mod. 2)}.$$

Si potrà dunque, in definitiva, porre

$$a_2 = \left(\frac{a_2^{(1)}}{2\,a_2^{(3)}}\middle|\frac{a_2^{(2)}}{a_2^{(4)}}\right) = -a_{3_{-1}} ; \tag{30}$$

dove $a_2^{(1)}$ è una matrice (intiera) simmetrica rispetto al modulo due.

Dalla seconda delle (29), a causa della (30) si ha inoltre

$$a_1 = \left(\frac{\frac{1}{2}[a_{2_{-1}}^{(1)} - a_2^{(1)}]}{-a_2^{(3)}}\middle|\frac{a_{2_{-1}}^{(3)}}{0}\right) \tag{31}$$

il che è di accordo con la simmetria di $a_2^{(1)}$, modulo 2.

Digitized by Google

Si tenga ora presente che deve aversi anche

$$(M,\ N)_{-1}\,.\,A\,.\,(M,\ N) = A^{**} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c^{**} \\ \hline -c^{**}_{-1} & 0 \end{array}\right) \qquad (32)$$

onde, ricordando la (28), e sostituendo, si ricava

$$c^{**} = [1 + 1^{(\lambda)}]\,.\,a_2\,.\,[1 - 2\,1^{(\lambda)}] = \left(\begin{array}{c|c} -2\,a_2^{(1)} & 2\,a_2^{(2)} \\ \hline -2\,a_2^{(3)} & a_2^{(4)} \end{array}\right) \qquad (33)$$

cosicchè, per le (25) — (26):

$$4\,c^{*} = \left(\begin{array}{c|c} -2\,a_2^{(1)} & 4\,a_2^{(2)} \\ \hline -4\,a_2^{(3)} & 4\,a_2^{(4)} \end{array}\right) \qquad (34)$$

Possiamo dunque conchiudere col seguente enunciato (1):

a) *Se la simmetria* S *ha la forma tipica regolare* I_λ, *cioè se i cicli su cui si opera sono pseudonormali, una forma riemanniana alternata principale trasformata in sè dalla* S *è necessariamente del tipo*

$$A = \left(\begin{array}{c|c} a_1 & a_2 \\ \hline a_3 & 0 \end{array}\right)$$

dove

$$a_2 = -a_{3_{-1}} = \left(\begin{array}{c|c} a_2^{(1)} & a_2^{(2)} \\ \hline 2\,a_2^{(3)} & a_2^{(4)} \end{array}\right), \qquad a_1 = \left(\begin{array}{c|c} \dfrac{1}{2}\,[a^{(1)}_{2_{-1}} - a_2^{(1)}] & a_2^{(3)} \\ \hline -a_2^{(3)} & 0 \end{array}\right)$$

ed $a_2^{(1)}$, $a_2^{(2)}$, $a_2^{(3)}$, $a_2^{(4)}$ *sono matrici intiere dei tipi* (λ, λ), $(\lambda, p-\lambda)$, $(p-\lambda, \lambda)$, $(p-\lambda, p-\lambda)$, *di cui* $a_2^{(1)}$ *è simmetrica mod.* 2.

Considerata poi la matrice caratteristica minima regolare di I_λ

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline I^{(\lambda)} & I - 3\,I^{(\lambda)} \end{array}\right) = P_\lambda^{-1}$$

---

(1) La prima parte di questo enunciato, e cioè quella riguardante la struttura della A su cicli pseudonormali, si trova già nella *Mem.* I del Comessatti, n. 11. Nel confronto, si tenga conto che, come lo stesso Comessatti mi fa rilevare, la *b*) di detto n. va sdoppiata in

$$2\,a_{rs} + a_{rp+s} = 0 \qquad 2\,a_{rs} + a_{p+r,s} = 0$$

la prima riferendosi alla zona *b*) più bassa, l'altra alla più alta dello schema ivi indicato.

Digitized by Google

e passando ai cicli pseudo - tipici corrispondenti a questa $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ *la* A *si trasforma nella*

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}^{-1} . 4\,A . \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} = 4\,A^* = \left(\begin{array}{c|c} 0 & 4\,c^* \\ \hline -4\,c^*_{-1} & 0 \end{array}\right)$$

ove

$$4\,c^* = \left(\begin{array}{c|c} -2\,a_2^{(1)} & 4\,a_2^{(2)} \\ \hline -4\,a_2^{(3)} & 4\,a_2^{(4)} \end{array}\right)$$

quindi, se (M, N) *è la matrice associata ad* $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$, *si ha anche*

$$(M, N)_{-1} . A . (M, N) = A^{**} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c^{**} \\ \hline -c^{**}_{-1} & 0 \end{array}\right)$$

con

$$c^{**} = \left(\begin{array}{c|c} -2\,a_2^{(1)} & 2\,a_2^{(2)} \\ \hline -2\,a_2^{(3)} & a_2^{(4)} \end{array}\right) .$$

Si rilevi che, dalla (30), segue che

$$|A| = (-1)^n . |a_2| . |a_3| = |a_2|^2 = |a_3|^2 = \left|\begin{array}{c|c} a_2^{(1)} & a_2^{(2)} \\ \hline 2\,a_2^{(3)} & a_2^{(4)} \end{array}\right|^2$$

Perciò si enuncia che:

b) *Su cicli primitivi, il modulo della forma riemanniana alternata principale intiera trasformata in sè da* S *è sempre il quadrato di un numero intiero* (1). *Se questo intiero è dispari, e siamo su cicli pseudonormali, la matrice* $a_2^{(1)}$, *oltre ad esser simmetrica modulo* 2, *è anche a determinante dispari.*

Perchè infatti, se $a_2^{(1)}$ fosse a determinante pari, poichè lo stesso accade per tutti gli altri minori di ordine massimo delle prime λ colonne di a_2 il determinante di A sarebbe divisibile per 4, il che abbiamo escluso.

10. — Ogni forma alternata intiera di tipo

$$B = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c \\ \hline -c_{-1} & 0 \end{array}\right)$$

(1) Come tutti i determinanti emisimmetrici di ordine pari e ad elementi intieri.

Digitized by Google

può essere sempre portata alla forma normale di FROBENIUS da una sostituzione unimodulare di tipo

$$R = \left(\begin{array}{c|c} \mu & 0 \\ \hline 0 & \nu \end{array}\right)$$

cioè μ e ν possono sempre scegliersi tali che

$$R_{-1}^{-1} \cdot B \cdot R^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & \mu_{-1}^{-1} \cdot c \cdot \nu^{-1} \\ \hline -\nu_{-1}^{-1} c_{-1} \mu^{-1} & 0 \end{array}\right)$$

con

$$\mu_{-1}^{-1} \cdot c \cdot \nu^{-1} = e = \begin{pmatrix} e_1 & 0 \ldots . 0 \\ 0 & e_2 \ldots . 0 \\ \ldots & \ldots \\ 0 & 0 \ldots . e_p \end{pmatrix}$$

ove $e_1 \ldots . e_p$ sono i divisori elementari (1) di c, ossia di B.

Se B coincide con $2A^*$, quindi, per la (34), c coincide con

$$2c^* = \left(\begin{array}{c|c} -a_2^{(1)} & 2a_2^{(2)} \\ \hline -2a_2^{(3)} & 2a_2^{(4)} \end{array}\right) \qquad (35)$$

poichè si ha

$$e_s = \frac{d_s}{d_{s-1}} \qquad (s = 1, 2, \ldots, p)$$

dove d_s è il massimo comun divisore dei determinanti dei minori di ordine s di $c = 2c^*$ e poichè

$$|2A^*| = |2c^*|^2 = \pm 2^{2p-2\lambda} \cdot |A|$$

si deduce immediatamente che:

a) *I divisori elementari* $e_{\lambda+1} \ldots e_p$ *di* $2c^*$, *ossia di* $2A^*$, *sono tutti pari. Se* A *è a determinante dispari, gli* $e_1 \ldots e_\lambda$ *sono invece tutti dispari, mentre gli* $e_{\lambda+1} \ldots e_p$ *sono pari, ma nessuno è multiplo di* 4.

---

(1) Il fatto è senz'altro noto dallo stesso FROBENIUS, *Theorie der linearen Formen mit ganzen Coefficienten* [J. von Crelle, Bd. 86] § 5 pp. 157 e segg. Cfr. anche COMESSATTI, Mem. I, cit. § 10, nonchè la mia Nota IV, n. 4.

Digitized by Google

Si potrà dunque porre

$$R_{-1}^{-1} \cdot 2A^* \cdot R^{-1} = \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}_{-1}^{-1} \cdot 2A \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & e \\ \hline -e & 0 \end{array}\right) \quad (36)$$

dove

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = R \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu\, m \\ \nu\, n \end{pmatrix} \quad (37)$$

ed

$$e = \left(\begin{array}{c|c} e_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & 2\, e_{(p-\lambda)} \end{array}\right) = \mu_{-1}^{-1} \cdot 2\, c^* \cdot \nu^{-1} \quad (38)$$

essendo $e_{(\lambda)}$, $e_{(p-\lambda)}$ due matrici quadrate di ordine λ e $p-\lambda$ che differiscono dalle unitarie solo perchè nella diagonale principale ci sono degli intieri non necessariamente eguali ad uno, i quali, se $|A|$ è dispari, sono anch'essi tutti dispari (quindi $e_{(\lambda)}$ ed $e_{(p-\lambda)}$ sono matrici congrue alle unitarie, mod. 2).

Dunque:

b) *Esiste (almeno) un sistema di cicli pseudo - tipici* $\left[\text{quelli } (c_1 \dots c_{2\rho}) \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}_{-1}\right]$ *sui quali la forma riemanniana alternata principale* A *assume la forma normale di* FROBENIUS.

11. — Pongasi, in R

$$\mu = \left(\begin{array}{c|c} \mu^{(1)} & \mu^{(2)} \\ \hline \mu^{(3)} & \mu^{(4)} \end{array}\right), \quad \nu = \left(\begin{array}{c|c} \nu^{(1)} & \nu^{(2)} \\ \hline \nu^{(3)} & \nu^{(4)} \end{array}\right) \quad (39)$$

dove, al solito, $\mu^{(1)}$, $\mu^{(2)}$, $\mu^{(3)}$, $\mu^{(4)}$, così $\nu^{(1)}$, $\nu^{(2)}$, $\nu^{(3)}$, $\nu^{(4)}$, sono 4 matrici intiere ordinatamente di tipo (λ, λ), $(\lambda, p-\lambda)$, $(p-\lambda, \lambda)$, $(p-\lambda, p-\lambda)$, e suppongasi di essere su cicli pseudonormali.

La (38) allora ci dà

$$2c^* = \left(\begin{array}{c|c} -a_2^{(1)} & 2a_2^{(2)} \\ \hline -2a_2^{(3)} & 2a_2^{(4)} \end{array}\right) = \mu_{-1} \cdot e \cdot \nu$$

$$= \left(\begin{array}{c|c} \mu_{-1}^{(1)} e_{(\lambda)} \nu^{(1)} + 2\mu_{-1}^{(3)} e_{(p-\lambda)} \nu^{(3)} & \mu_{-1}^{(1)} e_{(\lambda)} \nu^{(2)} + 2\mu_{-1}^{(3)} e_{(p-\lambda)} \nu^{(4)} \\ \hline \mu_{-1}^{(2)} e_{(\lambda)} \nu^{(1)} + 2\mu_{-1}^{(4)} e_{(p-\lambda)} \nu^{(3)} & \mu_{-1}^{(2)} e_{(\lambda)} \nu^{(2)} + 2\mu_{-1}^{(4)} e_{(p-\lambda)} \nu^{(4)} \end{array}\right)$$

Digitized by Google

cosicchè dev' essere

$$\begin{cases} \mu_{-1}^{(1)}\, e_{(\lambda)}\, \nu^{(1)} + 2\,\mu_{-1}^{(3)}\, e_{(p-\lambda)}\, \nu^{(3)} = -\ \alpha_2^{(1)} \\ \mu_{-1}^{(1)}\, e_{(\lambda)}\, \nu^{(2)} + 2\,\mu_{-1}^{(3)}\, e_{(p-\lambda)}\, \nu^{(4)} = \quad 2\,\alpha_2^{(2)} \\ \mu_{-1}^{(2)}\, e_{(\lambda)}\, \nu^{(1)} + 2\,\mu_{-1}^{(4)}\, e_{(p-\lambda)}\, \nu^{(3)} = -\ 2\,\alpha_2^{(3)} \\ \mu_{-1}^{(2)}\, e_{(\lambda)}\, \nu^{(2)} + 2\,\mu_{-1}^{(4)}\, e_{(p-\lambda)}\, \nu^{(4)} = \quad 2\,\alpha_2^{(4)} \end{cases} \tag{40}$$

Queste ultime tre esigono che

$$\mu_{-1}^{(1)} \cdot e_{(\lambda)} \cdot \nu^{(2)} \equiv \mu_{-1}^{(2)} \cdot e_{(\lambda)} \cdot \nu^{(1)} \equiv \mu_{-1}^{(2)} \cdot e_{(\lambda)} \cdot \nu^{(2)} \equiv 0 \pmod 2. \tag{41}$$

dalla prima e dalla terza delle quali segue che:

$$\begin{pmatrix} \mu_{-1}^{(1)} \\ \mu_{-1}^{(2)} \end{pmatrix} \cdot e_{(\lambda)} \cdot \nu^{(2)} \equiv 0 \qquad \pmod 2 \tag{41'}$$

mentre dalla seconda e terza si ha

$$\mu_{-1}^{(2)} \cdot e_{(\lambda)} \cdot [\nu^{(1)},\ \nu^{(2)}] \equiv 0 \qquad \pmod 2 \tag{41''}$$

Ora, le matrici $\begin{pmatrix} \mu_{-1}^{(1)} \\ \mu_{-1}^{(2)} \end{pmatrix}$, $[\nu^{(1)},\ \nu^{(2)}]$, rispettivamente di tipo $(p,\ \lambda)$ e $(\lambda,\ p)$, appartenendo alle due matrici unimodulari μ_{-1} e ν, hanno i loro minori di ordine massimo a determinanti primi fra loro, quindi non tutti pari, onde hanno caratteristica massima, mod 2. Perciò, le congruenze (41)' — (41)'' danno necessariamente luogo alle altre due:

$$e_{(\lambda)} \cdot \nu^{(2)} \equiv \mu_{-1}^{(2)} \cdot e_{(\lambda)} \equiv 0 \qquad \pmod 2 \tag{41'''}$$

Da queste, poichè per $|A|$ dispari dev' essere $|e_{(\lambda)}| =$ dispari, anzi $e_{(\lambda)} \equiv I \pmod 2$, si ricava

$$\nu^{(2)} \equiv \mu^{(2)} \equiv 0 \qquad \pmod 2 \tag{42}$$

Dalla prima delle (40), poichè $\alpha_2^{(1)}$ è simmetrica (mod. 2), si ha che è tale anche la prima parte del primo membro, cioè che

$$\mu_{-1}^{(1)} \cdot e_{(\lambda)} \cdot \nu^{(1)} \equiv \nu_{-1}^{(1)} \cdot e_{(\lambda)} \cdot \mu^{(1)} \qquad \pmod 2 \tag{43}$$

ovvero anche, per $|A|$ dispari,

$$\mu_{-1}^{(1)} \cdot \nu^{(1)} \equiv \nu_{-1}^{(1)} \cdot \mu^{(1)} \qquad \pmod 2 \tag{43'}$$

Digitized by Google

Dalle (42), poichè μ e ν sono unimodulari, segue pure che $\mu^{(1)}$ e $\nu^{(1)}$, così anche $\mu^{(4)}$ e $\nu^{(4)}$, hanno determinanti di valore dispari, perchè altrimenti μ e ν avrebbero determinanti di valore pari.

Le (42) ci autorizzano a sostituire, nelle (39), $\mu^{(2)}$ e $\nu^{(2)}$ con $2\mu^{(2)}$ e $2\nu^{(2)}$, cosicchè la matrice che normalizza la A risulta del tipo

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu & m \\ \nu & n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c|cc} \mu^{(1)} & 2\mu^{(2)} & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{0}} \\ \mu^{(3)} & \mu^{(4)} & & \\ \hline \nu^{(1)} & 0 & -2\nu^{(1)} & 2\nu^{(2)} \\ \nu^{(3)} & 0 & -2\nu^{(3)} & 2\nu^{(4)} \end{array}\right) \tag{45}$$

onde, se fosse

$$\mu^{(1)} \equiv \nu^{(1)} \pmod 2$$

anche questa $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ sarebbe regolare, come la $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$.

Se ciò non accade, sia (θ_1, θ_2) una coppia regolarizzatrice della $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$, cosicchè si deve avere, per la (5),

$$\left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{(1)} & \theta_1^{(2)} \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right) . m' \equiv \left(\begin{array}{c|c} \theta_2^{(1)} & \theta_2^{(2)} \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right) . n' \pmod 2$$

avendo, per θ_1 e θ_2, fatto due posizioni analoghe alle (39).

Ne seguono le congruenze

$$\left\{\begin{array}{rl} \theta_1^{(1)}\mu^{(1)} + \theta_1^{(2)}\mu^{(3)} \equiv \theta_2^{(1)}\nu^{(1)} + \theta_2^{(2)}\nu^{(3)} & \pmod 2 \\ 2\theta_1^{(1)}\mu^{(2)} + \theta_1^{(2)}\mu^{(4)} \equiv 0 & \text{„} \\ 0 \equiv -2\theta_2^{(1)}\nu^{(1)} - 2\theta_2^{(2)}\nu^{(3)} & \text{„} \\ 0 \equiv 2\theta_2^{(1)}\nu^{(2)} + \theta_2^{(2)}\nu^{(4)} & \text{„} \end{array}\right. \tag{46}$$

La seconda e la quarta di queste congruenze danno le altre

$$\theta_1^{(2)} . \mu^{(4)} \equiv \theta_2^{(2)} . \nu^{(4)} \equiv 0 \pmod 2 \tag{46'}$$

e poichè, essendo μ e ν unimodulari, $\mu^{(4)}$ e $\nu^{(4)}$ hanno i loro determinanti di valore dispari (sempre supponendo $|A| =$ dispari) segue che

$$\theta_1^{(2)} \equiv \theta_2^{(2)} \equiv 0 \pmod 2 . \tag{47}$$

Digitized by Google

Allora le (46) si riducono a queste (47) ed alla

$$\theta_1^{(i)}\,\mu^{(i)} \equiv \theta_2^{(i)}\,\nu^{(i)} \qquad (\text{mod. } 2) \qquad (47)'$$

Dalle (47), e dalla unimodularietà di θ_1 e θ_2 segue, al solito modo, che $\theta_1^{(1)}$, $\theta_1^{(4)}$; $\theta_2^{(1)}$, $\theta_2^{(4)}$ sono tutte a determinante di valore dispari.

Dalle (47)′ si ha che $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ è *semiregolare*. Perchè, infatti, essendo le matrici $\theta_1^{(i)}$ e $\theta_2^{(i)}$ a determinanti dispari, esse, pel lemma del n. 1, si possono addirittura supporre unimodulari, cosicchè le (47)′ ci dicono che la coppia regolarizzatrice di $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ è del tipo $\theta_1 = \left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{(1)} & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right)$, $\theta_2 = \left(\begin{array}{c|c} \theta_2^{(1)} & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right)$.

Poniamo dunque, come ce lo consentono le (47):

$$\theta_1 = \left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{(1)} & 2\,\theta_1^{(2)} \\ \hline \theta_1^{(3)} & \theta_1^{(4)} \end{array}\right) \qquad \theta_2 = \left(\begin{array}{c|c} \theta_2^{(1)} & 2\,\theta_2^{(2)} \\ \hline \theta_2^{(3)} & \theta_2^{(4)} \end{array}\right) \qquad (48)$$

e supponiamo addirittura, com'è possibile, essendo su cicli pseudonormali, che si abbia

$$\begin{pmatrix} \theta_1\, m' \\ \theta_2\, n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline I^{(\lambda)} & I - 3\,I^{(\lambda)} \end{array}\right)$$

quindi

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1^{-1}\, m \\ \theta_2^{-1}\, n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{-1} & 0 \\ \hline \theta_2^{-1}\, I^{(\lambda)} & \theta_2^{-1}\,[I - 3\,I^{(\lambda)}] \end{array}\right)$$

cosicchè, confrontando con le (37), si ha intanto

$$R = \left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{-1} & 0 \\ \hline 0 & \theta_2^{-1} \end{array}\right)$$

ossia

$$\theta_1 = \mu^{-1}\,; \quad \theta_2 = \nu^{-1}\,.$$

Inoltre, tenendo presenti le (36) — (38) e le (20) — (21), e sostituendo ad $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ il prodotto sopra indicato, si ottiene subito

$$\left(\begin{array}{c|c} \theta_{1-i} & 0 \\ \hline 0 & \theta_{2-i} \end{array}\right) \cdot \left(\begin{array}{c|c} 0 & 2\,c^* \\ \hline -2\,c_{-i}^* & 0 \end{array}\right) \cdot \left(\begin{array}{c|c} \theta_1 & 0 \\ \hline 0 & \theta_2 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c \\ \hline -c & 0 \end{array}\right)$$

Digitized by Google

ossia

$$\theta_{t_{-1}} \cdot 2\,c^* \cdot \theta_2 = e \ .$$

Questa, per le (34) — (48) — (38), si scrive

$$\left(\begin{array}{c|c} \theta_{t_{-1}}^{(1)} & \theta_{t_{-1}}^{(2)} \\ \hline 2\,\theta_{t_{-1}}^{(3)} & \theta_{t_{-1}}^{(4)} \end{array}\right) \cdot \left(\begin{array}{c|c} -a_2^{(1)} & 2\,a_2^{(2)} \\ \hline -2\,a_2^{(3)} & 2\,a_2^{(4)} \end{array}\right) \cdot \left(\begin{array}{c|c} \theta_2^{(1)} & 2\,\theta_2^{(2)} \\ \hline \theta_2^{(3)} & \theta_2^{(4)} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} e_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & 2\,e_{(p-\lambda)} \end{array}\right)$$

dalla quale si ottiene

$$\theta_{t_{-1}}^{(1)} \cdot a_2^{(1)} \cdot \theta_2^{(1)} \equiv e_{(\lambda)} \qquad \text{(mod. 2)} \tag{49}$$

che, se $|A|$ è dispari, poichè allora $e_{(\lambda)} \equiv I$ (mod. 2), diventa

$$\theta_{t_{-1}}^{(1)} \cdot a_2^{(1)} \cdot \theta_2^{(1)} \equiv I \qquad \text{(mod. 2)}. \tag{49'}$$

Comprendendo anche i risultati del n. prec., possiamo dunque enunciare:

Partendo da cicli pseudonormali C_k *e per* A *di determinante dispari, una matrice caratteristica minima — certo esistente — che porti i* C_k *in cicli pseudo-tipici e che normalizzi la* 2 A, *è necessariamente semiregolare e più precisamente del tipo*

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \mu & 0 \\ \hline 0 & \nu \end{array}\right) \left(\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline I^{(\lambda)} & 1 - 3\,I^{(\lambda)} \end{array}\right)$$

con μ *e* ν *due opportune matrici unimodulari della forma*

$$\mu = \left(\begin{array}{c|c} \mu^{(1)} & 2\,\mu^{(2)} \\ \hline \mu^{(3)} & \mu^{(1)} \end{array}\right) ; \qquad \nu = \left(\begin{array}{c|c} \nu^{(1)} & 2\,\nu^{(2)} \\ \hline \nu^{(3)} & \nu^{(4)} \end{array}\right) \tag{44}$$

le cui inverse sono ancora della stessa forma

$$\mu^{-1} = \theta_1 = \left(\begin{array}{c|c} \theta_1^{(1)} & 2\,\theta_1^{(2)} \\ \hline \theta_1^{(3)} & \theta_1^{(4)} \end{array}\right) ; \qquad \nu^{-1} = \theta_2 = \left(\begin{array}{c|c} \theta_2^{(1)} & 2\,\theta_2^{(2)} \\ \hline \theta_2^{(3)} & \theta_2^{(4)} \end{array}\right) . \tag{50}$$

Le matrici $\mu^{(1)}$, $\nu^{(1)}$; $\theta_1^{(1)}$, $\theta_2^{(1)}$ *di tipo* (λ, λ) *e le matrici* $\mu^{(4)}$, $\nu^{(4)}$; $\theta_1^{(4)}$, $\theta_2^{(4)}$, *di tipo* $(p-\lambda, p-\lambda)$, *sono tutte di determinante dispari e soddisfanno alle congruenze*

$$\mu_{-1}^{(1)}\ \nu^{(1)} \equiv \nu_{-1}^{(1)} \cdot \mu^{(1)} \qquad \text{(mod. 2)} \tag{43'}$$

$$\theta_{t_{-1}}^{(1)} \cdot a_2^{(1)}\ \theta_2^{(1)} \equiv I \qquad \text{"} \tag{49'}$$

dove $a_2^{(1)}$ *è la matrice simmetrica (mod. 2) che sta all'incrocio delle prime* λ *righe e delle colonne* $p+1 \ldots p+\lambda$ *di* A.

Digitized by Google

Se $|A|$ *non può diventar dispari, nelle* (44) *e* (50) *va soppresso il fattore* 2 *in* $2\mu^{(2)}$ *e* $2\nu^{(2)}$, *quindi* $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ *non è necessariamente semiregolare ed invece delle* (43)′ — (49)′ *valgono le congruenze* (41)‴ — (43) *e* (49).

§ 3. — La normalizzazione reale.

12. — Il problema della normalizzazione reale si può far consistere nel seguente:

Fissati $2p$ cicli primitivi e date su essi una simmetria S ed una forma riemanniana alternata principale A trasformata in sè da S, trovare una trasformazione di cicli in altri pure primitivi che riduca contemporaneamente S a forma tipica o semi-tipica ed A a forma normale (di FROBENIUS).

Se questi cicli esistono, diremo che la A è *normalizzabile* su *cicli tipici* o su cicli *semitipici*.

Come si è visto nel § prec., la normalizzazione di 2A è sempre possibile, trasformando i cicli primitivi C_k in cicli *pseudo-tipici*, mediante una opportuna matrice caratteristica minima di S, con che la S si riduce ad I_ρ.

Anzi, se $\lambda = 0$, i cicli pseudo-tipici sono addirittura tipici, quindi primitivi, ed I_ρ coincide con I_λ, cioè S assume forma tipica, coincidente con la pseudo tipica. Dunque (1):

a) *se il carattere reale è nullo, la normalizzazione su cicli tipici coincide con quella su cicli pseudo-tipici e perciò è sempre possibile.*

Sia invece $\lambda > 0$. Allora, se si vogliono cicli tipici, si tratta di trovare, quando esiste, una $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^*$ della S tale che

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{*-1}_{-1} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{*-1} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & e \\ \hline -e & 0 \end{array}\right) \qquad (51)$$

dove e è la matrice dei divisori elementari di A.

Si supponga, pel momento, che la matrice caratteristica uni-

(1) Cfr. COMESSATTI, *Mem.* I, n. 10 e la mia *Nota* IV, n. 4.

Digitized by Google

modulare $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^*$ che si cerca esista e sia $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ una matrice caratteristica minima cui essa corrisponde e (θ_1, θ_2) una coppia regolarizzatrice di questa. Si avrà

$$\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^* = P_\lambda^* \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline \frac{1}{2} I^{(\lambda)} \theta_1 & \left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \right] \theta_2 \end{array} \right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} \quad (52)$$

e la (51) diventa

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}_{-1}^{-1} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}^{-1} = P_{\lambda_{-1}}^* \cdot \left(\begin{array}{c|c} 0 & e \\ \hline -e & 0 \end{array} \right) \cdot P_\lambda^* \quad (53)$$

$$= \left(\begin{array}{c|c} -\frac{1}{2} \theta_{1_{-1}} \cdot I^{(\lambda)} \cdot e + \frac{1}{2} e \cdot I^{(\lambda)} \cdot \theta_1 & e \left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \right] \theta_2 \\ \hline -\theta_{2_{-1}} \left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \right] e & 0 \end{array} \right)$$

E poichè il primo membro di questa (53) è necessarimente del tipo

$$A^* = \left(\begin{array}{c|c} 0 & c^* \\ \hline -c_{-1}^* & 0 \end{array} \right)$$

segue senz' altro che *deve* essere

$$\theta_{1_{-1}} \cdot I^{(\lambda)} \cdot e = e \cdot I^{(\lambda)} \cdot \theta_1 \quad (54)$$

cioè che $e\, I^{(\lambda)} \theta_1$ è una matrice simmetrica. Inoltre sarà

$$c^* = e \cdot \left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \right] \cdot \theta_2 .$$

Supposto che questa (54) sia verificata, si consideri la matrice caratteristica minima di S

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ \theta_2 n \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline 0 & \theta_2 \end{array} \right) \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} . \quad (55)$$

Dalla (53) risulta

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}_{-1}^{-1} \cdot \Lambda \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & e \left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \right] \\ \hline -\left[I - \frac{3}{2} I^{(\lambda)} \right] e & 0 \end{array} \right)$$

Digitized by Google

e poichè si ha

$$e\left[\mathrm{I} - \frac{3}{2}\mathrm{I}^{(\lambda)}\right] = \left(\begin{array}{c|c} e_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & e_{(p-\lambda)} \end{array}\right) \cdot \left(\begin{array}{c|c} -\frac{1}{2}\mathrm{I} & 0 \\ \hline 0 & \mathrm{I} \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{c|c} -\frac{1}{2}e_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & e_{(p-\lambda)} \end{array}\right)$$

può concludersi che la $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ — la cui coppia regolarizzatrice è (θ_1, I) — normalizza la A, però su cicli pseudo-tipici.

Volendo elementi intieri, basta operare sulla 2 A, anzichè sulla A.

Viceversa, supponiamo che la matrice $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$, caratteristica minima per S e di coppia regolarizzatrice (θ_1, I), normalizzi la A su cicli pseudo-tipici, e tentiamo di raggiungere cicli tipici, partendo da questi pseudo-tipici, ossia da questa $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$.

Poniamo, perciò:

$$\begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}^* = \mathrm{P}_\lambda^* \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \mathrm{I} & 0 \\ \hline \frac{1}{2}\mathrm{I}^{(\lambda)}\theta_1 & \left[\mathrm{I} - \frac{3}{2}\mathrm{I}^{(\lambda)}\right] \end{array}\right)$$

come si può, perchè $\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}$ ha per coppia regolarizzatrice (θ_1, I) e scriviamo, giusta l'ipotesi:

$$\begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}_{-1}^{-1} \cdot 2\,\mathrm{A} \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & e' \\ \hline -e' & 0 \end{array}\right) \tag{56}$$

con

$$e' = \left(\begin{array}{c|c} e'_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & 2\,e'_{(p-\lambda)} \end{array}\right) = 2 \cdot \left(\begin{array}{c|c} -\frac{1}{2}e_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & e_{(p-\lambda)} \end{array}\right) = \tag{57}$$

$$= 2\,e\left[\mathrm{I} - \frac{3}{2}\mathrm{I}^{(\lambda)}\right].$$

Digitized by Google

Allora risulta

$$\begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}_{-1}^{*-1} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}^{*-1} = P_{\lambda-1}^{*-1} \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}_{-1}^{-1} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} m' \\ n' \end{pmatrix}^{-1} \cdot P_{\lambda}^{*-1} =$$

$$= \left(\begin{array}{c|c} -\frac{1}{2}\theta_{i-1} I^{(\lambda)} e' + \frac{1}{2} e' I^{(\lambda)} \theta_i & \frac{1}{2} e' [I - 3 I^{(\lambda)}] \\ \hline -\frac{1}{2} [I - 3 I^{(\lambda)}] e' & 0 \end{array} \right) \quad (58)$$

onde, poichè dalla (57) si ha

$$\frac{1}{2} e' [I \quad 3 I^{(\lambda)}] = e = \left(\begin{array}{c|c} e_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & e_{(p-\lambda)} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} -e'_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & e'_{(p-\lambda)} \end{array} \right)$$

quindi

$$e' I^{(\lambda)} = -e I^{(\lambda)} = \left(\begin{array}{c|c} e'_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} -e_{(\lambda)} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right),$$

la già necessaria simmetria della matrice

$$e' I^{(\lambda)} \theta_i = -e I^{(\lambda)} \theta_i$$

basta perchè la (58) diventi

$$\begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}_{-1}^{*-1} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} m' \\ g' \\ n' \end{pmatrix}^{*-1} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & e \\ \hline -e & 0 \end{array} \right).$$

Riassumendo, si può enunciare che:

a) *affinchè il problema della normalizzazione reale sia risolubile su cicli tipici, occorre e basta che la simmetria* S *ammessa dalla* V_p *possegga una matrice caratteristica minima, di coppia regolarizzatrice* $(\theta_i, 1)$, *la quale normalizzi (su cicli pseudo-tipici) il doppio di una forma riemanniana alternata principale* A *trasformata in sè da* S *e che inoltre, detta* e *la matrice dei divisori elementari di* A, *la* θ_i *possa scegliersi tale che il prodotto* $e I^{(\lambda)} \theta_i$ *risulti una matrice simmetrica.*

Si osservi che essendo

$$e I^{(\lambda)} \theta_i = \left(\begin{array}{c|c} e_{(\lambda)} \theta_i^{(1)} & e_{(\lambda)} \theta_i^{(2)} \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right)$$

Digitized by Google

la condizione di simmetria di questa matrice si scinde nelle altre due:

$$\theta_i^{(2)} = 0 \; ; \quad e_{(\lambda)}\,\theta_i^{(1)} = \theta_{-i}^{(1)}\,e_{(\lambda)} \tag{59}$$

Da questo teorema segue immediatamente il corollario (1):

b) *affinchè la normalizzazione avvenga su cicli pseudo-normali occorre e basta che* 2 A *sia normalizzata, su cicli pseudo-tipici, da una matrice caratteristica minima regolare di* S.

Infatti, in tal caso la θ_i deve poter essere unitaria, con che $e\,I^{(\lambda)}\,\theta_i = e\,I^{(\lambda)}$ è simmetrica.

Se in tutto il ragionamento che precede si sostituisce θ_i con $\theta_i\,\mu_i$, ove μ_i è una matrice intiera a determinante dispari, la matrice $\begin{pmatrix} \mu_i & m \\ & n \end{pmatrix}$ è semiminima e la matrice $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^*$ diventa $\begin{pmatrix} m \\ g \\ n \end{pmatrix}^{**}$, cioè unimodulare semiminima per S, onde si ha a che fare con cicli semi-tipici.

Posto allora

$$\theta_i\,\mu_i = \left(\begin{array}{c|c} \theta^{(1)} & \theta^{(2)} \\ \hline \theta^{(3)} & \theta^{(4)} \end{array}\right) = \theta$$

le condizioni (59) si mutano nelle

$$\theta^{(2)} = 0 \qquad e_{(\lambda)}\,\theta^{(1)} = \theta_{-i}^{(1)}\,e_{(\lambda)} \tag{59'}$$

e la $\begin{pmatrix} \theta & m \\ & n \end{pmatrix}$ è una matrice semi-minima regolare per S.

Con ciò, l'enunciato *a*) diventa:

c) *il problema della normalizzazione reale su cicli semi-tipici è risolubile allora e solo allora quando esistano una matrice caratteristica minima* $\begin{pmatrix} \mathrm{m} \\ \mathrm{n} \end{pmatrix}$ *normalizzante* 2 A *ed una matrice*

$$\theta = \left(\begin{array}{c|c} \theta^{(1)} & 0 \\ \hline \theta^{(3)} & \theta^{(4)} \end{array}\right)$$

intiera e di determinante dispari, tale che la matrice caratteristica semiminima $\begin{pmatrix} \theta & \mathrm{m} \\ & \mathrm{n} \end{pmatrix}$ *sia regolare, mentre il prodotto* $e\,.\,I^{(\lambda)}\,.\,\theta$ *risulta una matrice simmetrica.*

(1) Che comprende l'enunciato del n. 5 della mia *Nota IV.*

Digitized by Google

13. — Se i cicli sono già pseudonormali ed A è a determinante dispari, si è visto che (Cfr. n. 11) 2 A è normalizzata da una matrice caratteristica minima *semiregolare* necessariamente del tipo (45). Dico anzi che questa (45) è regolarizzata da una coppia del tipo $\left[\left(\begin{array}{c|c} \theta^{(\omega)} & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right), 1\right]$.

Perchè ciò accada, occorre e basta avere

$$\theta^{(\omega)}\ \mu^{(\omega)} \equiv \nu^{(\omega)} \qquad \text{(mod. 2)} \qquad (60)$$

e questa congruenza è appunto risolubile con $\theta^{(\omega)}$ a determinante dispari, anzi unimodulare, perchè i determinanti delle matrici $\mu^{(\omega)}$ e $\nu^{(\omega)}$ sono dispari (n. 11). Se, infatti, $\mu^{(\omega)}$ e $\nu^{(\omega)}$ si sostituiscono, a norma del lemma 1, con due matrici unimodulari ad esse congrue, mod. 2, siano μ_1 e ν_1, allora la (60) è risoluta dalla $\theta^{(\omega)} \equiv \nu_1 \cdot \mu_1^{-1}$.

Poichè vale anche la (43)', combinando questa con la (60) si ha

$$\mu_{-1}^{(\omega)} \cdot \theta_{-1}^{(\omega)} \cdot \mu^{(\omega)} \equiv \mu_{-1}^{(\omega)} \cdot \nu^{(\omega)} \qquad \text{(mod. 2)}$$

da cui, poichè $\mu^{(\omega)}$ è a determinante dispari, segue

$$\theta_{-1}^{(\omega)}\ \mu^{(\omega)} \equiv \nu^{(\omega)} \qquad \text{(mod. 2)}$$

quindi, sottraendone la (60):

$$(\theta_{-1}^{(\omega)} - \theta^{(\omega)})\ \mu^{(\omega)} \equiv 0 \qquad \text{(mod. 2)}$$

e da questa, sempre perchè $\mu^{(\omega)}$ è a determinante dispari, si conclude che

$$\theta_{-1}^{(\omega)} - \theta^{(\omega)} \equiv 0 \qquad \text{(mod. 2)}$$

cioè che ogni $\theta^{(\omega)}$ soddisfacente alla (60) è *necessariamente simmetrica rispetto al modulo* 2.

Allora, tenendo presente il n. precedente, si può enunciare che:

a) *se* A *è di determinante dispari, il problema della normalizzazione reale è risolubile su cicli tipici semiregolari allora e solo allora che esista una matrice unimodulare* $\theta^{(\omega)}$ *soluzione della* (60) — *quindi necessariamente simmetrica mod.* 2 — *che renda simmetrico il prodotto* $e_{(\lambda)}\,\theta^{(\omega)}$.

Digitized by Google

Quest'ultimo fatto si verifica senz'altro se $\lambda = 1$, quindi:

b) *se* S *è di carattere reale uno e se una forma riemanniana alternata principale* A *traformata in sè da* S *è a determinante dispari, la* A *è normalizzabile su cicli tipici semiregolari.*

14. — Supponiamo che A, oltre ad avere determinante dispari, abbia i primi λ divisori elementari fra loro eguali o, ciò che è lo stesso, questi λ divisori elementari tutti unitari, cosicchè $e_{(\lambda)} = I$. Ricordiamo che, su cicli pseudo-normali, una $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ minima che normalizza 2A è la (45) ora considerata e che ogni soluzione, sia $\theta^{(\omega)}$, della (60) è necessariamente a determinante dispari. Ponendo $\theta = \left(\begin{array}{c|c} \theta^{(\omega)} & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right)$, la matrice $\begin{pmatrix} \theta & m \\ & n \end{pmatrix}$, ove $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ sta ad indicare la (45), risulta dunque una matrice caratteristica minima o semiminima per $I_\lambda = S$, secondo che $\theta^{(\omega)}$ è o non è unimodulare: in ogni caso, questa $\begin{pmatrix} \theta & m \\ & n \end{pmatrix}$ sarà regolare.

Allora, affinchè la A sia normalizzabile su cicli tipici o semitipici, occorre e basta, a norma della *a*) e della *c*) del n. 12, che questa $\theta^{(\omega)}$ possa risultar simmetrica: i cicli su cui si può normalizzare saranno tipici o semi-tipici secondo che $\theta^{(\omega)}$, oltre ad esser simmetrica e soddisfacente alla (60), sia oppur no unimodulare.

Poichè $\theta^{(\omega)}$ — come soluzione della (60) — è necessariamente simmetrica mod. 2, è facile persuadersi, come è stato già osservato dal COMESSATTI [1] — che essa può sempre supporsi addirittura simmetrica, tutt'al più a meno di una congruenza rispetto al modulo 2.

Dunque, possiamo concludere che:

Se una forma riemanniana alternata principale trasformata in sè dalla simmetria S *è a determinante dispari ed ha eguali i primi* λ *divisori elementari, essa è normalizzabile su cicli semi-tipici, o addirittura su cicli tipici* (secondo che la congruenza (60) non ammetta ovvero ammetta per soluzione una matrice simmetrica che sia anche unimodulare).

---

(1) Mem. I, cit., n. 11, fine della pag. 101.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 21 febbraio 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

DISPENSA QUINTA

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

In esecuzione dell'art. 25 dello Statuto e dell'art. 50 del Regolamento, si dichiara che delle opinioni e dei fatti esposti nei loro scritti rispondono gli autori che ne conservano la proprietà letteraria.

INDICE

PARTE I^a

Adunanza ordinaria del 17 marzo 1929 . . . . . Pag. 19

C. A. Dell'Agnola, m. e. — Commemorazione del M. E. Prof. Francesco d'Arcais . . . . . „ 23

PARTE II^a

G. D. Mattioli — Sui moti permanenti rotazionali i cui vortici sono rettilinei e paralleli alla velocità. Nota . . „ 411

C. Anti, s. c. — Archeologia d'oltremare . . . . . „ 421

E. Catellani, m. e. — Sulle vie della pace. La conferenza di Genova . . . . . „ 437

A. Zanolli — Appunti critici e linguistici a due antiche versioni armene di un frammento euripideo . . . „ 471

Zanon F. S. — Osservatorio Geofisico del Seminario Patriarcale di Venezia. Bollettino mensile. Ottobre, Novembre, Dicembre 1928 . . . . . „ 477

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Sui moti permanenti rotazionali i cui vortici sono rettilinei e paralleli alla velocità

NOTA DI GIAN DOMENICO MATTIOLI

(presentata dal prof. E. Laura, s. c., nell' ad. ord. 13 gennaio 1929)

1. — In una Nota pubblicata in questi Atti (1) ho proposto un sistema di equazioni idrodinamiche, che, per gli elementi che esso introduce, deve prestarsi efficacemente alla ricerca delle proprietà intrinseche del moto fluido, e così pure per quelle ricerche nelle quali il tipo di movimento è assegnato. Ne dò qui una prova mostrando che, nel caso di cui al titolo di questa Nota, l' impiego di quelle equazioni conduce, *senza alcuna integrazione*, a caratterizzare il tipo più generale di movimento della specie detta.

I moti permanenti nei quali il vettore rotazione è parallelo alla velocità sono stati considerati per primo da BELTRAMI (2), il quale, anzi, dette esplicitamente le soluzioni nei casi più semplici. Il loro interesse è stato reso più attuale da una osservazione di LECORNU (3), riportata dall' APPELL (4) nel suo trattato: secondo il citato autore i fluidi che escono per un tubo da un recipiente di grandi dimensioni dovrebbero avere una distribuzione istantanea di velocità tale che, sensibilmente, i vortici sono paralleli alla velocità stessa. La conoscenza di soluzioni di questa specie può quindi essere utile, ove si ricerchi poi l' ef-

(1) Tomo LXXXVII, parte seconda; pag. 1423.
(2) *Rendiconti dell' Istituto Lombardo* (2ª), XXII, fasc. II (1889).
(3) *Comptes rendus*, t. 168, p. 923 (1919).
(4) *Traité de mécanique rationelle*, t. III, p. 413.

Digitized by Google

fetto di una perturbazione iniziale, a chiarire il fenomeno della turbolenza nei tubi del quale non possediamo ancora una teoria soddisfacente. Nel presente lavoro considero il caso, tra i più semplici, nel quale le linee di flusso, coincidenti con le linee vorticose, sono rette.

2. — Le equazioni idrodinamiche con cui risolvo il problema sono state da me trovate nella Nota citata dianzi, considerando il moto fluido nello spazio a 4 dimensioni che si ottiene trattando il tempo come una quarta coordinata cartesiana ortogonale alle 3 coordinate di spazio: ne risulta una quaderna di equazioni dinamiche, di cui solamente tre indipendenti, invarianti di fronte alla più generale trasformazione delle coordinate spaziali: applicando poi un procedimento noto del calcolo differenziale assoluto ho ricavato dalle precedenti le equazioni idrodinamiche riferite ad una quadrupla di congruenze di linee ortogonali fra loro. Sotto questa forma, esse, ove si disponga convenientemente dell' arbitrarietà di scelta delle congruenze di riferimento, forniscono per ogni problema delle equazioni che contengono solo quanto v' è di essenziale, eliminando tutto ciò che dipende dal sistema coordinato. Va da sè che alle equazioni idrodinamiche propriamente dette, vanno associate quelle relazioni supplementari fra gli elementi di curvatura della quadrupla di congruenze, che sono già fornite dal calcolo differenziale assoluto mediante le relazioni che legano i coefficienti di rotazione del Ricci. Limitandoci a considerare un moto permanente, si può trascurare la quarta coordinata (costituita dalle rette ortogonali allo spazio sede del moto): il problema è così ridotto a tre dimensioni.

3. — Indichiamo con Ω il potenziale delle forze, con P la funzione $\int \frac{dp}{\rho}$, e con ξ la velocità (componente secondo le linee di flusso comunque orientate): assumiamo tre congruenze di linee [1], [2], [3], mutuamente ortogonali, di cui la [3] *è fatta coincidere con le linee di flusso;* denotando con γ_{hkl} i coefficienti di

Digitized by Google

rotazione relativi alla terna di congruenze scelte, abbiamo quali equazioni dinamiche del moto fluido permanente (1):

$$\begin{aligned} \xi^2 \gamma_{313} &= \frac{\partial (\Omega - P)}{\partial s_1} , \\ \xi^2 \gamma_{323} &= \frac{\partial (\Omega - P)}{\partial s_2} , \\ \xi \frac{\partial \xi}{\partial s_3} &= \frac{\partial (\Omega - P)}{\partial s_3} , \end{aligned} \tag{1}$$

e se il fluido è incompressibile varrà pure l' equazione di continuità:

$$\frac{\partial \xi}{\partial s_3} + \xi (\gamma_{311} + \gamma_{322}) = 0 . \tag{1'}$$

A queste equazioni devono inoltre aggiungersi quelle che legano le γ_{hkl}, e che esprimono le condizioni necessarie e sufficienti affinchè delle funzioni γ_{hkl} possano essere considerate quali coefficienti di rotazione di una terna ortogonale: esse sono:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma_{hik}}{\partial s_l} - \frac{\partial \gamma_{hil}}{\partial s_k} + \sum_i^3{}_j [\gamma_{hij} (\gamma_{jkl} - \gamma_{jlk}) + \gamma_{jhl} \gamma_{jik} - \gamma_{jhk} \gamma_{jil}] = 0 , \\ \gamma_{hkl} + \gamma_{khl} = 0 . \end{aligned} \tag{2}$$

Per la scelta fatta della congruenza [3], le componenti ortogonali del vettore rotazione sulle tre linee di riferimento che possano per il generico punto, sono (2):

$$\begin{aligned} 2 \eta_1 &= \frac{\partial \xi}{\partial s_2} - \xi \gamma_{323} , \\ 2 \eta_2 &= - \frac{\partial \xi}{\partial s_1} + \xi \gamma_{313} , \\ 2 \eta_3 &= \xi (\gamma_{321} - \gamma_{312}) . \end{aligned}$$

Se vogliamo che il vortice sia parallelo alla velocità, dovranno essere nulle le sue componenti η_1, η_2, cosicchè, richia-

(1) Nota citata, pag. 1448.
(2) l. c. pag. 1449.

Digitized by Google

mando l'equazione di continuità, avremo che la ξ soddisfa al sistema:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial s_1} &= \xi \gamma_{313} , \\ \frac{\partial \xi}{\partial s_2} &= \xi \gamma_{323} , \\ \frac{\partial \xi}{\partial s_3} &= -\xi (\gamma_{311} + \gamma_{322}) , \end{aligned} \tag{3}$$

mentre il vettore rotazione è dato dalla sua componente sulla linea di flusso:

$$\eta = \eta_3 = \frac{\xi}{2} (\gamma_{321} - \gamma_{312}) . \tag{4}$$

V'è da osservare che la soluzione per la ξ delle precedenti equazioni deve essere compatibile con la esisfenza di una funzione $\Omega - P$ che soddisfa alle (1): si vede subito che ciò non introduce nessuna condizione supplementare per la ξ, perchè se si sostituisce nel 1° membro della terza delle (1) mediante l'equazione di continuità, e si moltiplicano le (3) per ξ, si constata che il sistema differenziale che definisce $\Omega - P$ è lo stesso di quello che determina $\frac{1}{2}\xi^2$, talchè

$$\Omega - P - \frac{1}{2}\xi^2 = \text{cost.}$$

Introduciamo ora l'ipotesi che le curve della [3] sono rette (geodetiche), per il che occorre che sia (1):

$$\gamma_{313} = \gamma_{323} = 0 : \tag{5}$$

al posto del sistema (3), si ha dunque da integrare il sistema in $\log \xi$:

---

(1) Levi-Civita, *Lezioni di calcolo differenziale assoluto*, pag. 291, formula 18'.

Digitized by Google

$$\frac{\partial \log \xi}{\partial s_1} = 0 \ ,$$
$$\frac{\partial \log \xi}{\partial s_2} = 0 \ , \qquad (6)$$
$$\frac{\partial \log \xi}{\partial s_3} = -(\gamma_{311} + \gamma_{322}) \ ,$$

compatibilmente con le equazioni (2).

Le condizioni d' integrabilità per le (6), in virtù delle formule di commutazione delle derivate seconde (1), si hanno sotto la forma:

$$\frac{\partial}{\partial s_2}(\gamma_{311} + \gamma_{322}) = 0 \ ,$$
$$\frac{\partial}{\partial s_1}(\gamma_{311} + \gamma_{322}) = 0 \ ,$$
$$(\gamma_{311} + \gamma_{322})(\gamma_{312} - \gamma_{321}) = 0 \ .$$

Se vogliamo che si tratti di effettivo moto vorticoso dobbiamo supporre $(\gamma_{312} - \gamma_{321}) \neq 0$ (cfr. la (4)): talchè le precedenti sono soddisfatte ponendo:

$$\gamma_{311} + \gamma_{322} = 0 \ , \qquad (7)$$

il cui significato cinematico è: la velocità è costante lungo ogni linea di flusso.

La condizione (7) suggerisce una notevole particolarizzazione delle congruenze [1] e [2]. È noto che la sostituzione di due congruenze ortogonali alla [3] ad altre due inizialmente considerate, si realizza mediante una sostituzione ortogonale sui momenti $\lambda_{1,i}$, $\lambda_{2,i}$ di quest' ultime, e che i nuovi coefficienti di rotazione sono i coefficienti della trasformata, con la stessa sostituzione ortogonale, della forma quadratica (2):

$$\gamma_{311} z_1^2 + \gamma_{322} z_2^2 + (\gamma_{312} + \gamma_{321}) z_1 z_2 \ . \qquad (8)$$

Ora, in virtù della (7), la forma (8) uguagliata ad una costante rappresenta un' iperbole equilatera: con una rotazione

(1) Levi-Civita, l. c. pag. 290, formula 17.
(2) Levi-Civita, l. c., pag. 298.

Digitized by Google

degli assi z_1, z_2, si può dunque riferirla ai suoi asintoti; ne viene che la corrispondente sostituzione ortogonale sostituisce ai coefficienti γ_{hkl} originari, altri γ'_{hkl} dei quali

$$\gamma'_{311} = \gamma'_{322} = 0 \ .$$

Possiamo dunque, pur restando nella generalità, riferirci a congruenze [1] e [2] tali che

$$\gamma_{311} = \gamma_{322} = 0 \ . \tag{9}$$

Esplicitiamo ora il sistema (2) tenendo conto delle (5) e (9); avremo:

$$\begin{aligned}
&\gamma_{231}(\gamma_{123} - \gamma_{132}) + \gamma_{123}\gamma_{132} = 0 \ , \\
&\frac{\partial \gamma_{231}}{\partial s_3} = 0 \ , \\
&\frac{\partial \gamma_{231}}{\partial s_2} - \gamma_{231}\gamma_{121} - \gamma_{121}\gamma_{132} = 0 \ , \\
&\frac{\partial \gamma_{312}}{\partial s_3} = 0 \ , \\
&\gamma_{312}(\gamma_{231} - \gamma_{213}) + \gamma_{231}\gamma_{213} = 0 \ , \\
&-\frac{\partial \gamma_{312}}{\partial s_1} + \gamma_{312}\gamma_{212} - \gamma_{231}\gamma_{212} = 0 \ , \\
&\frac{\partial \gamma_{122}}{\partial s_3} - \frac{\partial \gamma_{123}}{\partial s_2} + \gamma_{121}(\gamma_{123} - \gamma_{132}) = 0 \ , \\
&\frac{\partial \gamma_{123}}{\partial s_1} - \frac{\partial \gamma_{121}}{\partial s_3} + \gamma_{122}(\gamma_{231} - \gamma_{213}) = 0 \ , \\
&\frac{\partial \gamma_{121}}{\partial s_2} - \frac{\partial \gamma_{122}}{\partial s_1} - \gamma_{121}^2 - \gamma_{122}^2 + \gamma_{123}(\gamma_{312} - \gamma_{321}) + \gamma_{312}\gamma_{321} = 0 \ .
\end{aligned} \tag{10}$$

Sottraendo membro a membro le (10′) e (10^v), otteniamo:

$$\gamma_{123}(\gamma_{132} + \gamma_{231}) = 0 \ :$$

ora non può farsi $\gamma_{132} + \gamma_{231} = 0$, perchè altrimenti dalla (10′) si ricaverebbe $\gamma_{132} = \gamma_{231} = 0$, e nella (4) si vedrebbe che il moto è irrotazionale.

Digitized by Google

Dobbiamo quindi porre:

$$\gamma_{123} = 0 \ ,$$

per cui consegue

$$\gamma_{231}\,\gamma_{132} = 0 \ .$$

Malgrado ciò possa apparire, non siamo ora in presenza di due possibilità essenzialmente diverse che corrispondono all' annullarsi dell' uno o dell' altro fattore: infatti se si scambia l' indice che caratterizza le congruenze [1] e [2], γ_{231} e γ_{132} si scambiano i valori. Annulliamo quindi

$$\gamma_{231} = 0 \ ,$$

mentre si dovrà ritenere $\gamma_{132} \neq 0$.

Consegue allora dalla (10‴):

$$\gamma_{121} = 0 \ .$$

In conclusione i coefficienti di rotazione della terna di congruenze considerate soddisfano alle relazioni:

$$\gamma_{311} = \gamma_{313} = \gamma_{331} = \gamma_{322} = \gamma_{323} = \gamma_{211} = \gamma_{123} = 0 \ , \qquad (11)$$

$$\frac{\partial \gamma_{312}}{\partial s_1} = \gamma_{312}\,\gamma_{212} \ ,$$

$$\frac{\partial \gamma_{212}}{\partial s_3} = 0 \ , \qquad (12)$$

$$\frac{\partial \gamma_{212}}{\partial s_1} = -\gamma_{212}^2 \ .$$

Il sistema di equazioni (11) e (12) può essere facilmente integrato con una opportuna scelta delle coordinate: ciò però non è necessario riuscendo più espressivo riconoscere le proprietà geometriche espresse dalle (11): vedremo anzi che esse determinano completamente la specie della congruenza di rette [3].

Infatti le $\gamma_{211} = \gamma_{311} = 0$ sono le condizioni di geodeticità delle curve [1], per cui queste sono, al pari delle [3], rette; mentre la relazione, ricavabile dalle (11), $\gamma_{213} = \gamma_{231}$ esprime che la congruenza [2] è normale. Ora è facile vedere che le superficie di cui le curve [2] sono le traiettorie ortogonali — che, dovendo essere formate dalle rette [1] e [3], contengono già un doppio

Digitized by Google

sistema di rette — sono dei piani. Infatti, poichè i coefficienti γ_{233}, γ_{313}, γ_{123} rappresentano le componenti della rotazione del triedro tangente alle linee della terna di congruenze per uno spostamento unitario nelle direzioni delle rette della [3], le condizioni

$$\gamma_{233} = \gamma_{313} = \gamma_{123} = 0$$

esprimono che le rette della congruenza [1] spiccate dai punti di una retta [3] sono parallele; vale a dire le rette delle due congruenze ortogonali [1] e [3] si associano secondo dei piani dei quali la [2] è la congruenza delle traiettorie ortogonali. Su ogni piano è chiaro che le rette appartenenti alla stessa congruenza [1] o [3] devono essere fra loro parallele: ciò risulta del resto per le rette della [1] dalle relazioni ora scritte; per quelle della [3] in seguito alle

$$\gamma_{231} = \gamma_{311} = \gamma_{231} = 0$$

pure contenute nelle (11).

Resta infine da interpretare la $\gamma_{322} = 0$. Il coefficiente γ_{322} rappresenta la componente, secondo la tangente alla linea della [1], della rotazione del triedro tangente alle linee dalla terna per uno spostamento lungo la linea della [3]: l'essere zero di siffatta rotazione, significa che, in ogni punto, la direzione delle rette [1] è quella della normale principale della linea [2] che vi passa, oppure che le rette di flusso [3] sono le binormali delle linee della congruenza [2].

Consideriamo ora l'inviluppo dei piani ortogonali a tutte le linee [2]: su ognuno la retta di tangenza con l'inviluppo (*caratteristica*) ha la direzione della binormale ad ogni curva [2] nei punti del piano stesso: si conclude che su ogni piano siffatto le rette [3] di flusso sono parallele alla caratteristica del piano stesso. Viceversa si consideri una serie ∞^1 di piani, su ciascuno si determini la caratteristica relativa al loro inviluppo e vi si tracci il fascio di rette parallele a quest'ultima: detta [3] la congruenza formata da tutte queste rette, se indichiamo con [1] la congruenza delle rette traiettorie ortogonali delle precedenti su ogni piano e con [2] quella delle traiettorie ortogonali ai piani considerati, otteniamo una terna di congruenze che, dove

Digitized by Google

è regolare, soddisfa evidentemente alle equazioni (11), e costituisce perciò il modo più generale di soddisfarvi.

Restano da considerare le (12): ma esse sono necessariamente soddisfatte della terna di congruenze or ora determinata. Infatti esse non sono altro che ciò che rimane delle equazioni generali (2) (valide per ogni terna di congruenze) quando vi si facciano le posizioni (11); consegue che esse valgono per le congruenze individuate dalle (11).

Concludendo, la più generale soluzione delle equazioni idrodinamiche nella quale le linee di flusso sono rette e coincidono con i vortici, si costruisce tracciando una serie ∞^1 arbitraria di piani e assumendo su ogni piano come linee di flusso — con velocità ξ costante (cfr. la (7)) — le rette parallele alla sua caratteristica. Il vettore rotazione, per la (4), è dato dalla:

$$\eta = -\frac{\xi}{2}\gamma_{312} ,$$

cioè, in valore assoluto, vale il semiprodotto della velocità per il valore assoluto della torsione che ha in ogni punto la traiettoria ortogonale alla serie di piani considerati che vi passa.

V' è da osservare che se non si delimita su ogni piano la striscia delle rette di flusso, ve ne saranno di quelle, appartenenti a piani diversi, che s' incontrano; ciò che è incompatibile con la loro qualità di linee di corrente: si può sempre però — ed in infiniti modi — localizzare su ogni piano una striscia di rette di flusso, tale che tutte le rette così determinate risultino sghembe fra loro (o parallele). Nel campo che risulta da tale serie di striscie piane, vale, senza che si presentino singolarità, la soluzione idrodinamica trovata.

Il caso di BELTRAMI si ha quando i piani della serie sono paralleli: su di essi è allora arbitraria la direzione da darsi alla velocità.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 15 marzo 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Archeologia d'oltremare

CARLO ANTI, s. c.

(*Adunanza ordinaria del giorno 16 dicembre 1928*)

Venezia e Levante è binomio abituale e caro ad ogni italiano non tanto per il passato glorioso ed indimenticabile ma oramai passato, quanto per la confortante realtà presente e per il futuro che fondatamente promette anche più. Se l' avvenire d' Italia è sul mare, quello di Venezia è ancora e sempre in quel Levante dove essa già una volta ha trovato le ragioni della sua potenza e della sua ricchezza.

Chi vive attivamente nell' ambiente di Venezia (ed io amo considerare Padova parte integrante di questo ambiente) non può sottrarsi a tale attrazione del Levante ed è indotto anch' egli a portare come può il suo contributo per la ripresa e l' intensificazione dei nostri rapporti con esso.

Indice sicuro dell' entità e del progresso di questi rapporti sono i dati statistici sul movimento del porto di Venezia, resi noti in questi giorni, e di fronte ad indici così concreti e così sostanziosi potrà sembrare strano che presuma di aggiungere comunque la sua voce un archeologo volto allo studio di cose che non i secoli ma i millenni dividono da noi. Ma io credo che anche nel campo degli studi possiamo osservare sintomi e fatti di questa ripresa di relazioni con il Levante che si aggiungono confortanti e promettitori di un sicuro avvenire a quelli economicamente concreti del nostro porto.

In Venezia, dopo il riordinamento del Museo archeologico, che è unico e prezioso avanzo delle raccolte artistiche fatte dai veneziani in Levante, quasi come simbolo del movimento che ci

Digitized by Google

interessa, si è costituito il Museo d'Arte orientale " Marco Polo „ che Nino Barbantini ha ordinato con tanto gusto a Palazzo Pesaro. Collezione cospicua, ma che sarebbe stata infinitamente più grandiosa, una delle più ricche del mondo, se nel 1908, quando gli eredi del Duca di Bardi ne iniziarono la vendita, le finanze e lo spirito del Governo di allora fossero stati tali da comprendere e attuare l'insistente e fervida proposta di Luigi Pigorini e di Gino Fogolari i quali volevano tutta la collezione in blocco assicurata allo Stato, per dotare Venezia, come sede ideale, di un grande Museo d'arte dell'estremo oriente.

A Padova gli studenti levantini, esclusi i balcanici, che nel 1913-14 erano solo 12 sono saliti nello scorso anno a quasi 50 e quest'anno altri ancora se ne sono immatricolati, specialmente di Grecia.

Al collegio Cottuneo-Greco, le cui origini risalgono al testamento dettato dal vescovo Giosafat Paleocapa nel 1583, si è aggiunta in questi anni la Fondazione Alhadeff per studenti di Rodi.

Finalmente la Facoltà di Filosofia e Lettere ha cominciato ad attuare un suo vecchio e caro programma di studi bizantini con un insegnamento di greco bizantino, al quale presto se ne aggiungerà uno di neo-ellenico e speriamo che ambedue possano essere integrati con altri di arte, storia e istituzioni bizantine.

Ma, come indice importante del rinnovato interessamento dell'Italia per il prossimo oriente, desidero far conoscere altra più complessa attività che, se pure di carattere nazionale, non può non destare l'interesse anche di Venezia, tutta volta al Levante.

***

Con recente disposizione è stato costituito presso il Ministero della P. I. il Comitato Centrale per le Missioni e gli Istituti archeologici all'estero con lo scopo di coordinare le nostre attività di carattere archeologico fuori d'Italia sorte in tempi diversi e per iniziativa di Ministeri diversi. Spesso infatti l'uno o l'altro Ministero, specialmente quelli degli Esteri e delle Colonie, sotto l'impulso di contingenti necessità scientifiche, politiche od anche semplicemente amministrative era stato indotto a provvedere a

Digitized by Google

missioni del genere, indipendentemente dal Ministero dell' Istruzione, che pure doveva essere quello particolarmente competente.

Un organo coordinatore appariva inoltre necessario per togliere a queste iniziative il carattere saltuario e temporaneo che molte di esse avevano e sopratutto per farne la scuola attraverso la quale assicurare anche al nostro paese una schiera valida anche se piccola di specialisti, studiosi delle civiltà orientali. Si trattava insomma di cavare dalle varie organizzazioni un frutto scientifico più ricco, più organico, più duraturo.

La storia del Mediterraneo, del *mare nostrum*, non si esaurisce con Roma e Atene. La civiltà classica greca e la civiltà romana non sono che due momenti e i più recenti dell' antica civiltà mediterranea. Fino a qualche decennio fa poche parole bastavano a ricordare i modesti contributi che si credevano derivare alla civiltà classica dalla Mesopotamia, dalla Fenicia, dall' Egitto, ma ora l' unità, la complessità e la durata della storia mediterranea ha assunto aspetti inattesi. La Mesopotamia non è un mondo lontano, quasi senza legami con il nostro, ma ne è la premessa indispensabile, il mondo d' onde derivano moltissimi e vivacissimi elementi della nostra cultura: artistici, scientifici e religiosi, giunti a noi specialmente attraverso la Fenicia. Essa va di anno in anno rivelando nuovi secoli di vita, nuove fasi di cultura, che costringono a rivedere molte convinzioni acquisite. Anche l' Egitto, già presunto immobile e isolato come una Cina del Mediterraneo, è noto ora come parte viva di questo mondo orientale. Ma a queste civiltà, già più o meno note, altre si sono aggiunte o del tutto ignorate o che si credevano esistere solo nel regno del mito: quella minoica, con centro a Creta e con la sua derivazione micenea in tutta l' Egeide e quella degli Etei in Asia minore. Tutto ciò senza parlare delle scoperte di antichità preistoriche che fanno conoscere le primissime e più remote pagine dell' incivilimento umano, premesse indispensabili delle maggiori civiltà testè ricordate, trama grezza su cui queste hanno contesto il loro tessuto meraviglioso.

La scoperta di tanta storia e di tanta arte è frutto di una nobilissima gara fra i maggiori paesi del mondo, svoltasi negli ultimi cento anni. In questa gara, per quanto riguarda Roma e la Grecia, l' Italia, anche se in pieno travaglio politico e povera

Digitized by Google

di mezzi, ha saputo mantenersi in linea con le altre nazioni e in certi campi eccellere su tutte: la rivelazione della civiltà minoica è in grandissima parte dovuta a figli suoi. Nel campo delle civiltà orientali, invece, essa è assente o quasi.

Nelle antichità egizie, dopo i contributi materiali dovuti a esploratori come Vit. Donati, G. B. Belzoni e Bern. Drovetti e, intorno alla metà dell' 800, dopo i contributi monumentali e scientifici di J. Rosellini, morto pochi mesi fa lo Schiaparelli, siamo ridotti sì e no ad un paio di buoni conoscitori della lingua dei Faraoni; per la Mesopotamia, dove i precursori furono in gran parte italiani, Giosafat Barbaro ancora in pieno sec. XV, Pietro della Valle nel '600 e, vero iniziatore delle ricerche moderne, Paolo Emilio Botta nel 1843, abbiamo appena un cultore di assiriologia, ma nessun archeologo che si occupi dei monumenti; e così della Persia, dove, già nel 1840-41, era stato l' architetto Pasquale Costa, così di Cipro rivelato, sia pure con scarso scrupolo scientifico, da Luigi Palma di Cesnola, per non parlare della Siria, della Palestina e dell' ambiente eteo, che in Italia sono ignorati del tutto.

Bisogna provvedere subito per non restare troppo lontani dagli altri e solo le nostre missioni all' estero possono dare ai giovani volonterosi, che non mancano, le occasioni e i mezzi nenessari a procurarsi la preparazione e le conoscenze speciali occorrenti.

Tralasciando quelli che sono gli sviluppi avvenire auspicati, mi limito a dire quale è la nostra attuale organizzazione archeologica all' estero.

***

Nel mondo ellenico (1) il nostro ente scientifico più anziano

(1) Per la storia della nostra attività archeologica nel mondo greco è fondamentale il volume di B. Pace, *Gli italiani e l'esplorazione dell'oriente ellenico* (Mem. e monogr. dell' Istit. colon. ital., Serie geogr., n. 2), Roma 1920, dal quale sono presi vari dei dati di fatto contenuti nel mio scritto. Esso integra giustamente, per quanto riguarda l'attività italiana, il noto volume di A. Michaelis, *Un secolo di scoperte archeologiche*, Bari 1912.

Digitized by Google

è la Missione di Creta, iniziata nel 1884 da Federico Halbherr, che ne è tuttora il capo e l' anima. Le scoperte dovute a questa missione sono fra le glorie maggiori dell' archeologia italiana all' estero e fra le conquiste più grandi della scienza dell' antichità nell' ultimo cinquantennio: l' iscrizione giuridica di Gortina, il tesoro dell' antro ideo, Festo, Hagia Triada sono veri caposaldi per la storia della civiltà del Mediterraneo.

Il nome di Venezia è più volte riunito alle vicende di questa missione. Federico Halbherr approdava per la prima volta a Creta nel 1884 per consiglio di Domenico Comparetti, il cui interesse si era rivolto all' isola studiando il testo di un' epigrafe antichissima trovato dal Teza in un manoscritto cinquecentesco del Museo Correr: la " Descrizione dell' isola di Creta „ di Fr. Barozzi (1). Da Venezia e dal territorio erano già uscite altre importanti epigrafi cretesi portatevi dai suoi marinai: ricordo il trattato per diritti di pesca fra varie città dell' isola trovato a Rialto nel 1850 ricostruendo il Palazzo Sernagiotto in Calle del Luganegher, il trattato di alleanza fra le città cretesi di Latò ed Olunte, inviato a Venezia da Francesco Molin, poi perduto e finalmente ritrovato nel 1882 in occasione di restauri alla basilica di S. Marco (2), il trattato di alleanza fra Hierapytna e Lyttos, Magnesia e Rodi trovato già nel 1788 a Portogruaro.

Ma Creta era stata dominio veneziano e la Serenissima vi aveva impresso profonda l' impronta del suo dominio con il più nobile e il più duraturo dei mezzi di cui dispongono i potenti: l' architettura. Gli edifici veneziani di Creta sono e più erano moltissimi, chè i secoli e l' incuria non sempre involontaria degli uomini vanno rapidamente distruggendoli. L' Istituto Veneto incaricò del loro studio il nostro collega Giuseppe Gerola, uno dei maggiori conoscitori dei monumenti medievali nel Levante, che assolse il suo compito con due lunghe campagne in Creta, dal gennaio 1900 al gennaio 1901 e dall' aprile dello stesso anno al luglio 1902: in tutto 25 mesi di faticoso ma proficuo lavoro. I risultati vengono pubblicati nella serie edita dal nostro Istituto:

---

(1) *Riv. di Filol.* classica XI, pag. 340 sgg.; XII, pag. 145 sgg.

(2) D. Comparetti. *Iscrizione cretese scoperta in Venezia*, in Museo ital. di antich. classiche, I (1885) pag. 141 segg.

Digitized by Google

" I Monumenti veneti dell'Isola di Creta „ della quale sono usciti già quattro volumi ed è atteso il quinto. La missione Halbherr, naturalmente, appoggiò e favorì con ogni sua possibilità il lavoro del Gerola.

Un lavoro simile sarebbe urgentissimo compiere anche per la Grecia propria, dove la rovina è forse più rapida e più sistematica ed io auguro che il nostro Istituto voglia continuare l'opera iniziata anche in questo territorio con la breve ricognizione delle isole Serifo, Keos e Thermia, fatta compiere allo stesso Gerola nel giugno 1910 (1).

La Missione di Creta ha ora una sua stabile residenza a Candia, sta ultimando gli studi e i rilievi per la pubblicazione definitiva dei grandi scavi di Festo e di Haghia Triada e conduce anche nuovi scavi, come ad esempio quelli recenti di Arcades, che hanno portato nuovi importanti elementi alla conoscenza del periodo orientalizzante (VIII-VII sec. av. Cr.).

Il forte afflusso di studenti cretesi all'Università padovana in questi ultimi anni (oggi sono più di trenta) è dovuto all'efficace influenza culturale della Missione di Creta, che così si è palesata anche utilissimo strumento per migliorare le nostre relazioni con quella Grecia, che con noi divide un lontano e glorioso passato e la sorte politica di essere paese unicamente e schiettamente mediterraneo.

Nello stesso tempo madre e figlia della Missione di Creta, se è lecito il bisticcio, può dirsi la Scuola archeologica italiana di Atene. Infatti se da una parte le sue origini devono farsi risalire ai giovani che il Ministero della P. I. cominciò a mandare in Grecia fin dal 1863, primo fra tutti Antonino Salinas, quasi *clerici vagantes,* senza una casa, senza un libro, senza mezzi per affrontare scavi propri, ma solo per vedere e studiare monumenti e musei, d'altra parte la sua costituzione definitiva e materiale, fatta con elementi della Missione di Creta, è solo del 1910.

Da quell'anno essa dispone di una sede con alloggi per il Direttore e gli alunni, di una biblioteca e di un bilancio che le permette di condurre scavi. Ogni anno vanno ad Atene da due

(1) Per Serifo v. *Annuario della R. Sc. arch. di Atene*, III (1921), pag. 203 sgg.; per Keos, *ibid.*, IV-V (1924), pag. 177 sgg.

Digitized by Google

a quattro giovani archeologi od architetti, scelti con apposito concorso o allievi anziani della Scuola archeologica di Roma, i quali trascorrono in Grecia da sei ad otto mesi, che impiegano in studi, viaggi e scavi, sotto la guida del Direttore.

Il costitutore e primo direttore della Scuola, Luigi Pernier, ricondusse gli allievi sull'area dell'antica Gortina e vi disseppellì il tempio di Apollo Pitio con il vicino Pretorio, l'Agorà con l'Odeo e vari altri edifici, fra i quali i tempi di Esculapio e delle divinità egiziane.

Alessandro Della Seta, succeduto nel 1919 al Pernier nella direzione della Scuola, ha volto invece gli sguardi all'Egeo settentrionale, a Lemno, dove la tradizione e qualche scoperta accennavano alla presenza di un popolo che poteva avere relazione con i nostri Etruschi. Il problema era di particolare interesse per noi italiani e meritava di essere affrontato, fosse pure per giungere ad una soluzione negativa. Sarebbe stato in ogni caso un elemento perturbatore eliminato da una discussione intricatissima.

Le scoperte di questi anni hanno rimesso in luce fra l'altro una necropoli non greca dell'età del ferro, di moltissimo interesse, anche se non potrà fornire contributi decisivi al problema etrusco come non era assurdo pensare.

La Scuola di Atene pubblica i risultati dei suoi lavori nell' " *Annuario della R. Scuola arch. di Atene e delle Missioni archeologiche italiane in Levante* „ del quale sono già usciti cinque volumi, densi di materiali.

L'occupazione italiana del Dodecaneso, avvenuta nel maggio 1912, creò nuove necessità scientifiche. Ancora mentre l'occupazione era in corso il nostro Gerola ritornava in Levante, compilava l'elenco degli edifici monumentali delle Sporadi uscito nel 1913 e raccoglieva materiali per vari altri lavori, pubblicati in seguito. All'opera sua si aggiungeva presto quella della Scuola di Atene e finalmente, nel febbraio 1914, Amedeo Maiuri iniziava l'attività della Missione archeologica di Rodi e della Soprantendenza alle Antichità del Dodecanéso, la cui prima manifestazione fu il sorgere del Museo dello Spedale dei Cavalieri.

Nel maggio di quest'anno, poi, è stato inaugurato l'Istituto storico-archeologico di Rodi F. E. R. T., con sede nel Palazzo

Digitized by Google

dell'Armeria, sua biblioteca, archivio fotografico e pubblicazioni proprie: la serie *Clara Rhodos*, di cui è già uscito il primo volume. L'Istituto assegna ogni anno una o più borse di studio a giovani cultori di archeologia, di arte medievale od orientale, ad artisti o architetti.

L'attività della Sopraintendenza di Rodi è stata varia, come vari per età e per carattere erano i monumenti delle Sporadi. Da segnalare sopratutto i superbi restauri delle costruzioni cavalleresche, che hanno fatto di Rodi un centro monumentale bello e singolare come forse nessun altro, vera gemma latina in pieno Levante, gli scavi di antichità greche nella città stessa di Rodi e quelli della necropoli micenea a Jalisos. Tralascio gli scavi minori e le molte ricerche nelle varie isole e sulla costa d'Anatolia che fronteggia Rodi. I risultati di questi lavori, oltrecchè nella serie già ricordata, vennero pubblicati principalmente nell'Annuario della Scuola d'Atene.

All'attività scientifica della Missione di Rodi contribuisce anche il Sovrano ordine militare dei Cavalieri di Malta, che assegna ogni anno una borsa a giovani che vogliano recarsi in Levante per studi sulla storia e sull'arte medievale.

Da Rodi all'Anatolia il passo è breve ed inevitabile, tanta è l'attrazione che esercita sempre l'opposta sponda.

Nel 1913 il Ministero degli Esteri incaricava Roberto Paribeni di organizzare una missione perchè anche l'Italia prendesse parte allo studio archeologico dell'Anatolia e il Paribeni, coadiuvato da vari elementi, assolveva il suo compito. La base della Missione fu stabilita in Adalia e la sua attività si svolse specialmente nei territori circostanti, nella Caramannia, corrispondenti alla Licia, alla Panfilia, alla Pisidia e alla Cilicia dell'antichità. La grande guerra interruppe i lavori che peraltro furono ripresi subito dopo l'armistizio, quando vi partecipò anche lo scrivente, per essere abbandonati solo dopo il 1922, causa il peggiorare delle relazioni fra Italia e Turchia. È da augurarsi che il felice chiarimento avvenuto ora fra i due paesi, dissipata ogni diffidenza, permetta anche la ripresa delle nostre ricerche scientifiche in Anatolia.

Causa le condizioni speciali del paese e per il fatto che questo era ancora in gran parte inesplorato, il lavoro della Mis-

Digitized by Google

sione consistette quasi esclusivamente in ricognizioni sopra terra. I lavori di scavo furono invece pochissimi. Ma anche quelle dettero risultati di grandissimo interesse dal punto di vista geografico, topografico e storico. Fra l'altro furono scoperte e riconosciute per la prima volta le rovine di tre città antiche a Belören in Pisidia, a Giaur-Cogiuk in Panfilia, sul Cavagh-Dagh in Licia.

I risultati dei lavori della Missione furono pubblicati nei *Monumenti antichi* della R. Accademia dei Lincei (1) e nell'*Annuario della R. Scuola di Atene* (2).

Con il levante ellenico si connette anche la Missione archeologica d'Albania (3). Roberto Paribeni già nel 1901 e Dante Viglieri nel 1902 avevano studiato dal punto di vista archeologico il Montenegro, durante la guerra Biagio Pace aveva fatto qualche ricerca in Albania, ma solo nel 1924 il Ministero degli Esteri organizzava una regolare Missione per l'Albania affidandola a L. M. Ugolini. Essa ha riconosciuto accuratamente il paese, nel 1926 iniziato scavi sull'acropoli di Feniki e, nella campagna 1927-28, sull'acropoli dell'antica Butrinto, facendovi scoperte di alto interesse: avanzi di terme romane con notevoli sculture, edifici e musaici di epoca cristiana.

Dei lavori della Missione viene reso conto nella serie " *Albania Antica* „ di cui è uscito un primo volume.

Una attività intensa e multiforme si svolge dunque in tutto il levante ellenico, dalle prossime coste d'Albania agli altipiani anatolici, dalla settentrionale Lemno a Creta immersa in pieno Mediterraneo.

*
* *

Molto meno complessa invece è stata ed è la nostra organizzazione archeologica nel mondo orientale.

Il merito di aver difeso il nome italiano in Egitto è di Er-

(1) *Monumenti antichi pubblicati dalla R. Accademia dei Lincei*, vol. XXIII, 1 (1915): Paribeni e Romanelli; XXIX, 2 (1924): Anti.

(2) *Annuario della R. Scuola arch. ital. di Atene*, III (1921): Paribeni, Pace, Moretti; VI-VII (1926): Pace, Moretti.

(3) *Missione archeologica italiana in Albania*, in *Bollettino del R. Istituto di Archeologia e St. dell'Arte*, II (1928), pag. 7 sgg.

Digitized by Google

nesto Schiaparelli, che prima per incarico del Ministero della P. I., poi con l'aiuto personale di S. M. il Re, continuatore in questo della tradizione di magnificenza per le antichità egizie inaugurata nel 1824 da Carlo Felice, organizzò e diresse per trentasei anni la Missione archeologica italiana d'Egitto. Il suo primo viaggio in Egitto è dell'inverno 1884-85, la sua ultima campagna di scavo del 1920. Naturalmente in un periodo così lungo egli ebbe vari collaboratori (1).

Le sue maggiori scoperte sono ben note per la grande risonanza che ebbero nel pubblico anche più lato: gli scavi nella Valle delle Regine, la scoperta della tomba intatta dell'architetto Kha a Deir el Medinet, le necropoli primitive di Ghebelein e di Assiut, per accennare solo ai complessi maggiori, gli assicurano un posto notevole nella storia dell'Egittologia.

Lo Schiaparelli aveva anche cominciato a render conto dei suoi lavori in una serie monumentale " *Relazione sui lavori della Missione archeologica italiana in Egitto* „, della quale sono usciti due volumi: la morte purtroppo ha interrotto il lavoro.

Mentre l'attività dello Schiaparelli nel campo dello scavo andava cessando per le sue indebolite condizioni fisiche e per il lavoro che ad esso richiedevano imprese di altro carattere, nel 1921 Roberto Paribeni, come capo delle Missioni scientifiche nel Levante, inviava in Egitto l'architetto Ugo Monneret de Villard con l'incarico di studiarvi i monumenti cristiani tanto del periodo bizantino quanto posteriori alla conquista araba (2). Il lavoro compiuto da questa Missione è già assai notevole: ricordo i volumi dedicati ai rilievi e allo studio di S. Barbara al Vecchio Cairo, delle sculture di Ahnās, dei Monasteri presso Sōhāg, del Monastero di S. Simeone presso Assuan.

Nel febbraio di quest'anno Ernesto Schiaparelli moriva e nel marzo il Ministro della P. I., su proposta del Comitato permanente per le Missioni e gli Istituti archeologici all'Estero, invi-

---

(1) G. Marro, *Les nécropoles egyptiennes et les fouilles de la Mission archéologique italienne*, in *Annales de l'Université de Grénoble*, 2 (1920); P. Barocelli, *Commemorazione di E. Schiaparelli*, in *Atti della R. Acc. della Sc. di Torino*, LXIII (1928), pag. 397 sgg.

(2) U. Monneret de Villard, *La missione archeologica italiana in Egitto* (1921-1928), in *Oriente Moderno* VIII (1928), pag. 268 sgg.

Digitized by Google

tava lo scrivente a raccoglierne l'eredità assumendo la direzione della nostra Missione d' Egitto.

La nuova Missione si propone anzitutto di continuare l'opera dello Schiaparelli, ma essa vuole portare la sua attenzione anche sulle antichità greco-romane dell' Egitto. Dacchè sull' altipiano di Barca si sono iniziati gli scavi di Cirene, il nostro interesse per i monumenti tolemaici e romani d' Egitto è cresciuto a dismisura: Cirene, per quanto già ci risulta, dal III sec. av. Cr. in poi, rientra per molti rispetti nell' orbita culturale egiziana e perciò le sue rovine sono una preziosa integrazione di quelle alessandrine e queste, alla loro volta, delle cirenaiche. Lo studio delle antichità greco-romane d' Egitto, inoltre, è in gran parte un vanto italiano: i formatori del grande museo d'Alessandria sono italiani: Giuseppe Botti ed Evaristo Breccia. Si tratta dunque di conservare e consolidare una bella tradizione italiana

Con questa sua nuova attività la Missione d' Egitto potrà anche integrare l'attività della Società italiana per la ricerca dei papiri greci e latini in Egitto (1).

Questa società, le cui origini possono essere fatte risalire ai viaggi ed agli scavi compiuti in Egitto nel 1902 e 1903 da G. Vitelli e da Ev. Breccia, con mezzi forniti specialmente da Elia Lattes, fu costituita nel 1908 su proposta di Angiolo Orvieto, ha sede a Firenze e ne è anima Gerolamo Vitelli. Ha eseguito campagne di scavo nel 1908 ad Aschmunêin (Hermoupolis Magna) dal 1910 al 1914 a Behnesa (Oxyrhynchos) in gran parte per opera di Ermenegildo Pistelli e dal 1927 in poi ad Omm el Baragat (Teptunis) per opera di Ev. Breccia. Alle campagne di scavo si sono aggiunte nel 1915-16 e nel 1923-24 campagne di raccolta di papiri dal commercio antiquario. Il frutto di questa attività pratica e degli studi promossi dal Vitelli viene raccolto nella serie " *Papiri greci e latini* „ della quale sta uscendo il IX volume.

Se il programma della nuova Missione archeologica d' Egitto potrà essere attuato secondo i nostri desideri, gli italiani saranno presenti in tutti i campi principali degli studi egittologici: le

(1) M. Norsa, *Papiri e papirologia in Italia*, in *Historia* 1929, 1, lavoro gentilmente comunicatomi in bozze.

Digitized by Google

antichità faraoniche, le tolemaiche e romane, le copte e la papirologia.

Ma la nuova Missione d'Egitto si prepara anche ad un compito più vasto: quello di essere la base per le ricerche e gli studi negli altri paesi orientali, la scuola in cui si formerà la schiera di orientalisti di cui l'Italia manca completamente.

Dall'Asia anteriore, infatti, tolto una Missione del Paribeni in Palestina durante la grande guerra ed alcuni saggi di scavo eseguiti da Giacomo Guidi nel 1927 ad 'Ammam di Transgiordania, gli italiani sono completamente assenti. Ragioni di ovvio decoro ci impongono di provvedere per riguadagnare al più presto il troppo tempo perduto.

***

Elementi importantissimi della nostra archeologia d'oltremare sono i servizi speciali organizzati nelle colonie (1).

Nelle colonie del Mar Rosso e dell'Oceano Indiano quasi nulla si è fatto finora: infatti degna di nota è soltanto la breve esplorazione compiuta nel 1907 da R. Paribeni e F. Gallina fra le rovine di Adulis in riva al Mar Rosso (2). Eppure tanto in Eritrea quanto in Somalia il lavoro archeologico non mancherebbe, importantissimo sopratutto, a giudicare dal poco che si conosce per le regioni contermini, quello nel campo preistorico. E forse si stanno perdendo preziose occasioni: sembra impossibile infatti che i grandi lavori di scavo eseguiti in questi anni e tutt'ora in corso per l'irrigazione di quelle regioni non abbiano rimesso in luce documenti delle civiltà primitive, certo umilissimi e perciò sfuggiti all'occhio dei lavoratori, ma forse preziosi per la storia più remota dell'Africa.

Nelle due colonie mediterranee le cose vanno invece assai diversamente. Cirenaica e Tripolitania, fino al VII sec. d. Cr.,

---

(1) MINISTERO DELLE COLONIE, *Dix années d'activité arch. en Libye* (1912-1922), Roma 1924; e in particolare per la Cirenaica: C. ANTI, *L'esplorazione archeologica italiana della Cirenaica*, in *Rivista di filologia classica*, VI (1928), pag. 163 sgg.

(2) *Monumenti antichi pubblicati dalla R. Acc. dei Lincei*, XVIII, 3 (1908), PARIBENI.

Digitized by Google

quando caddero definitivamente sotto il dominio arabo, erano state parte viva e integrante del mondo mediterraneo, sulle loro coste erano fiorite città ricche e potenti che, in tempi diversi, erano state anche centri importanti di cultura. Si aggiunga che il totale abbandono di quei paesi dal sec. VII a quasi tutto il XIX, se fu tragico per l'economia locale e per la civiltà, fu invece una fortuna per i monumenti: ad eccezione di Tripoli e di Bengasi, vissute sempre sul sito rispettivamente di Oea e di Berenice, nessuna città nuova sorse sui luoghi delle maggiori città antiche a consumarne le rovine. Anche le spogliazioni degli Europei, che nel sec. XIX furono dovunque notevoli, si poterono esercitare ben poco nella Libia, causa le difficili condizioni locali.

Perciò, già nel 1911, appena avvenuta la nostra occupazione, in occasione di lavori militari, si ebbero subito le prime scoperte, che divennero sempre più frequenti ed importanti con l'intensificarsi e l'organizzarsi dei lavori.

E la Libia si rivelò, dal punto di vista scientifico, un prezioso completamento del patrimonio archeologico nazionale. In essa infatti erano due mondi culturali assolutamente diversi, divisi all'ingrosso da quello che è sempre stato il loro termine ideale, le Are dei Fileni in fondo alla grande Sirte: ad oriente la Cirenaica con i suoi monumenti libici e greci, questi ultimi in serie grandiosa e ininterrotta dal VII sec. a. Cr. al VII sec. d. Cr., ad occidente la Tripolitania con monumenti punici e sopratutto romani dei due momenti che più interessano la vita romana dell'Africa settentrionale, l'impero degli Antonini e dei Severi e la fase cristiana. Delle ricerche in Tripolitania fu iniziatore Salvatore Aurigemma, di quelle in Cirenaica Ettore Ghislanzoni.

Oggi il servizio archeologico in Libia è organizzato in due Sopraintendenze stabili, con sede l'una a Tripoli, l'altra a Cirene, sopraintendenze sul tipo delle nostre d'Italia, ma più ricche di personale tecnico, date le scarse risorse locali.

La Sopraintendenza di Tripoli oltrechè badare al normale lavoro dipendente dall'applicazione delle leggi sulle antichità, conduce due scavi principali: a Leptis Magna, la più grandiosa città imperiale d'Africa, e a Sabrata, ricca invece di monumenti cristiani. Similmente la Sopraintendenza della Cirenaica, oltre

Digitized by Google

studi, ricognizioni e scavi in punti vari della regione, attende agli scavi di Cirene, la massima metropoli greca dell' Africa settentrionale. I lavori a Cirene, data l'enorme complessità di problemi tecnici e scientifici che essi presentano, si ricordi che la vita della città è durata quasi tredici secoli, sono compiuti dal Sopraintendente G. Oliverio con la collaborazione di un gruppo di specialisti: il Pernier, lo scrivente e due disegnatori-architetti.

Pubblicazioni ufficiali che rendono conto di quanto si fa e si scopre nelle colonie sono il *Notiziario archeologico* (I-IV, 1915-27), la rivista *Africa italiana* (I, 1927 e sgg.) e la serie di monografie, pure intitolata *Africa italiana*, tutte edite dal Ministero delle Colonie.

*
* *

Ragioni storiche e circostanze economiche, che non possono mutare da un momento all'altro, costringono il nostro paese a tentare ogni impresa con pochi uomini e con pochi mezzi, nè a questa sorte si sottraggono le iniziative archeologiche d'oltremare. Gli scettici considerano ciò una pretesa superiore alle nostre possibilità e predicano volentieri la modestia, il raccoglimento, come se questo raccogliersi modesto piuttostochè un concentramento di forze non significasse l'umiliarsi e il ridursi di tali forze fino al nulla. Sulla via della sfiducia in sè stessi è limite solo l'annientamento finale. Immagino che questi scettici metteranno avanti il solito argomento che non è il caso di andare a scavare con sacrificio personale e con grave dispendio in casa d'altri, magari per arricchire musei stranieri, quando non troviamo i mezzi per ricercare le grandi città della Magna Grecia, per esplorare una buona volta almeno una città etrusca completa, o, venendo più vicino a Venezia, per completare lo scavo di Nesazio, probabile centro della civiltà illirica, appena tentato molti anni fa eppure con risultati notevoli dalla Società istriana, mentre Aquileia, per riordinare il suo museo e rimettere in luce qualche nuovo edificio, deve fare appello all'iniziativa privata ed Altino giace sepolta e dimenticata nella pianura sotto Treviso.

Ritrarsi dalle esplorazioni archeologiche all'estero significhe-

Digitized by Google

rebbe scomparire definitivamente da vasti campi della scienza, che sono giusto vanto di ogni paese civile, sarebbe anche isolare gli studi delle nostre antichità patrie così da isterilirli, poichè, ripeto, la civiltà d'Italia è civiltà mediterranea e il movimento della storia nel mare nostro si palesa sempre più unitario, inesorabilmente concatenato attraverso i secoli ed i millenni.

Mezzi ed uomini sono pochi: ciò vuol dire che finchè gli uni e gli altri non aumenteranno, bisogna saperli organizzare così da farli rendere quanto più è possibile. Ma ad ogni modo non possiamo disarmare. Il mondo cammina sempre più rapidamente e in tali circostanze segnare ulteriormente il passo significherebbe rassegnarsi alla rinuncia e perdere la speranza che tante mete da tutti ambite possano un giorno essere anche nostre.

Io sono certo peraltro che un tale giudizio scettico non verrà formulato da veneziani, chè qui si sa bene quanto importi allargare gli sguardi e le attività oltre i confini della patria e sopra tutto al di là del mare, nel vicino Levante.

Sicuro di questo e sicuro di fare cosa gradita ai colleghi dell'Istituto, intenderei che la presente esposizione schematica della nostra organizzazione archeologica all'estero non rimanesse isolata, chè in tal caso varrebbe assai poco, ma fosse la premessa di una serie di brevi rapporti annuali sull'attività archeologica italiana d'oltremare.

Padova, 8-XII-28, A. VII.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 16 marzo 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Sulle vie della pace

La Conferenza di Genova

ENRICO CATELLANI, m. e.

(*Adunanza ordinaria del giorno 17 febbraio 1929*)

I.

Le vie della pace, nella storia dei popoli civili e in quella delle dottrine politiche, sono due. L'una dovrebbe essere la via maestra per giungere con sicurezza assoluta ad una meta definitiva e per eliminare una volta per sempre la guerra dai rapporti internazionali, come in ogni Stato civile hanno finito per essere eliminate le guerre private. L'altra via conduce soltanto ad una tappa sul grande cammino della pace perpetua. È tracciata piuttosto con intenti regionali e continentali che non con un fine mondiale; ed ha per meta un punto d'incontro, di transazione e di sosta, nel quale un gruppo di Stati e di popoli possano coesistere pacificamente fino a che non siano mutate del tutto le condizioni della loro esistenza nelle quali il loro patto pacifico ha potuto riuscire. Gli ingegneri che, in ogni epoca della storia, hanno cercato di segnare la traccia per la grande via maestra, appartengono alla categoria dei filosofi e dei poeti. Gli ingegneri che si sono dedicati a tracciare, costruire ed assicurare comunicazioni pacifiche sulla via meno estesa e più limitata nella superficie e nel tempo, appartengono alla categoria dei politici pratici. Dell'attività dei primi sono esempii il progetto di pace perpetua dell'Abate di Saint Pierre e il primo schema di Lega delle Nazioni del Presidente Wilson. Dall'attività dei secondi

Digitized by Google

sono risultati i grandi Trattati moderni da quelli di Westfaglia a quelli di Vienna, di Parigi e di Berlino. Per questa opera più pratica ma meno duratura, a vari intervalli di tempo è necessario ricominciare un lavoro di ricostruzione e questo riesce tanto più lungo e difficile quanto più aspra è stata la crisi alle cui conseguenze devesi preparare un'opera risanatrice.

II.

Dopo ogni guerra, sopratutto dopo una guerra che abbia travolto nella sua bufera un gran numero di Stati, alla pace delle armi, stipulata nei Trattati, non corrisponde subito la pace degli spiriti, nè la ripresa delle relazioni normali fra i governi e fra i popoli che hanno appena cessato di essere nemici. Nei governi vincitori prevale il sospetto dei tentativi di rivincita da parte dei vinti; in questi, tanto più quanto più debbano restar disarmati, prevale il timore di nuove violenze da parte dei vincitori, e queste sono rese più probabili perchè la debolezza dei vinti ne assicura il successo e la solidarietà persistente dei vincitori la impunità. Nelle masse popolari l'uno e l'altro pericolo sono accentuati dal persistere del nervosismo bellico, dall'abitudine, contratta durante il cimento, di ricorrere alla forza, dagli ideali di grandezza che sono stati durante la lotta oggetti di culto, e dagli impulsi di risentimento e di reazione materiale che si sono avvicendati, con ritmo sempre più rapido, durante la guerra. E poichè nella psicologia collettiva, come in quella individuale, si avvicendano così la fede nella persistenza del bene che si gode, come il terrore della persistenza del male che si soffre, i popoli passano facilmente da quella fiducia nella pace europea e nella solidarietà mondiale che ispirava ancora l'opinione pubblica del nostro continente alla vigilia del 1914, al timore che pervadeva già gli animi subito dopo la stipulazione della pace, di un antagonismo insanabile fra gli Stati, e d'un precipitare dei popoli verso una nuova catastrofe.

Ma se, dopo ogni grande guerra, è fatale il succedersi di varii terremoti di assestamento, prima che si ritrovi l'equilibrio smarrito dei rapporti e degli animi, tanto maggiori ostacoli do-

Digitized by Google

veva incontrare la ricerca di un nuovo equilibrio, dopo una guerra che avea travolto quasi tutti gli Stati europei; e tanto più gravi si palesarono dopo il 1919 tali ostacoli per effetto delle condizioni senza precedenti nelle quali la lotta era stata combattuta.

L'ordinamento militare, sviluppatosi dopo la seconda metà del secolo XIX, avea fatto sì che si dovesse tornare dalla guerra di eserciti alla guerra di popoli. Il mutamento era diventato più completo dopo che il complicato sviluppo tecnico degli ordinamenti e delle attività belliche avea fatto partecipare in via sussidiaria alla guerra anche i non combattenti. Inoltre l'ordinamento democratico dei varii Stati belligeranti, rendeva quella guerra una guerra di popoli anche in quanto si riferiva alla stessa decisione di affrontarla, ed alla costanza necessaria per persistervi fino all'estremo. Appunto perciò dovea svilupparsi, parallelamente alla offensiva delle armi, quella della propaganda. Propaganda interna per infiammare e rinfocolare l'entusiasmo dei soldati e dei cittadini e per suscitare nel loro animo l'avversione del nemico. Propaganda esterna per indebolire in questo le energie morali della resistenza, e per denigrarlo nella opinione degli Stati e dei popoli neutrali. Tale propaganda ha sospinto le due parti combattenti verso due diverse ed assolute concezioni della guerra giusta, e le ha indotte reciprocamente ad una denuncia, senza precedenti nella storia moderna, dello Stato e del popolo avversario, considerati rispettivamente non più come iniziatori di un certame legittimo per entrambe le parti, se condotto in modo conforme alle leggi della guerra, ma invece come colpevoli di un reato il cui giudizio non poteva più lasciarsi alla storia, ma dovea pronunciarsi immediatamente imponendo al colpevole la più dura espiazione.

Il risultato sintetico di questi nuovi fattori spirituali si manifestò negli articoli 227-230 (1) del Trattato di Versailles, dei

(1) Art. 227. — Le Potenze alleate ed associate accusano Guglielmo II di Hohenzollern come colpevole di una suprema offesa contro la morale internazionale e la santità dei Trattati.

Un tribunale speciale sarà costituito per il giudizio dell'imputato, assicurandogli le garanzie essenziali del diritto di difesa. Il tribunale sarà composto di cinque giudici designati singolarmente dalle seguenti

Digitized by Google

quali il primo, per la sua assurdità, non ha potuto avere nemmeno un principio di esecuzione e gli altri hanno potuto essere soltanto parzialmente applicati; ma che ebbero insieme la sicura efficacia di rendere più difficile che mai non fosse stato il ritorno dopo la guerra alla normalità dei rapporti fra i popoli che si erano combattuti.

Potenze: Francia, Giappone, Granbrettagna, Italia e Stati Uniti d'America.

Nella sua decisione il Tribunale sarà guidato dal più alti motivi di politica internazionale, col fine di rivendicare le solenni obbligazioni derivanti dagli impegni internazionali, e la tutela della morale internazionale. Sarà suo compito fissare la pena che dovrà essere applicata.

Le Potenze alleate ed associate domanderanno al Governo dei Paesi Bassi la consegna dell'ex Imperatore, perchè egli possa essere sottoposto al giudizio.

Art. 228. — Il Governo tedesco riconosce il diritto delle Potenze alleate ed associate di tradurre davanti i tribunali militari le persone colpevoli di atti contrarii alle leggi ed agli usi di guerra. Queste persone, se dichiarate colpevoli, saranno condannate a pene conformi alla legge, e tale disposizione resterà applicabile non ostante i procedimenti seguiti davanti un tribunale in Germania o nel territorio dei suoi alleati.

Il Governo tedesco dovrà consegnare alle Potenze alleate ed associate, od a quella fra le stesse Potenze che lo richieda, tutte le persone accusate di aver commesso un atto in violazione delle leggi e degli usi della guerra, e che siano specificate sia per il nome, sia per il grado, ufficio od impiego tenuto in dipendenza delle autorità germaniche.

Art. 229. — Le persone colpevoli di atti criminali contro cittadini di una delle Potenze alleate ed associate saranno tradotte davanti i tribunali militari di quella Potenza.

Le persone colpevoli di atti criminali contro cittadini di più d'una fra le Potenze alleate ed associate saranno tradotte davanti a tribunali militari composti di giudici dei tribunali militari di tutte le Potenze interessate.

Art. 230. — Il Governo germanico si impegna a fornire tutti i documenti e tutte le informazioni considerate necessarie ad assicurare la piena determinazione degli atti incriminati, la scoperta dei colpevoli, ed il giusto apprezzamento delle responsabilità.

Digitized by Google

III.

La singolarità di tali cause e di tali effetti, risulta evidente da un confronto fra lo sviluppo del riassetto europeo dopo la caduta di Napoleone e quello susseguìto alla capitolazione tedesca del 1918. La prima pace di Parigi del 1814 risultava da tanti Trattati quanti erano gli Stati che aveano sconfitto la Francia; tutti del 30 maggio, salvo quello con la Spagna che era del 20 luglio 1814. La eliminazione di Napoleone, confinato all'isola d'Elba, importava la possibilità di un più facile accordo coi plenipotenziari di Luigi XVIII, nel nome del quale i Francesi non avevano fatta la guerra. L'aver considerato Napoleone come solo colpevole e responsabile di ogni male, agevolava la ripresa dei rapporti amichevoli fra gli ex nemici, ed ispirava l'articolo XVI dei Trattati, secondo il quale " nessuno avrebbe dovuto essere molestato per atti commessi durante la guerra „; l'articolo XVIII che importava reciproca rinuncia ad ogni indennità pecuniaria; e l'articolo XXXII che provvedeva alla convocazione, due mesi dopo, a Vienna di un Congresso generale, al quale gli Stati avrebbero partecipato per completare le stipulazioni dei Trattati di Parigi, essendo già tutti in rapporti normali di pace.

Il Congresso si riunì a Vienna nel settembre 1814; ma i suoi lavori non finirono che il 9 giugno 1815, nove giorni dopo la battaglia di Waterloo. Il ritorno di Napoleone e la nuova campagna di guerra combattuta nell'intervallo, aveano modificato i rapporti fra i vari Stati europei e li aveano aggravati. L'Atto Finale di Vienna non poteva esser più soltanto un complemento dei Trattati di Parigi, ma diventava anche in tutto un nuovo Trattato di Pace. La colpa non era più soltanto di Napoleone, ma anche della Francia che, in quel periodo dei Cento Giorni, lo aveva seguìto; e non era possibile più una distinzione netta ed assoluta fra l'usurpatore ed il popolo che da quello era stato dominato e ricondotto alla guerra. Ciò nonostante, le Potenze vincitrici, pur aumentando il rigore delle condizioni e delle garanzie, non mutarono sostanzialmente il loro contegno verso la Francia. A questa furono imposte condizioni più dure di quelle del 1814, ma formalmente si continuò con la procedura di un

Digitized by Google

libero negoziato. Basta confrontare il trattamento che Talleyrand è riuscito ad avere a Vienna, con quello che Brockdorf Rantzau ha dovuto subire a Versailles.

A Vienna Talleyrand ha potuto partecipare anche alle Conferenze preliminari, vincendo fin da principio le riluttanze degli alleati. Già il 1 gennaio 1815 egli potea combinare con Lord Castlereagh un'azione comune anglo-francese al Congresso, col risultato di una alleanza difensiva che già il 3 gennaio 1815 si stipulava dalla Grambrettagna e dall'Austria colla Francia, dimenticando che questa aveva appena cessato di essere il nemico comune; e il 30 maggio 1815 potea stipularsi a Parigi quella Convenzione anglo-francese che in parte lasciava all'Inghilterra e in parte restituiva alla Francia le colonie francesi occupate durante la guerra. Da parte delle Potenze alleate, le condizioni del Trattato di Pace del 20 novembre 1815, erano per la Francia più dure di quelle dei primi Trattati di Pace di Parigi del 30 maggio 1814. Le frontiere francesi non erano più quelle del 1 gennaio 1792 (Parigi 1814, art. 2), ma, con lievi modificazioni, quelle del 1790 (Parigi 1815, art. 1). Era imposta una indennità di guerra (art. 4) fissata in 700 milioni di franchi, e l'articolo quinto imponeva alla Francia di subire la occupazione di una zona di frontiera con un corpo di truppe alleate non eccedente i 150.000 uomini e per una durata massima di cinque anni, pur ammettendo che il perturbamento si era prodotto in Francia " malgré les intentions paternelles de son Roi „. Ma, dopo la seconda Pace di Parigi, non solo la Francia, ad onta della occupazione straniera e del carico della indennità, si riebbe rapidamente, ma non tardò a riaffermarsi nei suoi ex-nemici il proposito, che aveva già ispirato la prima Pace di Parigi, di un ristabilimento completo delle relazioni normali collo Stato francese.

Il governo austriaco prendeva il 5 giugno 1818 la iniziativa di proporre ai governi alleati che si considerasse insieme se fosse opportuno continuare ancora fino al termine del quinquennio nella occupazione della regione indicata dall'articolo V del secondo Trattato di Parigi; il governo inglese rispondeva dichiarandosi favorevole al ristabilimento della Francia in una condizione di assoluta eguaglianza nei rapporti colle altre grandi Potenze.

Digitized by Google

In seguito a tale accordo, il Congresso di Acquisgrana si riuniva il 20 settembre 1818 col proposito comune di eliminare le ultime conseguenze della guerra e di completare l'applicazione delle stipulazioni della seconda Pace di Parigi. Secondo i termini di questa, la Francia avrebbe dovuto pagare i 700 milioni di indennità in quindici rate da versarsi, a partire dal 31 marzo 1816, di quattro in quattro mesi per la durata di un quinquennio. Otto pagamenti erano stati già fatti al momento della convocazione del Congresso; restava un debito di 332 milioni che fu saldato d'accordo anticipatamente col pagamento di 265 milioni; ed in seguito a ciò, fu decisa la fine immediata della occupazione militare.

Tali accordi militari e finanziari costituirono il contenuto del Trattato di Acquisgrana del 9 ottobre 1818, seguìto da una Nota collettiva del 4 novembre indirizzata alla Francia dalla Granbrettagna, dall'Austria, dalla Prussia e dalla Russia, dichiarante che quelle Potenze " consideravano tale Atto solenne come il complemento definitivo della Pace generale „, ed esortante il Re di Francia " ad unire da quel momento i suoi consigli ed i suoi sforzi a quelli dei quattro alleati per il bene della Francia e della umanità „. La Francia aderiva all'invito; e lo stesso Duca di Richelieu che aveva negoziato il Trattato prese parte cogli altri plenipotenziari alle ulteriori decisioni del Congresso.

Così, tre anni dopo il Congresso di Vienna, si tornava completamente alla normalità dello stato di pace fra le Potenze che, per così lungo periodo di tempo, erano state nemiche. Ogni rapporto di indennità da una parte e di sorveglianza dall'altra, veniva a cessare; e la Francia era riammessa nel ricostrutto concerto europeo in una condizione di eguaglianza che era non soltanto formale ma anche materiale; perchè, in nulla limitata nell'esercizio della sua piena sovranità e nello sviluppo dei suoi armamenti, essa tornava ad essere un elemento attivo ed efficace nella vicenda dell'equilibrio europeo.

IV.

Anche dopo il 1871 il riassetto dell'equilibrio era stato rapido ed efficace; ed anche allora, come nel 1818, sopratutto per

Digitized by Google

due ragioni. La prima: che l'indennità di guerra era stata determinata fin da principio in una somma ben definita e quindi non aveva turbato eccessivamente la vita finanziaria ed economica ed il credito dello Stato debitore, che poteva, mediante un prestito, liquidare rapidamente i suoi conti collo Stato creditore. La seconda: che, colla cessione dei territori e col pagamento della indennità di guerra, risultava, per dir così, anche politicamente liquidato ogni rapporto di dare ed avere fra vincitore e vinto. Lo Stato vinto non fu considerato, nè nel 1814, nè nel 1871, come un colpevole perchè avea dichiarata la guerra; non fu costretto ad un regìme di ordinamento militare che lo riducesse disarmato di fronte a vicini non limitati negli armamenti; non fu obbligato alla demilitarisazione di una zona di frontiera che rendesse agevole l'invasione del suo territorio da parte di un vicino libero d'altronde, lungo la opposta frontiera, di concentrare anche in pace a suo libito le truppe e di appoggiarvele ad un sistema illimitato di fortificazioni. E siccome gli Stati del mondo non possono distinguersi in angeli e demonî, ma possono a vicenda manifestare la virtù dell'angelo e la perversità del demonio, secondo le circostanze che vi suscitino la tendenza buona, o vi facilitino il prevalere di quella malvagia, la esclusione di ogni conseguenza dello stato bellico dopo la conclusione della pace, eliminava ogni tentazione di violenza ed ogni manifestazione di velleità imperialista da parte di quelli che, per frenare l'intollerabile imperialismo altrui, erano stati costretti alla guerra e la guerra aveano condotto a buon fine superando le più aspre vicende e le più dure difficoltà.

Così la Francia, dopo la pace di Francoforte, potè conseguire un successo analogo a quello di Acquisgrana. Mediante il prestito negoziato dal Presidente Thiers, l'indennità di guerra fu pagata con inattesa rapidità; e le truppe di occupazione tedesche sgomberarono, due anni prima della data stabilita, i territorî occupati a titolo di garanzia. Anche allora la Francia, come nel 1815, avendo colle concessioni pattuite e col pagamento della indennità, liquidato tutte le conseguenze della guerra e ripreso il suo posto fra le grandi Potenze, senza alcun vincolo o limite posto alla sua sovranità interna, o allo sviluppo della sua politica estera, restò in Europa un elemento efficace dell'equilibrio politico, ed

Digitized by Google

intensificò fuori d'Europa la sua politica coloniale col favore della stessa Germania, che vedeva nello sviluppo di quella politica e nella rivalità che potea derivarne colla politica coloniale britannica, una provvida distrazione della Francia dalle preoccupazioni di irredentismo delle provincie cedute.

V.

Dopo il 1919 il conseguimento di fini analoghi risultò, ed in parte risulta ancora, molto più difficile perchè ben diverse sono state le condizioni create dagli ultimi Trattati di Pace che, al pari degli armistizi che ne aveano iniziata la preparazione, si differenziarono da tutti i moderni precedenti. Gli Armistizi erano stati effettivamente altrettante Capitolazioni. I Trattati di Pace conservarono non poche fra le caratteristiche di un'Armistizio. Una Commissione di occupazione fu costituita per le tre zone Renane occupate a titolo di garanzia, rispettivamente per cinque, dieci e quindici anni, con facoltà di prolungamento della occupazione per inadempienze tedesche, e con tanto maggiore probabilità di dover constatare una inadempienza in quanto restava indeterminata la misura delle responsabilità e la conseguente valutazione delle indennità dovute. Una Commissione di controllo era costituita col compito di sorvegliare la esecuzione delle clausole relative al disarmo, alle consegne, ed allo smantellamento delle fortezze. Al sommo restava, quasi Comando Supremo interalleato, la Conferenza degli Ambasciatori, nella quale si accentravano i poteri normali di sorveglianza e quelli eccezionali di iniziativa, nelle sue periodiche riunioni colle quali si doveva provvedere all'arduo compito di un'opera comune, pur senza che esistesse più un definito rapporto sociale fra le Potenze in quello rappresentate, che erano state alleate soltanto per la guerra.

Terminata il 20 gennaio 1920 la Conferenza della Pace, si constatò la mancanza di un assetto definitivo, derivante dal problema delle riparazioni e dai persistenti limiti imposti alla libera esplicazione della sovranità interna degli Stati vinti. Perciò dovettero riunirsi a varii intervalli numerose Conferenze di diversa importanza e di diversa durata; di tre giorni come quella anglo-

Digitized by Google

francese di Hythe del maggio 1920, o di un mese e mezzo come quella di Genova della primavera del 1922. Il programma di tali Conferenze si venne modificando, iniziandosi col prevalere della preoccupazione relativa alla esecuzione integrale dei Trattati, ed orientandosi poi sempre più, con procedere lento e faticoso, verso quella della ricostruzione europea.

Ma il conseguimento di quest'ultimo fine che, dopo una guerra generale, avrebbe dovuto nei propositi di tutti gli Stati trascendere ogni altro, fu reso estremamente difficile dalla psicologia bellica e dalle preoccupazioni egotistiche, se non sempre del tutto egoistiche, dei due Stati più potenti: la Granbrettagna che prevalse a Cannes (gennaio 1922) ed a Genova (aprile-maggio 1922), e la Francia che prevalse nelle Conferenze di Londra (agosto 1922) e di Parigi (gennaio 1923), alle quali ultime, a differenza di quella di Genova, non parteciparono che gli Stati già alleati.

La vicenda di tutta quella serie di Conferenze, successive a quella della Pace, dimostra che la legge storica del riassetto normale e della restaurazione dell'equilibrio tendeva a riaffermarsi, ma incontrava sul suo cammino le più aspre difficoltà.

Già nella Conferenza del Supremo Consiglio convocata a San Remo dal 19 al 26 aprile 1920, il Consiglio si trovò concorde nel respingere la domanda della Germania, fatta dopo il *Putsch* monarchico del mese precedente, di poter portare da 100.000 a 200.000 uomini il massimo delle sue forze armate; ma Lloyd George disapprovò l'azione isolata della Francia che, dopo quel moto rivoluzionario, aveva occupato località tedesche situate fuori delle tre zone di occupazione interalleata consentita dall'articolo 429 del Trattato di Versailles. E poichè contemporaneamente imperversava la propaganda francese per la secessione dalla Germania delle provincie renane, il primo ministro inglese protestò " contro il tentativo di fare di queste una nuova Alsazia-Lorena „.

Alla Conferenza di Spa, durata dal 5 al 16 luglio 1920, avvenne il primo incontro, dopo la Conferenza della Pace, coi delegati tedeschi (il Cancelliere, il Ministro degli Esteri e il Ministro delle Finanze), in condizioni almeno formali di eguaglianza, per discutere del disarmo ed in generale delle prestazioni ger-

Digitized by Google

maniche; ma l'eguaglianza anche formale non tardò a scomparire; perchè, non essendosi potuto raggiungere un accordo, si finì coll'imporre ai delegati tedeschi di firmare il Protocollo dettato dagli Alleati.

Alla Conferenza di Parigi del 29-30 gennaio 1921 si manifestò persistente la intransigenza francese circa l'accordo per le riparazioni; e nella Conferenza di Londra durata dal 21 febbraio al 14 marzo 1921, il delegato tedesco presentò per quelle una controproposta facendone dipendere la accettazione dal risultato del plebiscito dell'Alta Slesia che poteva aumentare o ridurre le proporzioni di solvibilità della Germania. A queste controproposte reagirono d'accordo gli alleati, minacciando prima ed effettuando l'8 marzo, una occupazione arbitraria di territorio tedesco oltre la zona consentita dal Trattato, con spostamento corrispondente della linea doganale. La successiva Conferenza di Londra dell'aprile-maggio 1921 non fece che minacciare un inasprimento delle sanzioni. La Conferenza di Parigi dell'8-13 agosto 1921 deferiva, per impossibilità di accordo, alla Lega delle Nazioni l'apprezzamento dei risultati del plebiscito dell'Alta Slesia, secondo quella degenerazione del plebiscito che lo riduceva alle proporzioni di una manifestazione consultiva e che prevalse nel numero cinque dell'annesso all'articolo 88 del Trattato di Versailles per l'Alta Slesia e nell'articolo 35 per il bacino della Saar. Nel tempo stesso la Conferenza stabilì che continuasse la occupazione addizionale di territorio tedesco attenuando soltanto le corrispondenti sanzioni economiche.

Nella Conferenza di Londra, durata dal 18 al 22 dicembre 1921, si rese evidente come le Potenze sempre più si ingolfassero in un vicolo chiuso che non poteva condurre al conseguimento delle riparazioni, ma piuttosto ad un conflitto fra gli stessi Stati che cercavano di conseguirle. La Germania dichiarava di non essere in grado di fare le prestazioni convenute per il 15 gennaio ed il 15 febbraio 1922. La Francia voleva approfittarne per inasprire le sanzioni e prender possesso del bacino della Ruhr, sostenendo (ma in contraddizione coi termini del Trattato di Pace), di aver il diritto di agire indipendentemente ed isolatamente e preoccupandosi soltanto del fine immediato economico e del fine immediato strategico. Si dimenticava così

Digitized by Google

che la ricostituzione economica tedesca era pure un elemento necessario di quella europea; e che in Germania la catastrofe economica sarebbe stata irreparabilmente seguita da quella politica, portando fino alla frontiera del Reno la minaccia del bolscevismo.

Allorchè i rappresentanti degli Alleati si riunirono dal 6 al 13 gennaio 1922, nella Conferenza di Cannes, quanto avrebbe dovuto già prima risultare evidente dalla esperienza storica, cominciava a farsi valere per effetto della esperienza immediata. A quella Conferenza furono convocati, insieme colla Commissione delle Riparazioni, anche i rappresentanti del governo germanico; e prima che la Conferenza si adunasse, il 4 gennaio, Lloyd George presentò a Briand una esposizione del punto di visto britannico circa la connessione del problema delle Riparazioni, con quelli della Ricostruzione economica e della sicurezza. Il 6 gennaio, alla prima seduta della Conferenza, Lloyd George presentò una mozione secondo la quale le Potenze Alleate doveano dichiararsi unanimi nel ritenere " che una Conferenza economica e finanziaria dovesse essere convocata nel febbraio o al principio di marzo, invitandovi tutte le Potenze d'Europa compresi la Germania, il Belgio, la Russia, l'Austria, l'Ungheria e la Bulgaria „. Le Potenze alleate dovevano dichiarare " di considerare tale Conferenza come un procedimento urgente ed essenziale verso la ricostruzione economica del centro e dell'oriente d'Europa, perchè lo sforzo comune di tutti gli Stati più forti si manifestava necessario per rimediare alla paralisi del sistema europeo „.

Se la esattezza della diagnosi è condizione precipua della efficacia di una cura, può dirsi che la manifestazione di questa concezione europea ha corrisposto al primo passo decisivo verso il risanamento politico ed economico.

Così venne preparata la Conferenza di Genova.

VI.

Agli inviti diramati il 10 gennaio 1922 era risposto affermativamente anche da Mosca, donde si proponeva Londra anzichè Genova come sede della Conferenza, senza però insistere poi su tale preferenza. Il programma comprendeva sei temi.

Digitized by Google

1. — Esame dei metodi da seguire per mettere in pratica i principii contenuti nella risoluzione adottata a Cannes il 6 gennaio 1922 (1).

2. — Stabilimento su solide basi della pace europea.

3. — Condizioni essenziali per ristabilire la fiducia senza offesa ai Trattati esistenti.

4. — Argomenti finanziari: *a*) Circolazione; *b*) Banche centrali e banche di emissione; *c*) Finanza pubblica in rapporto alla ricostruzione; *d*) Cambi; *e*) Organizzazione del credito pubblico e privato.

5. — Argomenti economici e commerciali: *a*) Facilitazione e tutela dell'importazione ed esportazione di prodotti commerciali; *b*) Guarentigie legali per il ristabilimento del commercio; *c*) Protezione della proprietà industriale, artistica e letteraria; *d*) Condizione dei consoli; *e*) Ammissione e condizione degli stranieri in rapporto colla condotta degli affari; *f*) Assistenza tecnica alla ricostruzione industriale.

6. — Trasporti.

Fra questi temi, i più importanti e più nuovi erano i primi tre.

Il programma corrispondeva alla realtà; ma le esigenze di questa non erano ancora sentite dal governo e da una parte dell'opinione pubblica francese. Il ministro Briand, che lo aveva negoziato, fu richiamato a Parigi; il 12 gennaio erano già note le sue dimissioni; e il Consiglio Supremo concludeva la preparazione della Conferenza di Genova a Cannes non più con un rappresentante, ma solo con un osservatore della Francia,

---

(1) Risoluzione proposta da Lloyd George ed approvata alla unanimità:

" Le Potenze alleate riunite in Conferenza sono unanimente della opinione che una Conferenza economica e finanziaria debba essere convocata in febbraio o nel principio di marzo, alla quale tutte le Potenze d'Europa, comprese la Germania, la Russia, l'Austria, l'Ungheria e la Bulgaria debbano essere invitate ad inviare rappresentanti. Le Potenze alleate considerano tale Conferenza un mezzo urgente ed essenziale per poter procedere verso la ricostruzione economica dell'Europa centrale ed orientale... Uno sforzo concorde delle maggiori Potenze è necessario per rimediare alla paralisi del sistema europeo „.

Digitized by Google

come degli Stati Uniti. Questo fu il primo sintomo della malattia che dovea colpire, fin dalla nascita, la Conferenza di Genova, e, nonostante la bontà del programma, comprometterne gli immediati risultati. Il Presidente Poincarè, che era sostenuto da tutti gli oppositori della politica conciliatrice esplicata da Briand a Cannes, non potè non subire il programma della Conferenza di Genova, già approvato dal Consiglio Supremo e favorito dalla Granbrettagna e dall'Italia; ma cercò di compromettere la Conferenza limitandolo, e di diminuire il prestigio della Conferenza rifiutando di parteciparvi personalmente.

Dopo aver ricevuto l'invito del governo italiano, egli definì la propria attitudine in un " Memorandum „ del 17 febbraio 1922 subordinando la partecipazione francese alla accettazione completa, da parte della Delegazione russa, dei principii fondamentali affermati a Cannes il 6 gennaio e facendo una riserva rispetto al numero tre dell'ordine del giorno della Conferenza (ristabilimento della fiducia senza offesa ai Trattati) nel senso che il principio in quello affermato avrebbe dovuto prevalere " in modo assoluto anche nelle decisioni relative agli altri cinque punti del programma della Conferenza „. Il 31 gennaio un analogo Memorandum francese era inviato al governo britannico.

La riunione di esperti di Londra divideva il programma della Conferenza in due parti: la prima relativa alla Russia ed alla ricostruzione europea e la seconda relativa alla finanza, alla economia ed ai trasporti. Il 6 aprile gli *imperativi* di Poincarè erano ribaditi ed accentuati nelle istruzioni impartite a Barthou, capo della delegazione francese, volendosi esclusa in modo assoluto dalla Conferenza la questione del disarmo, ed affermando che " Mr. Lloyd George s'est engagé à Boulogne de la manière la plus formelle à ne pas la poser „. Poincaré escludeva anche qualsiasi tentativo di riformare il Supremo Consiglio colla inclusione di un rappresentante della Germania; e concludeva così le istruzioni al Plenipotenziario: " Se, in una qualsiasi fra le importanti questioni che vi ho menzionato, le vostre proteste restassero senza effetto e la Conferenza deliberasse senza tenerne conto, voi dovrete riferirne immediatamente al Governo che considererà se non dobbiate cessare dal partecipare alle discussioni. In tal caso sarà vostro compito, colla influenza che potrete eserci-

Digitized by Google

tare sulle altre Delegazioni, di procurare che la vostra inevitabile condotta non resti isolata „. Nè questo isolamento poteva ritenersi probabile; perchè era noto che gli Stati della piccola Intesa agivano di pieno accordo colla Francia.

La condotta del governo italiano ed in particolare del Ministro degli Esteri Schanzer durante queste trattative preliminari, fu così nettamente rivolta a promuovere una ricostruzione europea, da risultare evidente che a questa si sarebbe giunti se tale azione fosse stata universalmente compresa e secondata. Nella seduta degli Esperti alleati tenuta il 22 marzo 1922 al Ministero del Commercio britannico, la delegazione italiana insistette perchè si agevolasse la ripresa dei rapporti economici colla Russia. Il 27 marzo l'on. Schanzer aveva a Londra un lungo colloquio col Premier Lloyd George e poi si intratteneva coi tecnici italiani delegati alla Conferenza preliminare; e già prima l'on. Peano, ministro del Tesoro, era tornato a Roma con impressioni favorevoli circa le prospettive di successo della imminente Conferenza. Nello stesso tempo Lloyd George, pur persistendo nel favorire la ricerca di un accordo generale, non se ne dissimulava le difficoltà, e, bene augurando per quella che doveva essere la più numerosa delle Conferenze (in many respects the greatest international Conference ever held), dovea riconoscere con rammarico che persistevano in Europa molti elementi di carattere psicologico (old hatreds, old rivalries, old feuds, old distrusts) che impedivano di ritenere " che il campo europeo potesse essere liberato, nello spazio di due o tre anni, da tutte le male erbe „. Ma questi dubbî non intiepidivano l'azione del governo italiano; e, nella imminenza dell'inizio della Conferenza, l'on. Schanzer informava della situazione la Commissione degli Affari Esteri della Camera dei Deputati, dichiarando al suo Presidente, on. Andrea Torre, che l'atteggiamento italiano sarebbe sempre stato " per una politica di pace e di collaborazione cogli altri popoli e per il riassetto economico e finanziario d'Europa „, aggiungendo che anche l'adattamento ad una limitazione di programma, dal quale si era dovuto subire la esclusione del riesame dei Trattati, delle riparazioni e del disarmo, era stato determinato dalla preoccupazione, che dovea trascendere ogni altra, di rendere intanto possibile la convocazione della Conferenza.

Digitized by Google

VII.

Con questi auspici, meno rosei di quanto non fossero stati prima delle manifestazioni del governo francese, il 10 aprile 1922 avea luogo la seduta inaugurale della Conferenza di Genova. Il Presidente Facta vi esprimeva gli stessi propositi dei quali il nostro Ministro degli Esteri si era fatto eloquente interprete durante i negoziati. Egli dichiarava che " la pubblica opinione italiana era pienamente convinta della urgente necessità di creare un nuovo equilibrio economico per il quale era necessaria una stabile pacificazione dell'Europa „, e comunicava un messaggio del Re che esprimeva " la sua fiducia nella ristaurazione dello spirito di pace fra le Nazioni „.

La Conferenza decise poi di costituire quattro Commissioni. La prima politica, presieduta dal Ministro italiano degli affari esteri, dovea divisare e proporre i modi più idonei ad attuare i principii fondamentali affermati nelle risoluzioni di Cannes del 6 gennaio: stabilimento, su salde basi, della pace europea, e condizioni essenziali per il ritorno alla reciproca fiducia, pur senza offesa ai Trattati esistenti. Le altre tre Commissioni: finanziaria, economica e dei trasporti, hanno potuto riferire con relativa rapidità; ma l'efficacia dei risultati del loro lavoro dipendeva necessariamente da quella dei lavori della prima Commissione. Questa incaricò una Sotto-Commissione dello studio degli affari russi e dei rapporti colla Russia; ma il 17 aprile i lavori ne furono interrotti dalla notizia della stipulazione del Trattato russo-germanico di Rapallo.

Quel Trattato, come lo dimostra il suo testo, non era in contrasto coi fini della Conferenza (1); ma gli Alleati lo sospet-

---

(1) Trattato di Rapallo del 16 aprile 1922 ratificato dalla Germania il 17 luglio.

Art. 1. — I due Governi giudicano che l'accordo fra l'Impero germanico e la Repubblica Federativa dei Sovieti circa le questioni esistenti fra i due paesi per effetto della guerra debba essere regolato sulle seguenti basi:

a) Rinuncia reciproca ad indennità di guerra ed a risarcimento per danni di guerra, comprese le requisizioni; nonchè per danni deri-

Digitized by Google

tarono come indizio di una contro-alleanza. Nè valse la assicurazione che il Trattato non conteneva alcuna clausola segreta, nè la ovvia considerazione che, volendo stringere una alleanza, sarebbe stata più conforme all'interesse dei due Stati la stipulazione del solo Trattato segreto, rimettendo ad una data posteriore quella del Trattato di amicizia e di commercio. Ne seguì uno scambio di note acerbe fra gli alleati ed i tedeschi; quelli accusando questi di avere " dietro le spalle dei loro colleghi concluso in segreto un Trattato colla Russia sulle stesse questioni che si erano impegnati a considerare in leale collaborazione coi rappresentanti degli altri Stati „; ed i tedeschi, accusando gli alleati di avere " iniziato colla Russia, sulla base delle proposte degli esperti di Londra, separati negoziati che avrebbero avuto per risultato una serie di oppressive domande di riparazione della Russia alla Germania „. La contesa finì coll'allontanamento della delegazione tedesca " dalle deliberazioni relative a questioni analoghe a quelle già definite fra Russia e Germania „, e colla ri-

---

vanti a cittadini d'un paese nel territorio dell'altro da leggi eccezionali di guerra, o da atti di organi dell'altro Stato.

b) I rapporti pubblici e privati alterati dalla guerra, compreso il trattamento delle navi mercantili di uno dei due Stati in possesso dell'altro, saranno regolati secondo il principio della reciprocità.

c) I due Stati rinunciano reciprocamente ad ogni compenso relativo a spese incontrate per i prigionieri di guerra; inoltre la Germania rinuncia in quanto si riferisce a compenso per spese incontrate per gli internati dell'armata rossa; e la Russia rinuncia ad ogni compenso per la vendita delle cose esportate dalla Russia da questi internati.

Art. 2. — La Germania rinuncia ad ogni pretesa in rapporto alla applicazione delle nuove leggi russe a proprietà od a diritti tedeschi in territorio russo colla condizione che non sia fatto un diverso trattamento ad altri Stati o ai loro cittadini.

Art. 3. — Ripresa dei rapporti diplomatici e consolari.

Art. 4. — Applicazione ai cittadini dell'uno nel territorio dell'altro Stato ed ai loro rapporti, del trattamento della nazione più favorita; esclusi i favori scambiati fra repubbliche sovietiche e quelli concessi a Stati già facenti parte dell'impero russo.

Art. 5. — Affermazione di buon volere reciproco per il futuro regolamento dei rapporti economici e commerciali, e disposizione del Governo germanico a secondare l'applicazione degli accordi ad esso comunicati fra ditte private dei due paesi.

Digitized by Google

serva, inserita nell'ultima nota degli alleati, su richiesta della delegazione francese, del " diritto di dichiarare nulla ogni clausola del Trattato Russo-Germanico che potesse essere giudicata contraria ai Trattati esistenti „.

Da questo inatteso dissidio fu compromesso tutto il risultato della Conferenza e fu inasprita la intransigenza della delegazione francese e sopratutto quella del governo francese, così da far accogliere freddamente da quello la comunicazione che il 25 aprile Lloyd George fece del suo progetto di " Patto di non aggressione „.

Acuto si manifestò pure il dissidio nella Sottocommissione per gli affari russi, quando il Belgio insistette per la restituzione integrale delle proprietà private straniere in territorio russo, e la Francia diede a quella insistenza il suo appoggio immediatamente parziale per opera di Barthou e successivamente completo il 5 maggio con nuove istruzioni di Poincaré, che nel tempo stesso modificava con una serie di limitazioni il proposto " Patto di non aggressione „.

Anche in questo momento critico si manifestò efficacemente la azione conciliatrice della delegazione italiana. Quando lo stesso Lloyd George pareva disperare d'ogni possibilità di accordo, l'on. Schanzer si adoperava presso il capo della delegazione russa Cicerin per ottenere una forma di indennizzo o di riconcessione in possesso temporaneo delle proprietà private straniere confiscate in Russia, che equivalesse almeno parzialmente alla pura e semplice restituzione di quelle proprietà, sulla quale il Belgio insisteva e che era dai russi recisamente rifiutata. Mentre i delegati russi si lasciavano persuadere ad un atteggiamento più conciliativo dalla delegazione italiana, questa cercava di agire sui delegati belgi facendo notare che la loro attitudine intransigente non era sostenibile dopo che erano state accettate le decisioni di Cannes implicanti la rinuncia, da parte di ciascuno Stato, al proposito di modificare il regime di proprietà adottato da qualunque altro Stato.

In un senso conciliativo erano concepite anche le proposte di Lloyd George approvate da tutte le delegazioni, eccettuata quella francese, rimettendosi i dettagli ad una Conferenza di esperti da riunirsi all'Aja. Il 18 maggio anche il programma di

Digitized by Google

tale Conferenza dell'Aja, compilato d'accordo colla delegazione russa, fu approvato in seduta plenaria dalla prima Commissione, ed il 19 maggio in assemblea plenaria della Conferenza, nella quale fu dato un assenso puramente verbale anche al progetto di " Patto di non aggressione „.

Escluse nel corso della Conferenza tutte le questioni non europee; rimandate due questioni relative all'Ungheria ed al bacino della Saar alla Lega delle Nazioni; e presa in esame la condizione dell'Austria; la Conferenza di Genova concluse i suoi lavori senza essere arrivata a quei risultati che i suoi promotori si erano proposti di conseguire ed i fautori di una vera pace aveano sperato; ma erano apparsi già improbabili dopo la serie di obbiezioni e di riserve che aveano oscurata la sua vigilia.

Nè la Conferenza degli esperti riunita all'Aja dal 26 giugno al 20 luglio 1922 ebbe migliori risultati nella ricerca di un accordo tra la Russia e gli altri Stati europei circa la questione delle proprietà private degli stranieri in territorio russo.

Le cause immediate dell'insuccesso della Conferenza di Genova sono state illustrate anche recentemente dal primo volume delle Memorie del Visconte di Abernon, ambasciatore inglese a Berlino dal 1920 al 1926. Anche da quelle memorie risulta che, nei negoziati relativi alle varie Conferenze succedutesi in quel periodo, l'elemento umano individuale, cioè il carattere dei principali negoziatori, ebbe non minore influenza positiva e negativa che le passioni delle masse e le esigenze finanziarie ed economiche. E il Visconte di Abernon poteva affermare che l'azione negativa di questo elemento umano è stata sopratutto efficace nelle Conferenze di Cannes e di Genova. Secondo quel diplomatico " la storia della Conferenza di Genova e del Trattato di Rapallo, è stata più volte narrata; ma non è mai stata narrata con esattezza. L'azione occulta che determinò i risultati, è rimasta sconosciuta. In ultima analisi vi predominò il conflitto fra tre vanità: Lloyd George, Rathenau e Poincaré. *Questo avea deciso che la Conferenza non dovesse riuscire;* e che Lloyd George non potesse conseguire il suo scopo di conciliare la Germania e di ricondurre la Russia nel concerto europeo. L'accordo di Lloyd George con Rathenau avrebbe potuto determinare la vittoria del primo su questi due punti. Ma entrò in campo la vanità. Lloyd George

Digitized by Google

aveva incontrato Poincaré alcune settimane prima a Boulogne. Poincaré era stato implacabile (truculent), mentre Lloyd George si era dimostrato conciliativo. Rathenau nel riferire al Reichstag sull'argomento, disse che Lloyd George era stato sconfitto da Poincaré. Ciò non era vero; ma, fosse stato anche verissimo, doveva giudicarsi sempre un gran errore il dirlo alla vigilia della Conferenza di Genova. Lloyd George conobbe il discorso e se ne risentì, tanto più in quanto era stato in rapporto cordiale con Rathenau. Quando i delegati arrivarono a Genova, Lloyd George evitò una intervista con Rathenau, quantunque non arrivasse fino al rifiuto di riceverlo „.

Tutte queste manchevolezze dello stato maggiore diplomatico contribuirono, come contribuiscono nella guerra quelle di uno stato maggiore militare, ad impedire il conseguimento della vittoria. Ma lo stesso Lord Abernon non negava che la maggiore difficoltà del successo diplomatico in queste prime Conferenze, derivava dal persistere delle passioni generate nella guerra e dalla guerra; di fronte alle quali non potea procedersi se non per via di espedienti e di tentativi, ripetuti finchè l'ostacolo di quelle passioni non si fosse, per effetto del tempo e della stanchezza, attenuato. In tali circostanze, quel diplomatico inglese, giudicava che " la migliore preparazione di un accordo definitivo potesse essere l'efficacia sedatrice di qualche combinazione temporanea „.

VIII.

È appunto perciò che, quantunque tante fra le speranze riposte nella Conferenza, fossero rimaste deluse, non potrebbe misconoscersi la sua importanza, dimostrata pure dalle successive vicende della politica europea.

La Conferenza di Genova è stata il primo serio tentativo di definire la questione delle riparazioni, di liquidare politicamente, economicamente e spiritualmente le conseguenze della guerra, e di eliminare con accordi preventivi i pericoli di guerre future. Ma il tentativo, anche non in tutto riuscito, non può giudicarsi infecondo; anzi, dalle conseguenze del suo insuccesso, è derivata una dimostrazione *per assurdo* della bontà del suo programma.

Digitized by Google

Il Ministro Schanzer e il Premier Lloyd George aveano sperato di risolvere il problema delle riparazioni senza alterare le clausole politiche e territoriali del Trattato di Versailles, ma ristabilendo condizioni di prosperità non solo per i creditori delle riparazioni, ma anche per gli Stati che doveano prestarle. Poincaré insisteva esclusivamente nel programma massimo delle riparazioni, come se potesse essere utile per la Francia il dissanguamento della Germania, e il suo disarmo economico corrispondente a quello militare. Mentre l'insuccesso, da lui desiderato, della Conferenza di Genova, si andava delineando, il Presidente del Consiglio francese manifestava più esplicitamente quel pensiero che era implicitamente risultato dalla sua negata partecipazione personale alla Conferenza. Il 24 aprile egli, parlando a Bar-le-Duc, non esitava a dire: " ... per le riparazioni ... ci avviciniamo ad un *redde rationem*, che sarà di eccezionale importanza e si dimostrerà decisivo. Prima del prossimo 30 maggio, la Germania dovrà uniformarsi al programma della Commissione per le riparazioni ammettendo il controllo interalleato delle sue finanze ... In caso diverso gli Alleati dovranno ricorrere a misure atte a tutelare i loro interessi, misure che, in caso di mancato accordo di tutti gli Alleati, *potranno essere prese da ciascuna Nazione interessata*, e che la Germania non potrà, a termini del Trattato, considerare come atto di guerra. Noi difenderemo la causa della Francia in completa indipendenza, e non lascieremo cadere le armi forniteci dal Trattato „.

Tali affermazioni non corrispondevano alla realtà ed al diritto. Secondo gli articoli 428-432 del Trattato di Pace, le garanzie territoriali sono limitate alle zone indicate nell'articolo 429 (1); le ulteriori sanzioni sono limitate alla prolungata occu-

(1) Art. 428. — In garanzia dell'esecuzione del presente Trattato da parte della Germania, il territorio tedesco situato ad occidente del Reno, insieme colle teste di ponte, sarà occupato da truppe alleate ed associate per un periodo di quindici anni dal momento dell'entrata in vigore del presente Trattato.

Art. 429. — Se le condizioni del presente Trattato saranno fedelmente adempiute dalla Germania, l'occupazione determinata dall'articolo 428 sarà successivamente ristretta come segue:

1. — Al compimento del termine di cinque anni saranno evacuati:

Digitized by Google

pazione di quelle zone e la inadempienza tedesca deve essere constatata da tutte le Potenze alleate e non da una di esse isolatamente. Ma, pur prescindendo da questa considerazione, basti qui constatare che tali manifestazioni, fatte due settimane dopo l'inizio della Conferenza di Genova e quattro settimane prima della fine dei suoi lavori, bastavano per compromettere i più importanti risultati che l'Europa se ne attendeva.

---

la testa di ponte di Colonia ed i territorii situati al nord di una linea segnata lungo la Ruhr, poi lungo la ferrovia Jülich, Duren, Euskirchen, Rheinbach, e di là lungo la via da Rheinbach a Sinzig fino all'incontro col Reno al confluente dell'Ahr; le strade ordinarie, ferrovie e località summenzionate restando escluse dalla zona evacuata.

2. — Al compimento del termine di dieci anni saranno evacuate: la testa di ponte di Coblenza ed i territori situati al nord di una linea segnata, a partire dal punto di incontro fra le frontiere del Belgio, della Germania e dell'Olanda, fino a quattro chilometri al sud di Acquisgrana e poi fino alla cima di Forst Gemünd, e di qua procedente ad est della ferrovia della valle di Urft, indi lungo Blankenheim, Valdorf, Dreis, Ulmen fino alla Mosella, e lungo questa da Bremm a Nahren, poi passante per Kappel e Simmen ed il Reno e fino a questo fiume a Bacharach; tutte le località, valli, strade e ferrovie summenzionate restando escluse dall'area evacuata.

3. — Al compiersi del termine di quindici anni saranno evacuati: la testa di ponte di Magonza, la testa di ponte di Kehl, ed il resto di territorio germanico ancora occupato.

Se a questa data le garanzie da aggressione non provocata da parte della Germania saranno considerate insufficienti dai Governi alleati ed associati, l'evacuazione delle truppe d'occupazione potrà essere dilazionato tanto quanto sarà giudicato necessario al fine di ottenere le richieste garanzie.

Art. 430. — Nel caso che, sia durante l'occupazione, sia dopo trascorsi i quindici anni sopraindicati, la Commissione delle Riparazioni trovi che la Germania rifiuti di osservare in tutto od in parte le sue obbligazioni derivanti dal presente Trattato circa le riparazioni, tutta l'area o parte delle aree specificate nell'articolo 429 saranno rioccupate immediatamente dalle forze alleate ed associate.

Art. 431. — Se, prima che sia trascorso il periodo di quindici anni, la Germania adempirà tutti gli obblighi risultanti dal presente Trattato, le forze occupanti saranno immediatamente ritirate.

Art. 432. — Tutto quanto si riferisce alla occupazione e non è regolato dal presente Trattato, sarà regolato da accordi successivi che la Germania fin d'ora si impegna ad osservare.

Digitized by Google

Quella minaccia dominò la situazione internazionale per tutto il corso del 1922, e le tre Conferenze successive (Londra, agosto e dicembre 1922) e Parigi (gennaio 1923), costituirono i vani tentativi degli altri alleati per arrestare l'azione voluta da Poincaré nell'idea che la Francia potesse e dovesse regolare da sè, senza la loro cooperazione, il problema delle riparazioni. La crisi giunse al suo massimo l'11 gennaio 1923 colla da tanto tempo meditata occupazione della Ruhr, denunciata come una violazione del Trattato dai tedeschi e come tale considerata anche dagli Alleati, poichè fu impedito alla Commissione interalleata di controllo di continuare la sua opera nel territorio occupato. Soltanto alla fine di quell'anno, il 30 novembre, la Commissione delle riparazioni deliberava unanimemente di incaricare due Commissioni di esperti di una inchiesta sulle condizioni delle finanze germaniche. Così un anno e mezzo dopo che l'insuccesso della Conferenza di Genova era sembrato una vittoria della politica di Poincaré su quella degli alleati, si affermava la rivincita della diplomazia alleata sulla politica di Poincaré.

Se in Germania si dovesse erigere un monumento agli artefici della ristaurazione, dopo il disastro del 1918, dello spirito nazionale tedesco, dovrebbe trovar posto fra quelli la effigie del Presidente del Consiglio francese. Dopo una grande sconfitta ed una grande delusione, la discordia imperversa sempre, come nelle famiglie, così nelle Nazioni. Il particolarismo germanico si ridestava; la minaccia comunista infieriva; le recriminazioni si avvicendavano fra quelli che aveano decisa e condotta la guerra, e quelli che, cedendo alle lusinghe di Wilson, aveano fatta la rivoluzione. La propaganda per la secessione delle provincie renane e la occupazione della Ruhr, bastarono per operare come un rivulsivo sul corpo malato del popolo tedesco e per ridestarvi l'unità dello spirito nazionale. E la Francia si trovò, un anno e mezzo dopo il fallimento della Conferenza di Genova, in condizioni identiche a quelle della sua vigilia.

Tutto ciò confermava il giudizio che Lloyd George e Schanzer aveano fatto della Conferenza di Genova, subito dopo l'esaurimento, che ad altri parve del tutto negativo, dei suoi lavori. Quando Lloyd George, riferendone alla Camera dei Comuni il 26 maggio 1922, si domandò: " Nel nostro proposito di restau-

Digitized by Google

rare le pacifiche relazioni fra gli Stati d'Europa siamo riusciti? „, un deputato interruttore ha gridato *No!* Ma Lloyd George soggiunge: " Io espongo i fatti: voi formulerete il giudizio. Dovevamo superare quattro ostacoli: 1. Il turbamento della circolazione e dei cambi. 2. Il turbamento dei rapporti doganali e delle condizioni del commercio internazionale. 3. Le difficoltà dei trasporti. 4. Il senso di incertezza dei rapporti internazionali. Sopratutto circa quest'ultimo punto io persisto a credere che molto abbiamo potuto fare. Abbiamo convocato trentaquattro Nazioni che discussero le loro difficoltà e i loro dissidi, ed hanno fatto uno sforzo per intendersi, quantunque molte di esse avessero cessato da poco tempo di combattersi in un aspro conflitto. Anche un successo parziale rende possibile la speranza di poter procedere a nuovi progressi sulla stessa via „. " Lo spirito di Genova è stato come un alito di primavera rianimante un continente inaridito da lungo e rigido inverno „. " E perciò siamo fieri di aver partecipato alla lotta per quegli alti ideali che saranno associati sempre colla grande Conferenza di Genova „.

Pochi giorni dopo l'on. Schanzer, parlando l'8 giugno 1922 alla Camera dei Deputati sullo stesso argomento, diceva: " Vi è chi grida al fallimento...; ma bisogna distinguere fra il risultato immediato e concreto sui singoli problemi all'ordine del giorno, e gli effetti riguardo alla politica ed alla situazione generale degli Stati intervenuti „. E, ricordate le dichiarazioni prudenti fatte prima della Conferenza, egli affermava doversi riconoscere che " questa, senza essere stata l'ultima tappa nel cammino da percorrere per sanare le ferite della guerra e costituire un nuovo equilibrio, ha non di meno realizzato taluni risultati di grande ed innegabile importanza „. E ciò non solo con notevoli risultamenti nella parte tecnica, ma anche nella parte politica, perchè " lo stesso fatto materiale del radunarsi di tale Conferenza di universalità europea, è stato un avvenimento politico nuovo dopo la guerra e di influenza decisiva sulle future orientazioni della politica europea „.

Digitized by Google

IX.

I fatti non tardarono a dimostrare come i due uomini di Stato che così parlavano avessero ragione. Anche dal punto di vista del rapporto più importante, è vero che il " Patto di non aggressione „, approvato per la durata di quattro mesi oltre la fine della Conferenza degli esperti all'Aja e che quindi non ha durato in tutto più di sei mesi, è stato il solo risultato concreto della Conferenza. Ma, anche considerandone soltanto la efficacia concreta ed immediata, quel Patto non fu del tutto inutile, perchè, in grazia di quello, ha potuto evitarsi lo scoppio della guerra fra la Russia e la Polonia. Ma indirettamente esso fu notevole come il primo passo su quella via della pace che dovea poco dopo condurre a risultati ben più importanti e duraturi. Alla quarta Assemblea della Lega delle Nazioni del settembre 1923, un progetto di " Trattato di mutua assistenza „ fu approvato in massima da diciotto Stati. Anche tale progetto cadde perchè non approvato dalla Granbrettagna, sempre combattuta fra gli interessi continentali europei, quelli mondiali del suo impero, e quelli isolanti inspirati dalla sua insularità. Ma anche questo progetto, come i tentativi anteriori alla Conferenza di Genova, non restò del tutto infecondo. Infatti da quello rampollò, nella quinta Assemblea della Lega, il Protocollo di Ginevra del settembre 1924 che provvedeva (art. 17) per la convocazione di una Conferenza del disarmo. La soluzione non era parsa agevole dopo che due anni innanzi il Patto di non aggressione proposto da Lloyd George non aveva avuto successo e dopo che già, nella quarta sessione dell'Assemblea, si era palesata impossibile l'adozione dello schema di " Trattato di mutua assistenza „. V'era però un elemento psicologico favorevole che prima era mancato: il mutamento dell'opinione prevalente in Francia dopo la caduta di Poincaré e la sua sostituzione con Henriot dopo le elezioni del maggio 1924.

L'esperienza dolorosa dei due anni trascorsi dopo la Conferenza di Genova, avea reso anche empiricamente chiaro ciò che era anche prima storicamente evidente: cioè che la sicurezza della Francia in particolare e dell'Europa in generale non po-

Digitized by Google

teva derivare da singoli atti di forza, ma da complessivi ed equi accordi, e sopratutto da un mutamento di carattere psicologico nella ispirazione della politica internazionale. E questo si dimostrò coll' accordo delle Delegazioni inglese e francese alla Quinta assemblea, accordo che ottenne l' approvazione dell' assemblea il 1 settembre 1924 ed ebbe per risultato la sostituzione al Trattato di Mutua Assistenza del progetto più generale di un modo di soluzione pacifica dei conflitti internazionali. Ciò che la Storia avrebbe potuto insegnare anche senza nuove esperienze, le recenti conseguenze dell' insuccesso di Genova lo dimostravano: la necessità cioè di sostituire al metodo repressivo che sarebbe una continuazione della guerra in tempo di pace, un metodo preventivo che possa essere usbergo efficace contro la eventualità della guerra. Il 1 ottobre 1924 era presentato all' assemblea il Protocollo per la composizione pacifica dei conflitti internazionali, e il 2 ottobre esso era raccomandato alla adozione dei Governi. Il Protocollo, specialmente per effetto degli articoli 2 e 3 (1) combinati colla clausola di opzione contenuta nell' articolo 36 dello Statuto della Corte Permanente di Giustizia internazionale (2)

(1) Art. 2. — Gli Stati firmatarî convengono che non saranno per ricorrere in alcun caso alla guerra, nè fra loro nè contro qualsiasi altro Stato che, in caso di conflitto, fosse per accettare le obbligazioni in questo Atto definite, eccettuati i casi di resistenza od atti di aggressione o quando si trattasse di agire d'accordo col Consiglio o coll'Assemblea della Società delle Nazioni secondo le disposizioni del Patto e secondo quelle del presente Protocollo.

Art. 3. — Gli Stati firmatarî si impegnano a riconoscere come obbligatoria, di pieno diritto e senza bisogno di speciali accordi, la giurisdizione della Corte permanente di Giustizia internazionale, nei casi contemplati dal paragrafo 2 dell'articolo 36 dello Statuto della Corte, ma senza pregiudizio della facoltà per qualsiasi Stato di formulare, nel suo atto di adesione al protocollo speciale aperto il 16 dicembre 1920, preveduto dal detto articolo, di formulare le sue riserve compatibili con quella clausola. L'adesione al protocollo speciale aperto il 16 dicembre 1920 dovrà esser data nel termine di un mese dalla data della entrata in vigore del presente Protocollo. Gli Stati che aderiranno al presente Protocollo dopo la sua entrata in vigore dovranno adempiere alla obbligazione suddetta entro un mese dal giorno della loro adesione.

(2) Art. 36. — La Competenza della Corte si estende a tutte le questioni che le parti le sottomettano, nonchè a tutti i casi previsti nei Trattati o nelle Convenzioni vigenti.

Digitized by Google

circa la competenza di questa Corte, avrebbe potuto essere il più sicuro presidio della pace fra le Nazioni. Anche il Protocollo però non fu adottato, sopratutto per effetto della mancanza dell'appoggio britannico determinata dalla preferenza per i patti regionali; e questa resa necessaria dalla riluttanza dei " Dominions „ nei quali, dopo la guerra, andava prevalendo con allarmante rapidità quella tendenza che nel primo quarto del secolo scorso ha ispirato al governo degli Stati Uniti la dottrina di Monroe.

La Germania propose allora, tornando ai più limitati propositi dei progetti anteriori, una nuova formula per risolvere il problema della sicurezza. Già il Cancelliere Cuno avea proposto nel dicembre del 1922, un Patto di garanzia per il Reno. Su questo ritornò il governo tedesco il 9 febbraio 1925. Una Commissione di giuristi, convocata a Londra nel settembre 1925, preparò tre schemi di patto renano; inglese, francese e tedesco. E, dopo nuovi negoziati che finirono per appagare la Francia ed i suoi alleati e la Granbrettagna, si arrivò al Patto di Locarno che non ha eliminato del tutto i pericoli di guerra, ma li ha notevolmente attenuati, ha dato argomento di tranquillità alla Francia per il confine del Reno, ed ha preparato una base per altri accordi futuri. Il 3 ottobre 1925 Luther e Stresemann arrivarono a Locarno. La Conferenza vi inaugurò i suoi lavori due giorni dopo; ebbe un carattere di cordialità familiare; e l'opera ne fu agevolata quando l'Italia comunicò che avrebbe aderito a partecipare alla garanzia del Patto renano. I cinque Trattati furono redatti la sera del 16 ottobre; e, comunicato tale avvenimento alla folla, questa plaudì sentendosi in quel momento istintivamente rappresentativa dell'opinione europea. Dopo l'approvazione dei Parlamenti, il 1 dicembre erano firmati a Londra gli Atti dai quali il Patto era composto: Protocollo finale; Trattato di mutua garanzia della frontiera franco-germanica e belgo-germanica; Convenzioni di arbitrato franco-germanica e belgo-germanica; Convenzioni arbitrali fra Germania e Czeco Slovacchia e fra Germania e Polonia; e Convenzioni di assistenza tra Francia e Polonia e Francia e Czeco Slovacchia.

Digitized by Google

X.

Non era raggiunta la meta in cui si tendeva dagli iniziatori della Conferenza di Genova; ma si era fatto, in gran parte, per effetto dell' indirizzo da questa segnato, un passo notevole nel miglioramento delle condizioni risultate dalla Conferenza della Pace. Pochi mesi dopo la stipulazione di quei patti, Aristide Briand diceva: " A Locarno nous avons parlé européen. C' est une langue nouvelle qu' il faudra bien que l' on apprenne „. Se la sua affermazione non corrispondeva ancora interamente alla realtà, come avrebbe corrisposto se la Conferenza di Genova avesse potuto realizzare completamente il suo primitivo programma, poteva ben affermarsi che: " A Locarno on a parlé plus européen qu' auparavant „.

La causa della pace ne è uscita rafforzata. L' esempio potrà ispirare ulteriori accordi regionali in Europa e nelle altre parti del mondo. Il discorso pronunciato il 1 aprile 1928 a Carcassonne dal Presidente Poincaré e che la stessa " Vössische Zeitung „ ha riconosciuto animato da uno spirito europeo, può considerarsi, quando lo si confronti colle anteriori manifestazioni dello stesso uomo di Stato, come un argomento a bene sperare. Dopo la affermazione, nella quale tutti possono, anzi devono consentire, che " il miglior modo di servire l' umanità è quello di incominciare coll' amor della patria „, egli considerava con spirito nuovo la politica di amicizia e di collaborazione europea. Riconosceva che " le prestazioni in natura, dopo la applicazione del piano Dawes, sono regolarmente fornite dalla Germania, ed ammetteva che da ciò risultava facilitata al governo francese l' applicazione di un programma razionale di attività rianimatrice nel paese di molte forze latenti. Ma sopratutto è stata importante in quel discorso la ammissione che " per completare l' opera sua era necessaria al governo francese la pace interna e la pace esterna „. Ed a questa Poincaré si dimostrava ben altrimenti favorevole che nel 1922, dicendo: " La France ne demande qu' à traiter *dans une atmosphère de confiance*, toutes les questions d' interêt international qui peuvent encore se poser „. Nè egli si appagava di tale ammissione generica, ma affermava che, sotto la

Digitized by Google

riserva della sicurezza e del diritto alle riparazioni, la Francia accetterà di buon grado accordi che permettano ad essa, ai suoi alleati di ieri ed alla Germania, di giungere colla massima rapidità alla liquidazione dei debiti. E, dopo aver dichiarato che nessuna nazione sente più della Francia la solidarietà economica che unisce strettamente tutte le Nazioni del mondo, egli esprimeva la ferma risoluzione " de travailler de plus en plus au rapprochement universel des esprits, qui préparera et assurera un jour le rapprochement des coeurs „.

È questa una rivincita dello spirito di Genova, donde deriva senza dubbio ragione a bene sperare. Certo sarà prudente, per evitare d' incorrere in nuove delusioni, di moderare, pure rafforzando la fede nel raggiungimento del fine, le speranze circa il tempo necessario a conseguirlo. Poincaré nel concludere, dopo questo atto di fede, il suo discorso di Carcassonne, diceva: " Non so se questo giorno sia prossimo o lontano; ma, per lontano che sia, noi abbiamo verso noi stessi e verso l' umanità il dovere di invocarlo con ogni energia dello spirito e di adoperarci a dissipare le nubi che potrebbero oscurarlo „.

Queste nubi non possono essere d' un tratto diradate. Le cause che hanno fatto fallire la Conferenza di Genova e naufragare il Protocollo di Ginevra, non sono ancora del tutto eliminate; e sono troppo antiche e troppo persistenti perchè si possa sperare di vederle rapidamente scomparire, rendendo possibile la stipulazione di un Patto generale di Mutua garanzia, o la adozione unanime di un Protocollo analogo a quello di Ginevra.

XI.

Parve a molti che gli eventi diplomatici del 1928 dessero una completa smentita a questo prudente ottimismo o pessimismo confortato soltanto dalla speranza in un lontano avvenire.

Nel giugno 1927 il ministro Briand avea proposto al governo degli Stati Uniti la stipulazione di un Trattato bilaterale contro la guerra. Il governo americano aderendo, manifestava il desiderio che il patto dovesse essere generale, e su questo concetto insisteva in una nota del 28 dicembre 1927.

Digitized by Google

Il 5 gennaio 1928 il governo francese rispondeva, dichiarandosi disposto alla firma di un tale Trattato fra i due Stati, convenendo nel proposito che entrambi poi lo proponessero alla accettazione di tutte le altre Potenze. L' 11 gennaio il Segretario di Stato americano Kellog rispondeva alla nota del governo francese insistendo perchè il negoziato assumesse fin da principio un carattere generale ed avesse per risultato una Convenzione complessiva " ottenendo l' adesione delle principali Potenze del mondo ad una dichiarazione di assoluta rinuncia alla guerra „. Quando nel febbraio Kellog rinnovò l' invito, la Francia che avrebbe preferito incominciare col Patto a due, e limitare la esclusione dalle guerre a quelle di aggressione, aderì il 1 aprile al metodo preferito dal Segretario di Stato, ed il 14 aprile fu combinato il relativo progetto. Il 20 luglio il governo inglese poteva aderire a questo anche a nome delle partí autonome dell' Impero Britannico, ed il 27 agosto il Patto era firmato a Parigi dai rappresentanti della Germania, degli Stati Uniti, del Belgio, della Francia, della Granbretagna, dell' Italia, del Giappone, della Polonia e della Cecoslovachia. Lo stesso giorno il segretario di Stato Americano indirizzò una nota diplomatica ai governi di altri quarantotto Stati (1) comunicando loro il testo del Patto e domandandone l' adesione. Il Patto consta di tre articoli :

" 1. Le alte Parti contraenti dichiarano solennemente in nome dei popoli rispettivi che esse condannano il ricorso alla guerra per la soluzione delle controversie internazionali e rinunciano nei loro rapporti a tale strumento di politica nazionale.

2. Le alte Parti contraenti convengono che alla composizione o soluzione di tutte le dispute o conflitti di qualsiasi specie e di qualsiasi origine che possa sorgere fra di loro, non si cercherà mai di giungere se non con mezzi pacifici.

3. Il presente Trattato, ratificato dalle alte Parti con-

(1) Albania, Afghanistan, Argentina, Austria, Bolivia, Brasile, Bulgaria, Cile, Cina, Colombia, Costarica, Cuba, Danimarca, Repubblica Domenicana, Equatore, Egitto, Estonia, Etiopia, Finlandia, Grecia, Guatemala, Haiti, Honduras, Ungheria, Islanda, Latvia, Liberia, Lituania, Lussemburgo, Messico, Paesi Bassi, Nicaragua, Norvegia, Panama, Paraguay, Persia, Perù, Portogallo, Rumania, Salvador, Yugoslavia, Siam, Spagna, Svezia, Svizzera, Turchia, Uruguay e Venezuela.

Digitized by Google

traenti secondo le rispettive esigenze costituzionali, avrà vigore fra loro non appena i varî istrumenti di ratifica saranno stati depositati a Washington. Il Trattato resta aperto alla adesione di tutti gli altri Stati del mondo, per ciascuno dei quali il Trattato entrerà in vigore subito dopo il deposito a Washington del rispettivo istrumento di adesione „.

Anche per il Patto Kellog si verificò, come per i Trattati di pace, la più forte opposizione nel Senato del paese che ne aveva avuto l'iniziativa e ne aveva diretta la preparazione; ma il Segretario di Stato Kellog è stato più fortunato del Presidente Wilson e la maggioranza necessaria nel Senato alla fine non è mancata, sicchè al Patto ha finito per partecipare anche lo Stato che ne aveva avuto la iniziativa insieme coi primi firmatari e colla folla degli aderenti. Anzi superato il movimento di opposizione in parte determinato dal tradizionale orrore per le " entangling alliances „, si è determinato ora nello stesso Senato un movimento diretto ad assicurare le più severe sanzioni contro gli aderenti al Patto Kellog eventualmente infedeli nella sua applicazione. L'11 febbraio il senatore Capper, che da dieci anni rappresenta lo Stato del Kansas ha proposto al Senato la seguente risoluzione per la quale si riprometteva, di ottenere l'approvazione con una grande maggioranza:

1. Quando il Presidente dichiari che uno Stato abbia violato il patto, sarà vietato senza una speciale autorizzazione del Presidente o del Congresso, di esportarvi armi, munizioni o qualsiasi altro oggetto che possa servire alla guerra, fino a che il Presidente non abbia dichiarato mediante un altro proclama che tale divieto abbia cessato di esser in vigore.

2. Si dichiara doversi adottare dagli Stati Uniti il principio che i cittadini americani non debbano essere protetti dal loro governo nel prestare qualsiasi aiuto ad una Nazione violatrice del suddetto trattato.

3. Il Presidente è invitato ad entrare in negoziati cogli altri Governi che abbiano ratificato il Patto o vi abbiano aderito, per indurli a negare ai cittadini rispettivi ogni protezione nei loro atti di soccorso ad una nazione che abbia commesso una violazione del Patto.

4. La politica degli Stati Uniti formulata nell'articolo 2

Digitized by Google

si applicherà soltanto nel caso di violazioni del Patto commesso contro uno Stato che vi abbia aderito.

Con tale risoluzione si rafforzerebbe in modo indiretto il valore dell' articolo 16 del Patto della Lega delle Nazioni, ma, ignorando la tutela dei popoli non aderenti al Patto, si abbandonerebbero i fini cui tende l' articolo 17 del Patto stesso. Del pari, nei rapporti fra i firmatarii e gli aderenti al Patto Kellog, si riconoscerebbero e si renderebbero effettivi quegli obblighi di ciascuno Stato neutrale di sorvegliare e frenare il commercio dei suoi cittadini coi belligeranti, in proporzioni non ammesse nè dagli articoli 6, 7 e 8 della V Convenzione dell' Aja del 1907 relativa ai diritti ed ai doveri dei neutrali nella guerra terrestre; nè dall' articolo 7 della XIII Convenzione dell' Aja relativa ai diritti ed obblighi dei neutrali nella guerra marittima. Invece nei rapporti collo Stato violatore del Patto e cogli Stati non partecipanti al Patto, esulerebbe dalle proposte sanzioni ogni riconoscimento ed ogni applicazione dei doveri della neutralità.

XII.

Perchè dunque non può dirsi raggiunta col Patto Kellog così chiaro ed esplicito, la meta d' una pace sicura che dalla lettera del Patto parrebbe definitivamente conseguita? Perchè devesi continuare ad attribuire un grande valore pratico alle Conferenze diplomatiche come quella di Genova, ed ai Patti regionali come quello di Locarno? Anzitutto perchè gli stessi Stati iniziatori del Patto, insieme cogli altri firmatarii ed aderenti, continuano nella gara degli armamenti, e dimostrano così che in quel Patto, pur quasi mondiale, non trovano ancora una sufficiente garanzia della loro sicurezza. Ogni Stato è un entusiastico fautore del disarmo... del suo vicino; e così tutti si armano per terra, per mare e per aria, eccettuati gli Stati obbligati al disarmo che cercano, per una necessità legittima di difesa, di eludere in tutto od in parte l' obbligazione di restare inermi che nel 1919 è stata loro imposta. Sicchè, piuttosto del vantaggio di aver eliminata la guerra, si prospetta dopo il Patto Kellog, il danno di avere scosso, in caso di guerra, le garanzie della neu-

Digitized by Google

tralità, e di non aver provveduto alla ricostruzione di quelle leggi della guerra terrestre e sopratutto della guerra marittima, che l' ultimo conflitto insieme con tante altre già credute conquiste definitive della civiltà, ha travolte nella sua rapina.

Oltre a ciò, perchè il Patto Kellog potesse considerarsi come una vera garanzia di pace, sarebbe necessario procedere a rivedere e completare la definizione della guerra. Le truppe di uno Stato americano occupano senza guerra una parte del territorio di un altro Stato indipendente nell' America centrale. Gli aeroplani di uno Stato europeo bombardano senza guerra località difese ed indifese di un altro Stato indipendente lungo le coste meridionali dell' Arabia. Se l' aggredito ricorre contro questi atti illeciti non è ascoltato. Se qualche terzo Stato, in tale condizione di cose, osasse fare qualche rimostranza, lo Stato occupante o bombardante potrebbe rispondere: " Vous pouvez dire que ce n' est pas beau, mais nous pouvons vous repondre que ce n' est pas la guerre „. Senza questi complementi del Patto e questa nuova definizione della guerra, che comprenda ogni forma di violenza esercitata deliberatamente da uno o più Stati contro uno o più altri, il primo risultato pratico del Patto potrebbe essere una più deplorevole mancanza di garanzie per gli Stati più deboli e meno armati. Le riserve implicite nell' ipertrofico sviluppo della dottrina di Monroe da una parte, e quella ambiguamente enunciate ora dal ministro Chamberlain dall' altra, rendono più evidente la eventualità di un tale pericolo.

Finchè questo non sia eliminato e la eliminazione della guerra non sia assoluta e mondiale, i Patti regionali e continentali destinati a durare, finchè persistono queste condizioni, come quelli di Vienna del 1815, come quelli di Parigi del 1856, come quelli del 1831 e del 1839 per il Belgio, e come quelli di Locarno del 16 ottobre 1925, possono riuscire molto più validi usberghi della pace. E tanto più deve desiderarsi che tali accordi assumano a poco a poco una portata ed un valore europeo, inquantochè è necessario acclimatare, per dir così, nella nostra coscienza la convinzione che, più ancora della necessità degli Stati europei di difendersi l' uno dall' altro, si imponga ormai per tutti gli Stati europei la necessità di assicurare la forza di difesa dell' Europa arrivando, se fosse possibile, non per im-

Digitized by Google

posizione di uno Stato, ma per concorde volere di tutti, ad una dottrina di Monroe europea.

Poco dopo la stipulazione dei Patti di Locarno, un illustre letterato inglese, Sir Edmund Gosse, accennando alle difficoltà di un patto di garanzia fra tutti gli Stati europei, ammoniva chi manifestava troppo entusiastica fede nella riuscita di tali accordi, accennando al pericolo derivante dai particolari dissensi. Egli ricordava allora la sorte degli sforzi fatti da Pericle per costituire una Lega delle Nazioni elleniche, convocandone i delegati ad Atene. Quella Lega non ha potuto costituirsi per effetto del dissenso di Sparta; ed il trionfo di quel particolarismo ha determinato la debolezza di chi lo manifestava e di chi ne subiva le conseguenze, ed ha segnato il destino dell' uno e degli altri. Ogni progetto di accordo complessivo e permanente, avanzato dopo l' ultima guerra sulla base di una ricostruzione del concerto europeo fra Stati del tutto eguali nei diritti e nei doveri, ha urtato contro lo scoglio particolarista di una od altra Sparta. Auguriamoci che l' accordo regionale di Locarno possa durare e completarsi, così da poter preservare in avvenire l' Europa dal dominio di una Macedonia russa, o di una Roma americana.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 25 marzo 1929)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

APPUNTI CRITICI E LINGUISTICI
A DUE ANTICHE VERSIONI ARMENE DI UN FRAMMENTO EURIPIDEO

ALMO ZANOLLI

(pres. dal prof. C. Cessi, s. c., nell' ad. ord. 17 febbraio 1929)

Ben poche volte nella raccolta armena delle sentenze di autori greci compare il nome di *Euripide* (in armeno trascritto con Ewropidēs). Nel capitoletto che tratta dell' amicizia si legge questa sentenza:

EWROPIDĒS ASĒ: KHAǰ GITEM ZI HARSTIC EW IŠXANAC
Euripide dice: ben so che dei ricchi e potenti
AMENAIN OKH KAMI SIRELI LINEL: ISK AAKHATN EW
ognuno vuole amico essere: ma il povero anche
I BUN BAREKAKAMĒN KHAKI:
dal proprio amico è abbandonato.

La lezione data dalla stampa armena è identica a quella del codice di S. Lazz. 1108; 6, 3 dell' anno 1317, a pag. 857, riga 3 e segg. (1). La prima parte di questa sentenza è certo traduzione del frammento:

'Επίσταμαι δὲ καὶ πεπείραμαι λίαν | ὡς τῶν ἐχόντων πάντες ἄνθρωποι φίλοι. (EURIP. *Cressae*, Frag. 731 DIDOT).

Quanto alla seconda parte già il compianto prof. E. Teza (2), che aveva confrontato questi due passi, non escludeva che essa potesse appartenere al poeta e l' avvicinava per es. al vs. 1131

---

(1) Per la descrizione di questo e del codice al quale accennerò più sotto, consulta il catalogo del Sarkisian.

(2) *Delle sentenze morali di filosofi greci tradotte in armeno* RRAL, 1893, pag. 387.

Digitized by Google

dell' Elettra che si trova anche presso *Antonio Melissa* 1, 24 pag. 46 ed. Migue) — πένητας οὐδεὶς βούλεται κτᾶσθαι φίλους —; ma a me pare che il passo postuli piuttosto un' identificazione con *Prov.* XIX, 4 (1); specialmente se si confronti il testo armeno in cui occorrono i medesimi vocaboli disposti nel medesimo ordine: ERV | isk * Eurip.) AAKHATN EW I BUN BAREKAMĒN ANTI (om. ANTI * Eurip.) KHAKI " *ed il povero anche dal proprio amico è abbandonato* „.

Alcuni codici anzi, come nota lo Zohrabian, presentano la lezione ISK AAKHATN " *ma il povero* „ invece di EW AAKHATN " *ed il povero* „ precisamente come nel passo di dubbia origine. Senonchè, come ebbi a notare altrove (2), abbiamo un' altra redazione della versione di sentenze di autori greci. E fortunatamente anche questa sentenza attribuita ad Euripide ho trovato in un'altra versione nel codice arm. di S. Lazzaro 1250; 7, 2 a pag. 553, parimenti con un' aggiunta corrispondente a quella della recensione testè considerata (3). Ma essa, pure esprimendo un pensiero presso che identico, esclude affatto l' ipotesi di una traduzione del passo biblico accennato; e, ciò che più importa, la interpretazione letteralissima fino allo scrupolo non permette affatto di supporre che lo scrittore abbia riportato il passo a senso. Essa dice così:

EWROPIDĒS ASĒ, GIDEM EW ZPHORJ AṘEAL EM, ZI
Euripide dice: so ed ho appreso per esperienza che
UNEWORAC EW JERṄHASIC AMENAIN MARDIK IÇEN
dei possidenti (aventi) e dei potenti tutti gli uomini sono
SIRELIKH, ISK, YAAKHATANAL AINPISEAÇ, YOIŽ PAKASEN EW
amici; ma nel divenire poveri siffatti molto difettano anche
SIRELIKH:
(gli) *amici.*

---

(1) α) πλοῦτος προστίθησιν φίλους πολλούς, β) ὁ δὲ πτωχὸς καὶ ἀπὸ τοῦ ὑπάρχοντος φίλου λείπεται (Ed. Swete).

(2) A. ZANOLLI, *Sentenze ed aneddoti attribuiti a Menandro dalla tradizione gnomologica armena*, RSO, Vol. VII, pag. 840.

(3) Il cod. è probabilmente del XVII secolo: lo stile e la lingua di questa come dell' altra versione possono attribuirsi ad un traduttore del secolo VIII.

Digitized by Google

Così l' ipotesi che anche l' originale greco della seconda parte di questa seconda interpretazione, non dianzi conosciuta, appartenga ad Euripide, diventa molto probabile; la redazione del passo, quale ci è data dalla stampa, può dipendere da una nota marginale in cui era stato ricordato il passo biblico che così bene si accordava colla greca sapienza e sostituito da un copista alla seconda parte del frammento euripideo.

Quanto allo stile della seconda redazione, si osservi che come nel greco così nell' armeno sono tenute ben distinte le due frasi:

a) ἐπίσταμαι che l' armeno traduce col semplice *gitem* etimologicamente = οἶδα);

b) πεπείραμαι ch' esso traduce colla frase verbale perfettiva *phorj areal em* " per esperienza ho appreso „.

Il greco πάντες ἄνθρωποι è tradotto nella prima redazione con " *ognuno* „, nella seconda più letteralmente con " *tutti gli uomini* „.

Nella seconda parte la frase armena *yałkhatanal ainpiseaç* " nel diventar poveri siffatti (*uomini*) „ suppone probabilmente nel greco un genitivo assoluto; il verbo *pakasel* significa " *deficere* „ e *khakil* " *relinqui* „.

Da ultimo interessante è l' osservare come sia l' uno che l' altro traduttore ha reso τῶν ἐχόντων con due espressioni (1). Il secondo più scrupoloso ha interpretato con *uneworaç* " dei possidenti „ cioè con un *nomen agentis* dalla radice di *un-im* " ἔχω „; ma ha tosto suggerito *jeṙnhasiç* che equivale a " *dei potenti* „ ovvero " *dei dinasti* „; or bene, anche il primo interprete ha tradotto ἐχόντων con due espressioni a) ricchi b) potenti, principi, dinasti.

Le due versioni che convergono insieme e si completano come documentazione per l' integro passo Euripideo, hanno quindi e non si può passare l' occasione senza notarlo, un' interesse particolare per il commento etimologico del verbo ἔχω; ὁ ἔχων è " *colui che possiede* „ e quindi è *ricco*. Quando sia l' uno che l' altro traduttore avesse interpretato con *ricco*, data l' indole letterale della traduzione, non si sarebbe preteso di più; invece il

(1) Per questo uso vedi A. Zanolli, *Notizie su alcune varianti del testo armeno di Afraate. II. A.*, 1928. pag. 682 seg.

Digitized by Google

primo come abbiamo visto traduce τῶν ἐχόντων con " *dei doviziosi* „ aggiungendo " *dei dominanti* (o *regnanti* o *principi* = *išxanaç*) „ ed il secondo con *dei possidenti (ricchi)* aggiungendo *dei potenti* (*jerhasiç*) propriamente " di coloro che raggiungono potenza o dominio „.

Il prof. Hrozny fondatore dell' interpretazione dello *hetteo*, secondo la teoria indoeuropea, fu il primo ad avvicinare la voce hettea *išx-aš* " signore „ al greco ἰσχύς " possesso, potenza e dominio „, come hetteo *i-šx-ija* = " tenere, comandare, dominare „ è così vicino ad armeno *i-šx-el* = " comandare, dominare „. Ma *i-šx-aš* doveva anzi tutto esser confrontato con arm. *išx-an* " *principe*, dominatore „ (1): per cui, secondo la paleontologia del linguaggio si dovrebbe risalire ad una radice $\sqrt{išx}$ " mano „.

Dal concetto di mano si passa facilmente a quello di forza, di potenza, di padronanza, di dominio, di regno, d' impero, onde dal lato semasiologico oltre che da quello fonetico il greco ἰ-σχ-[ύ-ς] " forza, potenza „ appare più vicino all' armeno *i-šk-* [*an-utʿiwn*] " forza, potenza, dominio, principato „ ed al verbo ἴ-σχ-ω, omerico ἰ-σχ-ανάω " tenere, possedere, esser padrone „ e naturalmente a σχεῖν : ἔχειν.

Il prof. Bleichsteiner (2) non esita punto di unire il nome ἰ-σχ-ύς con σχ-εῖν e con ἔχ-ειν e quindi con ἴ-σχ-ω, ἰ-σχ-άν-ω ed ἰ-σχ-αν-ά-ω, ma egli non accenna nemmeno alla difficoltà che sorge spontanea dal confronto di βι-σχ-υν : γί-σχ-υν accusativo lacon. riportato da Esichio col prefisso βι- : γι-, mentre ἴ-σχω, ἰσχάνω ed ἰσχανάω secondo la grammatica comparata del greco sarebbero forme derivate col raddoppiamento del presente * *si-zĝho* ecc. Ciò non ostante nulla ci vieta di supporre che il prefisso di ἰ-σχ-ύς non abbia nulla a che fare e rappresenti piuttosto una forma preindoeuropea (3).

---

(1) Marr N., *Post-face* in *Jafetičeskij sbornik* III, Moskva 1925: pag. 173.

(2) " *Armenisch i-šḫ* „ " *herschen* „ *und seine Verwandtschaftsverhältnisse* „. H. A. 1928, pag. 753 sgg. Articolo veramente interessante ed eruditissimo!

(3) Il Bleichsteiner poi crede necessario dal punto di vista della glottologia jafetidistica di vedere in ἔχω un altro prefisso ἐ- (ἔ-χ-ω), e in χ la radice spirante, secondo il gruppo spirante della lingua dei Jafetidi. Ma mi pare che anche dal suo punto di vista ammetta qui un' ipotesi

Digitized by Google

Ora abbiamo osservato che ad *išxanaç* " dei regnanti, dei potenti „ della prima redazione della sentenza euripidea corrisponde nella seconda JERNHASIÇ " dei potenti „ e che questa frase analitica che traduce il vocabolo greco ἐχόντων, è composta di *jer*[*n*] " mano „ (forza, potenza, possesso) e della radice del verbo *hasanel* " raggiungere, conseguire „ : essa, dunque, illustra per l'appunto la derivazione di *i-šx-an-kʿ* " principi, dominanti, monarchi „ dal supposto * *išh* " mano „.

Del resto lo stesso vocabolo armeno *jeṙn* così vicino al tocario *tsar : sar* ed equivalente ad eol. χήρ ed albanese *dore*, ha non meno che il greco χείρ e il latino *manus* il significato di *mano* ma altresì quello di *forza* e *potenza*. Tra i molti altri esempi che potrei riportare mi limito per l'argomento del presente articoluccio ad accennare al georgiano *xeli* " mano „ che non dubito appartenga anche etimologicamente a quest'ultimo gruppo di vocaboli indoeuropei, ed entra nella formazione del nome XEL-*m-cí-pʿ-e* di uso così comune nella parlata georgiana e che significa: " dominatore, regnante, re, monarca „.

Per concludere confrontando le due interpretazioni armene dell'espressione τῶν ἐχόντων, abbiamo in esse il più bel commento al significato del verbo greco nelle sue due accezioni di avere, possedere e di essere forte, dominare, regnare: alternativa di significato risalente al concetto arcaico di *mano* sinonimo di *forza*, di *dominio* e di *principato*.

Venezia, 2 Febb. 1929

---

non necessaria e sia costretto poi a dimenticare la forma parallela sanscrita *sahate* " impadronirsi „ che così bene e per il senso e per la forma corrisponde ad ἔχεται, mentre l'astratto *sáhah* " forza, vittoria, trionfo „ (cfr. zd. *hazah* " forza, violenza „) illustra la stessa famiglia di vocaboli in questione.

Lo stesso professore ha unito anche sanscrito *is* " forza, potenza „ ammettendo *i-š* e naturalmente anche antico ir. *is* da *i-s*, per cui egli suppose $\sqrt{\text{i-s}} : \sqrt{\text{i-sx}}$. Egli dunque seguendo la teoria jafetitica, anche qui vuole applicare l'alternativa *sibilante : sibil. + spirante gutt.;* principio che è innegabile nel caucasico meridionale e che getta luce in parecchi raffronti colle lingue delle iscrizioni, ma che applicata all'indiano dovrebbe per lo meno essere confortato da un maggior numero di fatti.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 28 marzo 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

1928 N. 10 - 11 - 12

OSSERVATORIO GEOFISICO

DEL

SEMINARIO PATRIARCALE DI VENEZIA

BOLLETTINO MENSILE

Ottobre - Novembre - Dicembre 1928

Delle Osservazioni Meteorologiche Anno 93°
" " Geodinamiche " 24°

COORDINATE DELL' OSSERVATORIO

LATITUDINE			45° 25' 48",9 N
LONGITUDINE	*in tempo*	*in arco*	
dal merid. dell' EUROPA CENTRALE .	0h 10m 41s,02	2° 40' 19",7	W
da GREENWICH . . .	0h 49m 18s,2	12° 19' 40",3	E
" ROMA (M. Mario) . . .	0h 0m 28s,2	0° 07' 01",49	W
" " (Coll. Rom.)	0h 0m 34s,7	0° 08' 40",50	W
" " (Campidoglio) . . .	0h 0m 38s,14	0° 9' 25",7	W

I pozzetti dei Barometri si trovano a m. 25,00 sul. liv. m. del mare.

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	52.90	51.64	57.51	54.01	21.5	16.0	16.9	21.0	16.5	17.7
2	64.40	62.73	61.77	62.97	18.2	10.5	12.4	16.9	14.9	14.0
3	64.99	65.19	67.64	65.94	17.5	10.0	12.4	17.3	15.6	14.8
4	67.12	66.79	66.24	66.71	16.2	11.2	11.6	12.1	11.5	12.6
5	65.60	65.02	66.44	65.68	16.5	9.9	19.8	16.5	14.5	13.2
6	67.51	66.40	66.44	66.78	17.2	10.7	12.8	16.8	14.5	13.8
7	66.26	64.93	65.85	65.68	18.7	11.9	14.3	18.7	16.9	15.4
8	66.65	64.65	64.13	65.14	18.7	11.6	13.5	18.6	16.3	15.0
9	61.95	59.61	58.60	60.05	19.0	11.5	14.2	18.4	17.0	15.4
10	52.47	52.00	55.00	53.16	18.0	12.2	13.7	14.8	14.0	14.5
I. Dec.	**62.98**	**61.89**	**62.96**	**62.61**	**18.1**	**11.5**	**13.3**	**17.1**	**15.1**	**14.6**
11	59.48	59.85	59.14	59.49	17.9	11.8	13.6	17.4	16.2	16.3
12	57.62	55.67	54.77	56.02	17.9	13.4	14.5	17.7	16.6	15.6
13	51.90	51.55	53.40	52.28	15.6	12.5	14.7	15.1	12.5	13.8
14	57.35	57.84	59.99	58.39	14.7	10.8	12.0	14.6	11.4	11.9
15	63.51	62.98	64.30	63.59	14.2	8.0	8.1	12.7	10.9	10.3
16	68.17	68.92	70.57	69.22	12.8	9.0	9.0	12.7	10.9	10.4
17	71.66	70.47	71.04	71.06	14.1	7.6	9.1	14.0	11.9	10.9
18	69.85	68.34	68.02	68.74	14.8	9.4	10.2	14.6	12.4	11.7
19	66.76	65.99	65.65	66.17	14.6	11.3	12.1	14.5	12.6	12.6
20	66.66	65.50	64.75	65.64	15.9	11.1	12.3	15.8	14.8	13.5
II. Dec.	**63.29**	**62.71**	**63.16**	**63.06**	**15.2**	**10.4**	**11.5**	**14.9**	**13.0**	**12.5**
21	62.87	61.05	60.43	61.45	17.5	12.8	19.8	15.7	15.7	14.9
22	58.25	56.15	57.34	57.25	17.5	14.9	17.0	17.4	15.7	16.3
23	55.96	56.11	57.37	56.48	18.9	16.2	16.9	18.2	16.7	17.2
24	60.91	61.15	62.24	61.53	17.3	15.1	15.7	17.1	16.5	16.1
25	63.46	62.67	62.37	62.83	20.1	15.6	16.4	20.0	17.6	17.4
26	60.33	59.24	57.06	58.88	17.9	14.1	15.3	17.5	16.3	15.9
27	51.01	50.47	49.58	50.35	17.8	14.1	17.0	17.0	17.3	16.5
28	49.00	51.29	53.81	51.37	18.2	17.0	17.6	17.7	17.3	17.5
29	57.47	57.22	59.12	57.60	17.9	16.1	16.6	17.0	16.4	16.8
30	61.31	60.85	60.73	60.96	17.0	15.0	15.6	16.8	16.6	16.0
31	59.58	56.61	55.07	57.09	17.8	14.9	15.8	17.2	17.6	16.5
III. Dec.	**58.10**	**57.53**	**57.76**	**57.79**	**17.9**	**15.1**	**16.6**	**17.4**	**16.6**	**16.4**
Media mens.	61.46	60.71	61.29	61.15	17.1	12.3	13.8	16.5	14.9	14.5

Massima	771.66 il giorno 17	20.1 il giorno 25
Minima	749.00 „ 28	7.6 „ 17

Digitized by Google

OTTOBRE 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
13.13	14.80	11.69	13.20	92	80	69	80	0	0	2	1
6.35	7.11	7.68	7.04	60	50	61	57	0	0	0	0
6.88	7.11	7.38	7.12	64	48	56	56	0	0	0	0
7.13	7.71	8.14	7.66	70	73	80	74	1	0	1	1
7.83	8.32	8.31	8.15	75	59	67	67	0	0	0	0
7.35	7.81	7.80	7.65	68	55	63	62	0	0	0	0
7.80	8.09	9.06	8.32	64	50	63	59	0	0	0	0
9.06	8.70	9.29	9.02	63	54	67	61	0	0	0	0
0.04	10.35	9.81	10.07	83	66	68	72	0	0	0	0
0.74	10.19	10.23	10.39	92	82	85	86	1	1	1	1
8.57	**9.01**	**8.93**	**8.84**	**74**	**61**	**67**	**67**	**0**	**0**	**0**	**0**
0.27	11.53	11.83	11.21	89	78	86	84	1	0	0	0
0.79	13.09	12.44	12.11	88	87	89	88	1	0	0	0
0.67	10.97	8.39	10.01	86	86	78	83	0	2	1	1
6.59	7.12	6.20	6.64	63	58	62	61	0	0	1	0
5.53	5.65	5.82	5.67	68	51	60	60	0	0	0	0
6.74	6.82	6.73	6.76	79	62	63	70	1	0	0	0
6.90	6.75	7.77	7.14	80	57	75	71	0	0	0	0
7.39	8.37	8.45	8.07	80	68	79	76	0	0	0	0
8.88	9.20	9.08	9.05	84	75	83	81	1	0	1	1
8.51	10.00	10.20	9.57	80	75	81	79	0	0	0	0
8.22	**8.95**	**8.69**	**8.62**	**79**	**69**	**76**	**75**	**0**	**0**	**0**	**0**
0.15	11.99	11.76	11.30	86	90	94	90	0	1	1	1
3.70	13.58	12.41	13.23	94	92	93	93	2	2	2	2
3.43	13.69	13.41	13.51	94	88	95	92	2	1	1	1
1.09	13.46	13.37	12.57	90	93	96	93	0	0	1	0
3.00	14.77	13.45	13.74	94	85	90	90	0	0	0	0
2.44	12.91	12.48	12.61	93	87	91	90	0	0	0	0
3.23	13.97	13.64	13.41	92	93	93	93	3	2	1	2
3.75	13.99	13.29	13.68	92	93	93	93	3	2	1	2
2.88	13.37	13.00	13.04	92	93	94	93	1	0	0	0
2.47	13.05	13.17	12.89	95	92	94	94	0	0	0	0
2.79	14.00	13.75	13.51	96	96	92	95	1	1	2	1
2.71	**13.47**	**13.06**	**13.08**	**92**	**91**	**93**	**92**	**1**	**1**	**1**	**1**
9.83	10.48	10.23	10.18	82	74	79	78	0	0	0	0

14.00 il giorno 31
5.53 „ 15

96 più volte
48 il giorno 3

Giorni con mare

Calmo (0) 14 | legg. moss o (1) 10 | mosso (2) 5
agitato (3) 2 | grosso (4) — | tempestoso (5) —

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h	12-13h
1	9	NE	6	NE	6	NE	6	N	5	NW	8	NW	7	NW	11	SW	11	SW	12	SW	13	SW	20	SW	23	SW
2	36	SE	27	SE	15	NE	17	NE	17	NE	20	NE	18	NE	21	NE	19	NE	17	NE	15	NE	14	NE	11	NE
3	10	NE	10	NE	15	NE	13	NE	17	NE	17	NE	22	NE	21	NE	19	NE	10	NE	8	NE	7	NE	5	NE
4	17	NE	23	NE	26	NE	28	NE	28	NE	29	NE	30	NE	28	NE	25	NE	26	NE	24	NE	23	NE	20	NE
5	13	NW	13	N	14	NE	12	NE	14	NE	12	NW	12	NW	10	NW	12	NW	12	NW	11	NW	11	NE	12	N
6	18	NE	20	NE	19	NE	19	NE	20	NE	18	NE	21	NE	21	NE	20	NE	20	NE	17	NE	14	NE	18	NE
7	20	N	19	N	14	N	17	N	16	NE	18	NE	14	NW	16	NW	13	NW	15	NW	16	NE	13	NE	13	NE
8	10	N	13	NE	17	NE	16	NE	16	NE	22	NE	18	N	14	NE	16	NE	14	NE	11	NE	12	NE	13	SE
9	12	NW	8	NW	3	N	5	NW	4	N	3	N	3	N	2	N	3	NE	4	E	4	SW	6	SW	8	SW
10	12	SE	10	E	16	E	23	NE	27	NE	24	NE	25	NE	20	NE	22	NE	22	NE	17	NE	18	NE	15	NE
I. Dec.	17	NE	14	NE	14	NE	16	NE	16	NE	17	NE	17	NE	15	NE	16	NE	15	NE	13	NE	14	NE	14	NE
11	5	NW	5	NW	4	NW	2	NW	calma		4	NE	5	NW	5	N	4	N	5	NW	4	NE	5	SE	5	SE
12	7	NE	6	NE	5	N	6	NE	7	NE	9	NE	4	NE	7	NE	8	NE	7	NE	6	NE	5	NE	5	E
13	9	NE	8	E	11	NE	8	NE	10	NE	14	NE	16	NE	14	NE	14	NE	15	NE	10	NE	10	NE	10	NE
14	16	N	16	NE	15	NE	19	NE	24	NE	21	NE	23	NE	21	NE	17	NE	13	NE	13	SE	10	SE	11	SW
15	13	NE	15	NE	15	NW	14	NW	15	NW	12	N	9	NW	12	NW	10	NW	10	NW	9	NE	7	NE	8	SE
16	16	NE	11	N	13	NE	14	NE	12	NE	12	NE	15	SE	13	NE	17	NE	16	NE	10	NE	8	NE	8	SE
17	6	NW	8	NW	15	NE	6	NW	6	N	7	N	7	N	6	N	4	N	6	NW	8	NW	8	NW	9	SW
18	5	NW	8	NW	7	NW	9	NW	9	NW	8	NW	7	N	8	N	7	N	6	N	6	NE	8	SE	11	SE
19	7	N	6	N	9	NW	7	N	6	NE	7	N	6	N	5	N	7	N	7	NW	7	NE	5	NW	4	E
20	6	N	8	N	7	NE	5	NE	6	N	3	NE	5	NE	5	N	5	N	7	NE	5	NE	7	E	7	SE
II. Dec.	9	NE	9	vario	9	NE,NW	9	NE	10	NE	9	NE	10	NE	10	N	9	N	9	NE	8	NE	8	NE	8	SE
21	12	NE	13	NE	16	NE	16	NE	18	NE	16	NE	19	NE	22	NE	22	NE	23	NE	23	NE	21	NE	16	NE
22	20	NE	21	NE	14	NE	12	NE	13	NE	11	NE	11	SE	8	N	16	SE	25	SE	21	SE	20	SE	22	SE
23	9	NE	10	NE	2	NE	5	N	6	N	7	NE	5	NE	8	NE	14	NE	14	S	13	SE	7	SW	8	SW
24	13	NE	15	NE	10	NE	12	N	10	N	13	N	13	N	12	N	13	N	14	N	13	N	14	NE	13	NE
25	17	N	17	N	15	N	16	N	16	N	16	N	16	N	12	N	8	NE	6	NW	4	NE	6	SW	6	SW
26	10	NW	4	N	3	N	4	NW	4	NW	5	NW	2	SW	5	SW	4	SW	3	SW	4	SE	3	S	5	SW
27	14	NE	13	E	19	SE	25	SE	28	SE	34	SE	41	SE	47	SE	47	SE	48	SE	48	SE	46	SE	40	SE
28	44	SE	47	SE	54	SE	58	SE	56	SE	61	SE	63	SE	59	SE	56	SE	52	SE	48	SE	35	SE	32	SE
29	9	SE	7	SE	10	SE	14	SW	24	SW	24	SW	16	SW	13	SW	11	SW	11	SW	8	SW	5	SW	7	SW
30	6	NW	6	NW	4	NW	2	NW	3	NW	3	NW	6	NW	4	NW	3	NW	5	NW	8	NW	2	NW	2	
31	12	NE	15	NE	16	NE	18	NE	23	NE	23	NE	21	NE	26	NE	28	NE	27	NE	28	NE	28	NE	26	N
III. Dec.	15	NE	15	NE	15	NE	17	NE	18	vario	19	vario	19	vario	20	vario	20	vario	21	vario	19	SE	17	vario	16	var
Media mensile	14	NE	13	NE	13	NE	14	NE	15	NE	15	NE	15	NE	15	vario	15	vario	15	NE	13	NE	13	NE	13	var

Frequenza relati

	N	NE	E	SE
I. decade	23	124	11	23
II. decade	37	82	15	42
III. decade	23	91	9	78
mese	83	297	35	141

Predon

Digitized by Google

OTTOBRE 1928

e Direzione																			Vento predominante		
13-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
26	SW	21	SW	24	SW	10	SW	16	N	25	NE	39	NE	29	NE	39	NE	42	SE	37	SE	SW	18	42
7	NE	8	SE	7	S	7	S	10	S	10	S	7	S	5	S	9	S	6	S	6	SW	NE	13	36
4	NE	6	E	5	E	6	SE	4	NW	5	N	9	N	6	N	10	N	17	NE	15	NE	NE	10	22
20	NE	19	NE	15	NE	14	NE	13	NE	12	NW	10	NW	8	NW	10	NW	10	N	12	N	NE	19	30
17	NE	19	SE	16	SE	16	SE	12	NE	16	NE	20	NE	12	NE	23	NE	25	NE	19	NE	NE	14	25
18	NE	20	NE	18	NE	17	NE	17	NE	19	NE	20	NE	21	NE	23	NE	25	NE	21	NE	NE	19	25
9	NW	7	NE	8	E	6	E	9	E	8	E	7	NE	7	NE	8	NE	5	N	8	N	NE	16	20
11	SE	9	S	9	S	7	S	7	SE	5	E	4	E	3	S	5	N	8	NW	9	NW	NE	11	22
13	S	13	SE	17	SE	18	SE	17	SE	16	SE	16	SE	11	SE	18	SE	19	SE	16	SE	SE	10	19
16	NE	22	NW	28	NE	23	NE	18	NE	15	NW	11	NW	12	NW	10	NW	9	NW	11	NW	NE	18	28
14	NE	14	vario	15	vario	12	vario	12	NE	13	vario	13	NE	11	NE	15	NE	16	vario	15	vario	NE	14	42
5	S	8	SE	8	SE	9	SE	6	E	5	NE	6	E	4	SE	6	NE	7	N	6	N	NW,SE	5	9
4	E	7	E	6	NE	8	E	8	NE	6	N	11	NE	6	N	calma		calma		5	NE	NE	6	11
9	NE	22	SE	29	SE	26	NE	27	NE	32	NE	26	NE	25	NE	22	NE	19	N	18	N	NE	13	32
12	SW	13	SW	14	S	17	S	13	SW	17	SW	17	SW	14	NE	17	NW	21	SW	23	SE	NE	17	24
12	SE	13	SE	13	SE	11	SE	12	SE	14	S	13	S	11	SW	7	SW	5	NW	12	NE	NW	11	15
7	SE	6	SE	7	SE	6	SE	7	SE	7	SW	9	SW	5	SW	6	W	4	W	8	NW	NE	10	17
10	SW	7	SW	11	SW	11	SW	9	S	8	S	12	SW	15	SW	11	SW	10	SW	9	SW	SW	8	15
10	SE	9	SE	11	SE	9	SE	8	SE	5	SE	5	E	5	SE	4	NE	3	N	5	N	SE	7	11
8	SE	5	SE	3	SE	2	E	2	NE	7	N	6	NE	5	NE	6	NE	3	NE	4	N	N	6	8
8	SE	6	SE	5	SE	6	SE	4	SE	3	E	2	E	3	NE	5	NE	5	NE	9	N	NE	6	9
8	SE	10	SE	11	SE	10	SE	10	SE	10	vario	11	vario	8	NE	8	NE	8	vario	10	N	NE	9	32
17	SE	13	SE	14	NE	17	NE	13	NE	16	NE	19	NE	18	NE	26	NE	27	NE	23	NE	NE	18	27
23	SE	20	SE	21	SE	19	NW	23	NE	25	NE	26	NW	24	NW	21	NE	19	NE	11	NE	NE	19	26
12	NE	13	NE	11	NE	6	E		E	10	N	12	NE	7	NE	11	NE	8	N	8	N	NE	8	13
15	NE	14	NE	14	NE	15	NE	12	NE	16	NE	14	NE	14	NE	15	NE	16	NE	15	NE	NE	13	15
7	SW	6	SW	6	SW	6	SW	6	SW	8	SW	9	SW	8	SW	8	SW	5	NW	7	NW	SW	10	17
8	SW	8	SE	7	SE	6	S	5	SE	6	E	7	E	7	NE	12	NE	13	NE	16	NE	SW	6	16
35	SE	36	SE	34	SE	30	SE	31	SE	28	SE	30	SE	31	SE	35	SE	35	SE	40	SE	SE	34	48
30	SE	24	SE	23	SE	24	SE	15	SE	12	SE	8	SE	7	SE	10	SE	9	SE	6	SE	SE	35	63
8	W	6	W	5	W	8	W	9	W	8	W	6	W	5	W	4	W	9	W	11	W	W	10	24
5	NE	7	SE	7	SE	8	SE	9	E	13	SE	13	E	10	SE	14	NW	12	NE	10	NE	NW	7	14
24	NE	23	NE	28	E	28	SE	30	SE	27	SE	28	SE	23	SE	26	NE	25	NE	29	SE	NE	24	30
16	NE,SE	15	SE	15	SE	15	SE	14	SE	15	SE	16	SE,NE	15	SE,NE	16	NE	16	NE	16	NE	NE	15	63
13	NE	13	SE	14	SE	12	SE	12	SE	13	vario	13	vario	11	NE	13	NE	13	vario	14	vario	NE	13	63

del Venti

S	SW	W	NW	calma
13	14	—	32	—
6	22	2	31	3
3	28	11	23	—
22	64	13	86	3

nante NE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione cm.³ di alcool evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	10	0	4	5	nebbia	sereno	St.-Cu W	7 00	—
2	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	10 45	—
3	2	6	3	4	St.-Cu NW	Ci	sereno	10 50	—
4	10	10	10	10	St. E	Strat. E	St.	—	—
5	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	10 25	—
6	8	9	9	9	St. E	St. E	St. E	2 15	—
7	4	3	3	3	St.-Ci	Ci	Ci E	8 50	—
8	4	3	8	5	St.-Ci	Ci-St.	St. E	9 40	—
9	2	2	9	4	Ci	St.	St.	9 10	—
10	10	9	3	8	St.	St.-Cu	St.	0 10	—
I. Dec.	**5**	**4**	**5**	**5**				**69 05**	—
11	2	4	4	3	Ci	St.	St-Ci W	9 30	—
12	9	9	8	9	St.-Cu NE	St.-Cu SW	St. W	3 50	—
13	10	10	10	10	St.-Cu W	St.-Ne E	St.	0 00	—
14	6	3	10	6	Cu-St. SW	Ci	St.-Cu NW	7 00	—
15	3	4	0	2	St.-Ci	St.-Ci E	sereno	8 05	—
16	9	4	3	5	Cu-Ne SW	St. E	St.	2 35	—
17	2	2	0	1	sereno	Ci-St.	sereno	9 20	—
18	4	3	0	2	Ci-St. NW	Ci W	sereno	7 00	—
19	10	9	4	8	St -Cu ENE	St.-Cu ESE	St.	0 00	—
20	9	9	7	8	St.-Cu ESE	St.-Cu ESE	St.	3 25	—
II. Dec.	**6**	**6**	**4**	**5**				**50 45**	—
21	9	10	3	7	St.-Cu E	St.-Cu S	St.-Ci S	0 10	—
22	10	10	10	10	St.-Cu N-NW	St.-Ne SW	St.-Cu	0 00	—
23	10	8	9	9	St.-Cu SW	St. W	St.-Cu	0 30	—
24	10	10	10	10	St. E	St. E	St.	0 00	—
25	9	2	0	4	St. NE	St.	sereno	6 30	—
26	10	10	10	10	St. SW	St. SW	St.	0 15	—
27	10	10	10	10	St. ENE	St. SW	St.	0 00	—
28	10	10	10	10	St. SW	St.-Cu W	St.-Cu	0 05	—
29	10	10	10	10	St.-Cu W	St.-Cu W	St. W	0 00	—
30	10	10	10	10	nebbia	St.-Cu S	St.-Cu	0 45	—
31	10	10	10	10	St,-Cu	St.-Cu	St.-Cu	0 00	
III. Dec.	**10**	**9**	**9**	**9**				**8 15**	—
Media mens.	7	6	6	6			**Totali mensili**	128 05	—

Stato del cielo:	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡³
giorni	5	10	16	12	4	1	3

Digitized by Google

OTTOBRE 1928

Evaporaz. totale in mm. (all' ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
2.5	—	—	—	—	≡³ notte, mattino ⟨ T ⌐ sera
3.4	—	—	—	—	
2.6	—	—	—	—	
2.0	3.2	—	—	—	● pomeriggio
2.0	—	—	—	—	
2.8	—	—	—	—	
3.0	0.1	—	—	—	⊘ gocce sera
1.8	—	—	—	—	≡ mattino
1.9	—	—	—	—	≡¹ mattino ≡ pomeriggio
1.1	12.5	—	—	—	⊘ notte, mattino
23.1	**15.8**	—	—	—	
1.0	—	—	—	—	≡ mattino
0.5	—	—	—	—	≡ mattino
1.3	7.7	—	—	—	≡ ⊘ ⟩ T K mattino ⌐ pomeriggio
2.0	6.5	—	—	—	⟩ T K ▲ ⊘ sera
1.7	—	—	—	—	≡¹ mattino
1.7	—	—	—	—	
1.0	—	—	—	—	≡¹ mattino
1.0	—	—	—	—	
1.0	—	—	—	—	≡ mattino, pomeriggio
1.0	—	—	—	—	≡ mattino, pomeriggio e sera
12.2	**14.2**	—	—	—	
0.9	5.8	—	—	—	≡ mattino ⌐ mattino ⊘ pomeriggio
0.3	0.7	—	—	—	⊘ mattino T ⌐ pomeriggio e sera
0.3	1.4	—	—	—	⊘ notte ≡ mattino
0.6	—	—	—	—	≡³ notte ≡ mattino e pomeriggio
0.7	1.0	—	—	—	⊘ notte
0.4	—	—	—	—	≡¹ mattino e pomeriggio
1.0	9.6	—	—	—	⊘ notte, matt., pom., sera ⌐ matt. ⌐ pom., sera
1.2	9.3	—	—	—	⊘ notte, matt., pom., sera ⌐ matt. ⌐ pom.
1.0	4.5	—	—	—	⊘ tutto il giorno ≡ mattino e pomeriggio
0 7	4.0	—	—	—	≡³ notte ≡² mattino ≡ pomeriggio ⊘ sera
0.4	25.0	—	—	—	⊘ notte, matt., pom. e sera ⌐ tutto il giorno
7.5	**61.3**	—	—	—	
42.8	91.3	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
14	—	1	—	—	—	3	5	2	—

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	755.05	755.72	756.67	755.81	18.5	16.2	16.5	18.2	16.6	16.9
2	58.30	57.13	58.90	58.11	18.5	14.1	15.4	16.9	14.6	15.8
3	57.52	54.48	52.61	54.87	14.5	11.4	11.9	13.2	13.0	12.7
4	52.52	53.57	55.35	53.81	14.1	10.9	12.0	14.0	12.0	12.2
5	57.38	57.28	58.28	57.65	14.6	9.9	10.0	14.4	12.6	11.8
6	58.71	58.28	59.03	58.67	14.4	10.9	11.0	14.0	12.0	12.1
7	57.41	54.59	53.88	55.29	10.8	9.0	10.3	10.2	10.4	10.1
8	50.13	47.59	47.82	48.51	13.0	10.1	11.6	12.6	11.5	11.5
9	47.25	48.55	50.14	48.65	12.5	10.9	12.0	12.2	11.0	11.6
10	54.81	56.31	58.31	56.48	13.5	10.2	11.2	13.4	11.7	11.6
I. Dec.	**754.90**	**754.35**	**755.09**	**754.78**	**14.4**	**11.3**	**12.1**	**13.9**	**12.5**	**12.6**
11	761.09	759.91	760.52	760.51	13.8	10.6	11.0	13.8	11.8	11.8
12	63.13	62.62	63.98	63.24	13.3	8.3	9.6	12.8	10.9	10.5
13	65.24	63.77	63.35	64.12	13.1	8.0	8.1	13.0	10.8	10.0
14	62.76	60.74	60.82	61.44	14.0	8.0	8.8	13.9	9.0	9.9
15	58.23	57.59	57.31	57.71	10.0	5.3	8.7	9.8	7.6	7.9
16	55.72	54.59	54.98	55.06	8.5	7.1	8.1	8.0	8.4	8.0
17	53.04	51.07	52.39	52.17	10.9	7.6	8.4	10.6	10.0	9.2
18	55.61	57.13	59.80	57.51	11.5	8.1	9.0	11.4	9.6	9.5
19	65.10	64.34	65.20	64.88	11.0	5.3	7.0	11.0	9.0	8.1
20	65.89	66.62	68.66	67.06	10.3	5.3	6.6	9.0	8.8	7.7
II. Dec.	**760.58**	**759.82**	**760.70**	**760.33**	**11.6**	**7.3**	**8.5**	**11.3**	**9.5**	**9.2**
21	770.79	769.68	769.87	770.11	10.3	6.0	6.9	10.2	8.5	7.9
22	67.91	66.78	65.53	66.74	10.2	6.0	7.2	10.0	9.1	8.1
23	62.94	61.25	60.32	61.50	10.1	6.6	7.8	10.0	8.9	8.3
24	50.87	45.04	49.90	48.60	10.0	7.2	8.0	8.7	8.0	8.3
25	55.95	49.91	44.41	50.09	9.4	6.0	7.5	9.4	9.1	8.0
26	40.43	43.55	46.48	43.49	11.8	6.0	6.8	10.2	9.8	8.6
27	46.81	44.31	45.49	45.54	8.2	5.3	6.9	8.2	7.0	6.8
28	50.19	51.20	53.56	51.63	9.3	3.5	4.3	9.0	6.9	6.0
29	57.48	58.32	60.90	58.90	8.8	3.7	4.2	8.8	7.4	5.9
30	64.42	63.49	62.06	63.32	8.0	3.8	4.4	7.2	5.4	5.4
III. Dec.	**756.77**	**755.35**	**755.84**	**755.99**	**9.6**	**5.4**	**6.4**	**9.1**	**8.0**	**7.3**
Media mens.	757.42	756.51	757.21	757.03	11.9	8.0	9.0	11.4	10.0	9.7
Massima	770.79 il giorno 21				18.5 il giorno 1					
Minima	740.43 „ 26				3.5 „ 28					

Digitized by Google

NOVEMBRE 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
12.94	13.51	12.59	13.01	93	88	90	90	3	2	3	3
11.06	11.26	11.15	11.15	85	78	89	84	1	2	2	2
9.25	9.99	11.03	11.03	89	88	99	92	0	2	2	2
9.82	9.12	9.19	9.38	94	77	88	86	3	2	1	2
8.21	10.31	9.84	9.52	90	84	90	88	0	0	0	0
9.30	10.29	9.44	9.68	95	86	90	90	0	0	0	0
9.23	8.57	9.17	8.99	99	92	97	96	0	2	2	2
9.68	10.09	9.74	9.84	95	93	96	95	3	3	3	3
9.44	9.82	9.30	9.32	90	93	95	93	3	2	1	2
9.18	9.35	9.38	9.30	93	82	82	86	2	1	0	1
9.81	**10.23**	**10.08**	**10.04**	**92**	**86**	**91**	**90**	**2**	**2**	**2**	**2**
7.96	7.60	8.32	7.96	80	65	81	75	1	0	0	0
7.84	7.59	8.26	7.89	78	70	85	78	0	0	0	0
7.28	8.09	8.20	7.86	90	73	85	83	1	0	0	0
7.54	9.31	7.88	8.24	89	79	92	87	0	0	0	0
7.83	7.98	7.36	7.72	93	88	94	92	0	0	0	0
7.64	7.68	8.11	7.81	94	96	93	94	0	0	0	0
8.01	8.80	8.57	8.46	97	92	92	94	0	0	0	0
8.11	8.56	7.98	8.22	95	85	89	90	0	0	0	0
6.19	7.73	7.76	7.23	82	79	90	84	0	0	0	0
6.43	6.96	6.86	6.75	88	81	81	83	0	0	0	0
7.48	**8.03**	**7.93**	**7.78**	**88**	**80**	**88**	**85**	**0**	**0**	**0**	**0**
6.25	7.62	7.49	7.12	84	82	90	85	0	0	0	0
6.50	7.15	7.13	6.93	85	78	82	82	0	0	0	0
6.57	7.74	7.71	7.34	83	84	90	85	0	0	0	0
7.79	8.29	6.56	7.55	97	99	82	93	1	2	3	2
6.97	7.64	9.70	8.10	90	86	89	89	0	0	0	0
6.74	7.62	4.30	6.22	91	82	47	73	0	1	2	1
5.61	5.90	5.44	5.65	75	72	73	73	1	1	0	1
4.71	6.51	6.25	5.82	75	76	84	78	2	0	0	1
4.68	5.54	6.21	5.48	75	65	75	72	1	0	0	0
5.05	5.86	5.47	5.46	81	77	81	80	0	1	1	1
6.08	**6.98**	**6.62**	**6.56**	**83**	**80**	**79**	**81**	**0**	**0**	**0**	**0**
7.79	8.41	8.21	8.13	88	82	86	85	0	0	0	0

13.51 il giorno 1
4.68 „ 29

99 nei giorni 3-7-24
47 il giorno 26

Giorni con mare

Calmo(0) 14 | legg. mosso(1) 5 | mosso(2) 6
agitato(3) 5 | grosso(4) — | tempestoso(5) —

Digitized by Google

MESE DI

VENTO — Velocità

DATA	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13h	
1	32	SE	35	SE	27	SE	26	SE	24	SE	20	SE	17	S	14	S	12	SE	9	SE	8	SE	10	E	8	E
2	10	E	10	SW	4	SW	8	SW	10	SW	7	SE	7	SE	12	SE	20	SE	27	SE	26	SE	24	SE	27	SE
3	14	N	13	N	13	NE	7	NW	12	N	12	N	12	N	17	NW	17	NW	18	NW	22	NW	20	NW	24	NE
4	31	NE	29	NE	29	NE	15	NE	15	SW	26	SW	24	SW	27	SW	24	SW	22	SW	20	SW	15	SW	17	S
5	7	NE	9	N	7	NE	9	NE	7	N	11	NW	14	N	16	N	16	N	14	N	11	N	12	NE	5	NE
6	8	N	13	NW	11	N	8	N	10	N	13	NW	8	NW	6	NW	10	N	10	NW	10	NW	7	NW	6	NW
7	5	W	4	NW	4	N	6	N	10	N	13	N	19	N	22	NE	24	NE	21	NE	22	NE	23	NE	20	NE
8	21	NE	26	NE	28	NE	27	NE	29	NE	30	NE	36	NE	34	NE	33	NE	30	NE	29	NE	30	NE	32	NE
9	25	NE	23	NE	25	NE	26	NE	28	NE	27	NE	26	NE	24	NE	23	NE	25	NE	22	NE	19	NE	19	NE
10	7	N	6	NW	9	NW	17	NW	14	NW	14	NW	20	NW	19	NW	19	NW	18	N	18	NW	16	NE	17	NE
I. Dec.	16	NE	17	vario	16	NE	15	NE	16	vario	17	vario	18	vario	19	NE,NW	19	vario	19	vario	18	NE,NW	18	NE	18	NE
11	14	N	17	NE	18	NE	18	NE	18	NE	21	N	19	N	18	N	17	NE	16	NE	13	NE	13	NE	12	NE
12	17	NE	16	N	17	N	18	N	16	N	16	N	17	N	15	N	14	NE	14	NE	12	NE	13	NE	9	NE
13	8	N	10	N	13	NW	11	N	7	N	4	N	4	NW	6	NW	5	NW	6	NW	7	NW	8	NW	10	NW
14	18	N	18	N	17	N	17	N	13	N	14	N	14	N	15	N	12	N	14	N	15	NE	14	NE	12	N
15	5	N	6	N	2	N	8	W	8	W	3	W	5	W	3	NW	6	W	8	W	8	SW	8	SW	11	SW
16	2	E	4	N	3	N	4	N	4	W	5	SW	6	NW	4	NW	5	NW	3	S	4	SW	4	SW	7	NW
17	7	NW	5	NW	6	N	8	N	8	N	8	NE	7	N	9	NW	9	NW	7	NW	8	NW	5	NW	4	N
18	8	SW	6	NW	5	NW	11	NW	11	NW	9	NW	6	N	5	N	4	N	11	N	13	N	13	N	9	N
19	6	N	6	N	9	N	8	N	7	NE	4	N	8	N	8	N	9	N	9	NE	8	NE	7	NE	5	E
20	3	NW	4	W	3	W	5	W	3	NW	6	NW	6	N	4	N	6	N	9	N	6	N	5	NE	5	N
II. Dec.	9	N	9	N	9	N	10	N	10	N	9	N	9	N	9	N	9	N	10	vario	9	NE	9	NE	8	vario
21	9	NW	5	NW	3	NW	5	W	5	NW	4	N	3	N	4	N	6	NW	6	NW	4	NW	3	NW	6	NE
22	8	NW	11	N	8	N	8	NE	8	N	8	N	10	N	6	N	10	N	8	N	7	NE	7	NW	9	NW
23	10	N	9	NE	11	N	9	N	7	N	8	NE	7	NW	9	NW	6	NW	6	NW	7	NW	9	NW	3	NW
24	1	W	1	W	4	NW	6	N	10	NE	13	NE	13	NE	15	NE	16	NE	20	NE	22	NE	23	NE	15	NE
25	13	NW	8	SW	7	NW	9	NW	12	W	10	NW	9	NE	11	NE	8	NE	10	NE	13	NE	10	NE	5	NE
26	20	NE	21	N	23	NE	20	NE	9	NE	7	N	11	N	14	SW	8	SW	11	SW	6	SW	8	NW	7	NW
27	9	SW	18	SW	25	SW	15	SW	12	SW	10	NW	13	NW	14	NW	10	E	12	SE	20	NW	20	NE	25	NE
28	6	W	2	W	3	E	4	N	5	NW	11	NW	11	NW	13	NW	11	N	10	N	6	N	6	N	5	NE
29	4	N	7	N	6	N	7	N	9	N	12	N	18	NE	16	NE	16	N	17	NE	13	NE	17	NE	12	NE
30	13	N	8	N	8	N	8	N	15	N	15	N	11	N	12	N	8	NE	9	NW	9	NW	8	NW	8	SE
III. Dec.	9	vario	10	N	9	N	9	N	9	N	10	N	12	N	12	vario	9	vario	11	vario	11	NW	11	NW	10	NE
Media mensile	11	N	12	N	11	N	11	N	12	N	12	N	13	N	13	vario	12	vario	13	vario	13	NE	13	NE	12	NE

Frequenza relativa

	N	NE	E	SE
I. decade	34	95	8	32
II. decade	73	36	5	—
III. decade	52	55	5	6
mese	159	186	18	38

Predomi

Digitized by Google

NOVEMBRE 1928

Direzione																		Vento predominante		
3-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
E	11	E	18	SE	14	SE	12	SE	11	SE	10	E	9	E	19	SE	18	SE	13	E		SE	16	35
SE	26	SE	23	S	19	S	12	SW	6	SW	5	SE	2	SE	7	SE	16	SE	11	SE		SE	14	27
NE	31	NE	32	NE	26	NE	25	NE	21	NE	23	NE	18	NE	23	NE	23	NE	28	NE		NE	20	32
SW	23	SW	21	SW	24	SW	19	SW	12	S	11	N	6	N	8	N	10	NE	8	NE		SW	19	31
SE	11	SE	9	SW	7	S	4	S	5	S	4	S	2	W	5	W	6	N	4	N		N	8	16
SW	12	SW	12	SW	11	SW	12	SW	12	SW	8	SW	10	SW	6	W	9	SW	7	SW		SW	10	13
NE	28	NE	29	NE	25	NE	20	NE	22	NE	21	NE	16	NE	24	NE	23	NE	24	NE		NE	19	29
NE	32	NE	35	NE	35	NE	31	NE	28	NE	25	NE	19	NE	29	NE	30	NE	22	NE		NE	29	36
NE	13	NE	9	NW	15	NE	15	NE	14	NE	12	NE	10	NE	8	N	10	NE	7	N		NE	17	28
NE	21	NE	20	NE	20	NE	17	NE	18	N	18	N	12	NE	16	NW	17	N	20	NE		NW	16	21
NE	20	NE	21	NE	20	NE	16	NE	15	NE	13	NE	10	NE	15	vario	16	NE	15	NE		NE	17	36
NE	13	NE	10	NE	6	NE	6	NE	7	NE	10	N	14	NE	17	NE	18	NE	17	NE		NE	14	18
NE	6	NE	4	S	4	S	4	S	5	S	7	S	9	S	3	S	3	S	8	NW		NE,S	11	17
NW	12	NW	11	NW	12	NW	15	NW	18	NW	14	NW	8	NW	12	NW	12	NW	10	N		NW	10	18
NE	12	E	10	S	9	SW	8	SW	7	SW	5	SW	5	SW	3	SW	4	W	5	NW		N	11	18
SW	12	SW	15	SW	17	SW	16	SW	12	SW	10	SW	8	NW	5	NW	3	NW	4	E		SW	8	17
NW	4	NW	5	W	4	W	4	NW	3	NW	2	NW	3	NW	7	NW	4	NW	6	NW		NW	4	7
N	4	SW	7	S	5	W	7	W	4	SW	5	SW	6	SW	18	SW	24	SW	19	SW		SW,NW	8	24
N	12	N	7	N	8	N	5	N	4	N	10	N	8	N	9	N	6	N	6	N		N	8	13
E	6	S	6	S	5	S	6	S	5	S	9	W	10	W	7	NW	9	NW	8	NW		N	7	9
N	4	NW	7	NW	6	NW	4	NW	7	NW	9	NW	9	NW	13	NW	10	NW	10	NW		NW	6	13
N	9	NW	8	S	8	vario	8	NW	7	NW,SW	8	NW,SW	8	NW	9	NW	9	NW	9	NW		N	9	24
SE	4	S	4	S	5	S	7	S	6	S	5	SW	7	W	6	NW	6	NW	8	NW		NW	5	8
NW	6	NE	4	N	4	N	2	N	4	N	4	NW	2	NW	9	NW	12	N	10	N		N	7	10
W	3	SE	3	SE	3	S	7	SW	8	W	7	SW	5	W	8	SW	4	W	2	W		NW	6	10
NE	20	NW	20	NW	18	NW	21	NE	30	NE	29	NE	24	NE	33	NE	20	NE	16	NW		NE	17	33
NE	5	W	5	S	3	N	7	NE	12	NW	12	NE	15	E	10	NW	17	NE	24	NE		NE	10	24
N	3	SW	16	W	18	NW	24	NW	18	NW	12	NW	11	NW	19	NW	18	NW	20	SW		NW	14	23
NE	19	NE	15	SE	14	NE	7	NW	10	NW	13	NW	15	NW	19	NW	14	NW	9	NW		NW	7	25
S	9	S	7	S	7	S	11	SW	9	W	7	W	6	W	7	N	10	N	7	N		N	7	13
NE	7	NE	1	E	5	E	4	W	6	W	6	NW	5	NE	10	NE	7	N	9	N		NE	9	18
SW	10	SW	10	SW	13	SW	9	SW	7	W	3	SW	6	SW	7	SW	10	SW	12	SW		SW	10	15
NE	9	vario	9	vario	9	vario	10	vario	11	vario	10	NW	10	vario	13	NW	13	vario	12	vario		NW	9	33
NE	12	vario	13	vario	12	vario	11	vario	11	vario	15	vario	9	vario	12	NW	13	vario	11	vario		NE	11	36

Venti

S	SW	W	NW	calma
10	30	4	27	—
16	27	17	66	—
11	27	20	64	—
37	84	41	157	1

ante NE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione cm.² di strati evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	9	7	7	8	St.-Cu W	St.-Ci	Cu-Ci	3 45	–
2	9	7	3	6	St.-Ne W	St.-Ci SW	Ci	3 45	–
3	10	10	10	10	St.-Cu S	St.-Cu S	St.	0 00	–
4	7	8	0	5	St.-Ci W	St.-Cu-Ci NW	sereno	4 25	–
5	0	4	7	4	sereno	Ci-St.	St.-Ci	8 10	–
6	10	3	0	4	St.-Cu NW	St.-Ci	sereno	4 30	–
7	10	10	10	10	St.-Ne N	St.-Cu	St.	0 00	–
8	10	10	10	10	St. SW	St. E	St.	0 00	–
9	10	10	10	10	St. W	St. E	St.	0 00	–
10	10	4	0	5	Cu-St. NE	Cu-St.-Ci NE	sereno	6 45	–
I. Dec.	9	7	7	8				31 20	–
11	4	3	0	2	St.-Cu-Ci W	Ci-St. N	sereno	7 05	–
12	0	0	0	0	sereno	sereno	id.	8 40	–
13	0	0	0	0	id.	id.	id.	8 25	–
14	0	0	0	0	id.	id.	id.	8 45	–
15	0	6	8	5	id.	Ci-St. E	St.	6 35	–
16	10	10	10	10	nebbioso	nebbioso	nebbioso	0 00	–
17	10	8	0	6	id.	St.-Ci-Cu W	sereno	0 45	–
18	5	5	2	4	St.-Ci-Cu E	Ci-St. E	St.	1 00	–
19	2	0	0	1	Ci	sereno	sereno	8 15	–
20	10	6	0	5	St.-Ci W	Ci W	id.	1 30	–
II. Dec.	4	4	2	3				51 00	–
21	4	2	0	2	Ci NE	Ci	sereno	7 45	–
22	3	5	8	5	Ci E	Ci-St. NW	St.	2 10	–
23	9	10	10	10	St.-Ci-Cu NW	St. SW	nebbioso	0 20	–
24	10	10	10	10	St.	St. E-SE	St.	0 00	–
25	0	3	0	1	sereno	Ci W	sereno	6 15	–
26	0	2	0	1	id.	St.-Ci	id.	7 30	–
27	9	10	10	10	St.-Ci W	St.-Ne W-SW	St.	0 05	–
28	0	2	5	2	sereno	Ci	St.-Ci	6 30	–
29	2	3	2	2	Ci	Ci-St.	Ci	8 10	–
30	2	1	2	2	St.-Ci	Cu	Ci-Cu	7 30	–
III. Dec.	4	5	5	5				46 15	–
Media mens.	6	5	5	5			Totali mensili	128 35	–

Stato del cielo:	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡
giorni	11	10	9	17	5	5	3

Digitized by Google

NOVEMBRE 1928

Evaporaz. totale in mm. (all'ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
0.7	3.6	—	—	—	◍ notte e sera
0.9	4.7	—	—	—	● ≷ ▲ ore 4.50 ⌐ ◍ pomeriggio
0.9	7.5	—	—	—	◍ notte giorno ad intervalli 〓 matt. ⌐ pomer.
1.0	5.0	—	—	—	◍ notte 〓 mattino, ore 20.35 ≺ E-SE ⌐ matt.
0.5	—	—	—	—	〓 mattino [pomer.
0.9	4.5	—	—	—	◍ notte 〓 mattino [⌐ matt. e pom.
0.2	19.5	—	—	—	〓³ ◍ notte 〓² ● mattino 〓 ◍ pomer. ◍ sera
0.6	29.0	—	—	—	◍ notte, nubi temporalesehe e tuoni nel mat-
0.8	23.5	—	—	—	● notte ◍ tutta la giornata tino pom. sera
0.6	1.0	—	—	—	◍ notte ≷ ₹ ore 16 ◍
7.1	**98.3**	—	—	—	⌐ matt. e pom.
1.6	—	—	—	—	
1.3	—	—	—	—	〓¹ mattino
1.3	—	—	—	—	〓¹ mattino 〓 pomeriggio sera
0.8	—	—	—	—	〓 mattino pomeriggio 〓³ sera
0.6	—	—	—	—	〓³ notte 〓² mattino 〓 pomeriggio 〓² sera
1.2	—	—	—	—	〓² notte mattino pomeriggio
1.2	—	—	—	—	〓² notte mattino pomeriggio
0.6	—	—	—	—	〓¹ mattino 〓 pomeriggio
0.6	—	—	—	—	V notte 〓 mattino
1.8	—	—	—	—	〓 mattino pomeriggio
11.0	—	—	—	—	
0.5	—	—	—	—	〓² mattino 〓 pomeriggio sera
0.7	—	—	—	—	V notte 〓¹ matt. 〓 pomer., ore 18.15 alone
0.6	—	—	—	—	〓 matt. 〓¹ pomerg. e sera lunare ∈
0.5	12.5	—	—	—	● mattino e pomeriggio
0.6	—	—	—	—	〓 mattino
1.8	1.0	—	—	—	◍ notte
1.5	goccie	—	—	—	◍ goccie pomer° ϴ sera, magnifico alone lu-
1.6	—	—	—	—	ϴ sera nare ∈ notte
1.2	—	—	—	—	〓 mattino ϴ sera
0.9	—	—	—	—	〓 mattino V notte
		—	—	—	
9.9	**18.5**	—	—	—	
28.0	111.8	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
12	—	1	3	—	—	1	5	—	—

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell' aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	57.41	55.95	56.45	56.60	6.6	- 0.9	1.0	6.6	4.4	2.8
2	55.67	55.66	55.82	55.72	7.0	2.5	3 8	7.0	5.4	4.7
3	58.44	59.52	61.32	59.76	6.8	2.8	3.6	6.6	5.8	4.8
4	63.77	64.02	64.71	64.17	6.2	3.7	4.3	6.1	4.8	4.8
5	66.36	65.91	66.47	66.25	8.9	3.0	4.2	8.9	6.8	5.7
6	67.58	67.51	67.58	67.56	6.8	2.9	3.8	6.8	5.4	4.7
7	66.63	65.63	65.23	65.83	5.6	3.6	4.2	5.2	4.6	4.5
8	63.57	62.26	61.73	62.62	7.4	3.9	5.2	7.4	6.8	5.8
9	59.69	58.69	58.57	58.98	8.6	5.6	6.7	8.4	5.8	6.7
10	54.16	47.24	41.53	47.58	8.4	4.8	5.4	7.4	7.8	6.6
I. Dec.	**61.58**	**60.23**	**59.94**	**60.50**	**7.2**	**3.1**	**4.2**	**7.0**	**5.7**	5.1
11	38.78	42.15	43.13	41.35	7.8	5.2	6.1	7.8	7.4	6.6
12	42.80	45.10	46.68	44.86	8.7	6.0	8.2	8.6	6.8	7.4
13	46.27	45.93	48.79	46.99	7.2	4.2	5.3	6.5	6.2	5.7
14	52.77	53.06	54.16	53.33	7.0	4.5	4.9	6.9	4.8	5.5
15	54.84	56.14	59 60	56.86	6.1	1 9	3.6	6.0	4.9	4.1
16	64.99	65.31	66.33	64.54	6.3	2.7	2.9	6.0	4.0	4.0
17	65.43	62.62	61.74	63.29	5.0	0.5	1.6	4.9	3.4	2.6
18	62.52	63.75	66.61	68.47	6.7	2.0	3.2	6.6	3.8	3.9
19	68.65	68.03	68.74	67.14	4.6	2.0	2 6	3.8	3.0	3 1
20	68.32	66.64	66.46	57.11	3.2	0.2	0.8	3.0	1.6	1.5
II. Dec.	**57.92**	**56.87**	**56.43**	**57.11**	**6.2**	**2.9**	**3.9**	**6.0**	**4.6**	4.4
21	66.65	67.80	70.00	68.15	3.0	- 2.0	- 0.6	2.2	0.8	0.3
22	71.89	71.65	72.11	71.88	1.2	- 2.0	- 0.5	1.2	0.2	- 0.3
23	71.83	70.80	71.03	71.22	1.4	- 1.5	- 0.8	1.4	0.2	- 0.2
24	72.65	72.06	72.37	72.36	2.5	- 3.0	- 0.8	2.4	0.8	- 0.1
25	71.63	70.15	70.43	70.74	2.4	- 3.1	- 1.4	2.2	0.6	- 0.4
26	69.65	67.54	66.54	67.91	3.5	- 1.5	0.0	3.4	2.4	1.1
27	63.50	62.72	63.06	63.09	5.5	1.0	2.2	5.4	3.2	3.0
28	63 00	61.38	60.70	61.70	5.0	1.0	2.6	4.8	4.6	3.3
29	59.20	58.35	57.71	58.42	6.0	3.0	4.3	5.7	5.2	4 6
30	51.48	47.68	46.12	48.43	5.5	3.5	4.4	5.1	5.2	4.7
31	47.17	4628	49.63	47.36	5.4	2.5	3.6	4.2	3.6	3.8
III. Dec.	**64.33**	**63.31**	**63.61**	**63.75**	**3.8**	**- 0.2**	**1.2**	**3.5**	**2.4**	1.8
Media mens.	61.28	60.14	59.99	60.47	5.7	2.0	3.1	5.5	4.2	3.8
Massima	72.65 il giorno 24				8.9 il giorno 5					
Minima	38.78 „ 11				- 3.1 » 25					

Digitized by Google

DICEMBRE 1928

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
4.94	5.19	4.65	4.93	100	71	74	82	0	1	0	0
4.80	5.98	5.88	5.55	82	79	88	83	0	0	0	0
5.33	5.79	5.64	5.59	90	79	82	84	0	0	0	0
5.11	5.88	5.62	5.54	82	83	87	84	0	0	0	0
5.17	6.13	6.31	5.87	84	72	85	80	0	0	0	0
4.82	5.25	5.06	5.04	80	71	75	75	1	1	0	1
5.17	5.18	5.03	5.13	84	78	79	80	0	0	0	0
5.18	5.74	6.52	5.81	78	74	88	80	1	0	1	1
7 02	7.54	6.48	7.01	96	90	94	93	1	1	1	1
6.29	6.81	7.01	6.70	94	89	89	91	0	1	1	1
5.38	**5.94**	**5.82**	**5.71**	**87**	**78**	**84**	**83**	**0**	**0**	**0**	**0**
6.30	7.01	7.03	6.78	89	89	91	90	3	2	3	3
7.67	7.66	6.96	7.43	94	92	94	93	3	2	2	2
5.53	5.85	5.82	5.73	83	81	82	82	0	1	1	1
5.86	5.19	5.01	5.35	82	70	77	76	1	2	1	1
4.55	4.90	4.75	4.73	76	70	73	73	1	2	2	2
3.43	5.11	4.50	4.35	91	73	74	69	0	0	0	0
4.03	4.75	4.28	4.35	79	73	73	75	0	0	0	0
4.01	5.19	4.62	4.61	69	71	76	72	0	1	1	1
4.18	4.23	4.13	4.18	75	70	72	72	1	1	1	1
3.66	3.56	3.84	3.69	75	63	74	71	1	0	0	0
4.92	**5.34**	**5.09**	**5.12**	**78**	**75**	**79**	**77**	**1**	**1**	**1**	**1**
3.22	3.48	3.66	3.45	73	64	75	71	1	0	0	0
3.32	?	3.01	3.16	69	68	66	68	1	1	0	1
3.32	3 77	3.18	3.45	68	74	70	71	1	0	0	1
3.32	3.17	?	3 25	68	58	65	64	0	0	0	0
3.15	3.29	?	3.22	76	61	65	67	0	0	0	0
3.24	4.38	4.30	3.97	71	74	79	75	0	0	0	0
4.61	5.47	4.98	5.02	86	81	86	84	0	0	0	0
4.37	4.81	4.93	3.70	79	74	77	77	0	0	0	0
5.11	5.74	5.59	5.48	82	83	84	83	0	0	0	0
5.86	5.26	6.20	5.77	93	95	94	94	1	0	0	0
5.53	5.58	5.53	5.55	93	90	93	92	0	0	0	0
4.09	**4.50**	**5.17**	**4.60**	**86**	**82**	**85**	**84**	**0**	**0**	**0**	**0**
4.79	5.29	5.36	5.14	84	78	83	81	0	0	0	0

7.54	il giorno	9	
3.01	„	22	
100	il giorno	1	
58	„	24	

Giorni con mare

Calmo (0)	legg. mosso (1)	mosso (2)
14	13	2
agitato (3)	grosso (4)	tempestoso (5)
2	—	—

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																									
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13h	
1	13	SW	7	SW	6	W	4	NW	4	N	4	N	7	N	10	NE	6	NW	7	N	5	NW	9	NW	11	N
2	16	N	17	N	10	N	13	N	14	N	11	N	13	N	9	N	12	N	9	N	8	NE	7	NE	5	NE
3	8	N	5	N	5	N	5	N	3	N	7	W	6	W	7	W	5	W	8	NW	15	NE	19	NE	13	NE
4	5	NW	3	N	4	N	7	NW	4	W	3	W	5	W	5	W	4	W	4	W	5	NW	4	E	5	E
5	9	N	8	N	9	N	9	N	7	N	8	N	10	NE	13	N	11	NE	11	NE	8	NE	11	NW	9	NE
6	10	N	9	N	14	N	13	N	13	NE	10	NE	9	NE	11	NE	11	NE	12	NE	10	NE	9	NE	13	NE
7	7	NW	6	NW	4	NW	calma		4	W	1	W	5	N	11	N	calma		5	N	5	NE	3	NE	6	NE
8	9	N	11	N	8	N	7	N	10	N	12	N	15	N	4	N	14	N	14	N	16	N	17	NE	14	NE
9	12	N	11	N	10	NE	12	NE	12	N	17	N	13	N	14	N	9	NW	11	NW	9	NW	5	NW	2	NW
10	4	NW	4	NW	3	NW	2	NW	2	NW	calma		4	NW	10	N	10	NW	13	NW	15	NW	17	NW	16	NW
I. Dec.	9	N	8	N	7	N	7	N	7	N	7	N	9	N	9	N	8	vario	9	N	10	NE	10	NE	10	NE
11	52	NE	50	NE	44	NE	44	NE	44	NE	39	NE	39	NE	32	NE	32	NE	16	NE	13	N	14	N	11	NW
12	34	NE	33	NE	36	NE	32	NE	27	NE	23	NE	14	NE	7	E	16	S	19	SW	21	SW	14	SW	12	SW
13	15	NE	12	NE	8	N	12	N	12	NW	13	NW	13	NW	16	NW	6	NW	6	NW	6	NW	9	NW	12	NW
14	14	NW	14	NW	17	N	17	N	16	N	18	N	16	NE	16	NE	16	NE	11	N	7	NE	13	N	11	NE
15	15	N	15	NE	17	NE	15	N	15	N	15	N	14	N	13	N	12	NW	17	N	22	NE	24	NE	28	NE
16	12	N	14	N	10	N	11	NW	12	NW	11	NW	13	NW	7	NW	8	NW	6	NW	8	NW	3	NW	2	NW
17	7	N	3	N	1	N	5	N	8	N	10	N	11	NE	7	NE	8	N	8	N	9	N	9	NE	8	N
18	9	N	9	NW	10	N	9	N	8	N	14	N	15	N	17	N	17	N	16	NE	15	N	18	NE	17	NE
19	24	NE	23	NE	24	NE	23	NE	21	N	20	N	21	N	22	N	20	N	19	NE	22	NE	20	NE	19	NE
20	17	NE	15	NE	18	NE	23	NE	29	NE	23	NE	22	NE	20	NE	17	NE	17	NE	17	N	15	NE	13	NE
II. Dec.	20	NE	19	NE	17	NE	20	N	18	N	19	N	18	NE	16	NE	15	vario	14	NE	14	N	14	NE	13	NE
21	18	N	20	NE	19	N	19	N	18	NE	17	NE	18	N	18	N	20	NE	21	NE	23	NE	22	NE	20	NE
22	23	NE	22	NE	22	NE	20	NE	16	N	16	N	17	N	19	N	20	NE	19	NE	13	NE	16	NE	14	NE
23	18	NE	18	NE	16	NE	16	N	16	N	14	N	11	N	14	N	14	NE	16	NE	16	NE	13	NE	8	N
24	12	N	15	N	18	N	18	N	18	N	18	N	16	N	15	NE	13	N	15	N	13	N	12	N	9	N
25	11	N	8	N	11	N	8	N	10	N	10	N	11	NW	12	NW	6	N	7	NE	8	NE	4	NW	6	E
26	6	N	9	NW	9	NW	6	NW	8	NW	4	NW	9	NW	10	NW	10	NW	6	W	8	NW	5	N	3	NW
27	2	NW	1	W	calma		1	W	calma		2	W	1	NW	6	N	4	N	5	N	4	N	5	NE	6	N
28	7	N	9	N	9	NE	16	NE	8	NE	8	N	5	NW	9	N	7	NW	8	N	7	N	8	NW	6	N
29	calma		1	NE	9	NW	10	NW	7	NW	6	N	5	NW	4	NW	2	NW	3	W	3	N	3	W	3	NW
30	9	NE	4	NE	11	N	6	N	9	N	11	N	10	N	11	N	11	NE	9	N	10	N	10	NW	11	NW
31	8	SW	14	SW	12	NW	16	W	17	W	20	SW	17	SW	7	SW	5	W	4	SW	5	W	2	NW	4	NW
III. Dec.	11	N	11	NE	11	N	11	N	11	N	11	N	11	N	17	N	10	NE	10	NE	10	N	9	NE	8	NW
Media mensile	13	N	13	NE	12	N	13	N	12	N	12	N	13	N	12	N	11	vario	11	NE	11	N	17	NE	10	NE

Frequenza relativa

	N	NE	E	SE
I. decade	97	60	6	2
II. decade	75	99	1	1
III. decade	94	64	3	1
mese	266	223	10	5

Predo

Digitized by Google

DICEMBRE 1928

e Direzione

13-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h	
11	NE	14	NE	9	NE	11	N	11	N	14	N	15	N	12	N	16	N	18	NE	20	N
6	NW	6	W	4	SW	3	W	3	S	3	W	5	W	4	W	4	W	5	N	4	N
9	NE	7	NE	7	NE	8	N	11	NW	9	N	12	NW	9	N	11	N	4	N	5	W
5	NE	3	NW	4	N	3	N	6	N	5	NW	4	NW	5	E	7	W	6	NW	5	NW
8	NE	5	NE	4	NE	2	NE	3	NE	5	E	4	E	5	SE	9	SE	11	N	13	N
13	NE	10	NE	4	N	4	N	5	N	6	N	11	N	9	N	12	N	11	N	5	NW
8	NE	6	N	6	N	8	N	12	N	10	N	10	N	11	N	11	N	13	N	12	N
12	NE	12	NE	14	NE	12	NE	11	N	9	N	10	N	14	N	17	NE	13	NE	11	N
3	NW	3	W	4	SW	10	SW	8	SW	6	SW	4	W	4	NW	6	NW	9	W	4	W
19	N	19	NE	25	NE	27	NE	34	NE	37	NE	42	NE	44	NE	43	NE	47	NE	45	NE
9	NE	10	NE	8	NE	8	N	10	N	10	N	12	N	12	N	14	N	14	N	12	N
12	NW	4	NW	3	NW	4	NE	7	NE	15	NE	20	NE	22	NE	30	NE	32	NE	33	NE
12	SW	8	SW	7	W	calma		3	SE	4	SE	8	N	10	N	9	N	14	N	14	N
8	NW	5	NW	9	NW	14	NW	13	NW	17	NW	11	NW	15	NW	16	NW	14	NW	13	NW
15	NE	13	NE	13	NE	10	N	12	N	13	N	13	NE	14	N	16	NE	14	N	13	NE
23	NE	22	NE	11	N	19	NE	22	NE	21	NE	21	NE	17	N	20	NE	18	NE	16	N
4	SW	5	SW	4	SW	4	SW	7	W	5	W	5	W	4	NW	11	NW	6	NW	5	N
11	N	8	N	6	NW	7	NW	7	NW	7	NW	8	NW	5	NW	7	N	10	N	13	N
20	NE	21	NE	20	NE	21	NE	20	N	22	N	24	NE	23	NE	24	NE	22	N	22	NE
17	NE	16	NE	18	NE	19	NE	20	NE	21	NE	21	NE	19	NE	22	N	20	NE	20	NE
9	N	7	NE	4	N	2	N	4	N	6	N	8	NE	10	NE	10	NE	15	N	16	N
13	NE	11	NE	10	vario	10	NE	12	vario	13	vario	14	NE	15	NE	17	NE	17	N	17	N
19	NE	18	NE	16	NE	12	NE	11	N	12	N	15	N	19	NE	20	NE	20	NE	18	NE
13	N	12	NE	9	NE	9	NE	7	N	9	N	10	N	10	N	18	NE	18	NE	16	NE
4	N	6	W	5	W	5	NW	8	NW	9	NW	8	NW	8	NW	11	NW	8	N	10	N
7	NW	8	NW	8	N	10	NW	9	NW	10	NW	11	NW	10	NW	10	N	5	N	9	N
9	NE	5	E	3	NW	4	NE	2	NW	4	N	6	N	5	N	5	N	5	N	8	NW
6	W	6	SW	9	W	11	SW	7	SW	5	W	4	W	5	NW	5	NW	1	NW	3	N
10	NE	4	NE	4	NE	3	NE	5	NE	2	SW	5	N	5	N	9	N	9	NE	8	NE
4	N	5	N	3	NW	2	N	6	N	3	NW	5	N	2	N	calma		calma		calma	
3	SW	5	S	3	S	1	S	2	S	calma		2	S	5	N	8	N	8	N	9	N
6	NW	2	W	8	W	5	SW	7	SW	4	SW	4	S	2	S	9	NE	10	NE	9	NE
3	N	6	SE	3	W	4	W	3	W	5	NW	6	NE	4	N	2	E	4	NE	5	NE
7	N	7	vario	7	vario	6	NE	6	vario	6	NW	7	N	7	N	11	N	8	NE	10	NE
10	NE	9	NE	8	vario	8	NE	9	vario	10	vario	11	N	11	N	14	N	13	N	13	N

Vento predominante

Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km ora
N	10	20
N	8	17
N	7	19
NW	5	7
NE	8	11
N	10	13
N	7	13
N	13	17
NW	8	17
NE	26	52
NE	16	36
NW	12	17
N,NE	14	18
NE	18	28
NW	7	14
N	7	13
N	17	24
NE	20	24
NE	14	29
NE	15	52
NE	18	23
N	15	23
N	11	18
N	12	18
NW	7	12
N	6	10
N	4	10
N	6	9
NW	4	10
N	8	11
W	7	20
N	9	23
N	11	52

lei Venti

S	SW	W	NW	calma
1	7	23	47	3
1	10	4	47	1
7	14	22	53	6
9	22	49	147	10

iante N

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione cm.³ di acqua evap.
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	10	0	0	3	Nebbia	Sereno	Sereno	6 10	—
2	9	0	0	3	St. Cu S	Sereno	Sereno	6 30	—
3	10	5	10	8	St. NE	St.-Ci-Cu	Alt. St.	4 00	—
4	7	9	0	5	St. Ci W-SW	Cu-St. SW	Sereno	0 00	—
5	4	2	0	2	Ci-Cu-St.	Cirri	Sereno	8 00	—
6	10	2	0	4	St.-Cu W	St.	Sereno	3 10	—
7	9	10	10	10	St.-Cu ESE	St.-Cu ESE	Alt. St.	0 20	—
8	10	10	10	10	St.-Cu ESE	St.-Cu E	Alt. St.	0 00	—
9	10	5	0	5	Alt. St. S-SE	Ci-Cu-St. E	Sereno	2 00	—
10	10	10	10	10	Nebbia	Alt. St.	St. Ne.	0 00	—
I. Dec.	**9**	**5**	**4**	**6**				**30 10**	—
11	8	5	10	8	St. N. Ci-Cu	Ci-St.-Cu E	Cu-St.	3 00	—
12	8	6	0	5	Cu-Ne. St. Ci	St.-Cu-Ci E	Sereno	2 00	—
13	10	9	4	8	St. E	St. E	St.	0 00	—
14	10	8	0	6	St. E	St.-Cu SE	Sereno	0 00	—
15	10	5	0	5	St. E	St.-Ci SE	Sereno	7 20	—
16	0	0	0	0	Sereno	Sereno	Sereno	7 40	—
17	0	6	5	4	Sereno	Ci-St.	Alt. St.	4 30	—
18	3	2	0	2	Ci St. E	Ci-St.	Sereno	7 00	—
19	10	10	5	8	St. ESE	St. ENE	St.-Cu	0 00	—
20	5	0	0	2	St. Cu ESE	Sereno	Sereno	5 50	—
II. Dec.	**6**	**5**	**2**	**5**				**31 20**	—
21	5	0	0	2	Ci-St.	Sereno	—	7 55	—
22	4	2	10	5	St.-Ci	Ci-St.	—	6 10	—
23	9	7	0	5	St-Cu W	Cu-St.	—	1 35	—
24	0	0	0	0	Sereno	Sereno	—	8 00	—
25	0	2	3	2	Sereno	Ci	—	7 35	—
26	9	8	9	9	St.-Ci-Cu S	Ci-Cu-St. S	— S	3 45	—
27	8	2	0	3	St.-Ci W	Ci	—	3 20	—
28	10	10	10	10	St. Cu E	Alt. St. E	—	0 00	—
29	10	2	10	7	St.-Cu	Ci	—	3 00	—
30	10	10	10	10	St.	St.	—	0 00	—
31	10	10	10	10	St.	St.	—	0 00	—
III. Dec.	**7**	**5**	**6**	**6**				**41 10**	—
Media mens.	7	5	4	5			**Totali mensili**	102 40	—

Stato del cielo:	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡³
giorni	7	14	10	15	4	3	4

Digitized by Google

DICEMBRE 1928

Evaporaz. totale in mm. (all' ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
0.4	—	—	—	—	V ⌣ notte ≡³ mattino ≡ pomeriggio
0.9	—	—	—	—	≡ mattino e pomeriggio
0.6	—	—	—	—	≡¹ notte mattino
0.5	—	—	—	—	V notte ≡¹ mattino e pomeriggio
0.9	—	—	—	—	≡ mattino
0.8	—	—	—	—	
0.5	gocce	—	—	—	V notte ≡¹ mattino ◎ pomeriggio goccie
0.9	gocce	—	—	—	◎ pomeriggio e sera con gocce
0.3	3.5	—	—	—	◎ notte ≡² mattino e pom. ≡³ sera
0.5	2.1	—	—	—	≡³ matt. ⌐ pom. ◎ sera - sera con burrasca
6.3	**5.6**	—	—	—	
0.9	12.5	—	—	—	◎ notte - notte burrasca - ⌐ ◎ sera
0.8	12.8	—	—	—	◎ notte e mattino - notte con burrasca
1.0	—	—	—	—	≡ mattino, pomeriggio e sera
1.1	—	—	—	—	≡ mattino
1.2	—	—	—	—	≡ mattino
1.3	—	—	—	—	V ⌣ notte ≡ mattino
1.4	—	—	—	—	V notte ≡ pomeriggio ≡ sera
2.5	—	—	—	—	V notte ≡ pomeriggio
2.0	—	—	—	—	V notte
1.9	—	—	—	—	V notte ≡ mattino e pomeriggio
14.1	**25.3**	—	—	—	
1.4	—	—	—	—	V ⌣ notte
1.2	—	—	—	—	V ⌣ notte ≡ mattino
1.1	—	—	—	—	V ⌣ notte ≡ mattino e pom.
0.9	—	—	—	—	V ⌣ notte ≡ mattino e pom.
1.2	—	—	—	—	V ⌣ notte ≡ mattino e pom.
1.0	—	—	—	—	V ⌣ notte ≡¹ matt. e pom. ☾ e ☽ sera
0.7	—	—	—	—	≡² n. ≡³ m. ≡¹ p. ⊕ e ⊖ durante il giorno
0.8	—	—	—	—	V³ notte ≡¹ mattino ≡² pom. ≡¹ sera
0.8	—	—	—	—	≡¹ notte ≡² matt. ⊕ e ○ ore 11-13 ≡¹ pom.
0.6	2.3	—	—	—	≡¹ notte e matt. ○ matt. ≡² pom.
0.7	1.5	—	—	—	≡ notte ◎ notte
10.4	**3.8**	—	—	—	
30.8	34.7	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
8	—	—	15	8	—	—	2	—	3

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C	Periodo	Ampiezza Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	Ampiezza An	Ae
1928											
Ottobre 2	I, *v*	P						h m s 15 25 32	4		
		S						15 25 59	5,5	1	
		F						15 28			
3	I, *v*	P						2 4 18			
		S						2 4 47			
		F						2 15			
9	I, *u*	P						4 14 21	s 3,7	a. m. 3,3	
		S						4 24 57	8		
		a. m.						4 25 49	5	8	
		L						4 43 30	22		
		M						4 49 40	15	a. m. 1	
		F						5 30			
12	I, *v-r*	P						?			
		a. m.						12 24 50			
		F						12 32			
id.	I, *r*	P						19 32 ?			
		a. m.						19 40 00			
		F						19 42			
15	I, *u*	*e* P						15 28 8			
		F						16 10			
17	I, *v*							18 41 c.			
26	I, *v*	*e* P						5 31 05	s 1,1	0,1	0,1
		S						5 32 06	2		
		a. m.						5 32 16	2,2	1,5	3

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Terremoto distruttore nel Messico. Epicentro a 19° N e 99° W.

Il principio del movimento avvenne durante il cambio della carta.

Epicentro in Abissinia? Registrazione debole. Il principio è confuso con vibrazioni microsismiche meteoriche.

Epicentro nell' Oceano Indiano, a circa 25,5 N e 63° E. Fasi mal distinte.

Tracce incerte.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA An	Ae
1928											
Ottobre 26		F						h m s 5 37			
28								Tutto il dì			
Novemb. 6	I, (?)	*e* P						h m s 5 24 54		debss.	
		F						5 31			
16	I, *r*	*e* P						4 17 24	s 1,5	debss.	debss.
		S						4 17 57	2,4	deb.	deb.
		a. m.						4 18 26		2,2	5
		F						4 23			
20	I, *u*	P						21 49 c.			
		F						incerto			
24-25								notte			
27-28								notte			
Dicemb 1	I, *u*	*e* P						h m s 5 20 50	2	0,2	
		e S						5 32 50		0,2	
		L						6 02 54	23	debss.	
		M						6 05 50	16	0,8	
		a m.						6 10 20	16	1,8	
		F						6 45			
10	I, *r*	*e* P						8 06 10			
		F						8 18			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Anemosismo.
Agitazione microsismica *forte* nei giorni 1, 2, 4, 5, 10, 11, 14. 19, 20, 21, 22, 27, 28.
" " *mediocre* " 6, 9, 12, 13, 15, 17, 18, 23. 29, 31.
" " *debole* " 3, 7, 8, 16, 26, 30.
Calma, o quasi, nei giorni 24, 25.

Registrazione debole, fasi indistinte.

Scossa forte nel Friuli (di VI a Cavazzo). Registrazione debole.

Registrazione estremamente debole. Fasi indistinte. Terremoto distruttore nel Cile.

Anemosismo fortissimo.

Anemosismo moderato.
Agitazione microsismica *forte* nei giorni 4, 7, 8, 21, 23, 24, 25, 26, 27.
" " *mediocre* " 1, 3, 9, 10, 11, 12, 13, 17, 18, 19, 22, 28.
" " *debole* " 2, 3, 14, 28.
Calma, o quasi, nei giorni 5, 6, 15, 16, 20, 30.

Terremoto distruttore nel Cile. Epicentro a circa 33° S e 74°,5 W.

Cronografia alquanto incerta. Inizio delle fasi poco distinto.

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA An	Ae
1928											
Dicemb. 12								tutto il dì			
13								notte			
18	I, *v*	*e* P						h m s 2 26 c.			
		F						2 36			
19	I, *u*	*e* P						12 52 c.	s 2	deb.	
		S						13 02 c.	3	deb.	
		a. m.						13 34 c.	20	0,7	
		F						13 50 c.			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Forte anemosismo.

Anemosismo.

Registrazione debosissima. Fasi non distinguibili.

Terremoto distruttore a S di Mindanao, a circa 6° N e 124,5 E.

Registrazione disturbata da microsismi meteorici. Indizio delle fasi non distinguibile.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni 11, 14, 16, 24, 25. 26, 27, 28, 29.
" " *mediocre* " 12, 13, 15, 17, 20, 23, 31.
" " *debole* " 3, 9, 10, 18, 19, 21, 22, 30.
Calma, o quasi, nei giorni 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8.

Digitized by Google

MESE	Press.ne atmosferica a 0°			Temperatura			Tensione del Vapore			Umidità relativa			Vento predominante					Nebulosità del cielo in decimi
													DIREZIONE			Veloc. oraria		
	Media mensile	Massima	Minima	Media mensile	Massima	Minima	Media mensile	Massima	Minima	Media mensile	Massima	Minima	mattino	pomeriggio	predominante	Media km. ora	Massima oraria	
1927																		
Gennaio . .	763.28	774.60	750.45	4.3	10.8	-1.7	5.45	7.27	3.36	82	99	59	N	NE	N	10	46	6
Febbraio . .	65.30	76.37	45.97	6.2	14.6	-1.0	5.85	8.87	3.51	78	95	52	N	SE	N	9	28	3
Marzo. . . .	58.75	71.72	43.05	7.5	16.2	-0.2	6.89	10.48	2.82	83	100	48	NE	NE	NE	19	57	7
Aprile . . .	55.08	64.41	42.97	14.4	21.0	8.2	9.87	12.74	6.06	76	93	55	NE	SE	E	16	72	6
Maggio . . .	55.85	62.51	41.86	15.5	24.0	8.5	9.82	13.96	5.26	70	97	49	NE	SE,E	NE	11	40	6
Giugno . . .	59.85	67.56	53.22	21.6	29.0	13.1	13.12	22.56	7.21	64	96	38	NE	SE	SE	15	60	4
Luglio . . .	60.43	66.10	53.15	27.2	35.9	20.0	15.42	26.44	9.98	54	82	33	NE	S	NE	13	45	2
Agosto . . .	58.30	61.54	52.68	25.6	33.7	19.0	16.50	23.77	10.18	62	93	39	NE	SE	NE	13	46	3
Settembre . .	60.33	68.82	51.12	19.4	30.0	10.3	12.46	21.16	7.35	70	96	48	NE	NE	NE	14	49	5
Ottobre . . .	61.15	71.66	49.00	14.5	20.1	7.6	10.18	14.00	5.53	78	96	48	NE	SE	NE	13	63	6
Novembre . .	57.03	70.79	40.43	9.7	18.5	3.5	8.13	13.51	4.68	85	99	47	N	vario	NE	11	36	5
Dicembre . .	60.47	72.65	38.78	3.8	8.9	-3 1	5.14	7.54	3.01	81	100	58	N	N	N	11	52	5
Riassunto annuale — Totali annui																		
Medie annue	759.65			14.1			9.90			73,6			NE	SE	NE	13	72 mass.	6
Massimi assoluti		774.60			35.9			26.44			100							
Minimi assoluti		738.78			-3.1			2.82			33							
Escursione																		

ANNOTAZIONI

Il giorno 15 Dicembre 1928 fu installato il nuovo Solarimetro Gorczinki, che incominciò a funzionare il giorno 15 d. d.

Digitized by Google

Evaporazione	Precipitazioni in mm.		Radiaz. solare		Stato del cielo: giorni															
Totale mensile	Totale mensile	Massima diurna	Ore effettive di sole	Totale radiazione in cm²	sereni	misti	coperti	con ☰	con ☰¹	con ☰²	con ☰³	con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con barrasca
			h m																	
27.5	21.9	9.1	90.20	—	7	11	13	4	4	6	6	7	—	—	3	—	—	3	—	—
30.2	10.8	10.4	161.30	—	13	10	6	3	3	4	3	2	—	—	5	—	—	—	—	—
31.5	177.6	34.3	66.05	—	6	5	20	2	1	2	4	17	—	—	—	—	—	9	1	4
47.5	44.8	10.0	102.50	—	4	16	10	4	—	—	—	11	—	1	—	—	1	4	1	1
72.0	45.0	16.3	110.20	—	8	14	9	1	2	1	—	15	—	1	—	—	3	3	—	—
83.2	25.3	7.7	281.45	—	11	16	3	6	—	—	—	8	—	—	—	—	—	3	—	—
110.0	0.5	0.5	351.05	—	18	13	0	8	—	—	—	1	—	—	—	—	1	7	—	—
125.5	33.7	15.8	288.50	—	19	9	3	5	—	3	1	5	—	1	—	—	2	9	1	—
103.8	89.9	18.0	164.50	—	10	5	15	8	—	1	1	15	—	—	—	—	1	11	—	—
42.8	91.3	26.0	128.05	—	5	10	16	11	4	1	3	14	—	1	—	—	3	5	2	—
28.0	111.8	29.0	128.35	—	11	10	9	17	5	5	3	12	—	1	3	—	1	5	—	—
30.8	34.7	12.8	102.40	—	7	14	10	15	4	3	3	8	—	—	15	8	—	2	—	3
732.8	688.3	Massima annua 34.3	1966.55	—	119	133	114	84	23	26	24	115	—	5	26	8	13	61	5	8

FREQUENZA RELATIVA ORARIA DEI VENTI

MESE \ VENTO	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	calma
Gennaio	254	202	20	40	16	36	34	142	—
Febbraio	189	129	29	158	44	53	8	85	1
Marzo	102	374	134	67	53	3	9	2	—
Aprile	98	165	166	135	57	60	11	28	—
Maggio	114	200	114	118	89	75	18	16	—
Giugno	75	165	142	167	79	26	42	23	1
Luglio	111	212	72	116	164	33	24	12	—
Agosto	83	254	31	218	53	21	2	55	2
Settembre	68	376	23	79	50	43	2	70	9
Ottobre	83	297	35	141	22	64	13	86	3
Novembre	159	186	18	38	37	84	41	157	—
Dicembre	206	223	10	5	9	31	49	141	10
ANNO									
1928	1602	2783	794	1307	673	529	253	817	26

Digitized by Google

NOTE

1. — Spiegazione dei segni meteorici internazionali abbreviativi: ● **Pioggia.** - ✳ **Neve.** - △ **Nevischio.** - ▲ **Grandine.** - ≡ **Nebbia.** - ≡ **Nebbia all'orizzonte.** - V **Brina.** - ⌴ **Gelo.** - ∽ **Gelicidio.** - ⌓ **Rugiada.** - ← **Aghi di ghiaccio.** - ∞ **Caligine.** - K **Temporale.** - T **Temporale lontano.** - < **Lampi senza tuoni.** - ≷ **Lampi e tuoni.** - ⚲ **Vento forte.** - ⚲ **Vento fortissimo.** - ✢ **Uragano di neve.** - ⊖ **Alone solare.** - ∈ **Alone lunare.** ⊖ **Corona solare** - ▽ **Corona lunare.** - ⌒ **Arco baleno.**

2. — Le giornate si contano in 24^h da una mezzanotte all'altra, secondo il Tempo Medio dell'Europa Centrale.

3. — Per la forma delle nubi si adottano le seguenti abbreviazioni: *ci* = cirri; *cu* = cumoli; *sr* = strati; *n* = nembi; *ci-cu* = cirro-cumoli; *si-ci* = cirro-strati; *s-cu* = strato cumoli; *cu-n* = cumolo-nembi; *alto-s* = alto strati; *alto-cu* = alto cumoli.

4. — La radiazione solare è misurata da noi in cm^3 di alcool, che distilla nel *radio-integratore* Wilson della Casa Hicks di Londra.

5. — Le costanti del *Microsismografo Vicentini* sono le seguenti:

Massa pendolare comp.	orizz.	Kg. 100;	lunghezza m. 1,50
" " "	vertic.	" 50;	" " 1,32
Periodo oscillaz. completo	orizz.	$2^s,4$	
" " "	vertic.	$0^s,8$	
Velocità oraria del nastro	mm.	300	
Ingrandimento della comp.	orizz.	120	
" della comp.	vertic.	140	

6. — Le costanti del *sismografo Agamennone a pendoli orizzontali* sono:

Masse pendolari	Kg. 50
Periodo osc. comp.	K_N 5^s, K_E $2^s,8$
Ingrandimento	K_N 44, K_E 49
Velocità zona	mm. 27 al minuto

7. — Il *carattere* di un terremoto è espresso dal grado della scossa, secondo la *Scala Mercalli*, in numeri romani, e dal simbolo della distanza secondo la seguente notazione internazionale:

d	Terrae motus	*domesticus*	= locale,	entro un raggio di	100 Km.
v	" "	*vicinus*	= vicino	" "	100-1000 Km.
r	" "	*remotus*	= lontano	" "	1000-5000 "
u	" "	*ultimus*	= molto lontano (telesisma)	oltre i	5000 "

8. — Altre abbreviazioni: K_V = componente verticale; K_E = componente E — W; K_N = componente N — S.

A_V, A_E, A_N rispettivamente = Ampiezza registrata dalla pennina della componente verticale, della componente E — W, o della componente N — S; espressa in millimetri.

P = principio della registrazione S = onde di seconda fase; L = onde lunghe; M = onde di massima ampiezza; C = onde di coda; F = fine della registrazione; c = circa, a. m. = ampiezza massima; deb = debole; debss. = debolissima, R = rinforzo, contin. = continuamente.

i = (impetus) principio subitaneo del movimento: e = (emersio) principio graduale del movimento; T = periodo in secondi delle oscillazioni; △ = distanza in Km. dell'epicentro.

Il Direttore

Prof P. Francesco Saverio Zanon

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 3 aprile 1929*)

Digitized by Google

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

DISPENSA SESTA

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

In esecuzione dell'art. 25 dello Statuto e dell'art. 50 del Regolamento, si dichiara che delle opinioni e dei fatti esposti nei loro scritti rispondono gli autori che ne conservano la proprietà letteraria.

INDICE

PARTE I[a]

Adunanza ordinaria del 14 aprile 1929 . . . . . Pag. 35

PARTE II[a]

Comitato nazionale italiano per il dizionario latino dell'alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti durante l'anno 1928 . . . . . Pag. 505

L. Sona — Sulle formule di rappresentazioni degli integrali della Dinamica Elastica. Nota . . . . . „ 511

O. Munerati, s. c. i. — Le disponibilità di elementi e la densità della popolazione nei postulati di T. R. Malthus. - Rilievi critici . . . . . „ 535

R. Cessi, s. c. — "Nova Aquileia„ . . . . . „ 543

B. Segre — Studio dei complessi quadratici di rette di S_4 . „ 595

F. Frattini — La differenziazione tra diritto pubblico e privato secondo un criterio genetico . . . . . „ 651

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Comitato nazionale italiano per il dizionario latino dell' alto medioevo.

Relazione dei lavori compiuti durante l' anno 1928

(*Adunanza ordinaria del 17 marzo 1929*)

Egregi colleghi,

Dobbiamo chiedervi scusa se questa relazione vi è presentata con qualche ritardo. Esso è dovuto agli impegni che uno dei componenti il nostro Comitato ebbe all' estero, e gli impedirono di trovarsi in mezzo a noi prima di ora.

I lavori del Comitato durante il decorso anno 1928 procederono regolarmente. Si è proseguita la stampa della Bibliografia della Latinità medievale Italiana dal 476 al 1022. È stato tirato il terzo foglio dell' indice alfabetico che comprende i numeri da 423 a 656 e giunge nella serie dei *Papae* a *Gregorius I - Moralia In Iob.* È in bozze definitive il quarto foglio che, terminata la serie dei Papi e le lettere intermedie, contiene il principio della lettera S e in questa l' elenco degli anonimi *Gesta*, *Passiones*, *Translationes*, *Vitae Sanctorum.* La materia agiografica vi appare ordinata nell' ordine alfabetico dei nomi dei Santi e il foglio si chiude col n. 885 (*Passio Bonifatii*). Restano pertanto ferme le previsioni che l' intiero indice alfabetico resulterà di 5-6 fogli, ai quali seguiranno l' indice degli autori per secoli e l' indice dei documenti e delle iscrizioni per luoghi. Così possiamo calcolare a 6-7 fogli l' intiera pubblicazione, compresa la prefazione che sarà dettata dal nostro Presidente Crescini. Purtroppo abbiamo mancato alla promessa fatta in quest' aula l' 11 dicembre 1927 che entro il 1928 così importante elenco avrebbe visto la luce. Ma le

Digitized by Google

bozze rivedute di un intero foglio di stampa andarono perdute, il che si seppe dalla tipografia dopo una lunga attesa di quel foglio, e si dovette far da capo la correzione minuziosa.

Un vero progresso si è avuto nel lavoro di spoglio. Accanto alla Officina di Pisa è stata nel 1928 in funzione la nuova Officina aperta presso la Biblioteca della Facoltà di Lettere di Roma. Presso la Scuola Normale di Pisa si trovano in deposito circa 35.000 schede degli autori stessi che sono nominati nella relazione del decorso anno, ai quali vanno aggiunti la Cronaca di Cassiodoro, la Storia di Landolfo Sagace, il Conflitto dei vizii e delle virtù e il Commento all' Apocalisse di Autperto, il *Regestum Lucense*, i *Monumenta Novalicensia vetustiora*, i Diplomi di Guido e di Lamberto, di Rodolfo II e Lodovico III. A Roma pure le schede sommano a circa 35.000 da Cassiodoro (*Expositio in Psalterium*) e da Jordane, dall' *Anonymus Valesianus*, dall' *Antapodosis* di Liutprando, da Giona di Bobbio (*Vita Columbani*), dal *Chronicon* di Benedetto di S. Andrea del Soratte, da Giovanni da Cannapara, da Eugippio, dalla Sinossi di Oribasio, dai diplomi di Berengario I, di Ugo e di Lotario, dal Manuale e dal Pontificale Ambrosiano, dal *Codex diplomaticus Sanctae Sedis*, dal *Caietanus* e dal *Cavensis*. Abbiamo in un anno, come si vede, più che raddoppiato il nostro schedario. Il grosso degli spogliatori di Pisa continua ad esser fornito dalla Scuola Normale presso la quale l' Officina funziona affidata alla sorveglianza dei proff. Cesare Giarratano e Francesco Arnaldi. Il grosso degli spogliatori di Roma è formato di laureandi e più di laureati di quella Università che vi fanno studi di perfezionamento. Il Comitato ha posto alla loro testa il prof. R. Valentini del Regio Liceo Scientifico di Roma. A questi benemeriti dirigenti delle Officine il Comitato ha stabilito di versare non un compenso, ma un riconoscimento del loro lavoro in modeste cifre. Ha deliberato anche che, pur tenendo fermo per gli schedatori il compenso di cm. 40 per scheda, si possa in particolari casi, in vista di particolari difficoltà, accordare un compenso maggiore. L' *Archivum Latinitatis Medii Aevi* ha continuato regolarmente nella sua vita periodica. Di Italiani, oltre i soliti, vi hanno collaborato C. Oreste Zuretti e Aurelio-Giuseppe Amatucci.

Fuori d' Italia il fatto più importante nei riguardi della La-

Digitized by Google

tinità medievale è senza dubbio la relazione Johnson al congresso di Oslo su i lavori del Comitato inglese, nominato dalla *British Academy*. Di là si apprende che subito dopo la deliberazione presa nel gennaio 1924 dal Comitato Internazionale di voler limitare per ora i lavori di spoglio nei rispetti del Dizionario alle fonti anteriori all' anno mille, il Comitato inglese si divise in due sezioni: una sezione A che è il ramo inglese del Comitato internazionale per il Dizionario dell' alto medioevo, e una sezione B che, per rispondere agli interessi di larghi circoli di studiosi, impazienti di poter disporre di così importante strumento di lavoro per tempi più tardi, si accinse allo studio delle fonti anglo-latine per il periodo 1066-1600. Orbene questa sezione B del Comitato della *British Academy* con l' aiuto di Comitati ausiliari formatisi in Iscozia e negli Stati Uniti di America si trovava ad aver raccolto già nell' agosto 90 mila schede, provenienti da 101 testi, dalle quali un calcolo approssimativo prometteva si potessero estrarre circa 11.000 vocaboli o addirittura di formazione post-classica o adoperati in significati post-classici. E il Johnson annunziava che di questi 11 mila vocaboli o significati post-classici il Comitato inglese B si apprestava a pubblicare una lista compilata in forma sommaria, cioè a dire contenente a fianco di ciascun vocabolo la sola significazione volgare inglese e la data del testo in cui quella significazione si presenta. Questa lista si proporrebbe il modesto scopo di servire di *vademecum* agli spogliatori futuri, e prima che nata è bistrattata con *humour* britannico dal Johnson stesso come messa insieme con un metodo gratificato dei titoli di rischioso e di illogico. Infatti lo spoglio del materiale, sul quale la lista si fonda, è stato affidato alla buona volontà di collaboratori gratuiti, ai quali non si è potuta imporre una disciplina rigorosa; e che, chiamati a collaborare col semplice invito di registrare ciò che non era classico, hanno registrato secondo personali criteri.

Comunque, diffusa una tal lista tra i collaboratori del Comitato inglese B, perchè serva loro di *vademecum*, il Johnson prevedeva che il lavoro di spoglio dei testi basso-medievali britannici si sarebbe compiuto rapidamente. Il Baxter, rappresentante inglese nel Comitato internazionale pel Dizionario medievale, nella riunione del 28 gennaio scorso a Parigi, rincalzava queste

Digitized by Google

previsioni e fissava entro l'ambito preciso di cinque anni la pubblicazione di tal vocabolario anglo-basso-latino.

La conseguenza è stata quella di riaccendere nel seno del Comitato internazionale la questione dei limiti cronologici del Dizionario internazionale: se esso debba concludersi con una linea a zig-zag circa il 1000, secondo l'accordo di Parigi del 1924, o debba esser protratto più in qua fino a un' altra linea a zig-zag che sarebbe quella del Rinascimento nei varii paesi. E le simpatie di alcuni membri del Comitato internazionale sarebbero decisamente per la estensione; ma non mancano in altri incertezze e esitanze — delle quali alcune dipendono da ragioni tecniche, la mancanza cioè di edizioni non diremo definitive — chè di queste forse non ve ne sono — ma almeno tollerabili per molti testi della bassa latinità: altre da ragioni pratiche che riguardano soprattutto i Comitati più sovraccaricati, quali l'italiano e il francese. Questi infatti, su i quali pesa già ora la grave mora di un amplissimo spoglio, pur coi limiti del dizionario fissati circa all'a. 1000, vedrebbero aggravata la propria situazione dall'ampliarsi del disegno. Il nostro rappresentante portò la questione nel Consiglio direttivo della Unione Accademica — e questo nella sua relazione, recentemente licenziata alle stampe, dell' anno accademico 1927-1928 alle LL. EE. i Ministri dell' Istruzione e degli Esteri e alle Accademie associate richiamava in proposito la attenzione su le sue disponibilità finanziarie che debbono pur bastare ad altre imprese di largo respiro, oltre la nostra: il *Corpus Vasorum*, le *Forma Orbis*, le *Inscriptiones*. In somma noi che qui avevamo disegnato supplementi italiani al Du Cange, che comprendessero le fonti italiane fino alla morte di Dante, non possiamo essere sospettati di avversare in principio un' estensione dall'accordo di Parigi del 1924 che fissava i limiti della prima assise del vocabolario all'anno mille; ma temiamo, come è detto pur nella citata relazione dell' Unione Accademica, che per mancanza di mezzi e di esecutori la nostra collaborazione a uno spoglio posteriore al mille, mentre non cesserebbe lo spoglio anteriore, non possa riuscire efficace. A meno di non voler dividere i fondi destinati per ora al vocabolario dell' alto medio-evo con l'effetto di prolungare il tempo necessario a mandare a termine il lavoro che fu assunto per primo. Difficoltà queste che, sia pure

Digitized by Google

in minor grado, non cessano di presentarsi, quando alla proposta di un dizionario del basso medio-evo si sostituisca quella di preparare dei glossarii speciali per singole discipline (scolastica, giurisprudenza, ecc.) a cui, per amor di concordia, si dimostrò meglio disposto a consentire il nostro rappresentante nei convegni internazionali.

La relazione di quest' anno termina con una commossa parola. L' 8 febbraio è mancato ai vivi a Faenza uno dei nostri più illustri collaboratori, mons. Francesco Lanzoni. Altri potrà dire in altro luogo o in altra occasione di lui quanto si sia reso benemerito della storia nostra con le ricerche che culminarono nella sua opera maggiore su " Le diocesi d' Italia dalle origini al principio del sec. VII „ che forma il n. 35 della collezione Vaticana *Studi e testi*. Altri ancora quante benemerenze egli si sia acquistato nel campo dell' agiografia latina, della quale va registrato tra i più illustri cultori. A noi incombe il dovere di ricordare come egli questa sua sapienza agiografica mettesse a disposizione del nostro Comitato per la compilazione della nostra lista dei testi medievali, e di ripensare, non senza maliconia, come egli sia scomparso proprio alla vigilia della pubblicazione e nel momento in cui era sotto i torchi quell' elenco di passioni e di vite di santi che fu sua particolare cura. Ma questo è il carattere e quasi direi la bellezza onde s' adorna e s' illumina l' arido lavoro erudito: lavorare *alteri saeculo*. Ed è questa un po' la divisa del nostro Comitato del Latino medievale.

Il Comitato

VINCENZO CRESCINI, *presidente*
FILIPPO ERMINI
PIETRO FEDELE
CESARE GIARRATANO
VITTORIO LAZZARINI
P. SILVERIO LEICHT
ANTONIO MEDIN
ANGELO SILVAGNI
NINO TAMASSIA
VINCENZO USSANI, *relatore*

Letta e approvata in seduta pubblica a Venezia il 17 marzo 1929.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 19 aprile 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Sulle formule di rappresentazioni degli integrali della Dinamica Elastica

NOTA del dott. LUIGI SONA

(presentata dal prof. E. Laura, s. c., nell' adun. ord. del 13 gennaio 1929)

1. — La formula di Green per le funzioni armoniche è la più semplice delle formule di rappresentazione.

Essa dà il valore che una funzione u armonica assume in un punto interno ad una superficie chiusa, quando si conoscano i valori della u stessa e della sua derivata normale sulla superficie.

Se in luogo dell'equazione $\Delta_2 u = 0$, caratteristica delle funzioni armoniche, si considera l' equazione:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \Delta_2\right) u = 0$$

caratteristica dei potenziali ritardati, si ha per questa pure una formula di rappresentazione; essa è la celebre formula di Kirchhoff che esprime analiticamente il principio di Huygens.

Passando a considerare le equazioni dell' equilibrio dei mezzi elastici isotropi, si hanno anche per esse delle formule di rappresentazione e sono le formule di Somigliana della statica elastica. A quest' ordine di idee appartengono pure le ricerche relative alla statica dei sistemi anisotropi iniziate dal Gebbia (1) e completate dal Fredholm (2).

(1) M. Gebbia, *La deformaz. tipiche dei corpi solidi elastici.* Annali di matematica S. III, t. VII, pp. 141-230 (1902) e t. X p. 157-202, (1904).

(2) Acta Matematica, t. 23, 1900.

Digitized by Google

Se consideriamo il caso più generale delle equazioni del moto elastico nei mezzi isotropi, abbiamo per esse le formule di rappresentazione degli integrali della dinamica elastica delle quali appunto tratta questa Nota.

Il problema a questo analogo e riferentesi alla dinamica elastica dei mezzi isotropi, è stato da me trattato nella mia tesi di laurea dove ho riassunto e confrontato i diversi metodi escogitati dagli autori che della questione si occuparono.

In questa Nota intendo dare un breve cenno storico del problema in questione e completare in un punto una memoria del Laura (1) dimostrando che le formule ottenute da questo autore coincidono con quelle date dal Somigliana.

2. — Per maggior chiarezza enuncerò in modo completo il problema della rappresentazione per la dinamica elastica.

Dato un corpo elastico omogeneo e isotropo, sia S lo spazio da esso occupato, σ la superficie che lo limita, ρ la sua densità costante.

Sul corpo agiscano delle forze di massa, (X Y Z), definite per ogni punto di S e delle tensioni (X_n Y_n Z_n), definite nei punti della superficie σ.

Le componenti dello spostamento (u, v, w), che nasce dall'azione di queste forze, devono soddisfare alle equazioni indefinite del movimento, che per i mezzi isotropi sono:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = X + (a^2 - b^2)\dfrac{\partial \Theta}{\partial x} + b^2 \Delta_2 u \cdot \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots \text{analoghe per } v \text{ e } w, \end{cases}$$

essendo

$$\Theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot$$

---

(1) E. LAURA, *Sopra le formule di rappresentazione degli integrali della dinamica elastica.* Rendiconti R. Acc. Lincei 1914.

Digitized by Google

Sul contorno σ, le (u, v, w) devono verificare le relazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{X_n}{\rho} + \left\{ (a^2 - 2b^2)\,\Theta + 2b^2 \dfrac{\partial u}{\partial x} \right\} \dfrac{dx}{dn} + \\ \qquad + b^2 \left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \right) \dfrac{dy}{dn} + b^2 \left(\dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x} \right) \dfrac{dz}{dn} = 0 \\ \text{e due analoghe} \end{cases}$$

che legano gli spostamenti e le corrispondenti tensioni superficiali.

Si tratta di ricavare le espressioni delle componenti di spostamento (u, v, w) in funzione di quelli che il Somigliana chiama *elementi fondamentali della rappresentazione* e che sono appunto:

1° I valori di X, Y, Z in tutti i punti dello spazio S;

2° I valori delle componenti della tenzione X_n, Y_n, Z_n in tutti i punti di σ;

3° I valori delle medesime u, v, w sulla superficie σ.

Tuttociò per ogni valore del tempo a partire da un istante iniziale.

3. — Metodo delle singolarità.

Il prof. V. Cerruti ha affrontato per primo il problema della rappresentazione degli integrali della dinamica elastica in una sua memoria del 1879-80 (1).

Egli espone un procedimento che lo porta a ricavare la formula di rappresentazione per la dilatazione cubica.

Non arriva però ad ottenere le componenti di spostamento, anzi la formula stessa della dilatazione cubica è incompleta e non risolve la questione. Però il metodo da lui introdotto, opportunamente adattato conduce effettivamente alla soluzione del problema e infatti nel 1904 il Love (2) otteneva le formule di rappresentazione con un procedimento basato sostanzialmente su quello del Cerruti.

---

(1) V. Cerruti, *Sulle vibrazioni dei corpi solidi, elastici ed isotropi.* Mem. R. Acc. d. Lincei, S. III, V. VIII.

(2) A. E. H. Love, *The propagation of wave motion in an elastic isotropic solid medium.* (Proceedings of the London Math. Soc. S. 2, V. I).

Digitized by Google

Rimane quindi a lui il merito d'aver iniziato per primo queste ricerche, merito accresciuto dal fatto che, nel 1880 quand'egli pubblicava il suo lavoro, non era ancora apparsa la memoria di Kirchhoff, in cui è ricavata la celebre formula, che viene presa di solito come punto di partenza nella risoluzione del nostro problema.

Il metodo Cerruti - Love detto anche " *metodo delle singolarità* „ consiste essenzialmente in ciò:

Si applica dapprima il teorema di reciprocità alle componenti generali dello spostamento e alle componenti d'uno spostamento speciale dovuto a una forza agente in un punto in direzione costante e di intensità variabile col tempo.

Questi spostamenti caratteristici soddisfano alle equazioni della elasticità e rispetto a queste equazioni, nei riguardi delle formule di rappresentazione, hanno lo stesso ufficio e la stessa importanza che ha l'integrale $\frac{1}{r}$ dell'equazione $\Delta_2 u = 0$ riguardo alla formula di Green.

Non è possibile esporre in brevi linee il metodo di Love. Esso è in ultima analisi fondato sopra una particolare scelta dell'intensità della forza agente in un punto, in relazione alla quale sono calcolati gli spostamenti caratteristici, combinata con una sapiente applicazione del teorema di reciprocità di Betti.

Lo spostamento, secondo le formule trovate dal Love, appare come dovuto all'azione di *singolarità* distribuite sulla superficie. Queste singolarità sono di due specie: quelle che derivano da " *forze semplici* „ agenti sui punti della superficie e quelle che derivano da " *forze doppie generalizzate* „ (1), come le chiama il Love, e che sono combinazioni di forze semplici con centri di dilatazione e rotazione.

La soluzione così ottenuta rispecchia più di ogni altra la natura fisica del problema ed è, si può dire, la precisa espressione analitica del principio di Huygens generalizzato al caso dell'isotropia elastica.

---

(1) Vedi anche A. E.: H. Love.

Digitized by Google

4. — Il prof. C. Somigliana nelle sue tre note del 1906 (1) risolve il problema della rappresentazione con un metodo suo speciale. Egli adopera esclusivamente la " *formula Kirchhoff generalizzata* „, completata cioè del termine integrale di spazio, nella forma in cui essa fu considerata dal BELTRAMI (2) e che, per l' operazione $\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \Delta_2\right)$, costituisce ciò che per l'operazione Δ_2 è la formula di Green.

Egli la applica alle componenti dello spostamento, potendosi appunto le equazioni del moto scrivere sotto la forma:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - b^2 \Delta_2\right)(u, v, w) = f, \varphi, \psi .$$

Eliminando per derivazione gli elementi, che agli effetti della rappresentazione sono incogniti, si ricavano immediatamente le formule per rappresentare le componenti della rotazione.

Calcola poi, applicando ancora la formula di Kirchhoff generalizzata, la dilatazione cubica.

Sostituendo questa espressione della dilatazione, che figurava come incognita nella espressione degli spostamenti, evitando con geniale artificio i doppi integrali di spazio e introducendo poi opportuni " *potenziali ritardati* „, egli arriva alle formule di rappresentazione per le componenti (u, v, w) dello spostamento dandone, per primo, l' espressione analitica completa con una chiarezza e una efficacia di notazioni, da rendere queste formole eleganti come forma e di facile applicazione.

Questo metodo è affatto elementare e gode sopra gli altri d' una superiorità indiscutibile, perchè in esso non si fa uso di alcun processo di integrazione rispetto al tempo e di nessnn passaggio al limite usati invece negli altri metodi e che a dir il vero non hanno una vera e propria relazione colle formule a cui si arriva.

---

(1) C. SOMIGLIANA, *Sopra alcune formule fondamentali della dinamica dei mezzi isotropi*. Atti R. Acc. di Scienze, Torino, Vol. 41, 869; Vol. 41, p. 1070; Vol. 42, p. 763.

(2) BELTRAMI, *Sulla formula di Kerchhoff*. Atti R. Acc. Lincei 1892.

Digitized by Google

5. — Il prof. V. Volterra nel 1894 (1) indicava un altro modo di procedere in queste ricerche.

Egli considerò il tempo come una nuova coordinata e introdusse quèl concetto di " *varietà caratteristiche* „ che tanto vantaggio doveva poi fornire alle ricerche relative alla dinamica elastica (2).

Il Volterra si limitò al caso delle onde piane: fu il prof. O. Tedone che nel 1897 (3) applicò questo metodo alla ricerca delle formule di rappresentazione della dinamica elastica, giungendo a ricavare le dette formule sia per la dilatazione cubica e componenti della rotazione, come per le componenti dello spostamento.

Al Tedone spetta quindi il merito d'aver trovato per primo (4) le formule in questione; però nel modo in cui esse furono pubblicate, per l'esistenza di una quantità di termini rappresentanti le condizioni iniziali e che invece non dovevano figurare e, infine, per la forma complicata, esse non parvero dapprima costituire la generalizzazione della formula di Kirchhoff.

Le pubblicazioni del Love e del Somigliana fecero luce sul problema dando modo al Tedone nel 1907 (5) di far vedere come nelle sue formule il complesso dei termini accessori fosse identicamente nullo, e quindi di rivendicare la priorità della risoluzione del problema.

Il metodo del Tedone consiste essenzialmente in ciò:

a) Deduzione di una formula di reciprocità che si può considerare come la generalizzazione del teor. di Betti allo spazio a quattro dimensioni (x, y, z, t);

b) Introduzione di quattro terne di *integrali principali* delle equazioni del movimento.

---

(1) V. Volterra, *Sur les vibrations des corps élastiques isotropes.* Acta Matematica, t. XVIII.

(2) V. anche: R. D'Adhémar, *Les équations aux derivées partielles à caractéristique réelles.* Coll. Scientia n. 29.

(3) O. Tedone, *Sulle vibrazioni dei corpi elastici isotropi.* Mem. Acc. Sc. Torino, V. 47.

(4) Si segue l'ordine cronologico solo subordinatamente alla divisione nei vari metodi di risoluzione.

(5) O. Tedone, *Sopra alcune formule fondamentali della dinamica dei mezzi isotropi.* (Atti d. R. Acc. d. Scienze di Torino, 1906-7).

Digitized by Google

c) Introduzione delle varietà coniche caratteristiche.

d) Applicazione della formula di reciprocità alle componenti d'uno spostamento generale e a quelle date dagli integrali principali, estendendo la integrazione allo spazio (quadri-dimensionale) compreso fra le ipersuperfici recanti i dati, le varietà caratteristiche e un piccolo ipercilindro racchiudente il punto in cui si ricercano i valori delle componenti.

e) Passaggio al limite quando il raggio del cilindro tende a zero e tripla derivazione rispetto alla variabile che rappresenta il tempo.

Colla prima terna di integrali principali si trova allora la dilatazione cubica, colle altre tre terne le componenti della rotazione.

Mediante queste poi si trovano con lievi artifizi le formule per le componenti dello spostamento.

6. — Il prof E. Laura ha indicato un metodo che permette di giungere rapidamente alle formule di rappresentazione nel caso importantissimo della propagazione del moto all'esterno di una superficie chiusa (1).

Tutto il procedimento si basa sulle ipotesi da lui introdotte nella memoria già citata e serve quindi come punto di partenza per la soluzione del *problema esterno* nella forma in cui fu enunciato nella memoria stessa.

Il modo con cui, secondo queste ipotesi, avviene la propagazione del moto all'esterno d'una superficie σ chiusa, convessa (moto generato in uno spazio indefinito occupato da un mezzo elastico isotropo, nel quale è una cavità) è il seguente:

Sopra σ, da un istante $t = 0$ in poi, sono date delle tensioni (o delle velocità); inizialmente il mezzo è in quiete.

A un istante $t > 0$ qualunque si considerano due superficie $\sigma_t^{(a)}$, $\sigma_t^{(b)}$, ottenute da σ portando sopra le sue normali verso l'esterno, a partire dai punti di σ stessa, dai tratti at, bt.

Lo spazio compreso fra σ e $\sigma_t^{(b)}$ contiene i punti in cui la

(1) Lo studio del moto all'interno d'una superficie σ assume un carattere molto complicato per la complessità delle riflessioni: converrebbe in questo caso limitarsi a considerare i moti stazionari.

Digitized by Google

soluzione è decomponibile in una parte longitudinale e una trasversale. Per la continuità dello spostamento, la vibrazione longitudinale si annulla sopra $\sigma_t^{(a)}$, la trasversale sopra $\sigma_t^{(b)}$.

Riferendoci allo spazio a quattro dimensioni (x, y, z, t) si potrà considerare il cilindroide Σ a generatrici parallele all' asse t la cui sezione coll' iperpiano $t = 0$ è la superficie σ, e le due ipersuperfici Σ_a e Σ_b le cui generatrici hanno come proiezioni sopra $t = 0$ le normali a σ, e le cui pendenze rispetto allo stesso iperpiano, sono $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$. Le sezioni di queste ipersuperfici coll' iperpiano di quota t sono le $\sigma_t^{(a)}$ $\sigma_t^{(b)}$.

Le funzioni che caratterizzano la vibrazione longitudinale sono definite nello spazio compreso fra Σ e Σ_a; quelle che definiscono la vibrazione trasversale sono definite fra Σ e Σ_b. Le prime si annullano sopra Σ_a, le altre sopra Σ_b. Entrambe sono determinate dal generare tensioni sopra Σ equilibranti quelle date.

7. — Partendo da queste ipotesi il prof. Laura ha fatto vedere (1) come nel caso di un sol tipo di onde, cioè nel caso della equazione $\left(\frac{\partial^2}{\partial t_2} - c^2 \Delta_2\right) u = 0$, si arrivi a ottenere per formula di rappresentazione la stesso formula di Kirchhoff.

Nelle due note già citate dal 1914 indica il modo di arrivare alle formule di rappresentazione per le equazioni generali:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} - b^2 \Delta_2 u - (a^2 - b^2) \dfrac{\partial \Theta}{\partial x} = 0 \\ \quad \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \\ \quad \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \text{ (simili per } v \text{ e } w) \end{cases} \qquad (1)$$

(2)

Per far ciò si ricava dapprima una formula di reciprocità del tutto analoga a quella del prof. Tedone.

Detto $(\xi\ \eta\ \zeta)$ il punto in cui si vuole avere l' espressione

---

(1) E. Laura, *Sulla formula di Kirchhoff per la propagazione delle onde*. Atti Acc. d. Scienze, Torino, Vol. 48, 1912-13.

(2) Per il modo in cui è enunciato il problema sono nulle le forze di massa (X. Y. Z.).

Digitized by Google

delle (u, v, w) e τ l'istante relativo, sarà: $(\xi\ \eta\ \zeta; \tau)$ un punto dello spazio a quattro dimensioni.

Si introducono i coni caratteristici $\Sigma_a^{(\xi)}$ $\Sigma_b^{(\xi)}$ di equazioni:

$$(t-\tau)^2 = \frac{r^2}{a^2}\ ;\ (t-\tau)^2 = \frac{r^2}{b^2}$$

$$\text{con } r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$$

e un cilindroide Σ_ρ di raggio ρ coassiale coi due coni (l'asse comune è la retta passante per $(\xi\ \eta\ \zeta\ \tau)$ parallela all'asse t).

Si considerano gli spostamenti caratteristici:

$$\left\{\begin{aligned} 4\pi\delta\,(u_1', v_1', w_1') &= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}, \frac{\partial^2}{\partial x\partial z}\right)\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)}{3!\,r} \\ 4\pi\delta\,(u_2', v_2', w_2') &= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}, \frac{\partial^2}{\partial x\partial z}\right)\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)}{3!\,r} - \\ &\quad - \frac{1}{b^2}\left(\frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{r}, 0, 0\right) \end{aligned}\right. \qquad (2)$$

dove δ è la densità costante del mezzo.

La somma degli spostamenti (2) è uno spostamento dovuto a un centro di forza ed è quindi un caso particolare di quegli spostamenti usati dal LOVE (1) per la risoluzione del problema in questione. Presi invece isolatamente, il primo (u_1', v_1', w_1') definisce una vibrazione longitudinale, l'altro, (u_2', v_2', w_2') una vibrazione trasversale.

Applicando la formula di reciprocità alle componenti generiche di spostamento (u, v, w) supposte scomposte nelle loro parti longitudinali e trasversali

$$u = u_1 + u_2\ ;\quad v = v_1 + v_2\ ;\quad w = w_1 + w_2$$

e alle componenti degli spostamenti caratteristici (2), estendendo le integrazioni in vario modo agli spazi compresi fra le ipersu-

(1) Memoria già citata.

Digitized by Google

perfici $\Sigma\ \Sigma_2\ \Sigma_a\ \Sigma_b\ \Sigma_a^{(0)}\ \Sigma_b^{(0)}$, passando infine al limite per ρ (raggio del cilindro Σ_2) tendente a zero, si arriva alle formule seguenti:

$$\int_{\frac{r_0}{b}}^{\tau} u(\xi,\ \eta,\ \zeta,\ t)\ (t-\tau)\,dt + \int_{\frac{r_0}{a}}^{\frac{r_0}{b}} u_1(\xi,\ \eta,\ \zeta,\ t)\,(t-\tau)\,dt =$$

$$= \int_\sigma d\sigma \int_0^{\tau-\frac{r}{b}} (u\,X_n^{(2)'} + \ldots + \ldots. - u_2' X_n - \ldots)\,dt \qquad (3)$$

$$- \int_\sigma d\sigma \int_0^{\tau-\frac{r}{a}} (u\,X_n^{(1)'} + \ldots. \quad \ldots - u_1' X_n - \ldots.)\,dt$$

e due analoghe per v, w, dove r_0 è la distanza del punto $(\xi\ \eta\ \zeta)$ dalla superficie σ e le $X_n^{(1)'}$ .... ; $X_n^{(2)'}$ .... sono le tensioni che vengono esercitate su σ, per effetto degli spostamenti caratteristici: (u_1', v_1', w_1') e (u_2', v_2', w_2'); le X_n .... sono le componenti generiche della tensione.

Per il modo stesso con cui è ricavata la (3) i limiti superiori di integrazione, $\tau - \frac{r}{a}$, $\tau - \frac{r}{b}$ sono positivi o nulli. Dalle (3) con due derivazioni rispetto a τ si devono ottenere le formule di rappresentazione per gli integrali del problema esterno.

8. — Mi propongo ora di eseguire questa doppia derivazione e di far vedere che le formule che risulteranno coincidono con quelle del Somigliana.

Per il primo membro della (3) si ha intanto:

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\left\{ \int_{\frac{r_0}{b}}^{\tau} u(\xi, \eta, \zeta, t)\,(t-\tau)\,dt + \int_{\frac{r_0}{a}}^{\frac{r_0}{b}} u_1(\xi, \eta, \zeta, t)\,(t-\tau)\,dt \right\} = \qquad (4)$$

$$= -\,u(\xi,\ \eta,\ \zeta,\ \tau)$$

Otteniamo quindi dal primo membro, a meno del segno, proprio la u nel punto e nell'istante in cui se ne cerca il valore.

Deriviamo ora e trasformiamo quella parte del secondo

Digitized by Google

membro che contiene le componenti generiche di tensione. Tenuto conto delle (2) si avrà:

$$\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\int_\sigma d\sigma\left\{\int_0^{\tau-\frac{r}{a}}(u_1'X_n+v_1'Y_n+w_1'Z_n)\,dt-\int_0^{\tau-\frac{r}{b}}(u_2'X_n+....)\,dt\right\}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\delta}\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\int_\sigma d\sigma\left\{\int_0^{\tau-\frac{r}{a}}\left[X_n\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}+\right.\right. \tag{5}$$

$$\left.+Y_n\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}+Z_n\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\right]dt-$$

$$\left.-\int_0^{\tau-\frac{r}{b}}\left[X_n\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r}+....\right]dt+\frac{1}{b^2}\int_0^{\tau-\frac{r}{b}}X_n\frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{r}\,dt\right\}.$$

Eseguendo la derivazione si ha per es.

$$\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\int_\sigma d\sigma\int_0^{\tau-\frac{r}{a}}X_n\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\,dt=$$

$$=\int_\sigma d\sigma\int_0^{\tau-\frac{r}{a}}X_n\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r}\,dt\,.$$

E per l'ultimo termine:

$$\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\int_\sigma d\sigma\int_0^{\tau-\frac{r}{b}}X_n\frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{b^2\,r}\,dt=-\frac{1}{b^2}\int_\sigma\frac{d\sigma}{r}[X_n]_b$$

dove abbiamo posto con Somigliana:

$$[X_n]_b=X_n\left(\tau-\frac{r}{b}\right)\quad\text{e in generale}\quad[f]_c=f\left(\tau-\frac{r}{c}\right).$$

Digitized by Google

Si ha quindi:

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\int_\sigma d\sigma \left\{ \int_0^{\tau-\frac{r}{a}} (u_1' X_n + ...)\, dt - \int_0^{\tau-\frac{r}{b}} (u_2' X_n + ...)\, dt = \right.$$

$$= \frac{1}{4\pi\delta}\int_\sigma d\sigma \left\{ \int_0^{\tau-\frac{r}{a}} \left(X_n \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r} + \right.\right. \tag{6}$$

$$\left. + Y_n \frac{\partial^2}{\partial x\, \partial y} \frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r} + Z_n \frac{\partial^2}{\partial x\, \partial z} \frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r} \right) dt$$

$$\left. - \int_0^{\tau-\frac{r}{b}} \left(X_n \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{r} + ... \right) dt \right\} - \frac{1}{b^2}\int_\sigma \frac{d\sigma}{r} [X_n]_b .$$

Osserviamo ora che essendo

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2} ,$$

alle derivate seconde delle funzioni di r rispetto a x, y, z, si possono sostituire le corrispondenti rispetto a ξ, η, ζ. Tenendo presente poi che X_n Y_n Z_n non contengono ξ, η, ζ e notando che p. es.

$$\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(X_n \frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r} \right) dt = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \int_0^{\tau-\frac{r}{a}} X_n \frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r}\, dt$$

il secondo membro della (6) diventerà:

$$\frac{1}{4\pi\delta}\int_\sigma d\sigma \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} X_n \frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r}\, dt - \right.\right.$$

$$\left. \left. - \int_0^{\tau-\frac{r}{b}} X_n \frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{r}\, dt \right) + \right.$$

Digitized by Google

$$+\frac{\partial^2}{\partial\xi\,\partial\eta}\left(\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} Y_n\,\frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r}\,dt-\int_0^{\tau-\frac{r}{b}} Y_n\,\frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{r}\,dt\right)+$$

$$+\frac{\partial^2}{\partial\xi\,\partial\zeta}\left(\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} Z_n\,\frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r}\,dt-\right.$$

$$\left.-\int_0^{\tau-\frac{r}{b}} Z_n\,\frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{r}\,dt\right)-\frac{[X_n]_b}{b^2\,r}\Bigg\}$$

Si ha ora:

$$\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left(\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} X_n\,\frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r}\,dt-\int_0^{\tau-\frac{r}{b}} X_n\,\frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{r}\,dt\right)=$$

$$=\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left[\int_{\tau-\frac{r}{b}}^{\tau-\frac{r}{a}}\frac{t-\tau}{r}X_n\,dt+\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\int_0^{\tau}X_n\,dt+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{a}\int_{\tau}^{\tau-\frac{r}{a}}X_n\,dt-\frac{1}{b}\int_{\tau}^{\tau-\frac{r}{b}}X_n\,dt\right]=$$

$$=\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left[\frac{1}{r}\int_{\tau-\frac{a}{b}}^{\tau-\frac{r}{a}}(t-\tau)\,X_n+\frac{1}{a}\int_{\tau}^{\tau-\frac{r}{a}}X_n\,dt-\frac{1}{b}\int_{\tau}^{\tau-\frac{r}{b}}X_n\,dt\right]= \tag{7}$$

$$=\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left[\frac{1}{r}\int_{\tau}^{\tau-\frac{r}{a}}(t-\tau)\,X_n\,dt+\frac{1}{a}\int_{\tau}^{\tau-\frac{r}{a}}X_n\,dt-\right.$$

$$\left.-\int_{\tau}^{\tau-\frac{r}{b}}(t-\tau)\,X_n\,dt-\frac{1}{b}\int_{\tau}^{\tau-\frac{r}{b}}X_n\,dt\right].$$

Digitized by Google

Eseguendo nei due primi integrali della (7) la sostituzione $t' = a(\tau - t)$ e nei secondi due $t' = b(\tau - t)$ la (7) diventa:

$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\left[\frac{1}{a^2 r}\int_0^r t' X_n\left(\tau - \frac{t'}{a}\right) dt' - \frac{1}{a^2}\int_0^r X_n\left(\tau - \frac{t'}{a}\right) dt' - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{b^2 r}\int_0^r t' X_n\left(\tau - \frac{t'}{b}\right) dt' + \frac{1}{b^2}\int_0^r X_n\left(\tau - \frac{t'}{b}\right) dt'\right]$$

e chiamando ancora con r il t' si avrà:

$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\left[\frac{1}{a^2 r}\int_0^r r\,[X_n]_a\, dr - \frac{1}{a^2}\int_0^r [X_n]_a\, dr - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{b^2 r}\int_0^r r\,[X_n]_b\, dr + \frac{1}{b^2}\int_0^r [X_n]_b\, dr\right]$$

dove $[X_u]_a$ e $[X_n]_b$, agli effetti della integrazione, contengono r solo per il tramite di $\tau - \frac{r}{a}$, $\tau - \frac{r}{b}$.

Si osservi ancora che è:

$$\frac{1}{r}\int_0^r r\,[X_n]_a\, dr - \int_0^r [X_n]_a\, dr = -\frac{1}{r}\int_0^r dr \int_0^r [X_n]_a\, dr$$

(per vederlo basta infatti integrare per parti il 2° membro) e analoghe per Y_n, Z_n e per b.

Per l'ultimo termine della (6) si ha poi:

$$-\frac{1}{b^2}\int_\sigma \frac{d\sigma}{r}[X_n]_b = -\Delta_2 \frac{1}{b^2}\int_\sigma \frac{d\sigma}{r}\int_0^r dr \int_0^r [X_n]_b\, dr\,.$$

Intendiamo il Δ_2 eseguito solo in quanto le x, y, z figurano in r: cioè come $\Delta_2 f = \frac{1}{r}\frac{\partial^2 (rf)}{\partial r^2}$.

Tenendo conto di queste trasformazioni e di quelle che si fanno per analogia, la (5) diventa: (dopo averla moltiplicata per 4π):

$$4\pi \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\int_\sigma d\sigma \left\{\int_0^{\tau - \frac{r}{a}} (u_1' X_n + \ldots.)\, dt - \int_0^{\tau - \frac{r}{b}} (u_2' X_n + \ldots.)\, dt = \right.$$
$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\left(\frac{1}{a^2 \delta}\int_\sigma \frac{d\sigma}{r}\int_0^r dr \int_0^r [X_n]_a\, dr - \frac{1}{b^2 \delta}\int_\sigma \frac{d\sigma}{r}\int_0^r dr \int_0^r [X_n]_b\, dr\right) +$$

Digitized by Google

$$+\frac{\partial^2}{\partial\xi\,\partial\eta}\left(\frac{1}{a^2\delta}\int_\sigma\frac{d\sigma}{r}\int_0^r dr\int_0^r[Y_n]_a\,dr-\frac{1}{b^2\delta}\int_\sigma\frac{d\sigma}{r}\int_0^r dr\int_0^r[Y_n]_b\,dr\right)+$$

$$+\frac{\partial^2}{\partial\xi\,\partial\zeta}\left(\frac{1}{a^2\delta}\int_\sigma\frac{d\sigma}{r}\int_0^r dr\int_0^r[Z_n]_a\,dr-\frac{1}{b^2\delta}\int_\sigma\frac{d\sigma}{r}\int_0^r dr\int_0^r[Z_n]_b\,dr\right)+$$

$$+\Delta_2\frac{1}{b^2}\int_\sigma\frac{d\sigma}{r}\int_0^r dr\int_0^r[X_n]_b\,dr\ .$$

9. — Per calcolare la parte di formula rimanente bisogna ricavare le espressioni per le componenti della tensione

$$X_n^{(1)\prime}\ Y_n^{(1)}\ Z_n^{(1)\prime}\qquad X_n^{(2)\prime}\ Y_n^{(2)\prime}\ Z_n^{(2)\prime}$$

dovute agli spostamenti caratteristici (2). Si ricordi a tal uopo che dalla teoria dell' elasticità applicata ai corpi isotropi si ha:

$$-\frac{1}{\delta}X_n^{(1)\prime}=\left[(a^2-2b^2)\,\theta_1'+2b^2\frac{\partial u_1'}{\partial x}\right]\frac{dx}{dn}+$$

$$+b^2\left(\frac{\partial u_1'}{\partial y}+\frac{\partial v_1'}{\partial x}\right)\frac{dy}{dn}+b^2\left(\frac{\partial u_1'}{\partial z}+\frac{\partial w_1'}{\partial x}\right)\frac{dz}{dn}$$

e analoghe per $Y_n^{(1)\prime}\ Z_n^{(1)\prime}$: e

$$-\frac{1}{\delta}X_n^{(2)\prime}=\left[(a^2-2b^2)\,\theta_2'+2b^2\frac{\partial u_2'}{\partial x}\right]\frac{dx}{dn}+$$

$$+b^2\left(\frac{\partial u_2'}{\partial y}+\frac{\partial v_2'}{\partial x}\right)\frac{dy}{dn}+b^2\left(\frac{\partial u_2'}{\partial z}+\frac{\partial w_2'}{\partial x}\right)\frac{dz}{dn}\ ,$$

e analoghe per $Y_n^{(2)\prime}\ Z_n^{(2)\prime}$ essendo

$$\theta_1'=\frac{\partial u_1'}{\partial x}+\frac{\partial v_1'}{\partial y}+\frac{\partial w_1'}{\partial z}\ ;\qquad \theta_2'=\frac{\partial u_2'}{\partial x}+\frac{\partial v_2'}{\partial y}+\frac{\partial w_2'}{\partial z}\ .$$

Si avrà allora

$$4\pi\delta\,\theta_1'=\frac{\partial}{\partial x}\Delta_2\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}=\frac{t-\tau}{a^2}\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}$$

$$4\pi\delta\,\theta_2'=\frac{\partial}{\partial x}\Delta_2\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r}-\frac{1}{b^2}\frac{\partial}{\partial x}\frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{r}=0$$

Digitized by Google

[θ_2' è infatti eguale a zero perchè le (u_2', v_2', w_2') definiscono uno spostamento puramente trasversale]. Si ha poi:

$$\frac{\partial u_1'}{\partial x} = \frac{\partial^3}{\partial x^3}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\,;\quad \frac{\partial u_1'}{\partial y}+\frac{\partial v_1'}{\partial x} = 2\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}$$

$$\frac{\partial u_1'}{\partial z}+\frac{\partial w_1'}{\partial x} = 2\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial z}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}$$

e formule analoghe.

Ricordando che:

$$\frac{\partial}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dn}+\frac{\partial}{\partial y}\cdot\frac{dy}{dx}+\frac{\partial}{\partial z}\cdot\frac{dz}{dn} = \frac{\partial}{\partial n}$$

avremo dapprima:

$$-4\pi X_n^{(1)'} = \frac{a^2-2b^2}{a^2}(t-\tau)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{dx}{dn}+$$

$$+2b^2\left\{\frac{\partial^3}{\partial x^3}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\frac{dx}{dn}+\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\frac{dy}{dn}+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial z}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\frac{dz}{dn}\right\}.$$

E quindi:

$$\left\{\begin{aligned}
&-4\pi X_n^{(1)'} = \frac{a^2-2b^2}{a^2}(t-\tau)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{dx}{dn}+2b^2\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\\
&\quad\text{e analogamente}\qquad(9)\\
&-4\pi Y_n^{(1)'} = \frac{a^2-2b^2}{a^2}(t-\tau)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{dy}{xn}+2b^2\frac{\partial^2}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x}\frac{\partial^2}{\partial z}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\\
&-4\pi Z_n^{(1)'} = \frac{a^2-2b^2}{a^2}(t-\tau)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{dz}{dn}+2b^2\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x}\frac{\partial^2}{\partial z}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}
\end{aligned}\right.$$

Digitized by Google

Procedendo in modo del tutto simile per le $X_n^{(2)'}$ $Y_n^{(2)'}$ $Z_n^{(2)'}$, ricordando che $\theta_2' = 0$ e che nella espressione di u_2' compare un termine in più, avremo

$$\left\{\begin{aligned} -4\pi X_n^{(2)'} &= 2b^2 \frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r} - \\ &\quad - (t-\tau)\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} - (t-\tau)\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{dx}{dn} \\ -4\pi Y_n^{(2)'} &= 2b^2 \frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r} - (t-\tau)\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y}\frac{dx}{dn} \\ -4\pi Z_n^{(2)'} &= 2b^2 \frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r} - (t-\tau)\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}\frac{dx}{dn} \end{aligned}\right. \tag{10}$$

10. — La seconda parte della formula (3) che mi accingo a trasformare, presa col segno cambiato per compensare il segno meno del I° membro è:

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\left\{\int_\sigma d\sigma \int_0^{\tau-\frac{r}{a}} (u X_n^{(1)'} + \ldots.)\,dt - \int_\sigma d\sigma \int_0^{\tau-\frac{r}{b}} (u X_n^{(2)'} + \ldots.)\,dt\right\} \tag{11}$$

Moltiplicando per 4π, sostituendovi i valori dati dalle (9) (10) e raggruppando convenientemente i suoi termini essa diventa:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\int_\sigma d\sigma \int_0^{\tau-\frac{r}{a}} - \frac{a^2-2b^2}{a^2}\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\left(u\frac{dx}{dn}+v\frac{dy}{dn}+w\frac{dz}{dn}\right)(t-\tau)\,dt - \\ &- 2b^2\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\int_\sigma d\sigma \left\{\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} u\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\,dt - \right. \\ &\qquad \left. - \int_0^{\tau-\frac{r}{b}} u\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r}\,dt + \right. \end{aligned} \tag{12}$$

Digitized by Google

$$+\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} v\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\,dt-\int_0^{\tau-\frac{r}{b}} v\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r}\,dt+$$

$$+\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} w\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\,dt-\int_0^{\tau-\frac{r}{b}} w\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r}\,dt\Bigg\}-$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\int_\sigma d\sigma\int_0^{\tau-\frac{r}{b}}\Bigg\{(t-\tau)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial n}u+(t-\tau)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{dx}{dn}u+$$

$$+(t-\tau)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y}\frac{dx}{dn}v+(t-\tau)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\frac{dx}{dn}w\Bigg\}dt$$

Per trasformare il primo gruppo di termini si osservi che:

$$\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\int_0^{\tau-\frac{r}{a}}(t-\tau)f\,dt=\frac{\partial}{\partial\tau}\left(-\int_0^{\tau-\frac{r}{a}}f\,dt-\frac{r}{a}[f']_a\right)=$$

$$=-[f]_a-\frac{r}{a}\frac{\partial[f]_a}{\partial\tau}=-\left[f+\frac{r}{a}\frac{\partial f}{\partial t}\right]_a=-[f]_a^*$$

dove col Somigliana ho posto:

$$[f]_a^*=\left[f+\frac{r}{a}\frac{\partial f}{\partial t}\right]_a.$$

Si verifica poi facilmente (1) che è:

$$-\int d\sigma\,[u]_a^*\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial\xi}\int[u]_a\frac{d\sigma}{r}$$

e analoghe per v e w.

---

(1) C. SOMIGLIANA, Note già citate. Formule di derivazione dei potenziali ritardati al § 5 della I nota. Atti Acc. Sc. Torino, Volume 41, pag. 869.

Digitized by Google

Perciò il primo dei termini si trasforma così:

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\int_\sigma d\sigma \int_0^{\tau-\frac{r}{a}} -\frac{a^2-2b^2}{a^2}\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{r}\left(u\frac{dx}{dn}+v\frac{dy}{dn}+w\frac{dz}{dn}\right)(t-\tau)\,dt =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \xi}\left\{-\frac{a^2-2b^2}{a^2}\int_\sigma \left[u\frac{dx}{dn}+v\frac{dy}{dn}+w\frac{dz}{dn}\right]_a \frac{d\sigma}{r}\right\} \qquad (13)$$

La seconda, la terza e la quarta riga della (12) si trasformano nello stesso modo. Basterà eseguire le trasformazioni su una sola. Si ha:

$$2b^2\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\int_\sigma d\sigma \left\{\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} u\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{a}\right)^3}{3!\,r}\,dt - \right.$$

$$\left. -\int_0^{\tau-\frac{r}{b}} u\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r}\,dt\right\} =$$

$$= 2b^2\int_\sigma d\sigma \left\{\int_0^{\tau-\frac{r}{a}} u\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{t-\tau+\frac{r}{a}}{r}\,dt - \right. \qquad (14)$$

$$\left. -\int_0^{\tau-\frac{r}{b}} u\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{t-\tau+\frac{r}{b}}{r}\,dt\right\}.$$

Sostituiamo alle derivate rispetto a x quelle rispetto a ξ comprendendo nel segno di derivazione anche la u perchè indipendente da ξ. Tenuto conto che la doppia derivazione può essere posta fuori dal segno d'integrale come abbiamo già visto sopra, il secondo membro della (14) diventerà:

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\left\{2b^2\int_\sigma d\sigma\left[\int_0^{\tau-\frac{r}{a}}(t-\tau)\frac{\partial}{\partial n}\frac{1}{r}.u\,dt - \int_0^{\tau-\frac{r}{b}}(t-\tau)\frac{\partial}{\partial n}\frac{1}{r}.u\,dt\right]\right\}$$

Digitized by Google

cioè

$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left\{ 2 b^2 \int_\sigma d\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \int_{\tau - \frac{r}{b}}^{\tau - \frac{r}{a}} (t - \tau)\, u\, dt \right\} =$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left\{ 2 b^2 \int_\sigma d\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \left[\int_0^{\tau - \frac{r}{a}} (t - \tau)\, u\, dt - \int_0^{\tau - \frac{r}{b}} (t - \tau)\, u\, dt \right] \right\}$$

e posto come al solito $t' = (\tau - t) \cdot a$ per il I° integrale e $t' = (\tau - t) \cdot b$ per il II° si ha:

$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left\{ 2 b^2 \int_\sigma d\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \left[\frac{1}{a^2} \int_0^r t' u \left(\tau - \frac{t'}{a} \right) dt' - \frac{1}{b^2} \int_0^r t' u \left(\tau - \frac{t'}{b} \right) dt' \right] \right\}$$

cioè chiamando il t' con r e svolgendo il $\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n}$:

$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[2 b^2 \int_\sigma d\sigma \left(\frac{1}{a^2 r^2} \int_0^r r\, [u]_a\, dr - \frac{1}{b^2 r^2} \int_0^r r\, [u]_b\, dt \right) \frac{\partial r}{\partial n} \right].$$

Dove nelle $[u]_a$ e $[u]_b$ la r si intende contenuta solo pel tramite di $\tau - \frac{r}{a}$ e $\tau - \frac{r}{b}$. Ma è:

$$\frac{1}{r^2} \int_0^r r\, [u]_a\, dr = \frac{\partial}{\partial r} \int_0^r \frac{dr}{r^2} \int_0^r r\, [u]_a\, dr = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \int_0^r dr \int_0^r [u]_a\, dr \right)$$

Cosicchè ponendo col Somigliana

$$\frac{\delta}{\delta n} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial n}$$

si ha infine:

$$- 2 b^2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \int_\sigma d\sigma \left\{ \int_0^{\tau - \frac{r}{a}} u \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\left(t - \tau + \frac{r}{a} \right)^3}{3!\, r}\, dt - \right. \tag{15}$$

Digitized by Google

$$-\int_0^{\tau-\frac{r}{b}} u\,\frac{\partial}{\partial n}\,\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,\frac{\left(t-\tau+\frac{r}{b}\right)^3}{3!\,r}\,dt\Bigg\} =$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\Bigg\{ 2\frac{b^2}{a^2}\int_\sigma d\sigma\,\frac{\delta}{\delta n}\left(\frac{1}{r}\int_0^r dr\int_0^r [u]_a\,dr\right) -$$

$$-2\int_\sigma d\sigma\,\frac{\delta}{\delta n}\left(\frac{1}{r}\int_0^r dr\int_0^r [u]_b\,dr\right)\Bigg\}$$

Formule perfettamente analoghe, che non val la pena di scrivere, si ottengono per i termini simili contenenti v e w.

Trasformiamo infine anche l' ultima parte della (12). Derivando gl' integrali come al solito si avrà:

$$-\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\int_\sigma d\sigma\int_0^{\tau-\frac{r}{b}}(t-\tau)\left(\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial n}u+\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{dx}{dn}u+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial y}\frac{dx}{dn}v+\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial z}\frac{dx}{\partial n}w\right)dt =$$

$$= \int_\sigma d\sigma\left([u]_b^*\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial n}+[u]_b^*\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{dx}{dn}+[v]_b^*\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{dy}\frac{dx}{dn}+[w]_b^*\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial z}\frac{dx}{dn}\right) =$$

$$= 2\int_\sigma d\sigma\,\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial n}[u]_b^* + \int_\sigma d\sigma\left[v\frac{dx}{dn}-u\frac{dy}{dn}\right]_b^*\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial y}+$$

$$+\int_\sigma d\sigma\left[w\frac{dx}{dn}-u\frac{dz}{dn}\right]_b^*\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial z}\,.$$

Ricordando le già citate regole di derivazione dei potenziali ritardati e osservando che $\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial n} = \frac{\delta\,\frac{1}{r}}{\delta n}$:

Digitized by Google

$$= 2 \int_\sigma d\sigma \frac{\delta}{\delta n} \frac{[u]_b}{r} + \frac{\partial}{\partial \eta} \int_\sigma \frac{d\sigma}{r} \left[u \frac{dy}{dn} - v \frac{dx}{dn} \right]_b -$$

$$- \frac{\partial}{\partial \zeta} \int_\sigma \frac{d\sigma}{r} \left[w \frac{dx}{dn} - u \frac{dz}{dn} \right]_b$$

Si osservi infine che:

$$2 \int_\sigma d\sigma \frac{\delta}{\delta n} \frac{[u]_b}{r} = \Delta_2 \left[2 \int_\sigma d\sigma \frac{\delta}{\delta n} \left(\frac{1}{r} \int_0^r dr \int_0^r [u]_b \, dr \right) \right].$$

Con ciò la trasformazione è finita.

Si ponga ora con Somigliana:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{A}_1 &= \frac{1}{a^2 \delta} \int_0 \frac{d\sigma}{r} \int_0^r dr \int_0^r [X_n]_a \, dr + \\ &\quad + 2 \frac{b^2}{a^2} \int_\sigma \frac{\delta}{\delta n} \left\{ \frac{1}{r} \int_0^r dr \int_0^r [u]_a \, dr \right\} d\sigma \\ \bar{A}_2 &= \frac{1}{b^2 \delta} \int_\sigma \frac{d\sigma}{r} \int_0^r dr \int_0^r [X_n]_b \, dr + \\ &\quad + 2 \int_\sigma \frac{\delta}{\delta n} \left\{ \frac{1}{r} \int_0^r dr \int_0^r [u]_b \, dr \right\} d\sigma \end{aligned} \right. \tag{16}$$

e due analoghe per $\bar{B}_1$, $\bar{B}_2$ e $\bar{C}_1$, $\bar{C}_2$ scambiando le X_n, u in Y_n, v e Z_n, w.

(Le (16) non sono proprio uguali a quelle del Somigliana che contengono un termine colle forze di massa (X Y Z) da noi supposte nulle).

Poniamo ancora:

$$\int_\sigma - \frac{a^2 - 2b^2}{a^2} \left[u \frac{dx}{dn} + v \frac{dy}{dn} + w \frac{dz}{dn} \right]_a \frac{d\sigma}{r} = \Psi \quad \text{e}$$

$$\Psi_1 = \int_\sigma \left[v \frac{dz}{dn} - w \frac{dy}{dn} \right]_b \frac{d\sigma}{r}; \quad \Psi_2 = \int_\sigma \left[w \frac{dx}{dn} - u \frac{dz}{dn} \right]_b \frac{d\sigma}{r}; \tag{17}$$

$$\Psi_3 = \int_\sigma \left[u \frac{dy}{dn} - v \frac{dx}{dn} \right]_b \frac{d\sigma}{r}.$$

La formula (3) diventerà allora:

Digitized by Google

$$4\pi u(\xi, \eta, \zeta, \tau) = \frac{\partial}{\partial \xi}\left\{\frac{\partial(\overline{A_1} - \overline{A_2})}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta}(\overline{B_1} - \overline{B_2}) + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial(\overline{C_1} - \overline{C_2})}{\partial \zeta}\right\} + \Delta_2 \overline{A_2} + \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \frac{\partial \Psi_3}{\partial \eta} - \frac{\partial \Psi_2}{\partial \zeta}. \qquad (18)$$

Questa è appunto la prima delle formule di rappresentazione date dal Somigliana.

Due formule perfettamente analoghe si otterrebbero per v e w.

Resta così dimostrato che le formule date dal prof. Laura, a meno di una doppia derivazione coincidono con quelle date dal Somigliana. La coincidenza, prevedibile a priori, non manca di avere un interesse particolare, in quanto che, il Laura, nel ricavare le sue formule era partito da un particolare meccanismo della propagazione all' esterno d' una superficie chiusa, meccanismo che ha tra l' altro il vantaggio di non dover considerare il comportamento delle funzioni introdotte all' infinito.

Le formule date dal Laura forniscono inoltre, come mi propongo di far vedere prossimamente, un effettivo metodo di integrazione del problema esterno della dinamica elastica, mediante l' introduzione di funzioni analoghe a quelle di Green.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 20 aprile 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Le disponibilità di alimenti e la densità della popolazione nei postulati di T. R. Malthus. — Rilievi critici.

MUNERATI OTTAVIO, s. c.

(Adunanza ordinaria del giorno 17 febbraio 1929)

In tutto il rifiorire di dibattiti sul tormentoso problema della denatalità, metodicamente e immancabilmente si accenna ai così detti postulati di Malthus sulla densità della popolazione in rapporto alle disponibilità dei mezzi di sussistenza (1).

Poichè non tutti i lati del tema, del resto oltremodo complesso e poderoso, sono stati forse bastantemente lumeggiati e approfonditi, chieggo che mi sia oggi consentito l'onore di fermare i capisaldi di un più ampio lavoro, nel quale mi prefiggo di precisare, con la maggior copia di documenti e di cifre, per quei punti per i quali meno acute possano appalesarsi le mie insufficienze, e comunque con un esame critico di quanto venne sinora fermato dall'umano pensiero, quali sieno per essere risultati e sieno per risultare in atto i rapporti di interdipendenza tra

(1) Com'è noto detti postulati, nella loro espressione originaria, sono così formulati: La potenzialità d'incremento numerico della popolazione è infinitamente più grande che la potenzialità della terra a produrre i mezzi di sussistenza per l'uomo. La popolazione, se non contenuta, aumenta in rapporto geometrico e la disponibilità di alimenti in rapporto aritmetrico. " La più elementare famigliarità coi numeri — soggiunge Malthus — porta a dimostrare l'immensità della prima potenza in confronto con la seconda „. (In 25 anni la popolazione si raddoppia; in due secoli la popolazione starebbe, di fronte ai propri mezzi di sussistenza, come 256 a 9). (Thomas Robert Malthus. An essay on the principle of population, as it affects the future improvement of Society, 1798).

Digitized by Google

disponibilità di mezzi di sussistenza e densità della popolazione, presi i postulati di Malthus in sè, come essenza e come fatto. Nè mi sposterò, deliberatamente, dai rigidi confini che mi son posto e che mi accingo ad inquadrare.

I limiti d'area e la capacità limite di rendimento delle piante. — Non varrà di indugiarsi ancor oggi sul postulato secondo il quale le disponibilità dei mezzi di sussistenza si accrescerebbero in progressione aritmetica, postulato che fu vigorosamente combattuto sin dai primissimi tempi dopo l'apparizione del lavoro di Malthus (è anzi da chiedersi se lo stesso Malthus non abbia semplicemente inteso di servirsene con meditato proposito per dar più forza alla tesi d'insieme) mentre la storia ha potuto sempre più dimostrare che è, per converso, in facoltà dell'uomo di spostare il rapporto o di alterarlo in profondo, senza una regola riportabile a uno schema numerico a passo definito; nè occorre ormai più rilevare che, a un dato momento, non solo si finisce ineluttabilmente — ed è pur intuitivo — per urtare contro un limite d'area nello spazio ma in più per cozzare, ad unità d'area nel tempo, contro un fattore limite che coincide con la capacità-limite di rendimento delle piante, al di fuori e al di sopra della legge dei minimi che si arresti semplicemente a contemplare l'insieme dei fattori del substrato o dell'habitat, e pur indipendentemente dall'altra legge d'ordine economico detta del reddito progressivamente decrescente, contro cui l'uomo potrebbe nondimeno lottare intervenendo con artifici integrativi.

Come sulla densità della popolazione può avere influito l'affermarsi del principio di proprietà. — Come l'affermarsi graduale del principio di proprietà può avere influito sulle comunità permettendo ad esse di incrementarsi numericamente ed espandersi? La proprietà è, di fatto, ad un tempo, stimolo al costituirsi di riserve, volano della macchina, contagoccie nei consumi, fattore di ripartizione nel tempo dei mezzi di sussistenza: come l'erba, che crescendo lentamente sul prato e tenendo l'animale a razione forzata, è strumento di conservazione di massa.

Nell'insieme, man mano che la umanità avanza sulla strada dell'incivilimento, il quantum dei mezzi di sussistenza, capace

Digitized by Google

di porre in grado le comunità di conservarsi come numero, finisce per risultare nettamente inferiore a quello che la comunità richiederebbe se ciascuno degli individui che la compongono avesse modo e possibilità di consumare — virtualmente ad libitum, nel fatto in aspra competizione con altri individui — i nutrimenti disponibili come accade in regime naturale.

L'esplosione del numero nel secolo decimonono. — Un esame delle statistiche della densità della popolazione ha consentito o consente facilmente di rilevare che la più tipica esplosione, per quanto concerne l'incremento numerico della specie umana nei paesi inciviliti, coincide col secolo decimonono, lungo il quale la popolazione di alcune nazioni si è più che raddoppiata.

Il periodo si identifica con quello che segna l'affermarsi della civiltà intesa nel suo significato più ampio e complesso, in una costellazione di circostanze parimenti favorevoli e a effetto cumulativo: mezzi di trasporto sempre più rapidi, con che si abbattono ad una ad una le pareti che separano le comunità e i popoli e si facilitano gli scambi delle derrate per le necessarie compensazioni; allargamento e intensificazione delle colture, sia per la maggiore profondità raggiunta con le lavorazioni del suolo, sia per l'uso sempre più generalizzato dei fosfati e dei sali azotati e potassici a seguito delle prime e più mirabili scoperte nel campo della fisiologia vegetale, sia per una più aspra lotta ingaggiata contro le malerbe e le malattie delle piante e degli animali, sia per l'uso di varietà a più alti rendimenti unitari. Nel medesimo tempo la scienza e le migliorate condizioni di vita concorrono a salvare dalla prematura distruzione un grande numero di individui altrimenti destinati, a gruppi o isolatamente, a soccombere.

Qui così si preparano, lentamente dapprima e quindi a passo più accelerato, le contingenze le più squisitamente propizie per l'avverarsi, con un altro balzo della popolazione all'insù, della profezia di Malthus: chè al ritmo di accrescimento della popolazione non più si adegua, malgrado gli intensi sforzi e gli accorgimenti dell'uomo, l'aumento della produzione, e la disponibilità di alimenti minaccia in breve di non più supplire alla richiesta del numero.

Digitized by Google

Contrazione numerica non in funzione del margine di nutrimento. — Ma l'umanità sfugge alla catastrofe. A un dato punto, se si scende a scomporre la linea d'insieme della densità della popolazione, che pur in toto continua a innalzarsi, si rileva che alcune componenti segnano una stasi ed altre hanno iniziato una lenta discesa.

Può dirsi tuttavia, per restare nell'ambito dei postulati di Malthus, che il fenomeno sia fondamentalmente l'espressione di un inconscio terrore, nella visione di una carestia universale capace di agire sulla umanità come per il ripetersi di un diluvio?

La storia degli ultimi decenni dice che non fu e non è assolutamente così.

La civiltà, nell'atto in cui irresistibilmente procede, sposta i termini per i quali Malthus aveva lanciato il suo grido d'allarme. Se si dovesse applicare a codesto responso di masse il principio della legge del minimo, non è già in funzione del così detto margine di nutrimento che l'umanità si contrae, bensì per reazione ad altre azioni, che sono frutto e portato della civiltà e che precedono, nella tendenza alla contrazione del numero, la preoccupazione stessa a che possano mancare a un determinato istante le risorse prime di vita.

Il corso della fiumana devia, come all'ago di uno scambio il convoglio, ma per cause nettamente diverse e distinte.

Bisogni alimentari e bisogni extra-alimentari in regime di civiltà. — Assai prima che la penuria di alimenti batta, in senso preoccupante, alle porte di una razza incivilita, già la civiltà si è affacciata con un cumulo di bisogni ed infiltrata con tutte le sue seduzioni, che si esaltano nel tempo e si ergono contro le stesse necessità alimentari, sino a contenerle e a soverchiarle.

Io non so se sia dato di entrare in pieno nel groviglio degli impulsi e delle tendenze di individui e di comunità in regime di civiltà, e stabilire attraverso quale stragrande numero di piccoli ed effimeri equilibri e sottili piegamenti si perpetui l'altalena incessante tra bisogni alimentari e bisogni extra-alimentari; come un equilibrio si distrugga mentre un altro se ne prepara; e come, nel cozzo tra così infinito numero di forze, si determinino i grandi movimenti di massa: a incominciare dalla serie

Digitized by Google

dei valori morali, che sono tra le più belle espressioni della civiltà, per i quali la ragione di vita non è soltanto e meramente ragione di material nutrimento in una più intensa e meno distratta attività del pensiero, e via passando a quanti, la cui meditata rinuncia, in una febbre verso mete più alte in obbedienza a superiori bisogni dell'intelletto e dello spirito, si identifica bene spesso con l'oscuro eroismo.

Naturalmente accade, per una ferrea concatenazione di cause ad effetti, in una lotta sempre più serrata tra gli aumentati bisogni e la possibilità di soddisfarli, che il contraccolpo sia inevitabile: anche qui in applicazione ad una legge per la quale entro un sistema a termini obbligati diventa forza regolatrice quella che è più nella facoltà volitiva dell'individuo di spostare o di dominare.

Così è che la civiltà significhi, direttamente e indirettamente, attraverso forme di rinuncie forzate e di rinuncie volontarie, da un lato minore richiesta relativa di alimenti e dall'altro contrazione numerica di individui indipendentemente dalle disponibilità alimentari.

Fattori indiretti di contrazione nel consumo di nutrimenti. — Per limitarci a sfiorare ancora un angolo del vastissimo tema è singolare di osservare quale funzione abbia, mentre la civiltà va mano mano protendendo i propri tentacoli in profondo delle masse, quello che è invalso chiamare il lusso delle classi lavoratrici e delle classi delle campagne in modo speciale, lusso che qualche sociologo deprecа guardando la medaglia da una sola parte: laddove il permeare di sensazioni nuove e il germogliare di non mai percepiti bisogni inducono a poco a poco l'individuo — che in una prima fase di acquisito benessere si preoccupa soltanto di convertire le aumentate risorse in alimenti — a una spontanea limitazione nel consumo delle derrate agricole, per il che il lusso diviene a sua volta fattore di autorazionamento di individui e di masse e perciò quindi fattore di ripartizione, di regolazione e conguaglio. Basterebbe un qualunque fatto nuovo, che recasse a una inibizione imposta o forzata, perchè brusca-

Digitized by Google

mente, per questa sola causa, una parte della umanità fosse destinata a morire di fame (1).

Dal che ancora una volta appare come la civiltà si sorregga su un piedestallo fragilissimo.

Fatto di assestamento? Le possibili trasgressioni. La corsa ai ripari. — L'umanità odierna è corrosa da un tarlo che ne mina inesorabilmente la base: curvarsi a meditare sulle cifre statistiche di un mese o di un anno di una città o di un villaggio, e discutere, e trarre gli oroscopi è non avere afferrata la grandiosità del fenomeno.

I vasti responsi di massa si compiono per azione sincrona degli elementi che compongono il sistema; l'oceano fluttua in un movimento suo gigantesco e imponente, che trae ragione dallo spostarsi simultaneo di un infinito numero di elementi che obbediscono a una legge comune.

Sino a quanto si tratta di un fatto di assestamento? A qual punto la massa in moto passa al di là del limite come pendolo alla ricerca del proprio equilibrio o come corpo, che procede oltre il segno per la sua stessa forza d'inerzia?

Ma se l'uomo giunge, se non a impedire che i fatti naturali si compiano, a correggerli e a raddolcirli, perchè non tentare di arrestare il blocco sul piano inclinato, o, se non arrestarlo, renderne, con ogni possibile ostacolo, meno rovinosa la discesa?

Qui in tutta la sua freddezza la titanica opera del Capo del Governo intesa a opporre barriere, a inalzare dighe, a sollevare argini. Se il fermarsi od anche soltanto retrocedere a passo più lento quando gli altri precipitano all'indietro equivalga ad avanzare, può ben dirsi che il terreno e le armi non potevano essere anche in questo campo più sapientemente prescelte.

---

(1) Così occorse, ad esempio, nella Russia, in uno dei periodi più burrascosi della guerra e della rivoluzione, ove una semplice ordinanza, provvida e salutare da un lato, con cui si proibiva l'uso delle bevande alcooliche, portava le popolazioni delle campagne, che non avrebbero saputo come altrimenti spendere il loro denaro, a consumare sul posto gran parte dei prodotti del suolo, causa non ultima codesta, secondo narra Kerenski, dello sfacelo del paese.

Digitized by Google

I fattori naturali di regolazione della produzione nel contenimento del numero in una umanità primitiva. — Anche accettato di guardare ai postulati di Malthus, più che in assoluto, come punto di partenza per una serie di deduzioni a tesi, una domanda insorge: perchè la legge non trovò la sua verifica in una umanità primitiva, in comunità incapaci di rinvenire in sè ogni possibilità di regolazione o di inibizione. La storia della umanità avrebbe dovuto allora ricorrentemente registrare delle vere stragi entro la specie a ciascuna svolta in cui fatalmente doveva trovarsi il numero di fronte alla improvvisa sperequata disponibilità di alimenti.

Si sono elencate, è vero, tra i fattori di costrizione numerica delle umane comunità, le pestilenze e le guerre e le carestie. L'uomo non ferma e non annota però, d'abitudine, che i fatti che più colpiscono, per la loro imponenza, la sua fantasia, e non s'accorge delle pazienti goccie, che incidono e nel tempo solcano e screstano la roccia. Cercando di penetrare più entro nell'immane fenomeno, occorre chiedersi se altre cause d'ordine apparentemente incospicuo non abbiano pur esse, e forse preminentemente, contribuito a contenere il numero entro quei limiti, oltre i quali è la certa catastrofe.

Or io sarei portato a pensare se, tra gli altri fattori di regolazione del numero in comunità quasi isolate nello spazio, non dovessero in primo piano portarsi quelli che potrebbero, a lor turno, definirsi i fattori di regolazione della produzione: malattie delle piante e degli animali; venti, grandine, siccità, geli, ed altre avversità meteoriche, e malerbe: queste col determinare una depressione di carattere più o meno costante dei raccolti, quelle agenti, singolarmente o in convergenza, a sobbalzi: così che mentre dalle sue proprie malattie può essere decimato il bestiame e le zizzanie contendono nutrimento e luce alle messi, le ruggini e i carboni le colpiscono in forma or blanda or violenta o le bufere le travolgono; o gli insetti occultati nel suolo le aggrediscono; o le cavallette muovendo a periodi a volo dalle terre incolte, ove trovano possibilità di vita incontrastata, piombano sui campi a divorare in pochi istanti il già gramo frutto, che l'uomo era stato condannato a bagnare col sudore della sua fronte; onde attinsero ispirazione i profeti:

Digitized by Google

Gemete, chè il raccolto è perduto..... Vi ho percossi col vento urente e con le ruggini.....

Pare che una forza arcana gravi sulla umanità prima, tra le insidie di ogni nuovo giorno nell'angosciosa attesa del domani: come esercito cui incomba il tremendo castigo di avanzare abbattendo ad una ad una formidabili fortezze e superare profonde trincee: quasi ad ammonire l'uomo nella sua prepotente brama ad espandersi, a contendergli a passo a passo il cammino, ad accasciarlo sotto il peso della sua tragedia.

Ebbene: riportandoci al punto donde siamo partiti e guardando al fosco quadro di codesti albori di vita — in cui l'uomo, potenzialmente destinato a dominare, era travolto e dominato — non tanto è duopo di domandarsi perchè l'umanità non abbia potuto seguire nel proprio incremento numerico una linea a rapida ascesa, quanto, se mai, perchè l'uomo, e per quale prodigio, abbia potuto salvarsi lungo lo spaventoso naufragio.

La natura, riducendo più o meno, ad intermittenze e in alterna disordinata vicenda, le disponibilità di alimenti, promettendo per togliere in una continua crudele ironia, fu veramente la matrigna implacabile? o non piuttosto la madre sagace, la cauta amministratrice?

Malerbe, malattie delle piante e avversità meteoriche si sono sempre guardate per il loro rovescio o come un qualche cosa destinato a ingombrare il cammino dell'uomo, ma non si è sufficientemente considerata quella che possa essere stata, e possa essere forse, la loro funzione nel grande quadro degli equilibri naturali.

Che cosa sarebbe almeno della umanità d'oggi se non vi fossero state, in un passato più o meno lontano, codeste cause limitatrici della produzione del suolo ed economizzatrici, dirette e indirette, di fertilità?

Questo il lato su cui approfondirò sopra tutto la mia disamina, anche per la possibilità che mi sarà data di costruirvi con un contributo di rilievi ed osservazioni più strettamente personali.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 4 maggio 1929)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

"Nova Aquileia„

ROBERTO CESSI, s. c.

(*Adunanza ordinaria del giorno 17 marzo 1929*)

1. — L'evoluzione del patriarcato grandese nei suoi lineamenti generali può considerarsi nel complesso sufficientemente precisata (1). Quando sia liberato il terreno dalle fastidiose falsificazioni e dalle malaccorte contaminazioni, a bella posta introdotte per deviare da una corretta interpretazione del processo storico, non è troppo arduo ristabilire la verità obbiettiva delle alterne vicende, dei dibattiti sollevati e delle astiose controversie agitate pro o contro la legittimità di presunti o reali diritti contestati o rivendicati.

Ma la chiarezza delle posizioni storiche si oscura, allorchè nella realtà di fatto si interpolano presunzioni di diritto, le quali, per non trarre origine da alcuna verità obbiettiva, sono ricostruite

(1) La letteratura dell'argomento è amplissima, e per brevità rinvio all'accuratissima bibliografia del KEHR, *Italia pontificia*, VII, 1, p. 8 sgg.; 2, p. 1 sgg. È da aggiungere dello stesso KEHR, *Rom und Venedig bis ins XII Jahrhundert*, in "Forsch. und Quellen aus. ital. Bibl. und Archiv„, vol. XIX, e quanto io stesso scrissi in *Venezia ducale*, Padova, 1928-29, I, 200 sgg., II 228 sgg., ed in *La crisi ecclesiastica veneziana al tempo del duca Orso*, in "Atti del R. Ist. Ven. di S. L. ed A.„, t. LXXXVII, p. 815 sgg. Dei miei studi precedenti poco da modificare riguardo al comportamento obbiettivo del processo storico ed all'apprezzamento che di esso si deve fare. Il problema, che qui propongo, è diverso, e riguarda la genesi del processo di falsificazione fiorito ai margini delle discussioni sinodali, assai importante come espressione degli orientamenti politici dei diversi momenti del dibattito e spesso capace di influenzarli. Esso è ancora assai oscuro ed incerto, ed ha bisogno di un preciso chiarimento.

Digitized by Google

con elementi surretizi non solo contrari alla realtà, ma nemmeno approssimativamente ad essa coerenti. Prende vita in tal modo un sistema, che, progressivamente elaborato, deviando l'attenzione dalla realtà, ad un certo momento assume tutta l'apparenza di verità, ed a quella si sovrappone e si sostituisce con trasfigurazione di uomini e di cose.

Tuttavia anche questa trasposizione ha una verità sua propria, che, come tale, esercita influenza sul corso degli eventi, e perciò non può essere trascurata o reietta, quale atto di inutile arbitrio: ma per valutarne l'efficacia storica è necessario precisarne l'origine e la genesi e fissare le interferenze con gli elementi obbiettivi dei singoli momenti. Sotto questo aspetto il problema gradense è oltremodo scabroso e difficile, perchè l'opera di falsificazione, nella quale si concreta l'orientamento del pensiero gradense, matura gradualmente per stadi successivi, e riesce assai arduo sceverarne l'ordine cronologico, che è pur sempre il criterio discriminativo essenziale.

In sostanza, alla domanda *come* e *quando* si sia formata la così detta *teoria gradense* (1), intesa a dare una base di diritto al patriarcato di Grado, riportato pel succedersi degli eventi in una condizione di fatto diametralmente opposta, non si può rispondere con una formula semplicistica, perchè il processo di formazione è assai complesso.

2. — Chi crede di trovarne una remota anticipazione nell'espressione di Paolo Diacono (IV, 33): *Iohannes abbas patriarcha in Aquileia vetere - ordinatur*, a proposito della duplice elezione patriarcale, erra gravemente, perchè, ove si tenga presente la genesi del testo paolino, al termine *Aquileia vetere* non si può attribuire il più tardivo significato di contrapposizione di una *sede*

(1) Altrove ho dimostrato (*I cataloghi patriarcali aquileiesi nell'Hist. Long. di Paolo Diacono*, in " Miscell. in onore di Paolo Diacono „) precisando un felice intuito di Carlo Cipolla (*Le fonti ecclesiastiche di Paolo Diacono per scrivere la storia dello scisma aquileiese*, in " Congresso storico nell'XI centenario di Paolo Diacono „, Cividale, 1899), come Paolo Diacono abbia fra l'altro attinto ad un antico catalogo patriarcale da Paolo ad Epifanio, nel quale non si registrava alcuna traccia della cosidetta *teoria gradense*. Nulla ho da mutare, in proposito, a quanto ho detto, rinviando per brevità a tali studi.

Digitized by Google

vecchia ad una *nuova*. L'esegesi della notizia paolina suggerisce una diversa interpretazione. Il testo paolino è dedotto da un antico catalogo gradense, compilato prima che il dissidio fra Aquileia e Grado si inasprisse al segno da metter in discussione il principio della legittimità dell'una o dell'altra sede. Ad *Aquileia vetus* si oppone *Gradus*, ed in forma semplice l'espressione paolina significa che nell' *antica residenza*, come a Grado, fu eletto un patriarca, senza per questo postulare il principio di *due sedi* contrapposte. Paolo Diacono, chiosando la notizia della sua fonte, conclude: *Et ex illo tempore coeperunt duo esse patriarchae*, mostrando chiaramente di non aver nozione della duplicità di *titoli patriarcali*, poichè il problema, in questi termini, non era ancor posto, ma soltanto di *due persone* di un medesimo titolo (1).

Infatti al tempo di Paolo Diacono la questione dei rispettivi diritti metropolitani non era stata ancora sollevata, e la curia romana, in presenza delle conseguenze emergenti dalle interferenze

(1) Che il problema della differenziazione di *titolo* e di *sede* non fosse ancor posto, risulta da varie circostanze. A proposito della fuga di Paolo a Grado Paolo Diacono, che, come ho detto attinge all'antico catalogo, registra solo il trasporto del tesoro: il trasferimento dei corpi dei martiri e delle cattedre dei santi fondatori, ricordato per la prima volta negli atti sinodali dell'827 è aggiunto dalla tradizione in un tempo posteriore. Anche nel catalogo il trasferimento paolino dovea figurare come un atto precauzionale per sottrarre all'avidità degli invasori le ampie ricchezze (*thesaurum*) della chiesa aquileiese. I patriarchi infatti non solo non considerarono Grado come residenza permanente, ma anche, nel primo periodo, quando il clero della giurisdizione metropolitana potè liberamente muoversi dal territorio di occupazione longobarda a quello rimasto sotto la sovranità bizantina, poterono accedere e far ritorno ad Aquileia. Probino, il successore di Paolo, morì ad Aquileia: la notizia dello storico longobardo (III, 114), che è attinta al catalogo, riproduce con eloquente brevità una circostanza di fatto, che illumina meravigliosamente la situazione, ed è coerente all'altra, testificata dagli atti gradensi autentici, dell'intervento dei vescovi lombardi alla sinodo del 579 tenuta in territorio bizantino: *Mortuo vero apud Aquileiam patriarcha Probino, qui ecclesiam* etc., dove poi i ricompilatori sostituiranno *apud Gradum*. Solo quando gli avvenimenti si svolgono nell'isola, lo storico, sulla fede della sua fonte, è egualmente preciso e parla di Grado. La comunicazione diretta fra le due parti della giurisdizione metropolitana si interrompono, per l'inasprimento dei rapporti longobardo-bizantini, qualche anno dopo (cfr. Cessi, *La crisi* cit., p. 820 sg.).

Digitized by Google

necessariamente istituite fra i due presuli, avea risolto l'arduo problema accettando la condizione di fatto risultante dalla situazione politico-territoriale attuale (1); e fino a che questa non fu alterata, fino a quando cioè l'Istria, nella cui sfera era estesa la giurisdizione gradense, non fu sottratta al dominio greco, il dibattito sui valori metropolitani, per quanto con fine essenzialmente giurisdizionale, non fu aperto.

L'incorporazione del territorio istriano nel regno Longobardo, automaticamente ereditato dal dominio franco, diede occasione al titolare della restaurata sede aquileiese di rivendicare i presunti diritti giurisdizionali sulle sedi istriane, le quali, pel mutamento dell'equilibrio politico-territoriale, derivato dalla conquista longobarda e franca, si erano venute a trovare in una situazione assai imbarazzante, siccome politicamente dipendenti da una podestà civile (il regno longobardo e franco) diversa da quella (l'impero orientale), cui faceva capo il metropolitano esercitante l'effettiva giurisdizione ecclesiastica. Da questa situazione avevano avuto origine non lievi inconvenienti: ma sopratutto si era rafforzato il

---

(1) Così la lettera autentica di Gregorio II, 1 dic. 723 (KEHR, *It. pont.*, VII, 2, p. 35, n. 12), colla quale, su ricorso dei vescovi dell'Istria e della Venezia (ivi, n. 10), ammonisce Sereno, vescovo forogiuliense, di non invadere le terre soggette a Grado e contenere il suo governo entro i limiti del territorio longobardo, giusta il privilegio di conferimento del sacro pallio (ivi, n. 11). Dubito invece possa attribuirsi valore di autenticità alla coeva lettera papale, sullo stesso argomento, diretta ai vescovi della Venezia ed Istria, sia perchè l'apparato formulario è di età più tarda (Cfr. p. es. *episcopis Venetiensis et Histriae*, dove la lezione mantovana della *suggestio* correlativa dà *Histriensium et Venetiarum;* la designatione di *patriarca* al presule di Grado, prudentemente evitata per ambedue i titolari ecc., cfr. KRETSCHMAYR, *Geschichte von Venedig*, Gotha, 1905, I, 413), sia perchè il diacono Giovanni non la riferisce, mentre riproduce quella diretta a Sereno, sia perchè le bolle sinodali di Giovanni XIX del 1024 e di Benedetto IX del 1044, come vedremo, non la ricordano, e lo stesso falsificatore degli atti del 731 si vale della lettera a Sereno, non di quella ai vescovi. Quanto poi all'*edictum* di Gregorio II, usato dal falsificatore, è bene avvertire che, per quanto se ne faccia una cosa distinta (KEHR, *It. pont.*, VII, 2, p. 36, n. 15), non è altro che la lettera gregoriana a Sereno, come appare anche dal privilegio sinodale del 1053 di Leone IX. Essa pure è richiamata nel diploma di Ottone 2 aprile 974 (*Dipl. Ottonis*, II, n. 71, p. 84 sg.).

Digitized by Google

proposito del metropolitano aquileiese di restituire nella sua integrità l'antica giurisdizione, in conformità allo stato politico nuovamente istaurato (1). La pretesa aquileiese non fu suffragata soltanto colla recente condizione di fatto e colla convenienza politica attuale di far coincidere la giurisdizione ecclesiastica a quella civile, bensì fu fatta risalire a un principio generale di diritto comprensivo dell'attualità del momento.

Ha così origine la *teoria aquileiese*, che in ordine di tempo precede la formulazione della *teoria gradense*, colla presunzione di dimostrare la legittimità delle rivendicazioni aquileiesi di fronte alle resistenze avversarie, deducendola da un principio di diritto piuttosto che da considerazioni contingenti, quale è sistematicamente esposta, con tutti i suoi errori, da Massenzio alla sinodo mantovana dell'827.

Quando infatti è formulata la *teoria aquileiese,* che riallaccia l'attuale funzione metropolitana della restaurata sede, con carattere di unità, (negando esplicitamente ogni diritto della sede gradense, semplice *plebs* di Aquileia), all'origine evangelica dell'antica metropoli, l'avversa *teoria gradense,* che presume l'intervento di un atto regolare di traslazione, non è ancora concretata. È, si può dire, ormai pacifico che gli atti autentici della sinodo di Grado del 579 nulla contenevano in proposito (2), e che i presunti atti della sinodo romana del 731, che quelli richiamano in una lezione spuria, sono egualmente una volgare falsificazione (3). Eppure gli uni (spuri, s'intende) e gli altri costituiscono il caposaldo, dal quale trae origine la *teoria gradense* (4).

Quando furono formulati ?

---

(1) Tutto ciò è esposto nel *libellus* di Massenzio presentato alla sinodo mantovana dell'827 (Mansi, *Sacr. Conc.*, XIV, 494). Cfr. Monteverde, *Il concilio di Mantova*, in " Forum Iulii „, III, 1 sgg.

(2) Cfr. Mayer, *Die Spaltung des Patriarchats Aquileia*, Berlin, 1898, p. 28 sgg.; Lenel, *Venetianische-istrischen studien*, Leipzig, 1911, p. 46 sgg.; Cessi, *La crisi* cit., p. 817 sg.

(3) Mayer, op. cit., p. 29; Lenel, op. cit., p. 47 sgg.

(4) Ha già ottimamente avvertito il Lenel, op. cit., p. 38 sgg., che la *teoria gradense* si svolge per stadi successivi; pienamente concordo con lui in linea generale, dissento quanto allo sviluppo cronologico e concettuale della teoria stessa, perchè io penso che abbia origine più remota e deduca i primi elementi di formazione proprio dalla sinodo mantovana dell'827.

Digitized by Google

Il testo degli atti della sinodo mantovana permette di fare utili e significanti rilievi. Anzitutto essi escludono l'esistenza dei pseudo - atti del 731 : di questi non si parla affatto, ed il silenzio è argomento significantissimo per negare la presenza di un documento tanto importante ai fini della risoluzione del dibattito. Ben diverso invece è il problema relativo agli atti gradensi. Un esemplare di questi (più o meno legale (1)) nell'ultima fase della sinodo fu presentato, con altri documenti (che il relatore definisce *auctoritates*) privi d'ogni autenticità, dall'economo gradense Tiberio. Il redattore mantovano non sembra ne infirmi l'autenticità, ed ogni apparenza farebbe presumere che l'esemplare presentato riproducesse la lezione genuina (2). Il breve estratto, inserito negli atti mantovani, differisce dal testo spurio in nostro possesso, per elementi essenziali, che rivelano apertamente in quest'ultimo l'opera del contaminatore (3). Ma questa osservazione non è sufficiente per garantire la genuinità del testo tiberiano. La redazione mantovana non riferisce che un breve tratto del proemio e le sottoscrizioni, nelle quali non figurano le lezioni incriminabili di contaminazione: ma chi può assicurare che il contesto non sia stato suscettibile di interpolazioni? E solleviamo il dubbio non per scrupolo ipercritico, ma perchè ci si affacciano elementi, che suggeriscono l'ipotesi di una prima ristretta opera di contaminazione limitata all'interpolazione di un piccolo brano coerente alle esigenze del momento.

Una considerazione generale insinua la fondatezza della proposizione avanzata. A quale scopo Tiberio avrebbe prodotto gli

---

(1) Sull'autenticità dell'esemplare presentato da Tiberio non pare siano stati sollevati dubbi, come non fu contestata l'autenticità della *suggestio* istriana. Infatti Tiberio, ad analoga domanda della sinodo, francamente dichiara che delle *auctoritates* da lui presentate l'archivio gradense possedeva solo gli autentici degli atti sinodali e della *suggestio*. Sta il fatto però che anche degli atti (e la circostanza merita rilievo), sebbene fosse stato presentato un esemplare *firmato* (colla sottoscrizione degli autori), tuttavia era *nullius manu roboratum* al pari degli altri documenti.

(2) Cfr. quanto scrissi in *La crisi* cit., p. 816 sgg., che qui parzialmente modifico, solo per ciò che riguarda l'interpolazione del capitolo relativo alla questione metropolitana.

(3) Cessi, *La crisi* cit., p. 817 sg.

Digitized by Google

atti gradensi nel testo genuino, quando questo, non recava nessun elemento utile al dibattito? Il fatto solo che a Grado era stato tenuto una sinodo non costituiva alcun elemento di prova, mentre il compito di Tiberio era quello di dimostrare che Grado era *sede metropolitana*. A tal fine aveva presentato altre *auctoritates*, destituite d'ogni carattere d'autenticità, che altro non erano se non vecchi cataloghi patriarcali, i quali comprendevano la serie dei patriarchi da S. Marco a Paolo e da Paolo a Giovanni (1). Ed essi, chiosava il redattore mantovano, erano favorevoli più alla tesi aquileiese che a quella gradense. Aveva anche prodotto la *suggestio* istriana a papa Gregorio per dimostrare l'obbedienza del clero istriano a Grado. Ed al valore probativo di questa, come degli atti di Grado, il contradittore aquileiese non sa opporre altro argomento che la nota teoria aquileiese, asserendo, e non senza intenzione, che i patriarchi *adhuc Aquileia stantes sexto milliario in loco, qui Gradus nuncupatur, munitionem quandam construxerunt, in qua etiam Dei ecclesiam mirifice fabricaverunt*, e che le città istriane riconobbero sempre Aquileia come metropoli, *caput et prima totius Italiae*, e ponendo il dilemma, con evidente finalità di mettere nell'imbarazzo l'avversario, quale delle due sedi *prima et metropolis est*. Tiberio non poteva negare che Aquileia fosse stata *prima et metropolis*, ma faceva rilevare che *propter oppressionem paganorum* Elia si era trasferito a Grado, ivi abitò ed ivi *sinodum egit*. Per quanto il redattore mantovano sia studiatamente reticente nel sottacere il valore degli atti gradensi, e nello storpiare la tesi difensiva di Tiberio (2), è evidente che

(1) Cessi, *I cataloghi* cit.

(2) Tale sforzo è assai evidente, perchè, presumere che Tiberio si appellasse, per controbattere la tesi avversaria, di cui dovea riconoscere la parziale verità, al solo fatto dell'esistenza di una sinodo gradense, è assai poco verosimile. Probabilmente Tiberio disse che, se era vero che Aquileia era metropoli, era altresì vero che era stato tenuto una sinodo, che avea modificato tale stato di fatto, se non di diritto. Il redattore naturalmente fu fedele a metà, ed omise la seconda parte del pensiero tiberiano. E si parla più avanti di *divisio*, il cui concetto non poteva esser dedotto dai cataloghi presentati, perchè dimostravano piuttosto il contrario, come giustamente asserisce il redattore mantovano, ma da diversa documentazione, dalla quale emergesse che Grado era metropoli e non *plebs* di Aquileia. La duplice elezione, come era stata prospettata

Digitized by Google

questi, invocati dai messi gradensi con tanta insistenza e dagli avversari non contestati con argomenti positivi ma con prudente silenzio, dovevano pur contenere qualche cosa, che avesse stretta connessione col problema posto in discussione.

Per altra via invero è possibile identificare un primo stadio di contaminazione.

Nel *Chronicun de sing. patr.* si parla due volte della sinodo gradense, attingendo evidentemente a fonti diverse.

Una prima volta, con strana inversione cronologica (1), all'inizio dell'opera: *Temporibus Tyberii Constantini aug. Helias patr. Aquil in Gradensi castro ecclesiam sanctae Eufemiae fabricari praecepit, ibique sinodum congregavit, in qua sinodo quicquid de Calcedonense concilio dubitabatur, pulsa dubietate, confirmatum est, ibique statuit ecclesiam Gradensem caput et metropolim totius provinciae Histriensium et Venetiarum - epistulamque pro his statutis accepit a beatissimo papa Pelagio, consentientibus universis episcopis iam dictarum provinciarum.* È assai facile scorgere come le due parti della notizia siano di origine diversa, e come lo scrittore attinga la prima parte all'antico catalogo, che è poi quello presentato da Tiberio, nel quale della sinodo gradense si parlava giusta il testo genuino degli atti, mentre la seconda parte è dedotta, con qualche interpolazione attinta a Paolo Diacono, dalla lezione di ultima contaminazione dagli atti. A convincere della verità di tale genesi basta la considerazione dell'ordine, secondo il quale sono rassegnate le notizie del concilio calcedonese e della presunta traslazione, in-

---

da Paolo Diacono, pur nota al redattore mantovano, non poteva suggerire la presunzione di *divisio*, quale invece balzava dalla consacrazione di Grado come metropoli. Ed evidentemente questa era la tesi sostenuta da Tiberio, dimostrata non solo col sussidio dei cataloghi, che erano poco conclusivi, ma più vigorosamente col sussidio degli atti sinodali.

(1) Tale inversione non è opera del più antico catalogo, cui è lecito far risalire l'inciso *Temporibus — confirmatum est*, ma del redattore del catalogo, messo insieme come vedremo, nel sec. IX; in ogni modo alla semplice lettura si manifesta l'abbinamento di due parti eterogenee per stile, per disposizione di materie (collocate in ordine inverso che negli atti) e per contenuto. Come vedremo, l'inciso *ibique statuit — provinciarum* risale ad un'epoca diversa, e non appartiene neppure al secondo redattore del catalogo.

Digitized by Google

verso di quello adottato nel testo degli atti, ciò che sta a provare come la seconda parte sia un'*aggiunta* ad una preesistente notizia, ed attribuibile, come vedremo, all' ultimo redattore.

Più oltre poi, ritessendo la biografia del patriarca Elia, il redattore riproduce un' ampia esposizione della sinodo gradense (1), seguendo evidentemente un esemplare degli atti, la cui lezione però è diversa sia da quello genuino, sia da quello usato per la contaminazione della precedente notizia. Infatti il brano degli atti riferito nella *Cronica* e dal diacono Giovanni differisce dal testo spurio non solo per l' estensione, non comparendo in esso il proemio e la seconda parte del discorso di Elia sulla questione gradense, non solo per la diversità di lezione nella parte comune, ma anche per lo stralcio di elementi essenziali, che non può esser giudicato siccome una casuale mutilazione del compilatore.

Sarà bene porre a confronto le due lezioni:

Acta	*Cron.* = Ioh. Diac.
..... dignum duxi, carissimi fratres, mansuetudini vestrae commemorare, ut praelibavimus, intervenientibus malis nostris, quotidie hostile perpatimur flagellum. Jam pridem ab Attila, Hunnorum rege, Aquieleia civitas nostra funditus est destructa et postea, Gothorum incursu et ceterorum barbasorum quassata, vix respirat, etiam nunc Longobardorum nefandae gentis flagella sustinere non valens. Si ergo consensu beatissimi apostolicae sedis papae Pelagii, cui jam ante communem nostram descripsimus necessitatem, vestrae sanctitati placeat hanc *civitatem* Gradensem confirmare perpetuo metropolim novamque	Karissimi fratres, intervenientibus malis nostris, cottidie hostile perpatimur flagellum, et jam pridie ab Atila, Unorum rege, Aquileia civitas nostra funditus destructa est et postea, Gothorum incessu et ceterorum barbarorum cassata, vix aspirans, sed et nunc Longobardorum nefandae gentis flagella sustinere non potest. Quapropter dignum ducit mansuetudo nostra, si vestrae placet sanctitati in hoc *castro* Gradensi nostram confirmare metropolim „. Quo dicto omnibus placuit episcopis etc.

(1) Il medesimo brano, letteralmente identico, sta anche nel *Chronicon* del diacono Giovanni: vedremo poi come esso non sia originario nè dell'uno nè dell'altro testo, ma derivi in ambedue, con reciproca indipendenza, da una fonte comune.

Digitized by Google

cam vocare Aquileiam „. Sancta synodus dixit: " Quae vestra proposuit Beatitudo, omnes pari confirmamus assensu „.

Ove pure in talune varianti si deva dare la precedenza alla lezione del testo degli atti, mi pare balzi chiaro dal parallelo istituito che la versione della *Cronica* rappresenti una redazione, (1) non solo diversa, ma anteriore, a quella attuale degli atti, come mettono in rilievo alcune circostanze decisive. Nella versione della *Cronica* non è alcuna menzione nè di Pelagio, nè della lettera da lui diretta ad Elia, nè di Vigilio, (che forse è uno svarione) ed analogamente non è nemmeno ricordato il nome del legato pontificio Lorenzo, strettamente connesso alla lettera pelagiana, nè nel testo, nè nelle sottoscrizioni. Alla stessa stregua Grado è definito *castrum* e non *civitas*, e ad esso non è applicata la denominazione *Nova Aquileia*. Gli stessi elementi sono coerenti colla lezione degli atti accolta dalla versione mantovana: anche in questa del termine *Nova Aquileia* non è cenno alcuno, il nome di Lorenzo non figura, e Grado è denominato correttamente *castrum*. Da tali raccostamenti è legittimo dedurre che la prima contaminazione, quale risulta dal catalogo, è limitata all'introduzione del capitolo che dichiara Grado sede metropolitana, secondo il testo riferito dal compilatore di quello, tanto più che rilievi stilistici sul testo degli atti lasciano trasparire sconcor-

(1) È da ritenere che la redazione della *Cronica* riproduca anche la lezione, salvo qualche dettaglio, della prima stesura. L'inserzione del lungo proemio ha reso necessario nel testo ricontaminato l'inversione, che si riscontra nel primo periodo. D'altronde, a prescindere da minori lezioni, il redattore del catalogo ha riassunto per brevità, la formula di sanzione sinodale, che concludeva la *propositio* patriarcale. L'inciso *ut praelibavimus* è una cattiva inserzione sul testo preesistente per giustificare una ripetizione di concetto, che succede senza soluzione di continuità: ad *incessu* è certamente preferibile *incursu;* a *cassata*, *quassata;* ma a *vix respirat* meglio conviene *vix aspirans* (forse *respirans*), come a *sustinere non valens* la lezione *sustinere non potest.* L'inversione dianzi accennata poi è ritornata tutta a danno della chiarezza stilistica del periodo, che è meglio espressa, nel suo insieme, nel testo del catalogo che in quella degli atti, come *perpetuo,* dopo *confirmare* è superfluo, anzi, rispetto al pensiero del primo redattore, dannoso.

Digitized by Google

danze o deformazioni, spiegabili siccome successive interpolazioni su un testo preesistente. Così per es., la formula *sanctissimi fratres*, all' inizio del proemio, mentre nel corso del testo, contro ogni consuetudine, ricorre la formula *carissimi fratres*, giustamente posto all' inizio del vecchio testo: ancora nella nuova redazione lo spezzamento della formula; *si ergo vestrae sanctitati placeat*, per l' interpolazione della notizia pelagiana. Tutto lo sproloquio poi proemiale del discorso di Elia è un' inutile divagazione, che ha scarsa relazione col testo, ed in gran parte è una generica ripetizione, anche verbale, di quanto in esso è illustrato con elementi precisi di fatto. Il collegamento fra il vecchio ed il nuovo è operato, stilisticamente in forma assai poco armonica, tale da lasciar trasparire l'opera di due mani: *Verum quia — Jesus Christus — praestitit ut vestra nunc in illo praesentia perfruamur, dignum duxi, carissimi fratres, mansuetudini vestrae etc.* Infine il modo, secondo il quale è presentata la lettera pelagiana, è stranamente assurdo, e dimostra assai chiaramante come essa trovi ospitalità per opera di un processo di interpolazione su un testo preesistente. Elia, secondo la nuova redazione, la ricorda nel suo discorso: ratificata dalla sinodo la proposta patriarcale (ed anche questa è una contraddizione in termini risultante dall' opera di contaminazione, perchè la sanzione papale precede la ratifica sinodale contro ogni buona norma), si propone la lettura della bolla pontificia (e lasciamo da parte lo svarione *Vigilio* invece che *Pelagio*, imputabile ad errore di ammanuense), che logicamente sarebbe dovuta precedere, conclusa con una nuova ratifica dello stesso oggetto, già prima sanzionato. Tale duplicità riconferma la duplicità di fattura delle due parti del testo, risultante, con tutta evidenza, da due momenti diversi di contaminazione (1).

(1) Ma v' ha di più. La lettera di Pelagio presuppone già l' esistenza degli atti: *quia petistis per missa-brevia, consentientibus in eis suffraganeis tibi episcopis*. Se il consenso dei comprovinciali era già stato dato, perchè richiedere la sanzione in base alla lettera pelagiana come *fatto nuovo?* La contraddizione è evidente. Ed ancora: nel testo della prima falsificazione è detto, *civitatem Gradensem nostram confirmare metropolim*, e nella lettera di Pelagio: *Gradensem castrum totius Venetiae fieri <et Istriae> metropolim*. Infine al testo

Digitized by Google

Il primo falsario ha ristretto la sua opera all' introduzione nel testo genuino degli atti del capitolo, che doveva far riconoscere il *castrum Gradense*, in seguito alle tristi vicende delle invasioni, *nostram metropolim*, ma non faceva questione nè di nuova denominazione (*Nova Aquileia*), nè della lettera pelagiana, nè della giurisdizione sull' Istria e sulle Venezie (*metropolim totius provinciae Histriensium et Veneticorum*). Al falsario premeva solo documentare che Grado era metropoli, senza sollevare altre questioni, e perciò non avea interesse di introdurre elementi estranei a tale presupposto, come non avea interesse di mutare gli attributi di Grado (*civitas* invece di *castrum*), nè il titolo patriarcale (*Novae Aquileiae patriarca,* invece di *Aquileiensis patriarca*) e di ritoccare il formulario del primitivo testo genuino degli atti.

Si spiega così la perfetta identità di lezione fra il testo mantovano e quello della *Cronica*, in ciò che hanno di comune (le sottoscrizioni episcopali, la denominazione di Grado, il titolo patriarcale (1)), prova non dubbia che l' una e l' altra fonte attingono alla medesima redazione, la quale, se è già alterata rispetto al testo primitivo, è egualmente diversa dal testo spurio a noi arrivato, ma costituisce uno stadio intermedio di contaminazione fra l' uno e l' altro.

Che sifatta contaminazione sia stata preparata per opporre un titolo probativo alla teoria aquileiese proposta alla sinodo mantovana, pare assai verosimile, quando si pensi che il punto centrale della discussione giurisdizionale culminava nell' accertamento della vera figura della chiesa gradense, se cioè Grado fosse un *castrum* ed una semplice *plebs* della chiesa aquileiese, come sosteneva il patriarca aquileiese, ovvero si potesse ammettere la legittimità della sua funzione metropolitana e si dovesse quindi riconoscere la duplicità di sede. Il compito dei Gradensi era quello di dimostrare che Grado era metropoli, ed i documenti presentati da Tiberio avevano questo scopo. Se i cataloghi patriarcali pote-

---

della prima falsificazione è accodato: *novamque eam vocare Aquileiam*, di cui non è traccia nella lettera di Pelagio. Tutto queste sconcordanze stanno a provare la molteplicità di mani, ed in tempi diversi, che sono concorse a metter insieme la laboriosa falsificazione.

(1) CESSI, *La crisi* cit., p 817.

Digitized by Google

vano lasciar dubbi, la sinodo gradense, per quanto l' interessato redattore mantovano passi sotto silenzio la circostanza, senza però invocare il testo degli atti a proprio favore, perchè aveva evidentemente elementi contrari, doveva dire qualche cosa in proposito di più decisivo e di più probatorio.

D' altra parte alle pretese giurisdizionali aquileiesi si opponevano da parte gradense ben altri documenti specifici per dimostrare l' infondatezza della tesi avversaria, si opponeva cioè la *suggestio* istriana presentata a papa Gregorio, la quale garantiva la dipendenza dei titoli istriani dalla giurisdizione gradense. Di qui si rileva che i due problemi (la figura giuridica del titolo gradense, come sede metropolitana, e la sua funzione giurisdizionale) erano difesi con argomenti dedotti da atti diversi, e la loro fusione in un unica teorica non era ancora avvenuta, tanto più che, con maggior aderenza alla realtà, i diritti giurisdizionali potevano essere difesi, come lo erano, con documenti autentici, nell' ambito s' intende di uno stato di fatto, discutibile, ma non incriminabile di falso, prendendo cioè in considerazione soltanto le sedi istriane.

Pertanto il primo momento di falsificazione, che la sinodo mantovana non potè come tale impugnare non essendo in possesso dell' esemplare autentico degli atti gradensi, si limitava ad affermare la figura metropolitana di Grado, senza sollevare la questione giurisdizionale, affidata ad altra documentazione, e senza addentrarsi in precisazioni o discussioni, sull' origine e sulla natura del contestato diritto metropolitano.

Per quanto le apparenze si prospettino contrarie, la contestazione della figura metropolitana gradense è *mezzo*, anzichè *fine*, del dibattito mantovano. La teoria aquileiese colpisce alle radici il diritto degli avversari, non tanto per attuare la totale demolizione della sede gradense, quanto per assicurare l' annessione delle sedi istriane alla propria autorità giurisdizionale. Infatti, nonostante i deliberati mantovani, mentre la premessa (Grado = *plebs* di Aquileia) non ebbe alcuna applicazione pratica ed il titolo gradense continuò a sussistere legalmente riconosciuto, invece le deduzioni da quella desunte (il diritto giurisdizionale sulle sedi istriane), siccome consone ad uno stato di fatto e ad un equilibrio politico insopprimibile, ebbero piena attuazione.

Digitized by Google

Seguì anzi un mutamento di posizione dei due protagonisti. Dopo qualche inutile resistenza, il titolare gradense abbandonò la pregiudiziale giurisdizionale; rassegnandosi al fatto compiuto, depose l'intitolazione tradizionale di *patriarca sanctae ecclesiae Aquileiensis*, adottò quella nuova di *patriarca ecclesiae Gradensis* (1), si pose su una linea di condotta difensiva, che non escludeva il contrattacco, di fronte alle minacce aquileiesi. Il patriarca aquileiese in verità non si ritenne pago dell'aggregazione dei titoli istriani alla propria giurisdizione. Consolidata questa, riprese più aspra la lotta contro il collega lagunare per eliminare il concorrente e ripristinare l'unità di un titolo, che si riteneva frazionato illegittimamente e contro il disposto dei canoni (2), ricorrendo anche alla violenza armata (3).

La mutata posizione però del patriarcato gradense, in coerenza alla diversa funzione politica esercitata dal territorio lagunare, su cui era stata ristretta la sua attività giurisdizionale, aveva spostato il dibattito dal campo strettamente ecclesiastico a quello civile. La pretesa aquileiese urtò non soltanto contro la resistenza dell'autorità patriarcale, bensì contro quella assai più potente dell'autorità ducale, perchè la conclamata rivendicazione aquileiese si prospettava come una minaccia all'integrità territoriale del ducato: e la difesa della chiesa gradense si identificava nella salvaguardia dell'unità territoriale della giurisdizione civile. Il problema gradense non è più solo un fatto peculiare di una

---

(1) Molto prudentemente la curia romana fino all'827 avea evitato di usare per ambedue i titolari la denominazione di *patriarca Aquileiensis*, ed avea preferito l'uso per quello aquileiese, propriamente detto, il termine di *episcopus Foroiuliensis* o di *antistes Foroiuliensis*, e per il competitore di *episcopus* od *archiepiscopus* o di *presul Gradensis*, mentre quest'ultimo si intitolava *patriarcha sancte ecclesie Aquileiensis*. Dopo l'827 mentre l'*episcopus Foroiuliensis* assunse il titolo di *patriarca Aquileiensis*, l'avversario rettifica il proprio in quello di *episcopus* o di *patriarca Gradensis*, riconosciuto dalla Santa Sede, al tempo di Giovanni VIII (876-877), con giurisdizione metropolitana sul territorio *Venetiarum*. Ma di ciò altrove.

(2) Così è detto negli atti sinodali dell'827, ove il principio dell'unità canonica è teoricamente proposto ed è contestata la tesi della *divisio*, siccome postulato anticanonico.

(3) Cfr. *Venezia ducale* cit., II, 88 sgg.

Digitized by Google

chiesa, ma diventa un fatto nazionale (1), ed in tale atmosfera maturano gli altri elementi, che imprimono alla teoria gradense una espressione nuova.

Il *Rytmus de Aquileia numquam restauranda* è una prima manifestazione del nuovo orientamento (2). Prescindendo dai sentimenti di acre e velonosa offesa, che in esso sono espressi, giustificabile come mezzo dialettico di legittima ritorsione, l'autore, rendendosi interprete del pensiero nazionale, contesta bensì la convenienza e l'opportunità politica della restaurazione dell'antica sede patriarcale, ma in sostanza non incrimina la legittimità della sua esistenza. Nell'atto di offendere le posizioni avversarie, si mantiene su una linea di difesa, preoccupato di rivendicare i diritti della propria chiesa secondo una interpretazione strettamente nazionale. Il motivo giurisdizionale è sottaciuto, e se si condanna la restaurazione aquileiese, l'aspra censura non è ispirata dal desiderio di rivendicare alla propria chiesa presunti diritti, anacronistici allo stato di fatto, ma dalle dolorose conseguenze derivate e dalla necessità di difendere la funzione metropolitana gradense quale è.

Recriminando le trascorse vicende, non è invocato un ritorno al passato, impossibile ed inutile: l'autore non si diparte dalla realtà, in mezzo alla quale vive, e non presume di voler mutare la fisionomia assunta dalla sua chiesa. Contrattacca per difendere, non per offendere; per rintuzzare e respingere l'aggressione avversaria, non per instaurare un diverso ordine e ripagare della stessa moneta gli oppositori.

Ma se non sono allineati gli elementi probativi della nuova posizione mentale e politica, sono però indistruttibilmente fissati come acquisiti gli argomenti dialettici essenziali della tesi defensionale, proposta alla sinodo dell'827, che, come vedremo, costituisce il primo nucleo della teoria gradense: l'origine e la funzione metropolitana della chiesa patriarcale di Grado, adattati alle esigenze della vita nazionale del ducato. Nè il polemista ha bisogno di nuovi falsi per patrocinare la propria causa: l'intensità della passione, della quale è partecipe, supplisce egregiamente a

(1) Cfr. *Venezia ducale* cit., II, 22 sgg.
(2) Cfr. *Venezia ducale* cit., II, 64 sg.

Digitized by Google

coprire le debolezze e le lacune della prova documentaria. Il sentimento popolare parla un linguaggio più persuasivo di ogni altro documento scritto, autentico o falso che sia; esso non ha tempo di attardarsi in discussioni di legulei, esprimendo una più profonda verità, colla diretta manifestazione di quanto vive nella sua intimità. La potenza del sentimento supera il valore della fredda e compassata formula, ma di questa è il presupposto ideale e virtuale, perchè da quello trae l'ispirazione per una concreta definizione, allorchè, superato il momento eroico, la discussione s'inoltra nel campo di una casistica legale.

Così si definisce il concreto sviluppo primordiale della teoria gradense, *sentita* ed espressa con ingenua verità dall'anima popolare nella sua forma più elementare, prima che ordinata in uno schema organico e complesso.

3. — E qui si ripropone il quesito: Quando, ed in qual modo, questo primo nucleo della teoria gradense, è rielaborato secondo le nuove prospettive? in altri termini, quando, ed in qual modo, ha compimento la seconda fase di falsificazione e di contaminazione degli atti gradensi e delle sue figliazioni?

Tracce esplicite, allusive a questa, si ritrovano nel *Chronicon* del diacono Giovanni e nella *Chronica de singulis patriarchis*, per cui parrebbe doversi concludere ch'essa sia anteriore al sec. XI e doversi collocare almeno al sec. X. Se non che la prova, che è data da tali scritture è tutt'altro che decisiva, ove si prospetti il dubbio di una possibile interpolazione o contaminazione di dette fonti. Il sospetto non è poi del tutto infondato, tanto più che il diploma ottoniano del 972 non pare che ancora conosca gli elementi essenziali della rinnovata teorica, sanzionando la recente interpretazione della funzione metropolitana delle due sedi col sussidio del privilegio, autentico, di Gregorio II (1): nè le bolle

(1) ... *atque confessoris papae Gregorii discretione, qui lites sanctorum patriarcharum disecans patriarchales concesserat infulas utrisque*. Ove è chiaro che si allude alla bolla di Gregorio II, colla quale era accordato il sacro pallio ai due titolari, e non al presunto atto sinodale del 731, che avrebbe sancito la divisione della giurisdizione metropolitana fra le due sedi. Alla *Nova Aquileia* poi non è fatta allusione alcuna.

Digitized by Google

di Silvestro II (999-1002) e di Sergio IV (1009-1112), quali sono riferite dal Dandolo, possono esser prese in considerazione, perchè sospette, nella lezione del cronista, di contaminazione (1).

Rifacciamoci senza alcun preconcetto ai due più remoti cronisti, e, per giudicare dell'autorità della loro testimonianza, conviene esaminare a quali fonti abbiano attinto per la compilazione dei cataloghi patriarcali.

Se, con ogni probabilità, si deve escludere reciproca dipendenza fra le due cronache (2), la complessa genealogia ricostruita dal Lenel appare alquanto artificiosa, sopratutto quando fa dipen-

---

(1) Cfr. *Venetia ducale* cit., II, 231.

(2) La presunta derivazione del *Cronicon* del diacono Giovanni dalla *Cronica* muove da presupposti o errati od assiomaticamente postulati per veri con troppa semplicità. Anzitutto si fa questo ragionamento: una parte della *Cronica* fu accodata al *Cronicon gradense*; questo è trascritto nel cod. urb. 440, il quale è PER CERTO anteriore al 1032; dunque la composizione della *Cronica* DEVE essere anteriore a detto anno, così come l'opera del diacono Giovanni per gli stessi motivi DEVE esser stata composta fra il 1008 ed il 1032. Se non che la presunzione che il codice DEVA essere stato scritto prima del 1032 è gratuita, perchè non so come si possa affermare che la famosa nota del fabbro Sagornino di detto anno sia stata scritta nel codice proprio nel 1032. La presenza in esso di tale documento non reca alcuna prova, perchè non sappiamo quando sia stato in esso trascritto e se mai potrebbe dare il termine *post quem*, anzichè quello *ante quem*. Viceversa vedremo più avanti che la composizione del *Cronicon gradense* è indubbiamente POSTERIORE al 1032. Ed allora in base a quali elementi si può asserire che la *Cronica* fu composta sotto il patriarcato di Vitale IV? Perchè lo afferma, senza alcuna prova, un tardo cronista? È troppo poco, anzi è una testimonianza, che non dà alcun affidamento. D'altra parte la presunzione, che l'ultima parte, da Vitale ad Orso, sia opera di un continuatore, è anch'essa arbitraria, perchè non si rileva alcun elemento di discontinuità; anzi è il contrario. Vedremo invece che gli elementi interni ci obbligano a ritardarne la composizione alla metà del sec. XI, e precisamente fra il 1045 ed il 1053. Ciò posto l'asserita dipendenza del diacono Giovanni dalla *Cronica* è insussistente; ma il confronto, che istituiremo, esclude anche un rapporto inverso, mentre le concordanze fra i due testi derivano dall'uso di una fonte comune. Anche il Lenel (op. cit., p. 63), disegnando la figliazione della teorica nei vari testi, conclude per la tarda composizione della *Cronica*; ma egli ricorre ad una complessa genealogia, che come vedremo, vuol esser sostanzialmente semplificata.

Digitized by Google

dere la contaminazione degli atti gradensi da ipotetici cataloghi piuttosto che da un processo inverso.

I cataloghi patriarcali ricompilati dal diacono Giovanni e dalla *Cronica* non stanno in diretto ed immediato rapporto di figliazione, e lo vedremo tosto: però dipendono ambedue da una fonte comune.

Il diacono Giovanni attinge all'*Hist. Lang.* di Paolo Diacono e ad un catalogo patriarcale gradense. Le notizie desunte dal primo sono facilmente identificabili: quale era invece la struttura del catalogo patriarcale? La stretta parentela colla *Cronica*, anzi l'identità verbale, di alcuni brani, che hanno fatto dubitare che l'uno sia copia dell'altro, dimostrano, oltre la comunanza d'origine, la struttura del catalogo: ma le profonde differenze, che non sono suggerite dall'intervento di analoga fonte, altrimenti conformata (ove si eccettui Paolo Diacono), dimostrano il diverso modo di utilizzazione di una fonte comune.

Altrove ho dimostrato come dovettero esistere due antichi cataloghi, l'uno comprendente i patriarchi da S. Marco a Macedorico, l'altro da Paolo ad Epifanio, ai quali attinsero in forma diversa Paolo Diacono, i padri della sinodo mantovana e più tardi assai, limitatamente il compilatore del *Chronicon altinate* (1). Il secondo di detti cataloghi, aggiornato fino al principio del sec. IX, *dopo* l'827 fu utilizzato per una nuova ricompilazione, di cui ora ricercheremo la data di probabile composizione.

La *Cronica* si inizia con un frammento, che ha tutti i caratteri di antichità, anche se si consideri soltanto l'espressione stilistica: *Tempore Tyberii Constantini Augusti Helias patriarcha aquileiensis in Gradensi castro ecclesiam sanctae Eufemiae fabricari praecepit ibique sinodum congregavit, in qua synodo, quicquid de Calcedenense concilio dubitabatur, pulsa dubietate, confirmatum est.* Tale notizia è integrata con notizie relative alla sinodo gradense desunte dagli atti contaminati, ma come vedremo, di assai tarda inserzione. Orbene questo frammento superstite dell'antichissimo catalogo (non parliamo dell'integrazione, che è una combinazione degli atti contaminati con un passo di Paolo Diacono) è ben presente anche al diacono Giovanni, il quale, attingendo all'*Hist. Lang.*

(1) CESSI, *I cataloghi* cit.

Digitized by Google

la notizia relativa al patriarca Paolo, immediatamente richiama il discorso a Elia ed alla sinodo gradense, anticipando in forma generica (1) la seconda versione relativa a questo. A dir vero se lo storico longobardo è la sua fonte principale, non è la sola; ma non è nemmeno la *Cronica*, come non può essere l'inverso:

Paul. Diac. III,	Ioh. Diac.	*Cronica*
secumque omne suae thesaurum ecclesiae deportavit.	secumque beatissimi martiris Hermachorae et ceterorum sanctorum corpora, que ibi humata fuerunt, deportavit et apud eundem Gradensem castrum honore dignissimo condidit.	cum omni thesauro ecclesiae Gradum se contulerat, afferens secum corpora sanctorum martyrum Hilari et Taciani et reliquorum.

Ove è ben evidente che i due cronisti veneziani attingendo alle medesime fonti, le hanno utilizzate diversamente: il diverso uso fatto rispetto a Paolo Diacono lascia supporre legittimamente un analogo procedimento rispetto al catalogo, cui attingono, con maggior rispetto da parte del diacono Giovanni che da parte dell'autore della *Cronica*.

Alla notizia sinodale gradense il cronista veneziano fa seguire quella della traslazione della cattedra dell'evangelista da Costantinopoli a Grado, attribuendola all'imperatore Eraclio: l'annalista gradense invece segue una tradizione diversa, perchè registra la notizia sotto la vita di Primogenio, come dono dell'imperatore Giustiniano II, e ad Eraclio, anzichè all'imperatrice Elena, attribuisce la traslazione da Alessandria a Costantinopoli. Mette conto di precisare che ambedue le tradizioni sono posteriori all'827, poichè gli atti mantovani non conoscono nè l'una nè l'altra, fa-

(1) Il diacono Giovanni nella costruzione della prima notizia ha presente il testo degli atti di prima contaminazione, interpretandolo secondo la concezione *nazionale* della funzione metropolitana gradense. Ove si tolga l'inciso *ex consensu beat. papae Pelagii*, che vedremo essere una interpolazione, la notizia della sinodo è aderente al testo degli atti (*facta synodo viginti episcoporum*), integrandolo con l'espressione *totius Venecie*, coerentemente alla dottrina del suo tempo. Ma l'ispirazione di parlarne a questo luogo, in connessione col patriarcato di Paolo, è suggerita dal modello fornitogli dal catalogo utilizzato, che parlava *due volte* della sinodo stessa.

Digitized by Google

cendo provenire le cattedre di S. Marco e di S. Ermacora direttamente da Aquileia al tempo della emigrazione. La provenienza alessandrina della cattedra dell'evangelista si può in qualche modo abbinare alla tradizione della provenienza alessandrina del corpo del santo. Ma più importa rilevare che evidentemente le fonti dei due scrittori veneziani sono diverse, e mentre non è difficile identificare quella del diacono Giovanni negli " antichi Annali „, da lui spesso usati, (ove si ponga mente all'integrazione, introdotta sulla base di conoscenza personale, come fa altrove sempre in rapporto agli " Annales „ (1)) è impossibile precisare quella utilizzata dalla *Cronica*. Si può soltanto presumere a ragione che non sia il comune catalogo gradense; ed ancora è lecito presumere che la versione di Giovanni, come quella che si riannoda alla leggenda costantiniana, sia più antica dell'altra: sta il fatto che fra i due non sussiste rapporto di reciproca conoscenza, nè comunanza di fonte.

È invece fuor di dubbio che l'annunzio della morte di Paolo e della successione di Probino deriva in ambedue dal catalogo gradense (2), mentre la successiva notizia nel diacono Giovanni

---

(1) Anche qui il diacono Giovanni riproduce un ricordo personale (*ubi et actenus veneratur pariter cum cathedra* etc.) nella stessa forma, con cui al racconto paulucciano, desunto dagli *Annales*, aggiunge la nozione personale della confinazione di Cittanova (*fines etiam Civitatis novae, que actenus a Veneticis possidentur*).

(2)

Ioh. Diac.	*Cronica*
Defuncto vero Paulo patriarcha, qui ecclesiam Gradensem rexerat annos duodecim, huic successit Probinus.	Defuncto vero Paolo et in ecclesia Gradensi humato, cuius sepulchrum usque modo ibi manet, Probinus Gradensium, id est Novae Aquileiae, rexit ecclesiam.

Dobbiamo escludere la derivazione diretta di ambedue le lezioni da Paolo Diacono (II, 103: *Paulus quoque patriarcha annis duodecim sacerdotium gerens, ab hac luce subtractus est regendamque ecclesiam Probino reliquit*), per quanto risulti evidente, che anch'esso fa capo alla medesima formula degli altri due testi. Giovanni diacono ha meglio rispettato la lezione della fonte, che Paolo Diacono prima, l'autore della *Cronica* poi (a prescindere da interpolazioni estranee ad esso, hanno più liberamente usato, introducendo, il secondo, anche elementi di diretta esperienza. Importa rilevare però la derivazione *indipendente* dei tre testi da una fonte comune.

Digitized by Google

è una contaminazione di Paolo Diacono col brano riproducente la seconda versione della sinodo gradense, desunta dal catalogo, e letteralmente riprodotta anche nella *Cronica*.

Gli elementi fino ad ora raccolti, e quelli che analizzeremo, mettono esemplarmente in luce l'impossibilità di stabilire un rapporto diretto fra la *Cronica* ed il diacono Giovanni, per cui la identità fra i due testi nell'ultimo caso dipende dall'uso di una fonte comune, letteralmente trascritta. Il diacono Giovanni al primo inciso, desunto da Paolo Diacono, che risaliva all'antico catalogo, ha fatto seguire la notizia della sinodo gradense, innestandola su quella del catalogo che aveva tra mano.

Il compilatore della *Cronica*, come ha modificato le precedenti notizie, così ha modificato l'inizio della vita di Elia, trascrivendo il resto nella sua integrità. Che infatti il brano sinodale non sia originario nè dell'una nè dell'altra scrittura, ma desunto, da una terza fonte comune ad ambedue, risulta dalle incongruenze che la sua presenza lascia scoperte e nel diacono Giovanni e nella *Cronica*. Il primo trascrive con molta ingenuità: *id est de memorato synodo Calcedonense*, senza accorgersi che, alterato il paragrafo iniziale del catalogo, sopprimendo la notizia relativa alla sinodo calcedonese, in esso contenuta, tale espressione rappresentava un errore grossolano. D'altra parte il secondo, dopo l'integrazione operata sullo stesso primo paragrafo, non s'avvide che, lasciando immutato il testo della seconda versione, creava una patente contraddizione. L'inciso: *id est de memorato synodo Calcedonense et de hac prima sede*, suppone un testo nel quale prima si parlasse *solo* della sinodo calcedonese, come dovea recare la fonte dei due cronisti con l'inciso *tempore - confirmatum est:* aggiunta ad esso anche la notizia relativa alla sede, la stessa materia non poteva esser presentata come cosa nuova, ma a quella doveva esser almeno coordinata ed armonizzata. Ciò dimostra che quel brano era scritto per figurare in un testo diversamente redatto, quale il catalogo, cui i due più tardi compilatori fanno egualmente capo e con reciproca indipendenza.

La morte di Elia e la successione di Severo in Giovanni diacono è dedotta da Paolo Diacono, integrata con notizie del ca-

Digitized by Google

talogo, analogamente utilizzato, ma indipendentemente, dalla *Cronica*:

Paul. Diac.	Ioh. Diac.	*Cronica*
His diebus defuncto Helia Aquilegensi patriarcha, postquam quindecim annos sacerdotium gesserat, Severus huic succedens regendam suscepit ecclesiam.	His diebus cum essent anni ab incarnatione domini DLXXXVIII, defuncto Helia patriarcha Aquilegensi, postquam quindecim annos sacerdotium gesserat, sepultus est apud Gradensem metropolim in ecclesia S. Euphemiae. Huic succedens Severus regendam suscepit ecclesiam.	Post annos X his omnibus suprascriptis peractis in ipsa sede metropolitana Gradense, defunctus est supranominatus Helias patriarcha, qui annos pontificatus rexit XIIII et mens. X, dies XXI et sepultus est in ecclesia beatae Euphemiae. Huic successit Severus patriarcha ad regendam ecclesiam.

Il parallelo qui istituito si presta ad utili considerazioni. Anzitutto assai limpidamente si può ricavare la lezione dell'antico catalogo, già noto a Paolo Diacono:

Defuncto Helia patriarcha, qui annos ecclesiam rexit XIIII et menses X, dies XXI, huic successit Severus patriarcha ad regendam ecclesiam.

Paolo Diacono se ne servì con discreta libertà. Il compilatore del successivo catalogo, cui attinsero ed il diacono Giovanni e la *Cronica*, vi apportò congrue integrazioni diversamente utilizzate dai due cronisti:

Anno ab incarnatione domini DLXXXVIII, defuncto Helia patriarcha apud Gradensem metropolim, qui annos ecclesiam rexit XIII et mens. X, dies XXI, sepultus est in ecclesia beatae Euphemiae.
Huic successit Severus patriarcha ad regendam ecclesiam.

Il diacono Giovanni lo ebbe presente per integrare il racconto paolino, che per l'ampiezza della narrazione, cui la notizia era ricollegata, gli servì di guida principale, e da quello tolse gli elementi, che nel testo paolino non figuravano, rispettandone la lezione. L'autore della *Cronica* invece, che aveva, come vedremo, a sua disposizione gli atti gradensi contaminati, ha diversamente fatto uso del catalogo, collegandolo con quelli. Coordinando gli

Digitized by Google

elementi cronologici offerti dai due documenti, potè ricavare la formula: *Post annos X his omnibus suprascriptis peractis*, e nella presunzione di dare al racconto una struttura più organica di quanto non avesse il catalogo, modificò lievemente qua o là la lezione per istituire più stretto collegamento stilistico con quanto precede. Egli poi è in possesso di un altro documento, il testamento di Severo (*cuius et testamenti cartula apud ecclesiam Gradensem manet*), e con questo completa la vita del patriarca. Di esso il catalogo gradense non avea ricordo, e però il diacono Giovanni, che della *Cronica* non poteva aver notizia, di tale documento non ha traccia alcuna; egli invece fedelmente trascrive la narrazione delle vicende severiane fatta dallo storico longobardo (*Hist. Lang.*, III, 26), poichè il catalogo non offriva informazione alcuna sulla vita del patriarca gradense, se non la consueta notazione della durata di governo patriarcale.

Dal catalogo la *Cronica* correttamente deduce le notizie relative al reggimento di Severo e di Marciano. Il diacono Giovanni segue la lezione dell'*Hist. Lang.*, IV. 33; animato però dalla buona intenzione di correggere un errore dello storico longobardo, commette uno sproposito più grosso. Paolo Diacono per una grossolana svista aveva omesso la notizia relativa a Marciano ed aveva ricollegato la doppia elezione alla morte di Severo. Il cronista veneziano fuorviato dall'errore paolino suppose di sanarlo sostituendo nella lezione di Paolo il nome di Marciano a quello di Candidiano, solo perchè nel catalogo avea trovato che il successore di Severo era Marciano e non Candidiano. Egli prestò fede più al racconto paolino che a quello del catalogo, eccetto che pel nome del titolare: e creò un anacronismo peggiore trasferendo l'avvenimento da Candidiano a Marciano, per suggestione della semplicità del catalogo, che probabilmente non recava più di quanto riferisce Paolo, e non registrava il più complesso racconto introdotto dalla *Cronica* sulla fede della lettera bonifaziana, che il diacono Giovanni ignora, al pari dell'interpretazione della doppia elezione (1), accolta dal più recente cronista. Al catalogo gradense

(1) A proposito della quale è da rilevare che la variante della *Cronica* (Giovanni diacono trascrive la lezione dell'*Hist. Lang.*) è una interpretazione del compilatore stesso e non della sua fonte, perchè essa

Digitized by Google

infatti il diacono Giovanni attinge la notazione della morte di Marciano e della successione di Candidiano, riproducendone la lezione più prossima, almeno in parte, che non quella della *Cronica:*

Ioh. Diac.	*Cronica*
Defuncto autem Marciano, qui ecclesiam Gradensem rexerat annos tres, dies V, successit Candidianus.	Huic successit Marcianus qui ecclesiam Gradensem rexit ann. III, mens. 1, dies V. Mortuo vero ipso apud Gradum sepultus est in ecclesia beatae Eufemiae. Huic successit Candidianus patriarcha etc.

Lo stesso si dica per la notizia della successione da Candidiano ad Epifanio, dal diacono Giovanni contaminata per l'interpolazione paolina, e da Epifanio a Cipriano:

Ioh. Diac.	*Cronica*
Candidiano patriarcha quoque defuncto apud Gradum, qui ecclesiam Gradensem rexerat ann. quinque, ordinatur patriarcha Epiphanius etc. (*secondo* Paul. Diac., IV, 33).	Defuncto vero Candidiano patriarcha apud Gradense castrum, qui annis rexit ecclesiam numero V, successit Epiphanius, qui sanctam ecclesiam Gradensem rexit ann. I, mens. tres, dies XI, qui mortuus et sepultus est in ecclesia s. Eufemie.
Anno ab incarnatione domini sexcentesimo secundo Epyphanius patr. mortuus est, qui ecclesiam Gradensem rexit aunos V et mens. III. Huic successit Cyprianus.	Huic successit Ciprianus patriarcha ad regendam ecclesiam Gradensem, qui rexit ann. numero V, mens. III, dies XV et hoc mortuo atque sepulto in eadem basilica etc.

Di qui forse è lecito dedurre due cose:

I. la formula dell'antico catalogo, che arrivava ad Epifanio e fu ben noto a Paolo Diacono, era costrutta in forma assai semplice, ed illustrata con scarse notizie degli avvenimenti più clamorosi: *Defuncto N. patriarcha apud Gradense castrum* (*o Gra-*

---

si armonizza alla teorica più recente, che prelude alla *Nova Aquileia*, sebbene ancora la nozione non sia completa, e non ha nessuna parentela colla tesi della semplice metropolanità. Quando si afferma, a differenza della più obbiettiva espressione di Paolo Diacono, armonica alla natura dell'antico catalogo, che *Gisulfus dux per vim — ordinavit*, con quel che segue, si avanza un concetto molto prossimo alla nuova teoria, postulando l'illegittimità del patriarcato aquileiese, che è presupposto della *Nova Aquileia*. Giovanni diacono accetta la versione di Paolo Diacono, perchè evidentemente conforme a quella del catalogo.

Digitized by Google

dum), qui ecclesiam rexit annos N., mens. N. dies N., huic successit N. patriarcha ad regendam ecclesiam.

II. il secondo redattore del catalogo, prendendo le mosse da tale formula, integrandola, nel complesso la rispettò, necessariamente sdoppiandola in due parti: *Defuncto N. patriarcha apud Gradense castrum (o Gradum), qui ecclesiam Gradensem rexit annos N., mens. N., dies N., sepultus est in ecclesia beatae Eufemiae. Huic successit N. patriarcha ad regendam ecclesiam Gradensem.*

I dati cronologici precisi (588, morte di Elia; 602, morte di Epifanio) riprodotti dal diacono Giovanni, e da lui certamente non inventati, sono gli indici superstiti di formazione dell'antico catalogo, composto in due tempi, primo fino ad Elia, poi fino ad Epifanio. La seconda segna il principio della nuova serie protratta per stadi successivi collo stesso metodo e colla medesima formula fino a Fortunato.

Giovanni diacono registra l'anno di morte di Primogenio (a. 640), di Stefano (a. 672), di Cristoforo (717), le quali segnano le tappe di completamento dell' antico catalogo.

La crisi fortunatiana, nello sviluppo della serie patriarcale del diacono Giovanni, costituisce una parentesi, che fissa una soluzione di continuità fra due parti nettamente distinte. Il metodo di compilazione delle notizie muta non soltanto per l'intervento di fonti estranee al catalogo patriarcale (1), ma anche perchè la struttura del catalogo stesso è modificata, sostituendo alla formula tradizionale, una significativa varietà di notazioni, espressione non di un ordine sistematico di registrazione, ma di annotamenti estemporanei. L'incertezza nel trapasso da Giovanni a Fortunato, la mancanza degli anni di pontificato di Vitale, la precisione della data di consacrazione di Vittore (*octavo Kal. februarii*), la variabilità dell'espressione formularia adottata, stanno ad attestare l'interposizione di un lasso di tempo, attraverso il quale l'antico catalogo ha subito una sosta, e quando fu ripreso fu soggetto a non trascurabile mutamento. Negli anni agitati di crisi il catalogo era stato irregolarmente tenuto al corrente: poi

(1) Così per la vita di Fortunato cfr. MONTICOLO, *I manoscritti e le fonti della cronaca di Giovanni Diacono*, in " Boll. Ist. Stor. It. „, n. 9, p. 102 sgg.

Digitized by Google

finalmente ristabilito l'equilibrio e restaurata la normalità colla riforma del duca Orso (1), alla metà del sec. IX, parve conveniente riassettare il catalogo, in quanto era possibile; ma il riassetto indusse anche ad una revisione generale, per introdurre gli elementi fondamentali consolidati per l'individuazione della figura e della funzione metropolitana di Grado. Così dopo tale incertezza il ritmo ritorna normale, proseguito fino alla più profonda revisione della *Cronica:* il diacono Giovanni lo utilizza, s'intende, com'era all'età sua, proseguito cioè fino al patriarca Marino.

La revisione, attuata nella seconda metà del sec. IX, ben s'adatta all'espressione politica e funzionale del patriarcato gradense. Il titolo aquileiese è abbandonato: il patriarca non s'intitola *ecclesiae aquileiensis*, bensì *ecclesiae gradensis*. Grado è chiesa metropolitana, ed il papa la riconosce come tale, ma ha nome proprio (*ecclesia Gradensis*) e funzione propria, che nettamente la distingue dal titolo aquileiese ed in linea di fatto trae origine dalla situazione politico-territoriale consolidata colla definizione dei titoli episcopali secondo la riforma orsoniana, in linea di diritto dalla presunta sanzione sinodale gradense, che sancisce la sua figura metropolitana.

La nuova compilazione tiene conto di questi elementi e li incorpora nel testo; ma non più che questi: ed il diacono Giovanni, come l'autore della *Cronica*, si avvalgono di sifatta fonte per compiere la loro opera, integrandola però col sussidio di altre o rimaste sconosciute al redattore precedente, od inesistenti al tempo suo (2).

(1) Cessi, *La crisi* cit., p. 846 sgg.

(2) Perciò la complessa genealogia proposta dal Lenel, per quanto riguarda la compilazione dei cataloghi, vuol essere così semplificata:

Catalogo primitivo
(da Paolo ad Epifanio e continuato fino a Fortunato)

Catalogo Ursoniano
(compilato alla fine sec. IX o princ sec. X e continuato fino al sec. XI)

Catalogo del Diacono Giovanni (circa il 1008) — Catalogo della *Cronica* (1045-1053)

I cataloghi del *Cronicon gradense* e del *Cronicon Altinate* dipendono da quest'ultimi due e per il momento non credo di prenderli in considerazione.

Digitized by Google

Da ciò risulta l'esistenza di un catalogo alla fine del sec. IX, nel quale erano consacrati i postulati della teoria gradense, quale era stata concretata nell'emendamento introdotto negli atti gradensi originali e corrispondeva alla realtà del momento.

Ora si domanda: quale modificazione ha apportato ad essa il diacono Giovanni? Esclusa, come s'è visto, qualunque relazione di dipendenza dalla *Cronica*, esclusa l'esistenza di elementi diversi, da quelli rilevati nella fonte patriarcale utilizzata, le *novità*, rispetto ad essa, che imprimono alla teoria gradense un'espressione diversa, donde derivano e quale valore hanno?

Occorre precisare: dove si parla di *Nova Aquileia* o del *consensus* di papa Pelagio alla supposta istituzione metropolitana, non esitiamo a riscontrare una più tardiva interpolazione, dovuta ad altra mano e ad altro autore. Il pensiero dello scrittore veneziano è diverso. Egli parte dal presupposto che *due* sono le Venezie, quella terrestre, di cui Aquileia *extitit caput*, e quella insulare, sorta per opera di recente immigrazione, di cui era metropoli Grado, come aveva stabilito la sinodo gradense: *quemadmodum antiquae Veneciae Aquileia, ita et ista* (*Gradus*) *totius novae Venetiae caput et metropolis fore dinoscitur*. In questa enunciazione, che è dedotta dall'esperienza immediata delle cose e dalla realtà vivente più persuasiva d'ogni artificio dialettico, è riflesso il valore politico della teorica gradense, quale era negli atti sinodali contaminati nell'827, ed applicata all'interpretazione della funzione del ducato. I termini contrapposti sono la *nova* all'*antiqua Venetia*, ed in rapporto al parallelismo regionale, le rispettive metropoli: *Aquileia* a *Grado*. Ma s'intende che Grado non è e non può essere *nova Aquileia*, perchè, spostando l'attributo dalla regione alla città, se ne tramuta l'intrinseco valore. Grado è metropoli *totius Venetiae*, o meglio *tocius novae Venetiae*: quando essa diventi *Nova Aquileia*, diventa automaticamente metropoli *Venetiarum et Histriae*, risollevando nell'integrità i valori giurisdizionali d'antico stampo, che stanno in netta antitesi alla teoria di stretto nazionalismo, adottato dal pensiero politico veneziano, che quelli nettamente esclude. A prescindere dalla circostanza che l'interpolazione è stata fatta assai grossolanamente, attribuendo al patriarca Paolo l'iniziativa della presunta nuova denominazione, ed introducendo la nozione della lettera pelagiana per diretta

Digitized by Google

conoscenza degli atti contaminati (1) senza mutare l'espressione originale dello scrittore, che tale conoscenza esclude, la posizione mentale del diacono Giovanni è profondamente alterata, perchè diversa è l'interpretazione giurisdizionale in ambedue i casi. Del resto quella nell'opera del diacono Giovanni è introdotta di straforo, in due incisi monchi ed incompleti, quali s'addicono ad un postillatore, non ad un compositore, che abbia conoscenza dei documenti ed illustri il loro contenuto. L'autore, quando è in possesso di questi, non si limita ad un accenno indiretto, ma li sfrutta largamente.

D'altronde, ed anche questa circostanza non va trascurata, nessun cenno è fatto delle altre falsificazioni coeve e connesse alla fabbricazione della mistificazione pelagiano-gradense e sopratutto della pseudo-sinodo del 731, ben nota all'autore della *Cronica*.

La verità è che il diacono Giovanni non conobbe queste, e, se mai, ebbe cognizione del testo degli atti gradensi, oltre che attraverso il catalogo patriarcale, solo nella lezione di prima contaminazione. Perciò sia per considerazioni di ordine formale, sia per una valutazione intrinseca della dottrina, pare legittimo presumere che al tempo del diacono Giovanni ancora non fosse maturata la teorica, che intendeva risollevare la questione giurisdizionale, già abbandonata fin dall'827, e tramutava Grado in *Nova Aquileia*.

4. — Gli atti della sinodo romana del 1024 segnano l'inizio della nuova fase: il falso pelagiano è già compiuto (2), ma senza la

(1) L'inciso *ex consensu beatissimi papae Pellagii* è attinto non alla lettera pelagiana, ma al testo degli atti, dopo che in essi fu introdotta, come vedremo, la lettera stessa colla nozione *totius Venetiae et Histriae*, laddove il diacono Giovanni mantiene la lezione *totius Venetiae*, che ha un significato completamente diverso. E però non si può presumere che il diacono Giovanni conoscesse la lettera neppure nella sua prima lezione (*totius Venetiae*), perchè il ricordo di quella nell'opera giovannea è introdotto soltanto giusta l'espressione propria degli atti di seconda contaminazione.

(2) Negli atti sinodali del 1024 è citato un privilegio di Pelagio II. Si allude al falso pelagiano introdotto poi negli atti gradensi, ovvero ad un'eventuale autentica bolla di Pelagio, che, come altre nella stessa sinodo ricordate, si limitava al conferimento del sacro pallio? Tale que-

Digitized by Google

coscienza e la volontà di trarre le deduzioni, di successiva formulazione.

Il battagliero patriarca gradense Orso Orseolo, impegnato in una lotta interna ed esterna assai dura (1), rispose agli assalti del non meno audace avversario, l'impavido Poppone, colle medesime armi: alla violenza militare oppose la forza delle armi, all'insidia legale, architettata con abili reticenze, una analoga mistificazione, ordita con cautela per non esser colto in fallo.

Poppone, per consolidare e conchiudere con un legale riconoscimento il possesso di fatto del territorio gradense usurpato colle armi, avea sollecitato, nell'attualità della crisi, la sanzione a suo favore da parte della curia romana, allegando un presunto suo diritto sulla chiesa di Grado accertato da docu-

---

sito si potrebbe riconnettere alla presenza delle bolle gregoriane: se non che, come vedremo, a proposito di queste dovremo rettificare l'interpretazione comunemente adottata, e perciò la presunta connessione cade. Invece riguardo alla lettera pelagiana dobbiamo fare altre considerazioni. Essa originariamente fu fabbricata non come parte integrante degli atti gradensi, ma come atto separato e per se stante, che, come è stato detto, presuppone l'esistenza degli atti, dai quali trae l'ispirazione: su questo punto il testo della lettera pelagiana è esplicito. Inoltre nella sua prima stesura la lettera pelagiana riproduceva la teorica degli atti, integrata col concetto politico espresso in Giovanni diacono. Nelle formule: *quatenus Gradense castrum totius Venetiae fieri et Istriae metropolim ad regendam sanctam ecclesiam; suprascriptum castrum Gradense totius Veneciae fieri cum omnibus vestrae ecclesiae pertinentibus etiam Istriae metropolim confirmavimus*, non si può metter molta fatica a rilevare l'interpolazione del termine *et Istriae*, solo che si tenga presente la forma, secondo la quale è inserito nel testo, staccato da *Venetiae* a differenza delle posteriori formule di unica stesura. Tolta l'interpolazione, il privilegio pelagiano ben conviene alla lettera ed allo spirito degli atti sinodali del 1024, mentre l'interpolazione *cum omnibus vestrae ecclesiae pertinentibus* è una deduzione generica del riconoscimento analitico dei diritti patrimoniali della chiesa gradense, fatto nel 1024 da Giovanni XIX, con alterazione di significato, perchè si attribuisce un valore giurisdizionale ad una espressione patrimoniale. Perciò è da ritenere che la prima stesura della falsa lettera pelagiana sia anteriore alla sinodo del 1024 e si possa con probabilità identificare con quella citata negli atti medesimi.

(1) *Venezia ducale*, II, 193 sgg.

Digitized by Google

menti inoppugnabili (1). In realtà però alle obbiezioni ed alle riserve pontificie non potè opporre la prova documentaria, ed insistette per la immediata promulgazione della bolla a suo favore, sulla fede della sua parola, come fu fatto, colla promessa di documentare la verità di ciò che asseriva. Se non che a fatti compiuti l'intrigante prelato non curò (perchè evidentemente non era in grado di produrre la prova asserita) di mantenere l'impegno assunto, anzi, sollecitato a dare la dimostrazione promessa, si stizzì e rispose con male parole (2). L'avversario, a cognizione di queste oblique manovre, incerto e dubbioso forse del valore dei documenti contraddicenti il proprio diritto, nell'atto di proporre l'azione di legittima rivendicazione, si preoccupò evidentemente di agguerrirsi di solida documentazione, ed avanzando in audacia il competitore alle prove autentiche, assai poco dimostrative, accoppiò quella più decisiva del falso pelagiano, allora preparato per dimostrare ciò che altrimenti non poteva essere provato (3).

Cosi ha origine la falsificazione della bolla di papa Pelagio, che per la prima volta fa la sua comparsa nella sinodo romana del 1024, senza che alcuno, assente la parte avversa, ne contesti l'autenticità.

Il documento però, non postula ancora la teoria gradense nella sua integrità. Il privilegio pelagiano, movendo dagli atti gradensi contaminati (*consentientibus in eis suffraganeis tibi episcopis*), statuisce: *Gradensem castrum totius Venetiae fieri metropolim ad regendam sanctam ecclesiam*, ed ancora *suprascriptum castrum Gradense tocius Venetiae fieri metropolim*. Un successivo correttore introdusse nei due passi *et Histriae, cum omnibus etc. — etiam Histriae;* poichè tali incisi sono malamente collocati, la sconnessione della formula risultante denuncia la loro più tarda inserzione. Il documento pelagiano si limita a difendere

(1) Così è detto negli atti della sinodo del 1024, MANSI, op. cit., XIX, 491.

(2) Tutto ciò è riferito dagli atti cit. del 1024, MANSI, op. cit., XIX, 491.

(3) Infatti mentre tutti gli altri documenti attestavano il regolare conferimento del sacro pallio, provando la continuità di esercizio della funzione episcopale gradense, la lettera pelagiana dovea dimostrare (ed era la sola) il valore iniziale della funzione metropolitana.

Digitized by Google

il diritto metropolitano di Grado, e ripete la teorica del diacono Giovanni, *metropolis totius Venetiae*, metropoli della nuova giurisdizione, integrando con tale specificazione il concetto degli atti gradensi contaminati. Ma di *Nova Aquileia* non si parla, nè si accorda ospitalità al valore estensivo, che l'accoglimento di tale termine automaticamente implica.

Nè la lettera pelagiana, nè gli atti del 1024 ammettono tale versione. Poppone è detto bensì *episcopus Foroiuliensis*, non *patriarca Aquileiensis*, negando a lui la figura di metropolita: ma tale denominazione, che è desunta da documenti autentici di vecchia data, implicitamente contraddice alla presunzione dell'adozione del termine *Nova Aquileia*, perchè essa necessariamente presupporrebbe il tacito riconoscimento del titolo di *patriarca Aquileiensis* all'avversario. Il giudicato poi del 1024, accogliendo pienamente la tesi gradense circa i diritti metropolitani da questa rivendicati, non ripropone la questione giurisdizionale, ma, riconosciuta la figura e la funzione metropolitana di Grado, quanto alla sua estensione territoriale, si limita a ristabilire lo stato di fatto immediatamente preesistente. La giurisdizione istriana non è posta in discussione, anzi la successiva bolla di papa Giovanni, emanata a tutela dei beni patrimoniali della chiesa gradense, esclude l'eventualità di rivendicazioni giurisdizionali sull'Istria da parte di quella (1).

Poppone non si rassegnò a questa sorte, ed attese il momento propizio di una più acuta crisi interna del ducato, che paralizzò ogni attività del patriarca Orso, per annullare le conclusioni romane del '24: e la sinodo romana del '27 gli diede ragione (2). Ma la contraddittorietà dei due giudicati, anzichè risolvere il secolare dibattito, entrato in una fase acuta, lo inasprì: nè il silenzio susseguito per un quindicennio significa rassegnato adattamento dei vinti al trionfo dei vincitori. Praticamente la sentenza del '27 non mutò la situazione di fatto del patriarcato gradense, che nessuna condanna era mai riuscita, nè riuscirà, a sopprimere. Essa valse solo a rendere più aspri i rapporti fra le due sedi e radicare nelle menti gradensi la convinzione della

(1) KEHR, *Ital. pont.*, VII, 2, p. 53, n. 79.
(2) MANSI, op. cit., XIX, 497; KEHR, *It. pont.*, VII, 2, p. 54, n. 84.

Digitized by Google

necessità di rafforzare le basi giuridiche ed i presupposti morali del diritto metropolitano della propria chiesa.

Non prima però si manifesti una situazione politica e personale favorevole, il vecchio lottatore, Orso Orseolo, riprende la nuova campagna di riabilitazione legale. Egli deve attendere che scompaia Giovanni XIX, uno dei principali attori delle ultime tragiche vicende, compromesso dal responso del '27 ; deve anche attendere che alla testa del governo ducale sia posto un uomo disposto a patrocinare la causa di Grado e del suo patriarca, e sia disperso il ricordo di tante animosità, che gravavano contro di lui.

Auspici Benedetto IX, papa, e Domenico Contarini, doge, il patriarca Orso riapre il dibattito, per cancellare l'umiliazione del giudicato del '27, che nessuno avea osato rendere esecutivo, mentre la vigoria dell'avversario declina al tramonto. La posizione concettuale però della tesi gradense non è mutata rispetto a quella del '24 e del '27 : il patriarca Orso reclama il riconoscimento legale della figura metropolitana della sua sede, la tutela dei beni patrimoniali ad essa legittimamente pertinenti, anche se fuori della propria giurisdizione, la revoca infine della sentenza del '27. Anche qui però non si parla nè di *Nova Aquileia*, nè della presunta giurisdizione sull'Istria (1). Se una volta comparisce negli atti del 1044 il termine *Nova Aquileia*, si ponga attenzione a non lasciarsi illudere. Quel termine nel testo degli atti non è originario, ma interpolazione di successivo glossatore, perchè la formula, *Ursonem Gradensis ecclesiae Novae Aquileiae patriarcham*, riproduce una lezione sconveniente alla sua struttura originale : non così sarà espressa, quando *Nova Aquileia* diventa parte integrante originaria del testo, anzichè derivare da successiva interpolazione.

---

(1) Gli atti sinodali del 1044 non parlano affatto dell'Istria e ripetono i motivi patrimoniali del 1024 senza metter in questione i presunti diritti giurisdizionali sull'Istria. Quanto poi al termine *Nova Aquileia*, che in essi figura, è facile rilevare come l'espressione sia una interpolazione posteriore, in tutto analoga per la forma a quelle, che si incontrano nelle altre scritture (*Ursonem Gradensis ecclesiae Novae Aquilegiae patriarcham*), e pel contenuto contradittoria colla posizione, che è proposta nella risoluzione degli atti.

Digitized by Google

A reazione s'oppone reazione: il patriarca *aquileiese*, chiunque sia, non può adattarsi ad essere privato del suo *nome*, e diventare un patriarca *forogiuliese*, rinnegando la tradizione, cui salda la sua autorità, e reagisce contestando vigorosamente le pretese avversarie. Egli è e vuole restare patriarca *aquileiese*, tanto più quando l'appetito degli avversari aumenta e questi, secondando l'espandersi dell'influenza veneziana in Istria, reclamano non soltanto la tutela di beni patrimoniali posseduti nella regione, ma l'esercizio dell'autorità giurisdizionale.

A questo punto la mente giuridica e politica gradense elabora il perfezionamento della teorica metropolitana, disegnandone i capisaldi ed apprestando, col sussidio di un'intensa opera di falsificazione, i mezzi della sua giustificazione, per sottoporla alla ratifica della sinodo del 1053 (1). Ecco pertanto comparire negli atti pubblici, come un fatto acquisito, la nuova formula *Nova Aquilegia totius Venetiae et Istriae caput et metropolis;* ecco il *patriarca gradensis* e l'*ecclesia gradensis*, meglio identificate con *Novae Aquileiae patriarca* e *Novae Aquileiae ecclesia;* ecco infine gli atti della sinodo gregoriana del 731, che compariscono per la prima volta (2), inventati per dare un assetto definitivo al

(1) Mansi, XIX, 657; Kehr, *It. pont.*, VII, 2, p. 55, n. 90,

(2) Per la prima volta infatti nella sinodo del 1053 si parla esplicitamente del *privilegium* di Gregorio II e della *retractatio* di Gregorio III (e di questi due soltanto) e si conferma la soluzione del problema gradense giusta la lettera e lo spirito di questi. Negli atti sinodali del 1024 (invariabilmente ripetuti in quelli del 1044) si citano due privilegi gregoriani, ma crediamo che questi nulla abbiano a che vedere con quelli precisamente individuati negli atti del 1053. Infatti i primi due nella registrazione dei documenti papali presentati seguono uno stretto ordine cronologico: *Pelagii*, *Gregorii*, *Honorii*, *Stefani*, *item Gregorii*, *Leonis*, *Sergii* etc., per cui o si deve pensare ad una interpolazione, per giustificare l'indebito spostamento dell'ordine cronologico volendo individuare le due bolle con quelle di Gregorio II e III, ovvero è da ritenere, che appartengano ad autori diversi da questi. La prima ipotesi è poco verosimile per l'identità fra i due testi del '24 e del '44, uno copia dell'altro e per l'assenza di tracce di interpolazione, almeno nel primo. La seconda è più verosimile: il primo va riferito alla concessione del pallio fatta a Severo da Gregorio I nell'intervallo ravennate e prima della sinodo di Marano, stranamente mistificata dal Dandolo (Kehr, *It. pont.*, VII, 2, p. 33, n. 4); il secondo piuttosto ad analogo di Gregorio

Digitized by Google

problema gradense, conciliando i motivi ideali di principio colla realtà concreta insopprimibile.

Il privilegio gregoriano infatti, per quanto raggruppi elementi teorici e pratici preesistenti, non è nè fratello gemello, nè figlio, delle falsificazioni che lo precedettero: esso ha una propria autonomia genetica, ed è fatto non tanto per integrare gli altri documenti autentici o falsi posti in giro fino a questo momento, quanto per sostituirli, col presentare una teorica ed una soluzione pratica affatto originale.

Nova Aquileia: in questo nome, alla cui costruzione si arriva coll'inversione della concezione del diacono Giovanni, è sintetizzato tutto un modo originale e peculiare di interpretazione della posizione gradense. Esso racchiude molte idee vecchie sovrapposte ad una pratica consuetudinaria più prossima ed attuale: l'immanenza del diritto metropolitano dalla origine evangelica del suo fondatore, come chiaramente chiosa il patriarca Domenico nella lettera a Pietro Antiocheno (1), la quale tuttavia non può superare i risultati dell'esperienza, che hanno decurtato l'estensione territoriale della sua giurisdizione; la continuità di una tradizione canonicamente impeccabile, che urta contro una situazione politica sortita dalle ultime vicende del tempo; l'espressione della sua fisionomia antica antitetica alla più recente caratteristica di chiesa nazionale; insomma la resurrezione di imprescritti motivi ideali e legali incoerenti alle esigenze di fatto, che quelli hanno sostanzialmente modificato. Praticamente, per trovare una soluzione concreta nel contrasto tra la presunzione teorica e la realtà attuale, messi da parte tutti gli altri documenti, che prospettavano una soluzione unilaterale ed imperfetta, si risale alla decisione transattiva incidentale di Gregorio II, che avea accettato lo stato di fatto, quale a lui si presentava, lasciando impregiudicato ed indiscusso la questione di diritto, e si innesta il motivo di questo in

---

IV (Kehr, *It. pont.*, VII, 2, p. 42, n. 33). Gli atti del 1053 invece, abbandonando *tutti* i documenti papali precedentemente citati, s'avvalgono dei due privilegi gregoriani come di *cosa nuova* ed adottano i principi da questi sanzionati, i quali, prima del 1053, non sono mai ufficialmente proposti.

(1) Will, *Acta et scripta*, p. 206, n. 16.

Digitized by Google

un ordine teorico sì da imporre al valore contingente in esso contenuto una capacità risolutiva d'ordine generale.

Se l'inconciliabilità di tale dottrina col pensiero fino allora perseguito indusse logicamente ad abbandonare le vecchie scritture, che, ristrette solo alla difesa del possesso effettivo attuale del diritto metropolitano, per influsso immediato della vita interna del ducato avevano pretermesso il presupposto della sua origine ed il più vasto orizzonte del problema giurisdizionale, le rinascenti aspirazioni della mente politica veneziana al dominio più o meno diretto sull'Istria avevano suggerito tale mutamento di posizione ed orientato alla formulazione di una dottrina, che, nel suo insieme, segnava un netto distacco, da quanto fino allora era stato detto ed operato.

Nella sinodo del 1053, cui si richiede e da cui si ottiene la sanzione della nuova prospettiva, sulla lunga serie dei privilegi papali, sui quali dianzi si era tanto insistito a difesa dei diritti metropolitani gradensi, si stende il velo dell'oblio: si propongono invece i due privilegi gregoriani, autentico l'uno, falso il secondo, vecchio il primo e di recente creazione il secondo, come quelli che soli interpretano e documentano nella pienezza del suo sviluppo il pensiero politico fucinato fra Rialto e Grado.

La falsificazione gregoriana, s'intende, non è nuova di zecca e non inventa *ex-novo* gli elementi di fatto utilizzati per costruire la nuova dottrina. L'autore o gli autori (e, vedremo tosto, in tempi diversi) hanno avuto a loro disposizione buone fonti, autentiche o false che siano, correlative o no al fatto documentato. Così non solo hanno avuto presente il privilegio autentico di Gregorio II, che riconosceva i limiti della giurisdizione aquileiese, ma anche hanno utilizzato Paolo Diacono per precisare l'attuale residenza (1) del presule forogiuliese (Cormons); hanno avuto presente la cronaca del diacono Giovanni; si sono serviti infine degli atti gra-

(1) Questa circostanza non si incontra nel documento di Gregorio II, ma è invece dedotta da Paolo Diacono (VI, 51): *Usque ad eundem enim diem superiores patriarchae — sedem non in Foroiulio, sed in Cormons habebant.*

Digitized by Google

densi contaminati (1) e degli atti mantovani dell'827, sviluppando una larga opera di falsificazione.

La manipolazione del documento famigerato, che ha tutto l'aspetto di esser la conclusione di un meditato lavoro di mistificazione, è preceduta da un paziente lavoro preparatorio di revisione dei documenti preesistenti e seguito da un lavoro di coordinamento. Può essere che il processo di falsificazione abbia avuto origine dal tentativo di adattare a nuovo gli atti gradensi, inserendo in essi la lettera pelagiana, opportunamente corretta, interpolando correlativamente i passi di vecchia inserzione, nell'intenzione di produrli così camuffati alle assise ecclesiastiche per la ratifica (2). Probabilmente questa manipolazione non riuscì soddisfacente, sia perchè scopriva troppe disarmonie formali, sia perchè anche coi nuovi adattamenti non definiva tutti gli aspetti della nuova teorica, sopratutto quello territoriale. Il lavoro però così compiuto non riuscì vano ed inutile, perchè da esso, col raccostamento della

---

(1) Se infatti si ha nozione degli atti gradensi nuovamente mistificati, risultanti dalla congiunzione della lettera pelagiana cogli atti stessi, è altresì presente Giovanni diacono, da cui è tolto l'inciso: *eamque episcoporum viginti sinodica promulgata sentencia totius Venetiae et Istriae* = Io. Diac.: *facta synodo viginti episcoporum eamdem Gradensem urbem* (negli atti *civitatem* come nel doc. gregoriano) *totius Veneciae metropolim*. Egualmente dal diacono Giovanni è tolto il concetto della *vetus Aquileia* e la concezione: *ad instar veteris novam dictam fuisse Aquilegiam* = Io. Diac.: *quemadmodum antiquae Veneciae Aquilegia, ita et ista totius novae Venetiae caput et metropolis* etc. Così, come vedremo, agli atti mantovani è attinto, invertendo le posizioni, lo schema dialettico della discussione. Ed ancora, oltre degli atti originali della sinodo del 731, per la parte non veneziana, si ha reminiscenza del costituto costantiniano (*vicem gerens* etc.) riesumato in quest'epoca.

(2) All'opera di inserzione della lettera pelagiana negli atti è correlativa l'interpolazione nella lettera stessa del motivo giurisdizionale *et Istriae, cum omnibus — etiam Istriae,* il rifacimento della proposizione di Elia con la premessa proemiale, l'inversione del primo periodo del testo, l'aggiunta del passo *cum consensu* etc., che è perfettamente logico se valutato in funzione di questo processo nella formazione materiale del falso, l'intervento di Lorenzo. Una cosa ancora non poteva trovar ospitalità: *novamque eam vocare Aquileiam.* Infatti l'autore della *Cronica* conosceva tutto il resto della nuova manipolazione, eccetto questa circostanza, secondo un testo dunque che non la conteneva.

Digitized by Google

lettera pelagiana alle decisioni sinodali, fu ricavato il motivo della traslazione della sede metropolitana, sistematicamente esposto con arbitraria ed estensiva interpretazione di quanto gli atti, anche aggiornati, contenevano, col sussidio del diacono Giovanni.

In ogni modo il rimaneggiamento degli atti va posto in stretta correlazione colla fabbricazione del falso gregoriano, e l'uno e l'altro rispondono ad un medesimo concetto, espresso nel secondo in forma più armonica e coerente e più organicamente, perchè l'autore non era vincolato da alcun schema preesistente, concettualmente disforme, come erano gli atti gradensi.

Alla medesima stregua l'opera di interpolazione fu estesa ai testi famigliari ai falsificatori. L'opera del diacono Giovanni fu viziata di postille marginali, che l'amanuense inserì poi con tutta facilità nel corpo del testo, ed analogo influsso esercitò sulla *Cronica,* compilata dopo la morte di Orso Orseolo.

Come il diacono Giovanni, anche l'autore della *Cronica*, attingendo alla medesima fonte, offrono l'identica interpretazione della funzione della chiesa gradense: *Gradus metropolis*. Solo parzialmente affiorano le tracce della nuova teorica, in corrispondenza ai passi, che interessavano la recente falsificazione. I passi incriminabili, come fu detto sopra, nell'opera del diacono Giovanni sono due ed assai modesti con evidente carattere di interpolazione. Invece le variazioni nella *Cronica* sono più ampie e si estendono a passi interi. Che alla prima versione degli atti della sinodo gradense non convenga l'accoppiamento della lezione di ultima contaminazione, non è dubbio; ma è dessa opera del compilatore che ha integrato la fonte, ovvero è opera di un glossatore della *Cronica?* Io propendo per la prima ipotesi, sia per l'estensione del brano aggiunto, sia per l'uso in esso, oltre che degli atti, anche di Paolo Diacono (1), che è proprio del compilatore. Si obbietterà: come mai questi non ha rilevato la sconcordanza colla versione derivata dal catalogo? Non si deve essere troppo pedanti: il bravo uomo ha

(1) L'inciso, *cuius Veneciae terminus* etc., non deriva dall'analoga lezione di Giovanni diacono, ma direttamente da Paolo Diacono, perchè di questa, a differenza dell'altra, riproduce l'esatto testo. Ed il medesimo uso diretto della fonte longobarda anche successivamente documenta l'identità di autore.

Digitized by Google

una sola preoccupazione, di dare cioè la maggior copia di notizie, e, quante fonti ha tra mano, tutte utilizza, senza indugiare ad istituire raffronti critici per controllare la veridicità od eliminare contraddizioni. Così a proposito del patriarca Antonino e della sua partecipazione alla sinodo romana, egli ha conoscenza di due documenti: quello autentico di convocazione per la sinodo romana, chiamata a discutere la questione delle immagini (1), quello apocrifo relativo alla questione gradense. Egli non si propone il quesito dell'autenticità o meno, dell'uno o dell'altro, ed, accettata pregiudizialmente la verità d'ambedue, data l'esplicita connessione fra essi esistente, non ha difficoltà di abbinarli.

È però assai sintomatico che in nessuno dei due casi egli rileva, nè annota, il lato più caratteristico della dottrina, quale si legge nelle due falsificazioni. *Nova Aquileia* per lui non esiste, mentre anche qui segue la lezione, che comunemente attingeva dal catalogo: *Gradensis ecclesia*, *patriarcha Gradensis*, mai *Nova Aquileia*. Due soli passi della *Cronica* danno ospitalità a tale lezione: *Probinus Gradensium, id est novae Aquileiae, rexit ecclesiam; elegerunt Antoninum, virum probatissimum, in nova sancta Aquileiensi patriarcham ecclesiam, qui a beato Gregorio ecc.* Non è difficile scorgere nell'uno e nell'altro passo la forma di glossema, per l'improprietà nel primo fra i due termini (avrebbe detto *Gradensis, id est* etc. e non *Gradensium*), pel turbamento e la sconnessione apportata dall'interpolazione nell'euritmia del secondo. Siamo perciò indotti a credere che il compilatore della *Cronica* scriva la sua opera in un momento intermedio e preparatorio della falsificazione, quando il problema giurisdizionale è riaffacciato, ma ancora non definitivamente innestato nella più perfetta teorica della " *Nova Aquileia* „.

Infatti l'autore della *Cronica* conosce gli atti gradensi, contaminati coll'inserzione della lettera pelagiana, anch'essa emendata, ma non ha nozione dell'inciso relativo alla *Nova Aquileia*; conosce egualmente gli atti sinodali del 731, ma non ha nozione

(1) Come l'autore asserisce, la fonte di questa notizia è la lettera di convocazione e non i falsi atti della sinodo, i quali alla loro volta, se hanno presente il medesimo precetto, non ignorano però il testo originale degli atti, da cui desumono altri elementi.

Digitized by Google

del tramutamento, che dà vita alla *Nova Aquileia*, asserito da Antonino, e a differenza degli atti definisce Antonino *Gradensem patriarcham* e non già *Novae Aquileiae, id est Gradensem patriarcham.*

S'impone il sospetto che l'autore della *Cronica* abbia conoscenza di una redazione degli atti diversa da quella a noi pervenuta, e conseguentemente la falsificazione sia stata operata in due momenti successivi, nel secondo dei quali fu sviluppata la teoria della *Nova Aquileia.* Un attento esame del testo di quelli lascia intendere che i passi, nei quali la recentissima teorica gradense è contenuta, sono di fattura diversa dal resto. L'intitolazione patriarcale gradense è espressa due volte: *Novae Aquileiae id est Gradensis patriarcha*, ed *idest* è il nesso che denuncia l'interpolazione. Ma il correttore è incorso in dimenticanze, che meglio rivelano, nell'imperfezione, l'opera sua: in un caso non ha coerentemente integrata la formula, lasciando sopravvivere la vecchia lezione *Antoninus Gradensis patriarca*, così come è nella *Cronica.* Il passo poi, dove è illustrato il tramutamento di sede ed è spiegata la teoria della *Nova Aquileia*, appare evidentemente estraneo alla prima stesura. All'invito papale rivolto alle parti contendenti di produrre gli *instrumenta* necessari per la risoluzione della controversia, *Antoninus Gradensis patriarca sua protulit instrumenta* (1), *in quibus continebatur de mutatione sue sedis ex veteri Aquileia* etc. In verità il documento, che dava la prova di tale asserto non poteva essere che *uno solo*, gli atti gradensi contaminati, mentre i documenti prodotti da Antonino erano *molti*, con evidente allusione ai privilegi riferiti nelle sinodi del 1024 e del 1044. Ed il testo continua: *His denique evidenter consideratis* (ribadendo la pluralità di documenti) *visum nobis fuit quod Serenus contra hec sua ostendere scripta debuisset*, e si fanno le più alte meraviglie, che, dopo tanto altere dichiarazioni, il presule forogiuliese umiliato confessasse *nil se aliud preter unum habere privilegium*, quello di Gregorio II, che in

(1) La copia a noi pervenuta, altrimenti scorretta e già emendata da più recente correttore, ha la lezione: *monimenta;* ma è evidente che si tratta di svarione di amanuense, perchè si parla sempre di *instrumenta* e di *scripta.*

Digitized by Google

conclusione contraddiceva alla sua tesi. Il falsificatore rende la pariglia ai compilatori della sinodo mantovana dell'827 (1), il cui schema serve di guida per compiere l'ingrato lavoro, invertendo le parti; ma sta il fatto che mentre presume negli avversari il possesso di *un solo* documento, e per sopraggiunta a loro sfavorevole (2), asserisce nei correligionari l'uso di una documentazione copiosa, che l'inciso contestato illogicamente limita, contro la presunzione del primo estensore.

Se coordiniamo tutte queste circostanze, la probabilità di sdoppiamento dell'opera di falsificazione del presunto atto sinodale del 731 è più che verosimile, e non esiterei ad asserirne la certezza, tanto più che si può anche precisare il processo di formazione dei due momenti.

La traccia del primo disegno è offerto dagli atti mantovani dell'827, che servono come modello formale e dialettico, su cui condurre la composizione: gli elementi di fatto sono dedotti dall'autentica sinodo romana di pari data, dai consueti privilegi pontifici, noti genericamente, ma in particolare dal privilegio di Gregorio II, che è la fonte principale, con qualche pizzico di Paolo Diacono. Invece le fonti del secondo momento sono la cronaca del diacono Giovanni, da cui son tolti gli elementi, opportunamente trasfigurati, per costruire la teorica della *Nova Aquileia*, trasferendo alla città un termine proprio della regione, e gli atti gradensi, ai quali è attinto, con arbitraria interpretazione, il principio della traslazione per corroborare e completare quella.

Compiuto tale paziente lavoro di ricostruzione, innestati i risultati negli atti sinodali del 731, che diventano coll'autentico gregoriano il documento fondamentale (anzi unico) della teoria gradense, sanzionatane l'autenticità e la piena efficacia dal responso sinodale del 1053, tosto il concetto surretizio, che è stato interpolato, diventa il motivo essenziale e rapidamente trapassa nelle altre scritture cronistiche e documentarie, dagli atti gra-

(1) Anche in questi alla domanda della sinodo, se nell'archivio gradense esistessero gli autentici dei documenti prodotti, Tiberio risponde: *nihil amplius habere nisi synodum* etc.

(2) Anche nella sinodo mantovana, come qui, si rileva che i documenti presentati dalla parte avversaria *magis Aquileiensi ecclesiae quam suae pertinerent.*

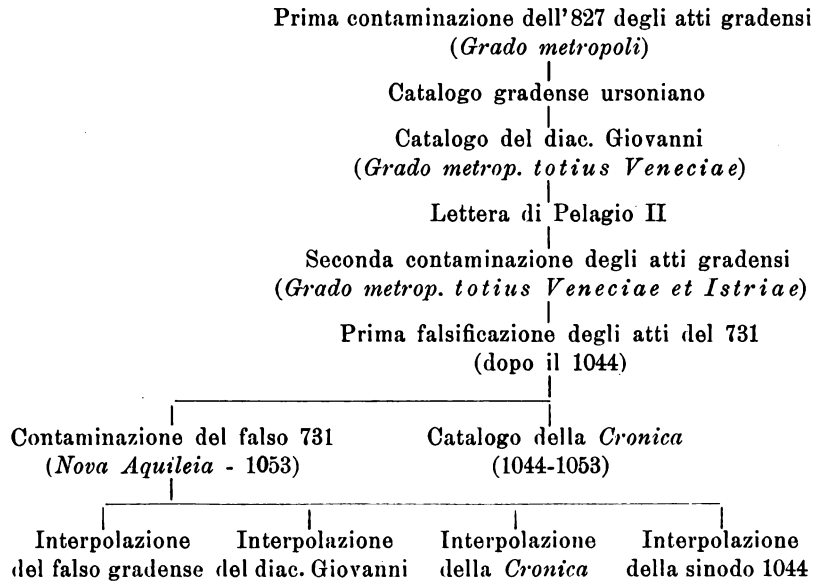
Digitized by Google

densi alla cronaca del diacono Giovanni, al più recente catalogo patriarcale, che diventa, a differenza del suo primo concepimento, una *Cronica de singulis patriarchis Novae Aquileiae* per eccellenza (1).

5. — La teorica in tal guisa congegnata ebbe vita effimera, tanto più che, costrutta con elementi incoerenti, non potè avere applicazione, se non nei capisaldi praticamente attuabili (2). A dispetto di tutte le presunzioni non fu possibile mutare figura e funzione

---

(1) Perciò la genealogia del laborioso processo di falsificazione, attraverso il quale gradualmente si forma la così detta teoria gradense a differenza di quanto conclude il Lenel (op. cit., p. 89), credo deva esser così modificata:



(2) Infatti non solo dopo la sinodo del 1053 non si parlò più di *Nova Aquileia*, ma neppure della giurisdizione istriana. Cfr. Gregorio VII, dic. 1074 (Kehr, p. 57, n. 98), giugno 1077 (ivi, n. 100), nov. 1077 (ivi, n. 101), Pasquale II, 1105-1116 (ivi, n. 111): quando Innocenzo II, ribadendo le lettere di Pelagio, di Alessandro II ed Urbano II, riconferma gli atti del 1053, riproduce la dottrina del 1044 (ivi, n. 112), ed egualmente Lucio II nel 1144 (ivi, n. 144) rimettendo in onore nei riguardi dell'Istria la tesi patrimoniale, nominativamente precisata da Anastasio IX nel 1154 (ivi, n. 117), anzichè quella giurisdizionale.

Digitized by Google

della chiesa gradense, ma soltanto fu possibile consolidare definitivamente il suo valore metropolitano, come l'esperienza quotidiana l'avea costrutto: la *Nova Aquileia*, tanto conclamata, riprese tosto il più corretto nome di *ecclesia Gradensis*, per l'impossibilità di ripristinare attorno ad essa l'unità originaria del titolo patriarcale aquileiese (che gli stessi falsari non erano riusciti a concepire), di estinguere il valore metropolitano del presule forogiuliese, cui alla fine si dovette restituire la legittima intitolazione di *patriarca aquileiensis*, e di dar concreta attuazione alle rivendicazioni istriane. Nonostante le successive meccaniche rinnovazioni degli atti sinodali del 1053, nè la denominazione di recente conio, nè la parziale estensione territoriale della funzione giurisdizionale, da quelli previste, ebbero seguito alcuno: fu sempre ed in ogni caso e nel nome e nella funzione considerata soltanto l'espressione nazionale connessa alla corretta intitolazione di *ecclesia Gradensis*, suscettibile di allargare la sfera territoriale di giurisdizione non in rispondenza a presupposti teorici di ipotetiche rivendicazioni, ma subordinatamente al mutare di valori politici reali, con netta impronta nazionale, adeguando l'espansione della giurisdizione ecclesiastica a quella civile del ducato veneziano (1). È naturale che, adattando la sua effettiva funzione a questi criteri, la concezione della *Nova Aquileia*, che sintetizzava un indirizzo politico e concettuale diverso e quasi opposto, non potesse aver fortuna, nè potesse esser ulteriormente mantenuta, non soltanto nell'interesse dei rapporti esterni della politica ducale, ma neppure nell'interesse dell'equilibrio interno della vita lagunare e della stessa chiesa gradense.

Questa, tramutando nome, senza guadagnare i vecchi, si esponeva al serio pericolo di perdere l'obbedienza dei nuovi titoli episcopali formatisi nell'ambito lagunare come suffraganei della sede metropolitana di *Grado* e non di *Aquileia*, e di impegnare un grave dibattito civile. Se *Grado* non era che *Aquileia*, come incautamente avea prospettato il falsario del 1053, a suo favore non era legittimo invocare rispetto a quelli un diritto di subordinazione, che faceva dipendere la loro designazione solo dalla podestà

(1) Di qui l'aggregazione di Veglia, Arbe ed Ossero (KEHR, op. cit., VII, 2, p. 62, n. 117) e di Zara (ivi, n. 118).

Digitized by Google

patriarcale, pienamente indipendente dall' autorità civile, perchè sorti fuori dell' orbita del diritto metropolitano aquileiese.

Dimenticandone l'origine, la dottrina nazionale avea ad essi conferito, con interpretazione un po' arbitraria di circostanze non fallaci, un'aureola di antichità loro non competente (1), ed aveva fatto rientrare la loro genesi nell'orbita del medesimo processo di formazione e di sviluppo della sede di Grado, come parti integranti ed inscindibili della chiesa nazionale. La dottrina della *Nova Aquileia*, capovolgendo i presupposti della teorica gradense e spostandone i valori da una funzione strettamente nazionale ad una espressione profondamente diversa, turbava anche quella relativa all'origine dei nuovi titoli, sopratutto perchè tacitamente minacciava la prerogativa costituzionale di libera elezione, protetta dalla tutela della podestà civile. A prescindere da ogni altro motivo d' ordine contingente, non è improbabile che da questa intrinseca e non confessata antitesi traesse argomento la grossa crisi, che turbò nella seconda metà del sec. XI la chiesa veneziana e mise il clero suffraganeo, compatto, contro il proprio metropolita.

La levata di scudi di governo e popolo contro l'autorità metropolitana gradense supera i limiti di un dissidio personale, motivato solo da ragioni di interese, e culmina in un pronunciamento, che estromette la funzione patriarcale dalla vita del ducato. Gregorio VII nel 1074 (2) ammonisce che questo atto offende più l'interesse del ducato che quello della chiesa, perchè diminuisce la dignità di quello non di questa, rinnegando uno degli elementi essenziali della vita nazionale. Ma l'appello pontificio non ottiene l' effetto di frenare le passioni e sopratutto di ridonare serenità agli spiriti turbati e restituire la mutua confidenza. Sotto l'apparente calma covano le scintille dell'incendio; la crisi morale, anzichè esser superata con sano convincimento, si acuisce e si allarga ed investe anche le file del clero, sì che Pasquale II nel 1109 (3), per scongiurare la tempesta, deve pronunciare la gravissima minaccia di trasferire altrove la sede patriarcale, qua-

(1) Così nel diacono Giovanni, Cfr. Cessi, *La crisi* cit., p. 847.
(2) Cfr. Kehr, *It. pont.*, VII, 2, p. 57, n. 98.
(3) Cfr. Kehr, *It. pont.*, VII, 2, p. 59, n. 108.

Digitized by Google

lora si persista nel deprecabile atteggiamento, concordemente adottato dal clero e dal laicato, di relegare il patriarcato in un deplorevole e sconveniente isolamento.

I motivi contingenti della politica interna, se mai, giustificano l'asprezza del dissidio, ma non spiegano nè la genesi nè la tenacia del suo prolungamento, con manifestazioni diverse, da individuarsi piuttosto nella profonda crisi spirituale in conseguenza di un fondamentale diverso modo di apprezzare figura e funzione dell' autorità metropolitana gradense, considerata, pel suo comportamento, estranea alla vita nazionale.

Al contrasto esterno, che fino ad ora aveva turbato la vita normale del patriarcato, una volta vittoriosamente eliminato questo, subentra quello interno, non meno penoso, originato da quello stesso strumento che era stato fabbricato, con altra intenzione, per debellare le perenni ostilità aquileiesi. Se poniamo in relazione la dottrina delle origini dei titoli episcopali, formulata nel *Chronicon Gradense* colla situazione politico - ecclesiastica interna del ducato veneziano tra la fine del sec. XI ed il principio del XII, non è difficile scorgere come l' una e l' altra siano strettamente connesse, e l' una sia funzione dell' altra.

Mi astengo pel momento di proposito dall' esame analitico dello spinosissimo problema relativo all' età ed alla genesi di questo testo (1): mi limito per ora avvertire che la soluzione di

---

(1) Devo però rilevare che, eliminato uno degli argomenti più forti, dal quale era dedotta la remota antichità del *Chronicon gradense*, e cioè che il cod. Urb. 440 fosse stato trascritto nel 1032, la tesi predetta è vitalmente ferita. Gli altri argomenti, dedotti dalla dipendenza del *Chron.* del diacono Giovanni dal *Chronicon gradense*, non reggono, perchè i rapporti fra le due cronache vogliono esser invertiti. Così anche un miglior esame del *Chronicon altinate*, non assicura a questo una maggiore antichità di composizione: in ogni modo le versioni gradensi, che esso riporta, dipendono dal *Chronicon gradense*. Quanto poi a questo, sulla cui estensione e struttura originaria faccio ampie riserve, sarà bene ricordare che, laddove si parla della istituzione dei 16 episcopati foroiuliesi *nec non Histriae sive Dalmatiae partes, videlicet in Vegla, in Apsano, in Pathena*, si rileva una situazione di fatto posteriore al 1000, ma almeno anteriore al tempo di Anastasio IV, che precisa i titoli dalmatici dipendenti da Grado: Veglia, Arbe, Ossero, offrendo una tradizione diversa e posteriore a quella del *Chronicon*.

Digitized by Google

esso offre elementi pienamente coerenti all' interpretazione, ora prospettata, della connessione fra la teorica in quella ospitata ed il momento politico della chiesa gradense a cavaliere dei due secoli. Quella rivendica infatti la piena conciliabilità della dottrina della *Nova Aquileia* colla subordinazione dei nuovi titoli lagunari alla giurisdizione di questa ed attribuendone l'istituzione al patriarca Elia sopprime l' argomento principale ed essenziale di contraddizioni e di antitesi, che sussisteva, fra l'interpretazione tradizionale della loro origine e la più recente posizione concettuale della questione gradense. Non solo: essa rivendica anche in pieno la conciliabilità del carattere *aquileiese* impresso alla chiesa gradense colla funzione civile prettamente nazionale del ducato.

Spostando infatti le basi della teoria gradense dai presupposti di traslazione pelagiana d'iniziativa ecclesiastica, all'età attilana ed all'iniziativa ducale, istituendo l'iniziale collaborazione della volontà civile con quella ecclesiastica nella costituzione della *Nova Aquileia*, era superata l'antitesi che per questo motivo era sorta tra gli elementi nazionali, laici ed ecclesiastici, e la chiesa gradense. Di più, staccando la figura del patriarca Paolo dalla sua tradizionale posizione e presentandolo quale primo patriarca di elezione nazionale canonicamente consacrato, si accordava soddisfazione alle esigenze dello spirito pubblico, che reclamava rispetto alla propria sensibilità nazionale, salvando taluni capisaldi dell'opposta concezione.

Non fu avvertito il maggior pericolo che con siffatto adattamento si incontrava. Per trovare una base di accettabile conciliazione fra le due tesi estreme, inconsciamente era rafforzato il principio della dipendenza dell'autorità ecclesiastica da quella civile: pare perciò assai dubbio che tale teorica fosse predisposta nei circoli patriarcali, che rigorosamente sostenevano un principio opposto, ed è più verosimile presumere che nascesse in ambienti dell'opposizione laica ed ecclesiastica col buon proposito di trovare un termine di intesa fra le due parti opposte.

Ma tale proposizione transattiva non sortì l'effetto desiderato, non nel campo teorico, non in quello pratico. La teoria della *Nova Aquileia* non risultò rafforzata, e neppur dopo questo nuovo sforzo, assai grossolanamente concepito, acquistò miglior credito: i motivi pratici, che aveano preso un deciso sopravvento nel dibattito fra

Digitized by Google

l'autorità ducale e quella patriarcale, non trovarono in tale concezione un punto sufficiente di coincidenza pel loro assestamento, perchè, anche tacitato il dissidio fra clero e patriarca, restò aperto quello fra patriarca e governo sul problema dei limiti della podestà civile su quella ecclesiastica, automaticamente risollevato col prospettare il diritto *gradense* come un diritto *aquileiese*.

Della *Nova Aquileia* non si parlò più. Gregorio VII nel 1154 precisò nominativamente l'ambito territoriale della giurisdizione dell'*ecclesia Gradensis*, esattamente coincidente con quella civile del momento attuale: Adriano IV aggregò anche Zara. Il vecchio ciclo del problema metropolitano-giurisdizionale era ormai definitivamente concluso, ma lasciava in eredità ai posteri, con una ricca e varia letteratura ormai superata, un quesito assai più poderoso da risolvere, quello dei rapporti fra il potere civile e quello religioso, dianzi appena sfiorato piuttosto che nettamente impostato e dibattuto.

APPENDICE (*)

Acta synodus Gradensis

In nomine domini nostri Iesu Christi summi eterni Dei nostri. Imperatore domino nostro serenissimo Tiberio Constantino Augusto, anno imperii eius V, eodem consule, sub die III nonarum novembrium, indictione XIII. Cum in castro Gradensi ac plebe sua (1) Helias episcopus sanctae Aquileiensis ecclesiae (2) una cum Marciano, Leoniano, Petro, Vindemio, Virgilio, Ioanne, Clarissimo, Patricio et reliquis episcopis et sacerdotibus, cuius nomina subscriptiones propriae manifestant, in concilium convenissent et in nova basilica venerabilis Euphemiae consedissent,

---

(*) *Indico con* A *i brani di prima contaminazione,* B *quelli appartenenti alla seconda,* C *quelli di interpolazione coeva alla seconda contaminazione,* D *quelli di ultima interpolazione.*

(1) *B:* — in civitate Gradensi.

(2) *D:* — sanctae eiusdem novae Aquileiensis ecclesiae.

Digitized by Google

sedentibus quoque presbyteris plurimis, astantibus diaconibus, propositis in medio sacrosanctae ecclesiae evangeliis (1), Helias

(1) *A*

Helias, primae sedis episcopus, dixit: " Karissimi fratres, intervenientibus malis nostris cottidie perpetimur flagellum; et jam pridem ab Attila, Hunnorum rege, Aquileia civitas nostra funditus destructa est et postea, Gothorum incursu et ceterorum barbarorum quassata, vix respirans, sed et nunc Longobardorum nefandae gentis flagella sustinere non potest. Quapropter dignum ducit mansuetudo nostra, si vestrae placet sanctitati, in hoc castro Gradensi nostram confirmare metropolim „.

Sancta synodus dixit: " Quae vestra proposuit beatitudo, omnes pari assensu confirmamus „.

B

Helias, primae sedis episcopus, dixit: " Ineffabilia sunt opera domini nostri Jesu Christi, quibus misericordia et benignitate fragilitatem nostram sustentare dignetur, sanctissimi fratres. Nam inter angores, quibus ecclesia Domini circumquaque depressa suspirat, et gentium ferocissimas clades, quae miserae nostrae provinciae reliquias quatere ac devastare non cessant, fateor me non praeter spem, sed vel, ut verius dixerim, supra spem unam ad hunc venerabilem coetum vestram invitasse sanctissimam caritatem. Angebat enim, ne quid undecumque votis communibus obstitisset; verum quia, ut praefatus sum, Jesus Christus, verus Deus et dominus noster, supra quem credidimus et speravimus, praestitit, ut vestra nunc in illo praesentia perfruamur, dignum duxi, carissimi fratres, mansuetudini vestrae commemorare, quod, ut praelibavimus, intervenientibus malis nostris quotidie hostile perpatimur flagellum. Jam pridem ab Attila, Hunnorum rege, Aquileia civitas nostra funditus est destructa et postea, Gothorum incursu et ceterorum barbarorum quassata, vix respirat, etiam nunc Longobardorum nefandae gentis flagella sustinere non valens. Si ergo, consensu beatissimi Apostolicae Sedis Papae Pelagii, cui jam ante communem nostram descripsimus necessitatem, vestrae sanctitati placeat hanc civitatem Gradensem nostram confirmare perpetuo metropolim (novamque eam vocare Aquile-

Digitized by Google

primae sedis episcopus dixit: " Si vestrae Beatitudini placet, recitentur etiam necessariae causae ad ecclesiae statum pertinentes,

iam *D*) „. Sancta Synodus dixit: " Quae vestra proposuit beatitudo, omnes pari assensu confirmamus.

" Si vestrae sanctitati placeat, beatissimi papae Vigilii [*sic, leggi:* Pelagii] privilegium pro hac ipsa intentione ab ipso transmissum in medio recitandum deferatur „.

Laurentius presbyter, legatus Apostolicae Sedis repraesentavit privilegium, quod suscipiens Epiphanius, notarius, in medio stans recitavit privilegium Gradensis ecclesiae: " Pelagius sanctae ecclesiae catholicae urbis Romae episcopus Heliae Aquileiensi patriarchae etc. Condecuit apostolica moderamina pia religione petentibus benivola compassione succurrere et poscentium animis ob hac re devotione impertiri assensum. Et hoc enim lucri potissimum a conditore omnium proculdubio promerebimur, si venerabilia (loco opportuno transmutata *D*) tempore nostro fuerint studio ad miliorem sine dubio statum producta. Igitur quia petistis a nobis per missa tuae venerandae fraternitatis brevia, consentientibus in eis suffraganeis tibi episcopis, quatenus Gradense castrum totius Venetiae fieri (et Istriae *C*) metropolim ad regendam sanctam ecclesiam atque cum timore Dei dispensandam, missa praeceptione, concedere deberemus. Quapropter vestri compatientes moeroris necessitudinem, imo etiam rabiem furentium perpendentes Longobardorum, inclinati precibus vestris, per huius praecepti seriem suprascriptum castrum Gradense to-

Digitized by Google

pro quibus vestram unanimem sanctitatem ad nos usque similiter fatigari rogitavimus. Sed ut magis dispositionum nostrarum (1) rite constet ordiri primordia, recitetur, Deo gubernante, vobis primum fides sanctorum Patrum, quae cunctis actionibus nostris deinceps secuturis velut immobile fundamentum existat „ (2).

---

cius Venetiae fieri (cum omnibus vestrae ecclesiae pertinentibus etiam Istriae *C*) metropolim confirmamus. Statuentes eapropter apostolica auctoritate sub interminatione futuri judicii nullo licere nostrorum successorum vel alii cuilibet haec, quae a nobis decreta sunt, in quoquam destruere aut convellere, quae potius firma stabilitate inconvulsa manere definimus aut sub anathematis vinculo perpetuis temporibus observanda. Quamobrem hortor te semper relevare oppressos, semper corripere inquietos, ut zizania dominicam non possint soffocare messem. Gratia domini nostri Jesu Christi et omnis caritas Dei sit semper vobiscum. — Data XII kal. maii, imperante Tiberio Constantino Caesare Augusto „.

Quo perlecto, universi episcopi voci compari clamarunt: " Exaudi, Christe, Pelagio vitam: omnes uno consensu sanctissimi Pelagii praeceptionem et vestram sequimur confirmantes sententiam. Observandam enim apostolicam auctoritatem decernimus, hanc Gradensem civitatem vestram metropolim perpetuis temporibus esse. Quicumque vero confirmationis hoc nostrae violare decretum praesumpserit, anathema „. Sancta synodus ter affirmavit: " Fiat, fiat, fiat „.

(1) *B:* determinata jam sedis huius questione, rite *etc.*

(2) *Dopo* extat *glossa marginale:* de fide catholica sanctorum patrum.

Digitized by Google

Sancta synodus respondit: " Justissimum est recitari quod utilissime provenit audiri „.

Epiphanius, notarius, ex codice synodali recitavit: " Sancta, magna et universalis synodus, quae secundum Dei gratiam et sanctionem piissimorum christianissimorum imperatorum nostrorum Valentiniani et Marciani congregata est apud Chalcedoniam, metropolym Bythiniae, in atrio sanctae venerabilis Euphemiae, definivit super annexa. Dominus noster et Salvator Christus, notitiam fidei confirmans, discipulis suis ait: ' Pacem meam do vobis, pacem meam relinquo vobis, ne ullus a proximo suo dissonam doctrinam pietatis ostendat '. Quoniam vero non quiescit nequissimus suam zizaniam spargere, novi aliquid contra veritatem semper inveniens, ob hoc consuete Dominus noster providens humano generi, piissimum et fidelissimum principem ad zelum fidei suscitavit. Qui undique sacerdotum principes ad se convocavit, quatenus, gratia Domini feliciter impetrata, ab ovibus Christi dogma quidem mendacii submoveret, germen autem pietatis et veritatis pingue efficeret. Quod quidem et fecimus communi decreto dogmatum fugantes errorem, integram vero Patrum revocantes fidem, CCCXVIII Patrum symbolum praedicantes et tamquam domesticos; quod pietatis huius compositionem receperunt Patres ascribentes, qui postea apud Constantinopolim convenerunt CL, qui et ipsi eandem fidem subsignaverut. Definimus igitur ordinem et omnes formam fidei conservamus nos quoque. Apud Ephesum olim facta est sancta synodus, in cuius congregatione presules fuerunt sanctae memoriae Celestinus Romanae urbis antistetis et Cyrillus Alexandrinae ecclesiae presul. Egere quidem rectae et immaculatae fidei expositionem CCCXVIII patrum apud Niceam simul cum piae recordationis Constantino principe congregatorum; obtinuere autem etiam CL sanctorum Patrum apud Constantinopolim definitam, apud interemptionem tunc exortarum haeresum, confirmationem vero eiusdem catholicae nostrae fidei apud Niceam CCCXVIII Patrum: ' Credimus in unum Deum Patrem onnipotentem factorem coeli et terrae visibilium omnium et invisibilium, et in unum Deum Jesum Christum filium Dei unigenitum, qui natus est ex Patre ante omnia saecula, Deum verum de Deo vero genitum, non factum, consubstantialem Patri, per quem omnia facta sunt, qui propter nos homines et propter

Digitized by Google

nostram salutem descendit et incarnatus est atque humanatus est et passus est et resurrexit tertia die et ascendit in coelum, venturus judicare vivos et mortuos, et in Spiritum Sanctum'. Eos autem, qui dicunt: 'Erat aliquando, quando non erat, et prius quam nasceretur, non erat' et quia exinde extantibus factum esse aut ex alia subsistentia dicentes esse aut convertibilem aut mutabilem filium Dei, hos anathematizat catholica et apostolica Dei ecclesia „.

Helias sanctae ecclesiae Aquileiensis episcopus his gestis subscripsi (1).

Marcianus episcopus sanctae ecclesiae Opitergensis his gestis subscripsi.

Leonianus episcopus sanctae ecclesiae Tyborniensis his gestis subscripsi.

Petrus episcopus sanctae ecclesiae Altinatis his gentis subscripsi.

Vindemius episcopus sanctae ecclesiae Cessensis his gestis subscripsi.

Virgilius episcopus sanctae ecclesiae Patavinae his gestis subscripsi.

Joannes episcopus sanctae ecclesiae Celejanae his gestis subscripsi.

Clarissimus episcopus sanctae ecclesiae Concordiensis his gestis subscripsi.

Patricius episcopus sanctae ecclesiae Aemoniensis his gestis subscripsi.

Adrianus episcopus sanctae ecclesiae Polensis his gestis subscripsi.

Maxentius episcopus sanctae ecclesiae Juliensis his gestis subscripsi.

Severus episcopus sanctae ecclesiae Tergestinae his gestis subscripsi.

Solatius episcopus sanctae ecclesiae Veronensis his gestis subscripsi.

Joannes episcopus sanctae ecclesiae Parentinae his gestis subscripsi.

---

(1) *Come secondo firmatario in B:* Laurentius presbiter apostolicae sedis legatus his gestis subscripsi.

Digitized by Google

Aaron episcopus sanctae ecclesiae Avonciensis his gestis subscripsi.

Marcianus presbyter, locum faciens viri beatissimi Ingenuini episcopi sanctae ecclesiae secundae Rhetiae, his gestis subscripsi.

Agnellus episcopus sanctae ecclesiae Tridentinae his gestis snbscripsi.

Virgilius episcopus sanctae ecclesiae Scarabaciensi his gestis subscripsi.

Laurentius presbyter superveniens in sancta synodo, locum faciens viri beatissimi Fontesi episcopi sanctae eccclesiae Feltrinae, his gestis mihi relectis subscripsi.

Marcianus episcopus sanctae ecclesiae Petenatis superveniens in sancta synodo his gestis mihi relectis subscripsi.

Laurentius presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Emerius presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Sergius presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Dorotheus presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Laurentius presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Albinus presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Leo presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Marcianus presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Severinus presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Lucillus presbyter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Castus presbiter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

Provincialis presbiter super statutis Deo gratias agens subscripsi.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 4 maggio 1929*)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Studio dei complessi quadratici di rette di S_4

MEMORIA di BENIAMINO SEGRE

(presen. dal prof. F. Severi, s. c. n., nell'adun. ord. 17 febbraio 1929)

La teoria dei complessi algebrici di rette degli iperspazi, è stata svolta diffusamente solo per ciò che concerne i complessi *lineari*. In questa Memoria inizio lo studio sistematico dei complessi di rette di ordine superiore, limitandomi al caso più semplice dei *complessi quadratici di* S_4, per quanto (come osservo nella nota (7)) varie delle cose che qui espongo si possano agevolmente estendere ai complessi algebrici di rette d'ordine qualunque, di spazi ad un qualunque numero di dimensioni.

Questa Memoria è divisa in tre parti: uno sguardo ai rispettivi sommarî, rende idea degli argomenti di cui esse trattano. I principali risultati a cui pervengo, sono riassunti in una Nota lincea (1).

Per non render soverchia la mole di questo lavoro, ho dovuto restringer l'indagine ai complessi quadratici *generali*, e tacere di alcune applicazioni forse non prive d'interesse (p. es. alla geometria dei cerchi dello spazio ordinario). Per lo stesso motivo ho dovuto limitarmi alle proprietà *proiettive* e *numerative* inerenti al complesso; può darsi che lo studio ulteriore delle varietà che quì si presentano, dal punto di vista della geometria sopra una varietà, possa essere di qualche importanza per la Geometria algebrica.

(1) *I complessi quadratici di rette di* S_4, Rend. Acc. Lincei, serie VI, 2 $(1925)_2$, p. 476.

Digitized by Google

PARTE PRIMA

SOMMARIO — § I. (n.[1] 1-2) Generalità — § II. (n.[1] 3-4) Gli elementi singolari del complesso — § III. (n.[1] 5-14) La varietà singolare — § IV. (n.[1] 15-20) Il complesso di piani associato ad Ω.

§ I.

Generalità.

1. — In S_4 siano $p_{ik}\,(i,\ k = 1,\ 2,\ \ldots,\ 5)$ coordinate pluckeriane di retta. Le 25 p_{ik} si riducono sostanzialmente a 10, essendo: $p_{ii} = 0$, $p_{ik} = -p_{ki}$; queste 10 sono coordinate omogenee e sovrabbondanti di retta, legate dalle 5 relazioni quadratiche:

$$p_i \equiv p_{kl}\,p_{mn} + p_{km}\,p_{nl} + p_{kn}\,p_{lm} = 0 \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 5) \qquad (1)$$

(essendo $i\ k\ l\ m\ n$ una permutazione *pari* dei numeri 1 2 3 4 5) [2].

La più generale equazione *quadratica* nelle p_{ik}:

$$f(p) = 0\ , \qquad (2)$$

non sarà conseguenza delle (1), e dall'insieme ∞^6 delle rette di S_4 staccherà un insieme ∞^5, che dicesi *complesso quadratico di rette*, e che indicheremo sempre nel seguito colla lettera Ω. Il complesso Ω è evidentemente rappresentabile, oltre che colla (2), colla:

$$f(p) - \sum_i \mu_i\,p_i = 0\ , \qquad (3)$$

essendo μ_i (per $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 5$) 5 costanti arbitrarie; viceversa ogni equazione quadratica nelle p_{ik} che rappresenti Ω, deve essere identica alla (3) per valori acconci delle costanti μ_i [3].

---

[2] Cfr. G. CASTELNUOVO, *Ricerche di geometria della retta nello spazio a quattro dimensioni*, Atti del R.° Istituto Veneto (7) t. 2, p. 858.

[3] Ciò si può dire in base ad un teorema generale dimostrato da F. SEVERI, nella Memoria *Sulla varietà che rappresenta gli spazi subordinati di data dimensione, immersi in uno spazio lineare*, Ann. di Mat. (3) 24 (1915), p. 120.

Digitized by Google

In f compaiono linearmente ed omogeneamente 55 coefficienti; però, dato Ω colla (2), esso può venir rappresentato del pari colla (3), in cui compaiono le costanti arbitrarie μ_i; e queste costanti si possono *determinare*, convenendo p. es. di assumere μ_i uguale al coefficiente di $p_{kl}\, p_{mn}$ in f (essendo $i\,k\,l\,m\,n$ una permutazione *circolare* dei numeri 1 2 3 4 5); con ciò il complesso Ω resta rappresentato mediante la (3) con un'equazione ben determinata, in cui compaiono linearmente ed omogeneamente solo più 50 coefficienti. Pertanto:

Un complesso quadratico di rette di S_4 *è individuato da 49 sue rette generiche.*

Indicheremo sempre con p la retta di coordinate p_{ik}. — Se p, q sono due rette *incidenti* di S_4, le rette del fascio da esse determinato hanno le coordinate $\lambda\, p_{ik} + \mu\, q_{ik}$, al variare di λ/μ (4). — Poichè è:

$$f(\lambda p + \mu q) = \lambda^2 f(p) + \lambda\mu \sum_{ik} \frac{\partial f(p)}{\partial p_{ik}} q_{ik} + \mu^2 f(q)\,, \qquad (4)$$

si ha che in un fascio di rette di S_4 stanno generalmente *due* rette di Ω. Pertanto le rette del complesso per un punto, in uno spazio (5), od in un piano T, generico formano rispettivamente un cono quadrico, un complesso quadratico, od un inviluppo di 2ª classe, che verrà indicato col simbolo $[T]$.

2. — Se p è una retta *generica di* Ω, sia q una qualunque retta *incidente a* p. Il fascio determinato da queste due rette si dirà *tangente* al complesso nella prima, se questa assorbe entrambe le rette del complesso contenute nel fascio considerato; e cioè analiticamente, per la (4), se, oltre alla (2), è soddisfatta la:

$$\sum_{ik} \frac{\partial f(p)}{\partial p_{ik}} q_{ik} = 0\,. \qquad (5)$$

Quando si fissi la retta p, la q deve, in forza della (5), appartenere ad un complesso lineare di rette. In virtù della (2)

---

(4) Cfr. mem. cit. in (2), pag. 959 *a*).

(5) Qui e nel seguito colla parola *spazio*, intenderemo sempre *spazio a tre dimensioni*.

Digitized by Google

la p appartiene a questo complesso lineare, onde avrà per omologo rispetto ad esso un piano π, passante per p ([5]). Se un punto P descrive la retta p, lo spazio P omologo di P rispetto al complesso lineare (5), varia attorno a π; e la punteggiata dei punti P risulta riferita proiettivamente al fascio degli spazi P. Poichè sono rette di un complesso lineare, quelle che uscendo da un punto P stanno nello spazio P omologo di P rispetto al primo, così si ha per quanto sopra che:

Se p *è una retta generica di* Ω, *un punto* P *di* p *è centro di* ∞^1 *fasci di rette tangenti in* p *ad* Ω; *i piani di quegli* ∞^1 *fasci (passano per* p *e) riempiono uno spazio* P, *variabile al variare di* P *su* p, *attorno ad un piano* π *appartenente a* p; *la punteggiata* p *ed il fascio di spazi per* π, *sono riferiti proiettivamente fra loro.*

È chiaro che P non è altro che lo spazio tangente lungo p al cono [P]; dunque:

Se p *è una retta generica di* Ω, *e* P *un suo punto, lo spazio tangente lungo* p *al cono* [P], *al variare di* P *su* p, *descrive un fascio; questo è riferito proiettivamente alla punteggiata* p.

Risulta poi facilmente che il piano π, base di quel fascio, sega Ω secondo una conica *spezzata in due fasci di rette coi centri su* p; e che π è l'unico piano passante per p che goda di tale proprietà ([7]).

§ II.

Gli elementi singolari del complesso.

3. — La retta p di Ω considerata al n.° 2, può, come caso particolare, non avere un piano omologo π ben determinato ri-

([6]) Cfr. mem. cit. in ([2]), pag. 861.

([7]) È facile generalizzare le proposizioni qui esposte, a complessi algebrici di rette d'ordine qualunque, di spazi ad un qualunque numero di dimensioni. Nella Nota *Sui complessi algebrici di rette di* S_n, Rend. Acc. Lincei (5) 33 $(1924)_1$, pag. 218, dimostro per altra via varie proposizioni, di cui le suddette, ed alcune dei prossimi n.[i], sono casi particolari.

Digitized by Google

spetto al complesso lineare (5): in tale ipotesi essa si dirà retta *singolare* pel complesso Ω.

Le retta p è singolare per Ω, se essa contiene il *centro* del complesso lineare (5), oppure se questo diventa singolare, o svanisce; e non possono darsi altri casi.

Se p contiene il centro del complesso (5), oppure (come caso particolare) se questo diventa singolare, e cioè acquista un piano singolare a cui p è incidente (senza appartenergli), tutti i punti di p hanno come omologo rispetto al complesso lineare (5), uno spazio P fisso, tranne *un* punto P di p, il cui spazio omologo è indeterminato. — Il punto P e lo spazio P si diranno *singolari* pel complesso Ω.

Se il complesso (5) svanisce, oppure acquista un piano singolare passante per p, ogni punto di p ha indeterminato lo spazio omologo rispetto a quel complesso lineare, onde ogni punto di p ed ogni spazio per p è da considerarsi come singolare per Ω; la p si dirà allora *retta doppia* del complesso Ω.

Affinchè una retta p di Ω presenti la prima particolarità, devono esser verificate *due* condizioni (8); mentre che si richieggono *sei* condizioni, affinchè si presenti la seconda particolarità. Pertanto:

Un complesso quadratico di rette di S_4 *ha generalmente* ∞^3 *rette singolari, e nessuna retta doppia.*

4. — Se p è una retta doppia del complesso Ω, questo è toccato lungo di essa da *ogni* fascio di rette che la contenga; e viceversa. — In base al n.° prec., potremo supporre che il nostro complesso Ω *sia privo di rette doppie.*

Sia p *una retta singolare di* Ω, *e* P, *P gli elementi singolari* (punto e spazio) *ad essa relativi.* In base al n.° 2, si ha che i fasci di rette (contenenti p) tangenti ad Ω in p, si distribuiscono in due sistemi ∞^2: quello dei *fasci per* p *di centro* P, e quello dei *fasci per* p *col piano in P.*

---

(8) Infatti p appartiene al complesso lineare (5); ed un complesso lineare di rette di S_4 contiene ∞^5 rette, di cui ∞^3 passano pel suo centro. Un ragionamento simile vale pel successivo conto di costanti.

Digitized by Google

Da qui segue facilmente che *il cono* [P] *ed il complesso* [*P*] *hanno doppia la retta* p.

Inversamente, se un punto P (uno spazio *P*) di S_4 è tale che il cono [P] (il complesso [*P*]) ha doppia la retta *p* ad esso appartenente, questa è retta singolare di Ω, e P (*P*) è il punto (lo spazio) singolare ad essa relativo. Pertanto:

Sono punti (spazi) singolari del dato complesso, quelli per cui il cono (il complesso) delle rette di Ω *che gli appartengono possiede retta doppia; e singolari sono le rette doppie per coni o complessi siffatti di* Ω, *ognuno di queste due particolarità portando di conseguenza l' altra.*

Conservando le precedenti notazioni, si ha che i coni quadrici del complesso col vertice su *p* passano semplicemente per questa retta, *avendo tutti lungo di essa P come spazio tangente*: tranne il cono [P] che passa doppiamente per *p*. — Inoltre ogni piano per *p* sega Ω secondo una conica che *tocca* questa retta *in* P: tranne i piani appartenenti a *P*, per cui la conica *si spezza in due fasci di rette coi centri su* p. — Se poi si considera uno spazio qualunque per *p* (distinto da *P*), questo sega Ω secondo un complesso quadratico di rette, che ha ancora *p* per retta singolare, avendo P come punto singolare relativo, mentre il piano singolare non è altro che l' intersezione di *P* con quello spazio (9).

§ III.

La varietà singolare.

5. — In base al § prec. si ha che:

I punti e gli spazi singolari di Ω *sono* ∞^3. Dimostreremo fra breve (n.° 8) che essi costituiscono un' unica ipersuperficie,

(9) Lo studio precedente poteva esser condotto per altra via, pensando le p_{ik} come coordinate di punto in S_9. Con ciò, alle rette di S_4 vengono a rispondere in S_9 i punti di una varietà V_6^5, intersezione delle 5 quadriche (1), ecc. — Viceversa, le proprietà dimostrate forniscono così in S_9 alcune proposizioni, su cui però non mi soffermo.

Digitized by Google

che diremo la *varietà singolare* del dato complesso, e che verrà indicata colla lettera X.

In questo § esporremo varie proprietà della X; altre si troveranno nel seguito di questa Memoria.

6. — *La ipersuperficie* X *è del 6° ordine* (10).

Sia infatti r una retta generica di S_4; al variare di un punto R su r, il cono [R] acquista una retta doppia tutte le volte che R cade su X. Il sistema Σ di questi coni è evidentemente algebrico ∞^1, irriducibile e d'indice 2. L'ordine di X non è altro che il numero dei coni di Σ che hanno retta doppia. — Sia P uno spazio generico, e P la sua traccia su r. Il sistema Σ' delle quadriche [R]′ sezioni con P dei coni [R] di Σ, è ancora algebrico ∞^1, irriducibile e d'indice 2. L'ordine cercato è dato dal numero delle quadriche con punto doppio di Σ', quando si astragga dal cono [P]′. — Per i n.i 3 e 2*b*) della Nota *Dei sistemi lineari tangenti ad un qualunque sistema di forme* (11), il fascio di forme tangente in [P]′ a Σ' ha P come punto base: dal n.° 5 di tale Nota, risulta che Σ' ha generalmente 8 forme con punto doppio, di cui la [P]′ ne assorbe 2, onde ne rimangono 6 ulteriori. E ciò dimostra l'asserto.

7. — Se uno dei suddetti 6 coni ulteriori dello spazio P si spezza in due piani, esso assorbe certamente *due* di quei coni (12). Da qui segue facilmente che:

---

(10) Questo è caso particolare di un teorema dato da C. H. Sisam in Atti Acc. Torino 46 (1911), p. 481.

La dimostrazione che segue, ci servirà per ulteriori deduzioni.

(11) B. Segre, *Dei sistemi lineari ecc.*, Rend. Acc. Lincei (5) 33 $(1924)_1$, pag, 182. — Colgo l'occasione per far rilevare la circostanza, sfuggitami all'epoca della redazione di questa Nota, che alcune delle considerazioni in essa svolte trovansi già parzialmente nelle classiche *Vorlesungen über Algebraische geometrie* (Leipzig, Teubner, 1921) di F. Severi.

(12) Per vedere chiaramente la cosa, rappresentiamo le quadriche dello spazio P coi punti di un S_9, com'è detto al n.° 1 della Nota citata in (11). I coni quadrici di P, si rappresentano in S_9 coi punti di una V_8^4 (cfr. il n.° 4 di detta Nota), che ha *doppia* la V_6^{10} imagine delle qua-

Digitized by Google

Un punto di S_4 *per cui il relativo cono del complesso si spezza in due spazi, non solo sta su* X, *ma è doppio (almeno) per questa varietà.*

Invertiremo fra poco questa proposizione.

8. — Sia Q un qualunque punto di X, tale che il cono [Q] abbia *una retta doppia* q, passante per Q (*non un piano*). Tracciano per Q una qualunque retta r distinta da q, e costruiamo, come al n.° 6, il sistema Σ relativo ad r. Per ipotesi, uno dei 6 coni di Σ che hanno retta doppia è [Q]: quand'è che questo cono assorbe non uno, ma *due* (almeno) di detti coni? Ciò equivale evidentemente a chiedere quand'è che r ha in Q colla X incontro bipunto (almeno).

Mantenendo le notazioni del n.° 6, si ha che se N è la traccia di q sullo spazio P, affinchè detta particolarità si presenti, occorre che il fascio di forme che tocca Σ' in [Q]' abbia N come punto base, e quindi che N stia sull'inviluppo di Σ' [13]. Poichè lo spazio P è arbitrario, occorre dunque che la retta q stia sull'inviluppo di Σ. Tale inviluppo (che verrà studiato a fondo al § V) è il luogo delle coniche del complesso situate nei vari piani per r. Pertanto, la suddetta condizione equivale a ciò, che le rette del complesso situate nel piano di r e q inviluppino una conica di cui faccia parte la retta q, e che quindi, come inviluppo, si spezzi in due fasci coi centri su q. Affinchè ciò avvenga occorre che il piano di r e q (e quindi la retta r) stia nello spazio singolare relativo a q (n.° 4).

Dunque, le rette r per Q aventi in questo punto colla X incontro bipunto, devono stare nello spazio singolare relativo a Q, onde *questo* sarà lo spazio tangente in Q alla X. Pertanto:

Punti e spazi singolari del complesso costituiscono un' unica ipersuperficie, la quale ha per spazio tangente in un suo punto Q *generico* (singolare per Q), *precisamente lo spazio singolare relativo a* Q.

---

driche spezzate di P. Per quanto precede, il sistema di quadriche Σ' si rappresenta in S_9 con una conica irriducibile, che *tocca* V_8^4 in un punto e la sega ulteriormente in 6 punti. Però se uno di questi punti è *doppio* per V_8^4, esso assorbe certo *due* di queste 6 intersezioni ulteriori.

[13] Basta applicare i n.i 5 e 2 *c*) della Nota cit. in [11].

Digitized by Google

Per la validità del precedente ragionamento, basta che il cono [Q] abbia *solo una retta doppia*, e cioè che non si spezzi; in tale ipotesi, da esso segue che il punto Q è *semplice* per X, talchè:

La X *non ha altri punti multipli, all' infuori di quelli per cui il cono del complesso si spezza.*

9. — Sia ora Q un punto di S_4, per cui il cono [Q] si spezzi in *due spazi distinti*, e cioè acquisti un piano doppio χ.

Al n.° 7 si è visto, che una retta r per Q ha generalmente in questo punto colla X incontro bipunto: in qual caso tale incontro risulta tripunto (almeno)?

Le ∞^1 rette q passanti per Q ed appartenenti a χ, sono rette singolari del complesso (n.° 4); se p è una retta di χ non passante per Q, ogni retta q la incontrerà in un punto P; e lo spazio singolare relativo a q, deve toccare lungo questa retta il cono [P]. Al variare di P su p, i coni [P] descrivono un sistema ∞^1 *irriducibile* e d' indice 2: lo stesso avverrà quindi per gli spazi tangenti a tali coni nel loro punto *semplice* comune Q, e cioè (per quanto si è detto testè) per gli spazi singolari relativi alle varie rette q. Pertanto:

Gli ∞^1 *spazi singolari relativi alle rette* q, *inviluppano un cono quadrico* Ξ *irriducibile, e quindi avente una retta doppia passante per* Q (*non un piano*).

Orbene dico che:

Il cono Ξ *è il luogo delle rette per* Q *che in questo punto hanno colla* X *incontro più che bipunto, e cioè* Ξ *è il cono tangente in* Q *alla* X.

Infatti, se r è una retta generica per Q, essa starà in *due* spazi singolari relativi a rette q, e siano quelli relativi alle rette q_1, q_2. I piani rq_1 ed rq_2 segano Ω secondo due coppie di fasci di rette, coi centri su q_1, q_2, rispettivamente (n.° 4). Ragionando come al n.° 8, si vede che se si considera il sistema Σ dei coni del complesso col vertice su r, il fascio di forme che lo tocca in [Q], ha le rette q_1, q_2 come linee basi. Ora, fino a che queste rette sono distinte, il cono [Q] assorbe *due* (e non di più) dei 6 coni di Σ con retta doppia; mentre ne assorbe almeno tre, se

Digitized by Google

q_1 e q_2 coincidono (14); stante la corrispondenza biunivoca fra le rette q ed i relativi spazi singolari, questo fatto si presenta nel solo caso che la retta r stia su Ξ. E ciò dimostra l'asserto.

Un semplice conto di costanti mostra che, per la supposta generalità di Ω, *non* vi sono in S_4 punti Q per cui il cono [Q] si riduca ad uno spazio da contrarsi due volte, o tanto meno punti Q centri di stelle ∞^3 di rette del complesso (15).

Pertanto *gli unici punti* Q *multipli di* X, *sono quelli per cui il cono* [Q] *si spezza in due spazi distinti.* Tali punti sono *doppi* per X: essi non costituiscono certo una superficie, poichè in ciascuno di essi il cono tangente ad X ha una *retta* doppia (non un piano). Risulterà in seguito che tali punti costituiscono una *curva* x, che si dirà *la curva doppia del complesso;* per la summentovata proprietà, essa sarà priva di punti multipli.

10. — All'uopo di determinare la *classe* di X, consideriamo un piano π *generico.* — Le rette del complesso contenute in π, inviluppperanno una conica *irriducibile* C_2. Inoltre, il piano π segherà X secondo una curva del 6° ordine C_6, la quale sarà priva di punti multipli (v. n.° prec.).

È facile sincerarsi, che le curve C_2 e C_6, in nessuno dei punti comuni (semplici per entrambe) si toccano (16): esse si *segheranno* quindi in 12 punti, che diremo P_j (per $j = 1, 2, \ldots, 12$).

Sia P uno spazio qualunque passante per π. Il complesso di rette $[P]$, che detto spazio sega su Ω, avrà per superficie singolare una superficie di Kummer K, la quale segherà il piano

---

(14) Per vedere ciò, basta rifarsi alle considerazioni svolte nella nota (12). Una quadrica dello spazio P spezzata in due piani *distinti*, si rappresenta in S_0 con un punto che è *doppio* (e non di multiplicità superiore) per la V_8^4; e il cono quadrico di S_0 che tocca V_8^4 in tal punto, si rappresenta nello spazio P col sistema ∞^8 delle quadriche che *toccano* la retta comune ai due piani considerati.

(15) Punti siffatti (quando esistono) sono rispettivamente tripli o quadrupli per la varietà singolare X. Ciò si vede ricorrendo alla rappresentazione della nota (12).

(16) Quest'osservazione è necessaria, poichè p. es. per i complessi quadratici dello spazio ordinario, le coniche del complesso *toccano* ovunque incontrano la superficie singolare.

Digitized by Google

π secondo una quartica C_4. Al variare dello spazio P per π, la C_4 descriverà in questo piano un sistema Ξ irriducibile, ∞^1, *d'indice 2:* infatti, per un punto P generico di π passano *due* quartiche C_4, provenienti dai *due* spazi P che si possono condurre per π a toccare il cono [P]. Quelle due C_4 per P coincidono, se il cono [P] ha una retta doppia oppure tocca il piano π, e solo allora; e cioè se il punto P sta sulla C_6 oppure sulla C_2. Pertanto:

L'inviluppo del sistema Ξ *si spezza nelle due curve* C_2 *e* C_6 [17].

Consideriamo ora *uno* dei punti P_j. Poichè esso sta su C_6, il cono $[P_j]$ avrà una *retta* doppia p_j, la quale non starà certo in π, poichè, in caso contrario, le curve C_6, C_2 avrebbero entrambe la p_j come tangente in P_j, mentre esse in tal punto non si toccano. Detto cono $[P_j]$ è inoltre toccato lungo una generatrice da π, poichè P_j sta su C_2; pertanto esso verrà segato dallo spazio di π e p_j secondo *un piano da contarsi due volte.* Viceversa, se un punto P di π è tale che il cono [P] venga segato secondo un piano da contarsi due volte, da uno spazio P per π, il punto P sta necessariamente su C_6 e su C_2, e cioè è uno dei punti P_j. Dunque:

In ogni spazio P per π, *la superficie* K *relativa (quando non ha una retta doppia) ha notoriamente 16 punti doppi* (che sono quelli per cui il relativo cono del complesso $[P]$ si riduce ad un piano da contarsi due volte): *ebbene al variare di P per* π, *avviene precisamente 12 volte che uno dei detti punti doppi isolati di* K *cada sul piano* π, *e precisamente esso cade allora in uno dei punti* P_j.

Il sistema Ξ, ∞^1 e d'indice 2, di quartiche piane, deve contenere 54 curve con punto doppio [18]. Per il precedente teorema, 12 sono date dalle curve di Ξ che passano per i punti P_j del suo inviluppo; però, appunto perchè questi punti P_j (doppi per le relative C_4) stanno sull'inviluppo di Ξ, ognuna di

---

[17] Siccome Ξ è un sistema d'indice 2 di quartiche piane, il suo inviluppo dev'essere d'ordine $2 \cdot 4 = 8$: da qui segue una nuova dimostrazione del fatto che X è del 6° ordine.

[18] Cfr. Nota cit. in [11], n.° 5.

Digitized by Google

quelle 12 C_4 conta per *due* fra le 54 curve con punto doppio di Ξ! ([19]).

Restano quindi altre $54 - 2 \cdot 12 = 30$ curve di Ξ con punto doppio ([20]), le quali, per il precedente teorema, devono provenire da superficie K tangenti al piano π, oppure aventi retta doppia. Ma π non può toccare nessuna superficie singolare K, poichè in caso contrario dovrebbe, contro il supposto, spezzarsi la conica sezione di Ω con π. — Pertanto:

Fra le superficie K *ve ne sono 30 aventi retta doppia.*

Poichè in uno spazio P ordinario, una retta doppia per un complesso quadratico di rette, è generalmente doppia per la relativa superficie singolare, e viceversa ([21]), così si ha che gli spazi delle suddette 30 superficie singolari, segano Ω secondo complessi con retta doppia, e sono i soli spazi per π che godano di tale proprietà, e cioè siano *singolari* per Ω ([22]). In base ad un teorema del n.° 8 potremo quindi dire che:

La varietà singolare X *è della* 30^a *classe.*

11. — Consideriamo uno spazio P *generico* di S_4. Esso segherà X secondo una superficie H del 6° ordine, la quale avrà tutt' al più un numero finito $h \geqq 0$ di punti doppi (cfr. n.° 9). Dimostreremo che è $h = 40$, onde effettivamente X avrà una *curva doppia* x, del 40° ordine.

Sia K la superficie singolare del complesso $[P]$: essa sarà del 4° ordine, con 16 punti doppi.

Le rette singolari di Ω sono ∞^3, onde in P ve ne sarà una semplice infinità. Se p è una di queste, essa sarà pure retta

---

([19]) Ciò segue subito dal n.° 5 della Nota cit. in ([11]), poichè il fascio di forme che tocca Ξ in una di dette C_4, ha il punto P_j a questa relativo come punto base.

([20]) Dal n.° 5 della Nota summentovata, segue che queste 30 curve sono generalmente distinte. Più precisamente si può vedere che, affinchè *due* di queste curve coincidano, occorre che la C_6 acquisti un punto doppio (e quindi, in generale, π tocchi X).

([21]) Cfr. K. ZINDLER, *Encykl der Math. Wiss.* Band. III_2, Heft 8, pag. 1124 e nota 980.

([22]) In virtù della nota ([20]), se due dei 30 spazi singolari per π coincidono, il piano π *tocca* la varietà X dei punti singolari del complesso ciò dimostra nuovamente il teor. del n.° 8.

Digitized by Google

singolare pel complesso $[P]$, e, avrà un medesimo punto singolare P, rispetto ai complessi Ω e $[P]$ (v. § II, n.° 4); questo punto P sarà quindi comune alle H e K. Viceversa, sia P un qualunque punto comune a queste superficie, e semplice per entrambe; il cono [P] (stando P su X) avrà una *retta* doppia p: la retta singolare di Ω relativa a P; e poichè (stando P su K) tale cono deve essere *toccato* dallo spazio P, così la retta p deve stare in questo spazio. Il piano singolare del complesso $[P]$ relativo a P (e cioè il piano tangente in P a K), non è altro che l'intersezione di P collo spazio singolare di Ω relativo a P, spazio che *tocca* X in P (n.i 4 ed 8). — Si vede facilmente che H passa semplicemente per i 16 punti doppi di K, e che K contiene gli h punti doppi di H. Si ha dunque in conclusione che:

Le superficie H, K *si toccano ovunque si incontrano, e quindi lungo una curva* γ *del 12° ordine; questa curva passa semplicemente pei 16 punti doppi di* K, *e per gli* h *punti doppi di* H, *ed è il luogo dei punti singolari relativi alle rette singolari di* Ω *che stanno in* P [23].

Determineremo ora il numero h, calcolando in due modi diversi la classe η della sviluppabile circoscritta ad entrambe le superficie H, K, lungo la loro curva di contatto γ. — La classe η della sviluppabile circoscritta a K lungo γ, è data dal numero dei punti comuni a questa curva e ad una prima polare generica di K, che cadono fuori dei 16 punti doppi (conici) di questa superficie; risulterà dunque: $\eta = 12 \cdot 3 - 16 = 20$. Ragionando in modo analogo su H, si avrà $\eta = 12 \cdot 5 - h$, laonde sarà: $h = 40$. In base anche al n.° 9, potremo quindi dire che:

La varietà singolare X *non ha altre singolarità puntuali, all'infuori della curva doppia del complesso,* x, *che per essa è doppia nodale; questa curva è priva di punti multipli, ed è del 40° ordine.*

---

[23] La curva γ contata due volte, costituisce l'intersezione completa di H, K; pertanto, se Q è uno degli h punti doppi di H, il cono quadrico tangente in Q ad H, ed il piano tangente in Q a K, devono *toccarsi* lungo la retta tangente in Q alla γ. In base a ciò, si potrebbe nuovamente dimostrare la proposizione del n.° 9, relativa al cono quadrico tangente alla X in un punto doppio Q.

Digitized by Google

12. — All' uopo di determinare il *genere* p della x, consideriamo tre forme prime polari generiche di X. — Esse sono del 5° ordine, passano semplicemente per x, e segano la X, fuori di questa curva, in un numero di punti pari alla classe 30 di X. Quelle tre forme, fuori di x, si segano lungo una curva d' ordine $5^3 - 40 = 85$, che sarà quindi appoggiata alla x in $\frac{1}{2}(85.6 - 30) = 240$ punti.

La forma Jacobiana delle tre forme prime polari considerate e di due forme lineari generiche, sega com' è noto la x, fuori dei suddetti 240 punti d' appoggio, in un numero di punti uguale al rango r della x. Poichè quella Jacobiana è del 12° ordine, così sarà: $r = 40 . 12 - 240 = 240$.

Per una nota formola è quindi:

$$p = \frac{240}{2} - 40 + 1 = 81,$$

cioè *la curva x doppia del complesso, è di genere 81.*

13. — La Hessiana di X è una forma del 20° ordine, che passa triplamente per la linea doppia x. In un punto Q di questa, essa ha un cono tangente che si spezza in uno spazio, *e nel cono quadrico ivi tangente alla* X [24]. Essa inoltre sega X nella sua *superficie parabolica*, luogo dei punti di contatto degli ∞^2 spazi tangenti doppi stazionari di X. Vogliamo determinare la *classe* di questa ∞^2 di spazi.

Tale classe, è palesemente data dal numero dei punti in cui detta superficie parabolica è segata da due prime polari generiche di X, fuori della curva doppia x.

Ora due prime polari di X e la X, si segano, fuori di x, in una curva σ di ordine: $5 . 5 . 6 - 2 . 40 = 70$; poichè una terza forma prima polare deve segare σ, fuori di x, in un numero di punti pari alla classe di X, così si ha che la curva σ si appoggia alla x in: $5 . 70 - 30 = 320$ punti.

---

[24] Cfr. C. SEGRE, Rend. Acc. Lincei (5) 4 $(1895)_2$, p. 143.

Digitized by Google

La classe cercata, non è altro che il numero dei punti comuni a σ ed alla Hessiana di X, che cadono fuori di x. Per le summentovate proprietà, in ciascuno dei 320 punti d'appoggio di σ ed x, la σ ha colla Hessiana incontro *quadripunto*. Resteranno quindi: $70 \cdot 20 - 4 \cdot 320 = 120$ ulteriori punti d'incontro. Cioè:

La ∞^2 degli spazi tangenti doppi stazionari di X, *è di classe 120.*

14. — Per uno spazio di S_4, la condizione di segare Ω secondo un complesso con *due* rette doppie, è condizione *doppia*; in S_4 vi saranno quindi ∞^2 spazi siffatti, che saranno precisamente (per quanto si è detto al n.° 8 di questo §) gli *spazi bitangenti* di X. Si voglia la *classe* di questa ∞^2 di spazi.

Presa una retta r generica di S_4, la classe cercata è il numero degli spazi bitangenti del cono circoscritto ad X dalla retta r. Tale cono è (come X) di classe 30, ed inoltre, pel n.° prec., è del 70° ordine, ed ha 120 spazi tangenti d'inflessione. Per una formula di PLUECKER, il numero richiesto sarà:

$$\frac{1}{2}(30 \cdot 29 - 3 \cdot 120 - 70) = 220.$$

Dunque:

La varietà singolare X *ha una ∞^2 di spazi bitangenti, la quale è di classe 220.*

In seguito (n.i 20, 75), tale ∞^2 sarà studiata più dettagliatamente; inoltre verranno determinate delle semplici infinità di spazi tritangenti di X, ed un numero finito di spazi quadritangenti (n.i 51, 78, 81).

§ IV.

Il complesso di piani associato ad Ω.

15. — In S_4 vi sono ∞^5 piani che segano Ω secondo coniche-inviluppo spezzate: essi costituiscono un complesso di piani che indicheremo colla lettera Θ, e che diremo *associato* ad Ω. La retta (del complesso), generalmente unica, doppia per la conica sezione di Ω con un piano di Θ, si dirà l'*asse* del piano stesso.

Digitized by Google

In base al n.° 2, una retta p qualunque non singolare del complesso Ω, è asse di uno ed un sol piano π di Θ. Che se poi p è singolare per Ω, essa è asse degli ∞^1 piani (di Θ) per p, che stanno nel suo spazio singolare (v. § II, n.° 4). I piani di Θ il cui asse è una retta singolare del complesso, sono solo ∞^1. Pertanto, se diciamo *singolari* pel complesso Ω, gli ∞^3 piani (di Θ) che segano Ω secondo un fascio di rette da contarsi due volte, potremo dire che:

Il complesso di piani Θ, proiettivamente legato al dato complesso di rette, è ad esso riferito in una corrispondenza in generale biunivoca; fanno eccezione, come elementi dei due complessi, rispettivamente i piani e le rette singolari di Ω, ognun dei quali ha un fascio ∞^1 di elementi omologhi nell' altro complesso ([25]).

16. — Un piano π generico di Θ, sega Ω secondo due fasci di rette: i due centri di questi fasci si diranno *associati* al piano π, od anche al suo asse, e fra loro mutuamente *coniugati*.

Un piano singolare di Ω, sega questo complesso secondo un fascio di rette da contarsi due volte: il centro di questo fascio si dirà pure il *centro* del piano singolare considerato.

Vi è numero finito di piani, di cui *tutte* le ∞^2 rette sono rette di Ω: essi si diranno *piani rigati del complesso*.

Due punti mutuamente coniugati distinti, sono congiunti da una retta del complesso Ω, la quale li ha per associati. Viceversa una retta non singolare di Ω ha *una* coppia di punti associati, che le appartengono, e che sono fra loro coniugati (n.° 2).

I punti *autoconiugati* di Ω, sono i centri dei piani singolari del complesso: essi sono quindi ∞^3, e costituiscono una ipersuperficie che indicheremo colla lettera Y, e che diremo *la varietà autoconiugata del complesso*.

([25]) Non ci dilungheremo nello studio del complesso Θ in sè. Accenniamo solo alle seguenti proprietà, di facile dimostrazione.

Il complesso Θ è del 4° ordine. — I piani singolari di Ω sono per esso piani doppi. — La varietà singolare di Θ svanisce sia come luogo, che come inviluppo.

Un' altra proprietà risulta in particolare dal teor. del n.° 7, a pag. 222 della Nota citata in ([7]).

Digitized by Google

17. — Sia p una retta singolare di Ω, P e P i suoi elementi (punto e spazio) singolari.

I piani di P che passano per p, sono piani di Θ aventi tutti p come asse: ognuno di essi avrà quindi due punti associati su p. Inversamente, ogni punto P di p è associato a due diversi piani di quel fascio, che sono quelli lungo i quali il cono [P] è segato da P (§ II, n.° 4).

Fra i piani di quel fascio e la punteggiata p, si ha così una corrispondenza (2,2): questa avrà, in ciascuna delle due forme di 1ª specie, 4 elementi di diramazione, e le due quaterne che così si hanno, sono, com'è noto, fra loro proiettive.

Un piano di Θ i cui due punti associati coincidano, è un piano singolare di Ω; e viceversa. Mentre un punto P di p che sia elemento di diramazione di quella corrispondenza, è vertice di un cono [P] che è toccato lungo un piano dallo spazio P, laonde questo cono avrà una retta doppia, sita in P. — Si ha pertanto che:

Una retta singolare del complesso Ω, tocca la varietà singolare X *nel relativo punto singolare, e la incontra ulteriormente in 4 punti (singolari per Ω); le rette singolari a questi relative stanno in uno stesso spazio, che è precisamente lo spazio singolare relativo alla retta prima considerata; a questa inoltre appartengono 4 piani singolari di Ω: essi pure stanno in quello spazio, ed il loro birapporto coincide con quello dei suddetti 4 punti.*

18. — *Un piano singolare del complesso Ω contiene tre rette singolari del medesimo.*

Sia infatti π un piano singolare generico di Ω, e P il suo centro. In base al n.° prec., sono ∞^3 le coppie costituite da retta e piano singolari appartenentisi, onde in π vi sarà un numero finito di rette singolari, necessariamente passanti per P.

Prendiamo in π una retta q qualunque non passante per P, di cui sia Q l'intersezione con una retta singolare di π. Lungo la retta PQ, i due coni [P], [Q] devono avere uno stesso spazio tangente (v. § II, n.° 4). Viceversa, se questo fatto si presenta la retta PQ è singolare ([26]).

([26]) Poichè in tal caso degenera la corrispondenza proiettiva di cui al n.° 2.

Digitized by Google

Si ha una corrispondenza proiettiva fra le rette PQ di π passanti per P, e gli spazi per π tangenti lungo di esse al cono [P]. — Al variare di Q sulla retta q, il cono [Q] passa sempre per P, essendo ivi toccato dal piano π, e descrive un sistema ∞^1 *d' indice 2.* Dunque, uno qualunque [Q] di quei coni ha lungo PQ uno spazio tangente che contiene π, mentre uno spazio per π tocca generalmente *due* di quei coni.

Nel fascio di spazi di asse π, si ha pertanto una corrispondenza (2, 1) dicendo omologhi due spazi di cui uno tocchi il cono [P] lungo una retta PQ, e l' altro tocchi lungo la medesima retta il cono [Q]. I *tre* elementi doppi di questa corrispondenza, sono, per quanto sopra, gli spazi singolari relativi alle rette singolari site in π. D' onde la tesi.

19. — Poichè i tre spazi singolari considerati testè passano per π, mentre i loro punti singolari stanno in π e le loro rette singolari si tagliano in P, così:

I piani singolari del complesso sono piani tritangenti della varietà singolare; le rette singolari relative ai tre punti di contatto stanno nel piano stesso, e concorrono nel suo centro.

Viceversa, si vede facilmente che:

Se tre rette singolari del complesso concorrono in un punto P, *stando in un piano* π, *o* P *è punto della linea doppia* x, *e* π *piano doppio del cono* [P], *oppure* π *è piano singolare di* Ω, *e* P *il suo centro.*

20. — Consideriamo un punto P generico, comune alle X ed Y. Esso sarà centro di un piano singolare π, e vertice di un cono [P] avente *una retta doppia* p. Poichè questo cono contiene il piano π, così la retta p dovrà stare in π. Inoltre, ragionando in modo simile a quello tenuto al n.° 18, si vede che in π vi sono *altre due* rette singolari del complesso (passanti per P, e) aventi punti singolari distinti da P, ma con *uno stesso spazio singolare. Questo spazio singolare, che non è altro che lo spazio tangente lungo* π *al cono* [P], *sarà quindi uno spazio bitangente di* X.

Digitized by Google

Inversamente si può vedere che:

La ∞^2 degli spazi bitangenti di X (*di cui al § III, n.° 14*) *si spezza in due sistemi ∞^2: gli spazi dell'un sistema hanno le relative due rette singolari fra loro sghembe, mentre quelli dell'altro hanno le relative due rette singolari fra loro incidenti; il luogo dei punti d'incidenza di coppie di rette siffatte, non è altro che la superficie d'intersezione delle varietà* X, Y. *Due rette di quel tipo toccano la* X, *oltre che nel rispettivo punto singolare, nel comune punto d'appoggio; e viceversa: se una retta singolare del complesso tocca la* X, *oltre che nel relativo punto singolare, in un punto ulteriore, questo* (*oltre che su* X) *sta su* Y, *e lo spazio singolare relativo alla retta considerata è bitangente alla* X.

PARTE SECONDA

SOMMARIO. — § V. (n.i 21-32) Le forme del complesso relative alle rette di S_4 — § VI (n.i 33-49) Le forme del complesso relative ai piani di S_4.

§ V.

Le forme del complesso relative alle rette di S_4.

21. — Sia r una retta di S_4; per ogni punto R di r, consideriamo il relativo cono del complesso, [R]: l'inviluppo del sistema Σ di questi coni, è una ipersuperficie che indicheremo con W, e che diremo *la forma del complesso relativa ad* r.

Ci limiteremo al caso in cui r sia in posizione generale.

Il sistema ∞^1 Σ, è irriducibile e *d'indice 2*; esso contiene 6 coni con retta doppia (cfr. § III, n.° 6); indicheremo con R_i ($i = 1, 2, \ldots, 6$) i vertici di questi coni, e con r_i le rispettive rette doppie.

22. — La forma W è il luogo dei punti di S_4 per cui i due coni di Σ che vi passano coincidono. Pertanto:

W *è il luogo dei punti* P *di* S_4, *per cui il cono* [P] *tocca*

Digitized by Google

la retta r. *Essa è pure il luogo delle coniche del complesso* Ω, *site nei vari piani per* r. *Uno spazio P per* r, *sega* W *secondo la superficie di* PLUECKER *del complesso* [*P*], *relativa ad* r.

Ogni cono [R] di Σ, *tocca* W lungo tutta la superficie caratteristica, base del fascio di forme tangenti in [R] a Σ: questa è pertanto una V_2^4 passante *doppiamente* per R (27). Inoltre:

Preso un punto P *generico di* W, *il cono* [P] *tocca la* r *in un punto* R; *il cono* [R] *passa per* P, *ed ha per spazio tangente lungo* RP *precisamente lo spazio tangente in* P *a* W. E quindi:

La W, *come inviluppo, è costituita dagli* ∞^3 *iperpiani che toccano i vari coni di* Σ.

23. — Da quanto precede si ha facilmente che:

W *è una forma del 4° ordine.*

Inoltre, poichè W è segata dai piani per r, fuori di questa retta, secondo le *coniche* del complesso in essi situate, *la forma* W *passa doppiamente per* r.

La conica del complesso situata in un piano per r, passa per un punto R di questa retta, se il piano stesso *tocca* il cono [R]; e quindi:

In un punto R *di* r, *il cono quadrico ivi tangente a* W, *è quello* (*avente doppia la retta* r) *inviluppato dagli spazi condotti per* r *a toccare il cono* [R].

Poichè r non è retta del complesso, così essa non starà su nessuno dei coni di Σ.

Su r *vi sono 6 punti doppi bispaziali di* W, *che sono i 6 punti* R_i.

24. — Il sistema d'indice 2 Σ, sarà contenuto in una rete di quadriche. Questa avrà una curva base, che diremo w.

La curva w *è il luogo dei punti* P *di* S_4, *per cui il cono* [P] *contiene la retta* r.

Si dimostra facilmente che:

La curva w *è dell' 8° ordine, di rango 24 e genere 5. Essa inoltre, è luogo di punti doppi di 2ª specie di* W: *in un punto* P

(27) Cfr. Nota cit. in (11).

Digitized by Google

di w, *il cono quadrico* (*con retta doppia*) *tangente a* W, *è quello inviluppato dagli spazi ivi tangenti ai vari coni di* Σ.

La w *non ha punti singolari, e non ammette punti comuni con* r *e colle rette* r_i. *Inoltre* W *non possiede punti multipli fuori di* r *e* w.

25. — Per la retta r passeranno ∞^1 piani del complesso Θ considerato al § IV: questi costituiranno un cono, che indicheremo colla lettera T. Gli *assi* dei piani suddetti, genereranno una superficie rigata, avente la r per direttrice, che diremo τ.

Le generatrici di τ sono rette del complesso; è chiaro che le coppie di punti ad esse associati, sono coppie di punti di w. Questa curva, pertanto, si proietta doppiamente dalla retta r, ed il cono proiettante è precisamente il cono T. Dunque:

Il cono T *è del 4° ordine.*

Consideriamo uno spazio P per r: esso sega Ω secondo un complesso quadratico di rette $[P]$, di cui i 4 piani singolari passanti per r, sono i 4 piani generatori di T che stanno in P. — Se π è un qualunque piano generatore di T, esso si appoggia alla curva w in due punti A, B; sia R il punto comune alle rette AB, r. Se P è uno spazio condotto arbitrariamente per π, il complesso $[P]$ ha π come piano singolare *semplice* (avente AB per retta singolare), onde, affinchè questo piano conti per *due* (almeno) fra i piani singolari di $[P]$ che passano per r, è necessario e sufficiente che r passi pel punto singolare di quel piano, e cioè che sia R questo punto singolare. Pertanto l'unico spazio P per π che goda di quella proprietà, è quello *tangente al cono* [R] *lungo* AB. Dunque:

Il cono T *è privo di piani generatori multipli, ond' esso è di genere 3 e classe 12; lo spazio ad esso tangente lungo un piano generatore* π, *si determina nel modo suddetto.*

Conservando le precedenti notazioni, si ha che la conica inviluppata dalle rette del complesso situate in π, si riduce alla retta AB, generatrice di τ, da contarsi due volte. Per il n.° 22 ne consegue facilmente che:

La rigata τ *è il luogo delle rette di* W *incidenti alla* r.

Che la retta AB stia su W risulta anche da ciò, che essa

Digitized by Google

contiene *tre* punti A, B, R *doppi* per W (v. n.i 23, 24). Da qui si ha di più che:

La forma W, *lungo ogni generatrice* AB *di* τ *ammette uno spazio tangente fisso.*

Ciò si poteva anche dedurre dal n.o 22: si ottiene anzi da qui che quello spazio tangente fisso, non è altro che lo spazio tangente lungo AB al cono [R]. Ma questo coincide collo spazio tangente lungo π al cono T. Poichè π non sega W fuori di AB ed r, potremo dire che:

Le due forme W *e* T *si toccano in ogni loro punto comune, e precisamente lungo tutta la rigata* τ.

Da qui, in base anche ai n.i prec., segue che:

La rigata τ *è dell' 8° ordine, genere 3, ed ha* τ *per direttrice 4 — pla.*

26. — Per un teorema del n.o 22, sono spazi tangenti di W, gli spazi tangenti ai vari coni di Σ. Se dunque consideriamo un piano π generico di S_4, ed il sistema Σ' ∞^1 e *d' indice 2* di coniche che su di esso sega Σ, in corrispondenza alle 6 coniche spezzate di Σ' avremo 6 spazi per π tangenti a W. Pertanto:

La forma W *è della 6ª classe.*

È noto che i punti doppi delle 6 coniche spezzate di Σ' sono 6 punti di una medesima conica. Tali punti, d' altronde, non sono altro che le proiezioni da r su π dei punti di contatto dei suddetti 6 spazi: ciò risulta subito dal n.o 22. Dunque:

I punti di contatto dei 6 spazi che si possono condurre a toccare W *da un piano di* S_4, *sono sempre proiettati da* r *secondo 6 piani di uno stesso cono quadrico.*

27. — Uno spazio P generico per r, sega Ω secondo un complesso quadratico di rette, il quale avrà su r 4 punti singolari: per quanto si è detto al n.o 23, lo spazio P sarà da considerarsi come *tangente* a W in questi 4 punti. Si ha quindi che:

La retta r, *come inviluppo* ∞^2 *d' iperpiani, è 4 — pla per* W. *Uno spazio per* r *tocca* W *in 4 punti di questa retta, il cui birapporto uguaglia quello di 4 piani che esso sega sul cono* T.

Da qui segue che:

Gli spazi della suddetta stella ∞^2, *per cui due dei 4 relativi*

Digitized by Google

punti di contatto coincidono, sono gli spazi tangenti di T*: essi costituiscono quindi un insieme* ∞^1 *d'indice 12 e genere 3, e toccano ulteriormente* W *lungo una retta, generatrice di* τ (*v. n.° 25*) ([28]).

Si ha poi facilmente che:

La forma W *ha 6 sistemi* ∞^1 *e d'indice 2 di spazi tangenti lungo coniche: essi sono precisamente gli spazi tangenti dei 6 coni* $[R_i]$.

W, *oltre ai suddetti ed agli spazi per* r, *non ha altri spazi tangenti multipli.*

Si noti poi che W contiene semplicemente, come inviluppi ∞^3 d'iperpiani, le 6 rette r_i.

28. — Consideriamo la conica del complesso sita in un piano arbitrario per r, ed un qualunque cono di Σ. Il polo di r rispetto alla prima, e lo spazio polare di r rispetto al secondo, sempre si appartengono. Pertanto:

Gli ∞^3 *punti, poli di* r *rispetto alle coniche del complesso site nei vari piani per* r, *riempiono un piano* ρ, *sghembo con* r. Dunque: *L'omologia armonica di assi* r *e* ρ, *muta in sè la forma* W (e quindi pure le w, T, τ).

Gli spazi polari di r *rispetto ai vari coni di* Σ, *passano tutti pel suddetto piano* ρ.

Se in particolare consideriamo i coni $[R_i]$, si vede che *le rette* r_i *sono incidenti al piano* ρ. Pertanto le 6 coniche spezzate del sistema Σ' di cui al n.° 26, relative a questo piano, sono le traccie su di esso dei coni $[R_i]$. Segue quindi che *i punti d'appoggio di* ρ *e delle* r_i, *sono 6 punti di una conica,* ed inoltre che i 6 spazi condotti da ρ a toccare W, sono gli spazi ρr_i.

Ogni generatrice della rigata τ si appoggia alla r in un punto R, ed alla curva w in due punti A, B: *il luogo del coniugato armonico di* R *rispetto ad* A, B, *è una quartica piana, traccia su* ρ *di entrambe le forme* W, T.

Uno spazio pel piano ρ sega la τ, oltre che nella suddetta quartica piana, in una curva d'ordine $8 - 4 = 4$, che deve ammettere come $4 -$ plo il punto d'intersezione di quello spazio

---

([28]) Sono dunque questi gli spazi per r, che segano Ω secondo un complesso quadratico la cui superficie singolare *tocca* r.

Digitized by Google

colla r (v. n.° 25). Quella intersezione residua si spezza pertanto in 4 rette per questo punto, laonde:

Per ogni punto di r *passano 4 rette, generatrici di* τ*: esse stanno sempre in uno stesso spazio, il quale varia in un fascio al variare del punto su* r.

29. — Sul piano ρ consideriamo il sistema Σ', ∞^1 e d'indice 2, che vi sega il sistema Σ. Esso starà in una *rete* di coniche, di cui sia k la curva Jacobiana. Questa è evidentemente una *cubica piana*, passante pei 6 punti (di una conica) in cui le rette r_i si appoggiano a ρ, e luogo dei punti di ρ in cui le *due* coniche di Σ' che vi passano si toccano.

In base al n.° prec., un cono di Σ sega il piano ρ secondo una conica (di Σ'), tale che i vari spazi tangenti al cono considerato nei punti di questa conica, passano tutti per r. Si ha quindi che in un punto di k, i due coni di Σ che vi passano hanno un medesimo iperpiano tangente, eppertanto:

Il sistema Σ *è contenuto in una rete di quadriche; questa ha una curva Jacobiana del 10° ordine* (29), *la quale è spezzata: nella retta* r*; nelle 6 rette* r_i *ad essa incidenti; e nella cubica piana* k, *appoggiata a queste ultime in 6 punti di una conica.*

La suddetta rete di quadriche contiene ∞^1 coni, distribuiti in due diversi sistemi ∞^1: uno è il sistema Σ, d'indice 2, di coni col vertice su r; l'altro è un sistema di coni col vertice su k, *il cui indice vale 3*, poichè per un punto generico di S_4 devono passare 5 coni della rete.

30. — Un piano quadrisecante della curva w, è segato dai coni di Σ (i quali tutti passano per w), secondo coniche aventi 4 punti a comune, ossia formanti *fascio*. Un tal piano sta quindi su una quadrica della rete di appartenenza di Σ; e viceversa. Poichè le quadriche di S_4 che contengono piani sono coni, avremo dal n.° precedente:

Gli ∞^2 *piani quadrisecanti di* w, *sono distribuiti in due sistemi: gli uni (piani generatori di coni di* Σ*) sono pure incidenti*

---

(29) Cfr. C. SEGRE, *Encykl. d. math. Wiss.* III, 2. Heft 7, pag. 938.

Digitized by Google

alla retta r, *e costituiscono un sistema* ∞^2 *d' indice 4; gli altri sono incidenti alla cubica* k, *e costituiscono un sistema* ∞^3 *d' indice 6. I primi toccano* W *lungo una conica; gli altri segano* W *secondo una coppia di coniche.*

Poichè w sta sui coni $[R_i]$, e non ha punti a comune colle r_i, si ha:

La curva w *è proiettata quadruplamente da ognuna delle 6 rette* r_i.

31. — In base al n.° 25, risulta che:

Per una retta r *generica, passano 28 spazi che segano* Ω *secondo un complesso di rette, la cui superficie - inviluppo singolare ha* r *per bitangente.*

Essi sono precisamente i 28 spazi bitangenti del cono T. — Parimenti (30):

Per una retta r *generica, vi sono 24 spazi che segano* Ω *secondo un complesso la cui superficie singolare ha* r *per tangente principale.*

32. — Per *determinare* W, e conseguentemente w, T, τ, basta conoscere *3 coni di* Σ: infatti allora in ogni piano per r si conoscono 6 rette tangenti alla conica sua intersezione residua con W. — Naturalmente i tre coni devono avere i vertici su di una stessa retta r, e questa deve avere rispetto ai tre coni, spazi polari passanti per uno stesso piano ρ: in tali ipotesi le 6 rette ottenute sopra, toccano effettivamente una medesima conica.

La figura si potrà anche *determinare*, dandone ad arbitrio in S_4 *la retta* r, *il piano* ρ, *e 6 punti di* w: in tal caso, infatti, per ogni cono di Σ si conoscono 6 generatrici, e di una retta pel vertice il relativo spazio polare.

---

(30) Occorre ricordare che, data una superficie di KUMMER, le rette che con essa hanno incontro tripunto, godono altresì della proprietà duale.

Digitized by Google

§ VI.

Le forme del complesso relative ai piani di S_4.

33. — Sia π un piano generico di S_4. Ripigliamo le considerazioni e le notazioni del § III, n.° 10.

Il luogo delle superficie K, che si hanno al variare dello spazio P per π, è una ipersuperficie che indicheremo colla lettera V, e che diremo *la forma del complesso* Ω, *relativa al piano* π. Si ha subito che:

V *è il luogo dei punti di* S_4, *per cui il relativo cono del complesso tocca il piano* π. *Essa è pure il luogo delle coppie di punti associati ai piani del complesso* Θ, *che si appoggiano lungo rette a* π.

34. — Da quanto precede risulta facilmente che:

La forma V *è del 6° ordine.*

Inoltre, poichè uno spazio P per π sega V fuori di questo piano secondo una superficie K del 4.° ordine, potremo dire, valendoci pure del n.° 10, che:

La forma V *passa doppiamente pel piano* π; *uno spazio* P *per* π *tocca* V *lungo una* C_4 *di classe 12.* Pertanto: *il piano* π, *come inviluppo d'iperpiani, è multiplo secondo 12 per* V. Inoltre: *il luogo dei punti di* π *che sono doppi unispaziali per* V, *è spezzato nella conica* C_2 *e nella sestica* C_6; *uno spazio* P *generico per* π *tocca* V *in 16 punti doppi unispaziali, siti 4 su* C_2 *e 12 su* C_6.

35. — Un punto R qualunque di V non sito su π, è vertice di un cono [R] che *tocca* il piano π, ossia lo sega lungo una conica γ spezzata in due rette. Distinguiamo due casi, secondo che queste rette son distinte o coincidenti.

Se sono distinte, sia P il loro punto di concorso. Tracciata una retta r per R, il sistema Σ di cui al § V, n.° 21, relativo ad r, sega π secondo un sistema Σ' di coniche, di cui le 6 spezzate provengono dai 6 punti d'intersezione di r con V. Se r *tocca* V in R, la γ assorbe *due* delle 6 coniche spezzate

Digitized by Google

di Σ'; e viceversa. Affinchè ciò accada, è necessario e sufficiente che il fascio di forme che tocca Σ' in γ, abbia P per punto base ([31]), ossia che P stia sull' inviluppo di Σ', e quindi pure sulla forma del complesso relativa ad r, inviluppo di Σ. Ciò avviene sempre e solo se il cono [P] *tocca* r (cfr. § V, n.° 22): e il punto di contatto dev' essere il punto R, comune a [P] ed a r. Il cono [P] non può mai passare doppiamente per R ([32]). Si ha pertanto:

Un punto R *di* S_4 *non sito su* π, *il cui cono* [R] *seghi questo piano secondo una conica avente un sol punto doppio* P, *è punto certo semplice di* V: *lo spazio che tocca* V *in* R, *non è altro che lo spazio tangente al cono* [P] *lungo la generatrice semplice* PR.

36. — Con ragionamenti simili si dimostra che:

Un punto R *di* S_4 *non sito su* π, *il cui cono* [R] *seghi questo piano secondo una retta* p *da contarsi due volte, è doppio per* V: *il cono quadrico tangente in* R *a* V *ha una retta doppia, ed è precisamente l' inviluppo del sistema* ∞^1 *e d' indice 2, degli iperpiani che toccano in* R *i vari coni del complesso col vertice su* p.

37. — Consideriamo un punto P generico di π, e la *curva* δ luogo dei punti R di S_4, per i quali il cono [R] *tocca in* P il piano π. La curva δ sta evidentemente sul cono [P] e sulla V: anzi, per il n.° 35, lungo di essa queste forme *si toccano*. Se consideriamo in π una *qualunque* retta r passante per P, la forma del complesso ad essa relativa (inviluppo dei coni di Ω col vertice su di r) *passa per la curva* δ: infatti i coni del complesso col vertice su δ toccano (in P) la retta r. Da qui discende che, se consideriamo il sistema ∞^2 dei coni del complesso

([31]) Cfr. il n.° 5 della Nota cit. in ([11]).

([32]) Infatti, in caso contrario, il cono [P] avrebbe come doppia la generatrice PR. Questa avrebbe P come punto singolare, mentre il relativo spazio singolare sarebbe quello di R e π, il quale tocca lungo RP il cono [R]. Ora, per π passa un numero finito (e pari a 30) di spazi singolari (v. n.° 10), e, attesa la generalità di π, nessuno di questi avrà il relativo punto singolare sito su questo piano.

Digitized by Google

col vertice su π, la relativa *curva caratteristica* sita sul cono [P], comprende come parte o coincide colla δ. Ma, inversamente, se R è un punto di quella curva caratteristica, esso deve stare su *tutte* le forme del complesso relative alle varie rette r di π che passano per P, onde il cono [R] deve toccare (in P) quelle rette r, e cioè deve toccare in P il piano π. Dunque R sta su δ. Pertanto:

Consideriamo il sistema ∞^2 *dei coni del complesso col vertice* P *su* π. *La relativa curva caratteristica, sita su uno* [P] *di quei coni, è una curva* δ *dell'* 8° *ordine e genere* 4, *che passa doppiamente per* P (33). *Ebbene essa è il luogo dei punti* R *di* S_4, *per cui il cono* [R] *del complesso tocca in* P *il piano* π.

La forma V è il *luogo* delle suddette curve δ, e quindi:

La forma del complesso relativa ad un piano π, *non è altro che l'inviluppo degli* ∞^2 *coni del complesso col vertice su quel piano.*

38. — In base ai n.i 35 e 36, si ha che la *curva* luogo dei punti R dei S_4 non siti sul piano π, per cui il cono [R] sega π secondo due rette coincidenti, è *doppia per* V; e che V *non ha punti multipli fuori di questa curva e di* π. Indicheremo tale curva colla lettera v. Essa, per il citato n.° 36, non avrà punti singolari fuori di π; e nessun suo punto che non stia su π, può per V esser doppio bispaziale.

Si ha ovviamente che la curva v, è il luogo dei punti doppi per complessi sezioni di Ω con spazi per π. Pertanto, dal n.° 10 avremo che:

La curva v *ha sul piano* π 12 *punti semplici, che sono precicamente i* 12 *punti* P_j *comuni alle curve* C_2, C_6. *Essa è segata ulteriormente in* 16 *punti dagli spazi per* π, *ond'è del* 28° *ordine.*

39. — Preso un qualunque punto P di π, sia R un punto comune al cono [P] ed alla curva v. Il cono [R] segherà π secondo una retta p da contarsi due volte, la quale passerà ne-

(33) Infatti essa è la curva base della rete di quadriche che tocca nel cono [P] il suddetto sistema ∞^2: e questa rete ha P come punto base (v. la Nota cit. in (11), n.° 3).

Digitized by Google

cessariamente per P. Pel teor. del n.° 36, lo spazio che tocca in R il cono [P] contiene la retta ivi tangente alla curva v. E dunque:

I coni del complesso col vertice su π *toccano ovunque incontrano, e quindi in 28 punti, la curva* v.

Pertanto anche ognuna delle ∞^2 curve δ considerate al n.° 37, si appoggia alla v in 28 punti.

40. — Sia R un punto semplice di V. Il cono [R] toccherà π in *un punto* P; e lo spazio P tangente lungo PR al cono [P], sarà lo spazio tangente in R a V (cfr. n.° 35). Sia p la retta per P traccia su π dello spazio P.

Lo spazio P sega Ω secondo un complesso di rette che ha P come punto singolare, essendo PR la sua retta singolare, ed il suo piano singolare in quello spazio essendo il piano di p ed R, il quale tocca lungo tale retta il cono del complesso relativo ad un punto (R) di questa. Si ha quindi che la superficie singolare di quel complesso sezione passa per P, toccando ivi la retta p.

Inversamente, sia P uno spazio che seghi π in una retta p, e tale che la superficie singolare del complesso $[P]$ *tocchi* p in un punto P. Questo punto P avrà una retta singolare r, passante per P, lungo cui il cono [P] è toccato dallo spazio P considerato. Il piano singolare di quel complesso relativo a P, conterrà le rette p ed r: esso segherà il complesso $[P]$ (e quindi pure Ω) secondo due fasci di rette coi centri su r. Lo spazio di π ed r contiene quel piano, onde (v. § I, n.° 2) esso toccherà lungo la retta r il cono del complesso relativo ad *un* punto R di r. Ciò dimostra che il punto R sta su V, e che P è lo spazio ivi tangente a V. Dunque:

Gli spazi tangenti di V, *sono quelli che segano* π *lungo una retta che è tangente alla superficie singolare del complesso da essi segato su* Ω.

In base al § V, n.° 27 (v. nota (28)), si può anche dire che V è l'inviluppo degli spazi tangenti ai coni T relativi alle varie rette di π; poichè (v. n.° 34) il piano π come inviluppo d'iperpiani è 12-plo per V, risulta che (34):

---

(34) Basta considerare un piano α appoggiato a π lungo una retta, e determinare gli spazi tangenti di V che passano per α.

Digitized by Google

La forma V *è di classe 24.*

Ciò si dimostra anche come segue. Sia α un piano generico, di cui A sia la traccia su π. Consideriamo i due fasci di rette coi vertici in A, siti nei due piani α, π, e fra essi stabiliamo la corrispondenza in cui rette omologhe sono congiunte fra loro da piani del complesso Θ. Tale corrispondenza è di indici (4, 4), ond' essa avrà nel fascio di rette di π, 24 rette di diramazione. Queste sono proiettate dal piano α, precisamente secondo gli spazi tangenti di V che passano per questo piano.

41. — Si voglia ora *il genere della curva* v.

All' uopo consideriamo tre forme prime polari generiche di V, e siano F_1, F_2, F_3; esse e V devono segarsi in 24 punti, fuori dei punti multipli di V, poichè 24 è la classe di V (v. n.° prec.).

F_1, F_2, F_3 sono tre forme del 5° ordine, che passano *semplicemente* per il piano π e per la curva v, doppi per V, e che inoltre lungo le curve C_2 e C_6 (che sono luoghi di punti doppi unispaziali per V) si *toccano*, toccando pure V.

Per note proprietà F_1 ed F_2, fuori di π, devono segarsi secondo una superficie φ del 24° ordine, la quale deve incontrare π precisamente nella curva dell' 8° ordine costituita da C_2 e C_6.

Detta superficie passa semplicemente per v, onde (per il constatato contatto lungo C_2 e C_6) essa sarà segata da F_3, fuori dei punti multipli di V, secondo una curva λ d' ordine:

$$5.24 - 28 - 2.2 - 2.6 = 76.$$

Questa curva dovrà segare V fuori dei punti multipli, in 24 punti semplici.

La curva λ si può appoggiare a π solamente in punti di C_2 o C_6, poichè è precisamente lungo queste curve che si appoggia a π la superficie φ, la quale contiene λ. — Uno spazio P generico per π, sega F_1, F_2, F_3, fuori di questo piano, secondo tre superficie del 4° ordine, passanti pei 16 punti in cui P sega v fuori di π. Esse inoltre hanno a comune *su* π 16 punti, che sono i punti doppi unispaziali di V che hanno P per spazio tangente (v. il n.° 34): infatti in tali punti le forme F_1, F_2, F_3 sono *toccate* dallo spazio P; ed è poi chiaro che su π esse non hanno nessun altro punto a comune. Quelle superficie

Digitized by Google

si segheranno quindi ulteriormente in $4 . 4 . 4 - 16 - 16 = 32$ punti, i quali non saranno altro che le intersezioni di P colla curva λ, che cadono fuori di π. Si ha pertanto che la curva λ si appoggerà al piano π in $76 - 32 = 44$ punti, necessariamente di C_2, oppure di C_6: in questi, anzi, essa *toccherà* V.

Se indichiamo con z il numero dei punti in cui la curva λ si appoggia alla v, dovrà essere, per quanto sopra:

$$76 . 6 = 24 + 44 . 3 + 2 . z$$

e dunque: $z = 150$.

Se ora consideriamo la forma Jacobiana di F_1, F_2, F_3 e di due forme lineari generiche, essa dovrà segare la curva v, intersezione parziale delle prime tre, fuori dei punti in cui essa si appoggia alle residue intersezioni, in un numero di punti pari al rango ζ di v. — La curva v si appoggia al piano π nei 12 punti P_j: in questi le forme F_1, F_2, F_3, si toccano, onde quella Jacobiana passerà doppiamente per quei punti (35). La curva v, inoltre, si appoggia alla λ in 150 punti, per i quali la Jacobiana passa semplicemente. Poichè quest'ultima è del 12° ordine si avrà:

$$28 . 12 = 2 . 12 + 150 + \zeta ,$$

onde: $\zeta = 162$. — Da qui deduce per il genere cercato il valore 54.

La curva v, *doppia per* V, *è di genere 54.*

42. — La forma V avrà ∞^2 *spazi tangenti doppi stazionari.* La *classe* della suddetta ∞^2 di spazi, non è altro che il numero dei punti in cui si segano V, la sua Hessiana, e due sue forme prime polari generiche F_1, F_2, fuori dei punti multipli di V.

F_1 ed F_2, fuori π, si segano nella superficie φ considerata al n.° prec.: quest'ultima segherà V, oltre che nelle curve v, C_2, C_6, in una curva β di ordine:

$$24 . 6 - 28 . 2 - 2 . 3 - 6 . 3 = 64 .$$

Per determinare il numero dei punti in cui tale curva β si appoggia a π, consideriamo per questo piano uno spazio P ge-

(35) Si può vedere che in essi *non* tocca la curva v.

Digitized by Google

nerico; esso segherà V, F_1 ed F_2, fuori di π, secondo tre superficie del 4° ordine aventi a comuni i 16 punti doppi della prima, ed inoltre aventi su π 16 punti a comune: ciò si vede con ragionamenti analoghi a quelli tenuti al n.° 41. — Quelle tre superficie si segheranno quindi ulteriormente in

$$4 \cdot 4 \cdot 4 - 2 \cdot 16 - 16 = 16$$

punti, e questi non saranno altro che le intersezioni di β collo spazio P che cadono fuori di π. La curva β si appoggerà pertanto a questo piano in $64 - 16 = 48$ *punti,* necessariamente siti su C_2 o su C_6 ([36]).

Per determinare il numero dei punti in cui β si appoggia a v, consideriamo una terza forma prima polare, F_3. Essa dovrà incontrare la β, fuori dei punti multipli di V, in un numero di punti pari alla classe 24 di V; poichè essa *tocca* la β nei 48 punti in cui questa curva si appoggia a π, così il numero richiesto sarà:

$$64 \cdot 5 - 24 - 2 \cdot 48 = 200 .$$

La Hessiana di V è una forma del 20° ordine, la quale passa triplamente per questi ultimi punti, toccando ivi la V, e quindi pure la curva β ([37]). — Si può poi vedere che quella forma passa *6 volte* per le curve C_2, C_6, doppie unispaziali, site nel piano doppio π di V. Inoltre in un punto di queste curve essa ha lo spazio ivi tangente a V, contato due volte, come parte del cono tangente. Da qui (con delle considerazioni che omettiamo per brevità), si può dedurre che la curva β in ciascuno dei 48 punti in cui si appoggia a π, ha colla suddetta Hessiana incontro *8 — punto.*

La classe cercata vale quindi:

$$64 \cdot 20 - 200 \cdot 4 - 48 \cdot 8 = 96 .$$

La ∞^2 *degli spazi tangenti doppi stazionari di* V, *è di classe 96.*

([36]) Si può vedere che, in generale, nessuno di essi cade in un punto P_j.

([37]) Cfr. loc. cit. in ([24]).

Digitized by Google

43. — In virtù del n.° prec., il cono circoscritto a V da una retta generica di S_4 è di ordine 64, classe 24, ed ha 96 spazi tangenti d'inflessione. Per una formola di PLUECKER, esso dovrà avere un numero di spazi bitangenti pari a:

$$\frac{1}{2}(24 \cdot 23 - 3 \cdot 96 - 64) = 100 .$$

La forma V *ha una* ∞^2 *di spazi bitangenti, la quale è di classe 100.*

44. — In base alle considerazioni svolte al n.° 40, si ha facilmente che uno spazio tangente *doppio stazionario* di V, sega generalmente π secondo una retta, che è una *tangente principale* per la superficie singolare del complesso che esso taglia su Ω; e viceversa.

Per il § V, n.° 31, una retta r generica di π sta in 24 spazi siffatti, *non* passanti per π; però, per posizioni particolari di r, uno di tali spazi può passare per π: a tal proposito si ha ovviamente che uno spazio P generico per π, proviene in tal guisa da 24 rette di questo piano, le quali sono precisamente le tangenti d'inflessione della curva C_4 che si ha in corrispondenza a P, giusta il n.° 10. Si ha quindi che: *la* ∞^2 *di spazi di cui al n.° 42, ha il fascio di spazi di asse* π *multiplo secondo 24.*

Gli spazi di detta ∞^2 che passano per un punto P generico di π, devono costituire una ∞^1 di indice 96 (v. n.° 42). Tale ∞^1 si spezza nel suddetto fascio di spazi da contarsi 24 volte, ed in una ∞^1 residua, la quale quindi sarà di indice 72. Ma, per quanto sopra, vi dovranno essere 24 spazi *non passanti per* π, appartenenti a quest'ultima ∞^1, e contenenti un altro punto generico di π, onde tale ∞^1 dovrà avere $72 - 24 = 48$ spazi a comune col fascio di asse π. Questi proveranno da altrettante rette per P, tangenti d'inflessione per curve C_4. Pertanto:

Le ∞^1 *tangenti d'inflessione delle varie curve* C_4 *del piano* π *(di cui al n.° 10), inviluppano una curva della* 48^a *classe.*

45. — Dal n.° 40, si ha che uno spazio P bitangente di V sega π secondo una retta p, la quale per la superficie singo-

Digitized by Google

lare relativa a $[P]$, o è una bitangente, oppure ne contiene uno dei punti doppi (isolati); e viceversa. Nel primo caso possono presentarsi due fatti distinti, a seconda che la suddetta superficie, nei due punti di contatto colla retta p, ha piani tangenti distinti o coincidenti. Esaminiamo le tre possibilità.

46. — Se quei due piani coincidono in *un* piano ρ, questo sarà un piano bitangente della superficie singolare di $[P]$, e cioè sarà piano doppio di questo complesso, ossia piano singolare di Ω; ed inversamente (38).

Dunque: *Vi sono* ∞^1 *piani* ρ *singolari di* Ω, *incidenti a* π *lungo rette: ciascuno di essi è asse di un fascio di spazi bitangenti di* V.

In ogni spazio per π *vi sono palesemente 16 piani siffatti; ognuno di essi tocca* V *lungo una conica, e si appoggia alla curva doppia* v *in 6 punti di tale conica.*

Quegli ∞^1 piani ρ costituiscono una forma, il cui ordine coincide con la classe della ∞^2 di spazi bitangenti a cui essi danno luogo. — Si voglia tale carattere, e cioè il numero dei piani ρ singolari di Ω, che sono incidenti in un punto ad una data retta r generica, e che si appoggiano lungo una retta al piano dato π.

In ogni spazio P per π, consideriamo la relativa superficie K, singolare di $[P]$; se R è la traccia di P su r, il cono circoscritto da R a K, segherà π secondo una curva γ della 4ª classe. — È chiaro che la retta p d'appoggio su π di uno dei piani ρ cercati, sarà una bitangente della curva γ relativa al punto R in cui quel piano ρ si appoggia ad r. — Viceversa, se la curva γ relativa ad un punto R di r ha per bitangente p, il cono circoscritto da R alla relativa K ha un piano tangente doppio $\rho \equiv \mathrm{R}p$, onde o R sta su K, oppure questa superficie ha su quel piano una retta doppia, od infine il piano ρ è piano tangente doppio isolato di K, e cioè piano singolare di Ω. — Ora, di punti R di r che stiano sulla K relativa, ve ne sono 6: le traccie di V su r; e ciascuno di essi fornisce una curva γ

(38) Si noti che p non può essere retta doppia di $[P]$, poichè π non contiene rette singolari di Ω (v. n.° 10).

Digitized by Google

con tangente doppia. Di superficie K con retta doppia se ne hanno 30 (n.° 10), ed in corrispondenza si hanno altrettante curve γ con tangente doppia.

Il sistema delle curve γ, considerate come inviluppi, è di indice 4, onde (Nota cit. in (11), n.° 5) esso contiene 108 curve con bitangente: oltre alle suddette $6 + 30$ curve γ, si avranno quindi 72 curve siffatte, e queste saranno del 3° tipo. Poichè però (come si vede facilmente in base al lavoro citato) ognuna di queste ultime curve conta per *due* nel numero delle suddette 108, così il numero cercato sarà $\frac{1}{2}72 = 36$. Pertanto:

La ∞^2 di spazi bitangenti di V, *considerata sopra, è di classe 36.*

Siccome in ogni spazio per π si hanno 16 piani ρ, così le rette p in cui questi piani si appoggiano a π, inviluppano una curva *di classe* $36 - 16 = 20$. — Inoltre:

Detta ∞^2 di spazi, ha il fascio di spazi di asse π multiplo secondo 16.

47. — Mantenendo le notazioni del n.° 45, si ha che se il complesso $[P]$ ha un punto doppio P, sito sulla retta p d'intersezione di P con π, il punto P è certo singolare per Ω, e cioè sta su C_6, ed inoltre lo spazio P è tangente al cono [P] (che ha una retta doppia); e viceversa. Pertanto:

Altri ∞^2 spazi bitangenti di V *sono dati dagli spazi che toccano* (lungo piani) *i coni del complesso relativi ai vari punti di C_6.* È facile vedere che *tale ∞^2 di spazi è di classe 24* (39), *e contiene 12 spazi passanti per π.*

48. — Per il n.° 45, V avrà un'ultima ∞^2 di spazi bitangenti, dati dagli spazi P per cui la traccia p su π è una *bitangente* della superficie singolare, considerata sia come luogo, che come inviluppo. Per i n.i 43, 46, 47, *tale ∞^2 di spazi è di classe* $100 - 36 - 24 = 40$.

---

(39) Tale infatti è il numero di quei coni che toccano una retta generica di S_4.

Digitized by Google

In base ai n.i 31 e 47, si ha inoltre che una retta r generica di π sta in $28 - (24 - 12) = 16$ spazi di detta ∞^2, *non* passanti per π; però per posizioni particolari di r, uno di tali 16 spazi può passare per π: precisamente uno spazio P generico per π proviene in tal guisa da $28 - 16 = 12$ rette di questo piano, le quali non sono altro che le bitangenti della curva C_4, che si ha su π in corrispondenza a P, giusta il n.° 10, detratte però le rette traccie su π dei 16 piani ρ singolari, che si hanno in P. Pertanto: *la suddetta* ∞^2 *di spazi bitangenti, ha il fascio di asse* π *multiplo secondo 12.*

Da qui, con ragionamento analogo a quello tenuto al n.° 44, risulta che le precedenti 12 bitangenti di C_4, al variare di P attorno a π, inviluppano una curva di classe $40 - 12 - 16 = 12$. Poichè, in base al n.° 46, le altre 16 bitangenti inviluppano una curva di classe 20, così:

Le ∞^1 *bitangenti delle varie curve* C_4 *del sistema* Ξ *(di cui al § III, n.° 10), inviluppano due curve distinte, le cui classi sono 20 e 12.*

49. — Da ultimo, in virtù dei n.i 10 e 17, si ha facilmente che:

Sulla forma V *vi sono 30 rette incidenti a* π, *e quadrisecanti la curva doppia* v; *lungo ciascuna di quelle rette la forma* V *ammette uno spazio tangente fisso, passante per* π.

PARTE TERZA

Sommario — § VII. (n.i 50-60) Il complesso Ω in relazione alle varie sue forme — § VIII. (n.i 61-75) La corrispondenza delle coppie di punti coniugati rispetto al complesso, e la varietà autoconiugata — § IX. (n.i 76-81) I piani rigati del complesso.

§ VII.

Il complesso Ω in relazione alle varie sue forme.

50. — Per quanto si è visto ai n.i 9 ed 11 di questa Memoria, vi sarà una semplice infinità di *stelle* ∞^2 di rette del complesso.

Digitized by Google

Precisamente, poichè un cono generico di Ω *sega* la curva doppia x del complesso in $40.2 = 80$ punti, così:

Gli iperpiani di S_4 *che contengono una stella di rette del complesso, costituiscono un sistema* ∞^1 *d'indice 80.*

In corrispondenza ad ogni punto di x, si hanno *due* spazi di detto sistema (costituenti complessivamente il cono delle rette di Ω uscenti da quel punto), mentre ad ognuno di quegli iperpiani corrisponde un sol punto di x. In quel sistema si ha quindi una involuzione di coppie d'iperpiani, la quale è priva di elementi doppi (n.° 9) ed è di genere 81 (n.° 12). Per una nota formola di ZEUTHEN:

La precedente ∞^1 *d'iperpiani è di genere 161.*

51. — Se un complesso quadratico di rette di uno S_3 contiene una stella ∞^2 di rette, a questa appartengono tre rette doppie per detto complesso, ed i tre piani determinati da queste rette a due a due, sono pure doppi pel complesso ([40]). In base a ciò, si ha facilmente che:

Il sistema ∞^1 *di cui al n.° precedente, è costituito da spazi che sono tritangenti alla varietà singolare* X.

La curva x *è 6 — pla per la forma* Y *dei punti autoconiugati del complesso.*

52. — Sia r una retta generica di S_4, e W la forma del complesso ad essa relativa. Consideriamo un punto Q comune a questa forma ed alla curva x: il cono [Q] dovrà spezzarsi in due spazi, nessun dei quali conterrà r; poichè inoltre tale cono deve *toccare* r, così il suo piano doppio dovrà essere incidente a questa retta; e viceversa, un punto Q di x per cui si presenti questo fatto, sta su W. Tenendo conto dei n.i 9 e 22, si ha che lo spazio che tocca in Q la forma W, tocca altresì lungo un piano generatore il cono tangente in P alla X: dunque quello spazio contiene la retta tangente in P alla x. Pertanto:

Le forme del complesso relative alle varie rette di S_4 *toccano*

([40]) Cfr. R. STURM, *Die Gebilde ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie*, Leipzig, Teubner (1896), III Theil, p. 378.

Digitized by Google

ovunque incontrano, e quindi ciascuna in $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 = 80$ *punti, la curva* x.

Gli ∞^1 *piani di* S_4 *doppi per coni del complesso* (ognun dei quali contiene un *fascio* di rette singolari del medesimo), *riempiono un' ipersuperficie dell' 80° ordine.*

53. — Sia π un piano generico di S_4, e V la forma del complesso ad esso relativa. Un punto P comune a V ed alla forma singolare X, è vertice di un cono [P] con retta doppia, che tocca π. Pertanto o questo cono ha addirittura un piano doppio, oppure la sua retta doppia è incidente a π; e viceversa. Se si tien conto dei n.i 4 e 35, si ha che:

Le due forme V *ed* X *si toccano ovunque si incontrano, e quindi lungo una superficie di ordine* $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18$. *Tale superficie è il luogo dei punti singolari di* S_4, *la cui retta singolare è incidente a* π; *essa passa semplicemente per la curva* x *doppia di* X, *e per le curve* v *e* C_6 *doppie per* V.

54. — Gli ∞^2 spazi che toccano contemporaneamente le forme X, V, in punti di detta superficie, sono *gli spazi singolari di* S_4 *la cui retta singolare è incidente al piano fissato* π.

Dal n.° 13 si ha che due forme prime polari generiche di X, segano questa forma, fuori di x, in una curva σ d'ordine 70, appoggiata alla x in 320 punti. La *classe* della suddetta ∞^2 di spazi sarà uguale al numero dei punti che V e σ hanno a comune fuori di x: poichè in tali punti, giusta il n.° precedente, si ha contatto, così *la classe cercata sarà:*

$$\frac{1}{2}(70 \cdot 6 - 320) = 50 \ .$$

Allo stesso risultato si perviene, notando che tale classe è pure data dal numero di punti che X e la curva β, di cui al n.° 42, hanno a comune fuori di v e C_6. Poichè in tali punti si ha contatto, ed inoltre la curva β (del 64° ordine) si appoggia

Digitized by Google

a v in 200 punti, e (come si può vedere) a C_6 in 42 punti nei quali *tocca* la X, così il numero richiesto è appunto:

$$\frac{1}{2}(64 \cdot 6 - 200 - 42 \cdot 2) = 50 .$$

55. — Siano π_1, π_2, π_3 tre piani di S_4, e V_1, V_2, V_3, le rispettive forme del complesso ad essi relative. Queste tre forme e la X avranno a comune, fuori di x, un numero finito di punti, che, per il n.° 53, è quello delle rette singolari del complesso che risultano incidenti ai tre piani considerati π_1, π_2, π_3.

Le V_1, V_2, V_3 si segano, fuori di x, secondo una curva d'ordine $6 \cdot 6 \cdot 6 - 40 = 176$. Tale curva e la x si appoggiano in un numero di punti che si determina facilmente, conoscendosi (n.° 12) il rango 240 di x, e che precisamente è 360 (41).

Un ulteriore punto comune a detta curva ed alla X, è punto di contatto per le 4 forme F_1, F_2, F_3 ed X, ond'esso è 4 — plo per quella curva, e questa ha in esso colla X incontro 8 — punto. Il numero cercato è pertanto:

$$\frac{1}{8}(176 \cdot 6 - 2 \cdot 360) = 42 .$$

Dunque:

Vi sono 42 rette singolari del complesso, incidenti a tre piani generici di S_4.

56. — Siano π un piano e P uno spazio di S_4. Per il n.° 11, in P si ha una curva γ, luogo dei punti singolari per rette singolari del complesso site in P, la quale è del 12° ordine, e si appoggia alla curva x in 40 punti. La forma V del com-

---

(41) Si vede agevolmente che ognuno di questi 360 punti, è necessariamente punto di *contatto* di due delle tre forme V_1, V_2, V_3. Da qui si può dedurre che: *Vi sono* $\frac{1}{3} \cdot 360 = 120$ *rette singolari, situate in piani doppi per coni del complesso, che si appoggiano a due piani generici di* S_4. — Di tali rette se ne hanno evidentemente 40 in uno spazio generico di S_4. Se pertanto si applica il suddetto teorema a due piani segantisi lungo una retta, si riottiene per altra via l'ultima proposizione del n.° 52.

Digitized by Google

plesso relativa a π passa per questi 40 punti, e tocca la curva γ ovunque la incontra ulteriormente (cfr. n.° 23); il numero di queste intersezioni ulteriori varrà quindi:

$$\frac{1}{2}(12 \cdot 6 - 40) = 16 .$$

Tale sarà pertanto il numero delle rette singolari di Ω che stanno in P e si appoggiano a π. Ossia:

Le ∞^1 rette singolari del complesso che stanno in uno spazio generico di S_4, costituiscono una rigata del 16° ordine.

57. — Dato un punto P di S_4, consideriamo un piano π generico per esso. Sia V la forma del complesso ad esso relativa, e δ la curva di V (di cui al n.° 37) luogo dei punti di S_4, il cui cono del complesso sega π secondo due rette passanti entrambe per P. La curva δ è dell' 8° ordine, e si appoggia in 28 punti alla curva v doppia per V (cfr. n.i 37 e 39). Essa, poichè sta su V (v. n.° 37), dovrà *toccare* la forma X in ogni punto d' intersezione ulteriore (n.° 53); il numero di questi ultimi sarà pertanto:

$$\frac{1}{2}(8 \cdot 6 - 28) = 10 .$$

Questo è quindi il numero dei punti singolari di S_4, la cui retta singolare passa per P, onde:

Vi sono 10 rette singolari del complesso, che contengono un punto P *generico assegnato.*

58. — Data una retta r di S_4, si considerino per ogni punto di essa le 10 rette singolari del complesso che gli appartengono (n.° 57): si otterrà in tal guisa una superficie rigata. Poichè, giusta il n.° 56, in uno spazio P generico per la r si hanno 16 generatrici di detta rigata, così questa sarà di ordine $10 + 16 = 26$. Ossia:

Le rette singolari del complesso incidenti ad una data retta di S_4, costituiscono in generale una superficie del 26° ordine.

Ciò si dimostra pure considerando due piani π_1, π_2 per la r e un terzo piano generico, ed applicando i teor. dei n.i 55 e 56. — (Si ottiene così l' ordine cercato: $42 - 16 = 26$).

Digitized by Google

Si può anche dire che: *Le* ∞^2 *rette singolari del complesso che si appoggiano ad un piano generico di* S_4, *riempiono una forma del 26° ordine.*

59. — I punti singolari del complesso, la cui retta singolare si appoggia ad una retta r assegnata generica, costituiscono una curva, la quale si appoggia alla r nei 6 punti in cui questa taglia la X, e che è segata ulteriormente in 16 punti da uno spazio generico per r (cfr. n.° 56). Tale curva è pertanto di ordine $6 + 16 = 22$, ed inoltre (pel n.° 52) si appoggia in 80 punti alla curva x. Si ha quindi che una forma prima polare generica della X, sega la curva suddetta, fuori di x, in un numero di punti pari a:

$$22 \cdot 5 - 80 = 30 \ ;$$

tale sarà pertanto la classe degli ∞^1 iperpiani tangenti alla X in punti di quella curva. Dunque:

Le ∞^2 *rette singolari del complesso relative ai vari punti di una sezione iperpiana generica di* X, *costituiscono una forma del 22° ordine.*

Le ∞^2 *rette singolari del complesso, relative ai vari spazi singolari che contengono un punto assegnato generico di* S_4, *costituiscono una forma del 30° ordine.*

Dai n.i 53 e 54 di questo §, si hanno poi i seguenti teoremi:

Le ∞^1 *rette singolari del complesso, relative ai vari punti di una sezione piana generica di* X, *generano una superficie del 18° ordine.*

Le ∞^1 *rette singolari del complesso, relative ai vari spazi singolari che contengono una retta assegnata generica di* S_4, *costituiscono una superficie rigata del 50° ordine.*

Presa una retta r generica, consideriamo la suddetta rigata del 50° ordine ad essa relativa. Un piano π per r sega questa rigata, fuori di r, nei 30 punti in cui si appoggiano a π le rette singolari relative ai 30 spazi singolari che contengono questo piano (n.° 10). Quella rigata si appoggerà quindi alla r in 20 punti, laonde:

Digitized by Google

Vi sono 20 spazi singolari che contengono una retta assegnata generica, la cui retta singolare è a questa incidente (42).

60. — Tenendo conto del n.° 46, si hanno facilmente i seguenti teoremi:

1° — *Uno spazio generico di* S_4 *contiene 16 piani singolari del complesso.*

2° — *Gli* ∞^1 *piani singolari del complesso, incidenti lungo rette ad un piano assegnato generico di* S_4, *costituiscono una forma del 36° ordine.*

3° — *Gli* ∞^1 *piani singolari del complesso, che contengono un punto assegnato generico di* S_4, *costituiscono una forma di ordine* $36 - 16 = 20$.

4° — *Vi sono in generale* $36 + 20 = 56$ *piani singolari del complesso, che si appoggiano a tre rette assegnate di* S_4.

§ VIII.

La corrispondenza delle coppie di punti coniugati rispetto al complesso, e la varietà autoconiugata.

61. — Un punto P generico di S_4, avrà, conformemente al n.° 16, ∞^1 punti coniugati. Precisamente, ogni piano generatore del cono [P] sega il complesso Ω secondo due fasci di rette, di cui l'uno ha per centro P, mentre il centro dell'altro fascio

---

(42) Presa una retta r, si ha su X una curva σ del 70° ordine, luogo dei punti il cui spazio singolare contiene r (cfr. n.° 13). Su tale curva si hanno, pel precedente teorema, 20 punti la cui retta singolare è incidente ad r. La forma W del complesso relativa ad r passa per questi punti, ed anzi è facile vedere che in essi *tocca* la curva σ. Essa sega ulteriormente σ in $70 \cdot 4 - 2 \cdot 20 = 240$ punti. Se P è uno di questi, lo spazio P singolare ad esso relativo passerà per P, ed inoltre dovrà *toccare lungo un piano* il cono [P]: per il n.° 17, ciò equivale a dire che la retta singolare relativa a P, ha ivi colla X incontro tripunto. Pertanto:

Vi sono ∞^2 *spazi singolari del complesso, la cui retta singolare ha colla* X *nel relativo punto singolare incontro tripunto: essi formano un insieme della 240ª classe.*

Digitized by Google

è uno dei suddetti punti coniugati. In corrispondenza ai due sistemi di piani generatori di [P], si avranno quindi *due* curve coniugate a P.

Per determinare gli ordini di tali curve, prendiamo uno spazio P generico: esso segherà [P] secondo una quadrica ordinaria, ed Ω secondo un complesso quadratico di rette $[P]$; questo e quella avranno a comune 8 rette, di cui 4 appartenenti all'una e 4 all'altra delle due schiere rigate della quadrica. Si ha quindi che P sega l'una e l'altra delle curve suddette, ciascuna in 4 punti. Pertanto:

I punti coniugati ad un punto P *generico di* S_4, *costituiscono due quartiche razionali normali site sul cono* [P], *le quali si appoggiano ai piani di detto cono di uno stesso sistema, l'una in tre e l'altra in un sol punto.*

62. — Se una retta r del complesso ha due diverse coppie di punti associati, o queste sono associate ad uno stesso piano per r, ed allora questo piano è un *piano rigato del complesso*, poichè contiene (almeno) tre fasci di rette di Ω; oppure quelle due coppie di punti sono associate a due diversi piani per r, ed allora la retta r è *singolare* pel complesso (v. n.i 15 e 16). Viceversa, ogni coppia di punti sita su di una retta di un piano rigato del complesso, è a questa associata; mentre una retta singolare del complesso contiene ∞^1 coppie di punti ed essa associati, le quali determinano la corrispondenza (2,2) di cui al n.° 17. — In base a ciò, si ha facilmente che:

Ognuna delle rette singolari del complesso uscenti da un punto P *generico di* S_4, *si appoggia in un punto ad entrambe le quartiche coniugate a* P; *e viceversa.*

Poichè due quartiche (1,3) di opposto sistema di una quadrica ordinaria, hanno a comune 10 punti, ciò dimostra per altra via il teor. del n.° 57.

63. — Se il punto P è *singolare*, il cono [P] ha una retta doppia p: la curva coniugata a P si riduce, in questo caso, ad una sola quartica razionale normale sita su quel cono, ed appoggiata in due punti a p. Però, se il cono [P] ha un piano doppio, P ha ∞^2 punti coniugati, costituenti due superficie di STEINER.

Digitized by Google

Se il punto P sta in un *piano* ρ *rigato del complesso*, esso ha generalmente per coniugati, oltre a tutti i punti di ρ, i punti di due curve degli ordini 4 e 3, site su [P], ed appoggiate ai piani generatori di questo cono, del sistema opposto a ρ, rispettivamente in uno ed in due punti. Tutto ciò si vede con ragionamenti analoghi a quelli tenuti al n.° 61.

64. — Diremo *rigata del complesso*, una superficie rigata algebrica, costituita da ∞^1 rette di Ω. — La curva luogo delle coppie di punti associati alle generatrici di una rigata del complesso, si dirà *la curva associata* alla rigata stessa.

Un fascio di rette del complesso, è una *rigata del 1° ordine del complesso*. Consideriamo un siffatto fascio generico, di cui sia π il piano e P il centro. La curva associata a questo fascio sta in π, ed ha con ogni retta generica per P di tale piano, *due* punti a comune fuori di P. Poichè, al variare della retta nel fascio, avviene 4 volte che uno di quei due punti cada in P ([43]), così *quella curva avrà* P *come* 4 — *plo, e sarà del* 6° *ordine.* — Con ragionamenti analoghi (tenendo conto dei n.i 62 e 63), si vede che se nel fascio suddetto si ha una retta che sia *singolare per* Ω, oppure che *stia in un piano rigato del complesso*, essa si staccherà dalla precedente curva del 6° ordine, contata in generale rispettivamente *due* ed *una* sola volta.

In base al *principio della conservazione del numero* si ha che:

Una rigata del complesso di ordine m, *ha generalmente una curva associata d'ordine* 6 m. *Una generatrice generica della rigata, contiene due punti variabili della curva associata: se la prima è* k — *pla per la rigata, ciascuno di questi punti è* k — *plo per la curva associata. Se una generatrice* k — *pla della rigata è retta singolare del complesso, oppure sta in un piano rigato del medesimo, essa, contata rispettivamente* 2k *o* k *volte, si stacca dalla curva associata* ([44]).

([43]) Ciò in corrispondenza ai $3 + 1 = 4$ punti in cui si appoggiano a π le due curve coniugate a P, giusta il n.° 61.

([44]) Questo teorema si può dimostrare direttamente, con tutta facilità, in vari casi particolari. — Valendosi di esso, si può vedere che: *Preso un punto singolare generico, la sua retta singolare assorbe sempre due (almeno) delle 10 rette singolari del complesso che lo contengono.*

Digitized by Google

65. — Per il teor. 3° del n.° 60, vi sono ∞^1 piani singolari che contengono un punto P generico, costituenti un cono del 20° ordine. In corrispondenza a P, avremo quindi una curva n della varietà autoconiugata Y, luogo dei centri dei suddetti piani singolari. Uno di questi piani, di cui sia C il centro, tocca il cono [P] lungo la generatrice PC. Pertanto [P] ed il cono del 20° ordine luogo di quei piani, si *toccano* ovunque si incontrano, e quindi lungo una superficie ν di ordine

$$\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 2 = 20 \ .$$

Quest' ultima non è altro che il cono che da P proietta la curva n. Si vede facilmente che questa curva non passa per P, e si proietta semplicemente da questo punto, ond' essa pure sarà del 20° ordine. Le uniche corde di n che escono da P, sono, in base al n.° 62, le 10 rette singolari del complesso che passano per P: ognuna di queste, anzi, è quadrisecante la curva n (v. n.° 17). Dunque:

I punti autoconiugati del complesso, i cui relativi piani singolari passano per un punto P *generico, costituiscono una curva del 20° ordine, appoggiata in 4 punti a ciascuna delle 10 rette singolari del complesso che escono da* P.

Le ∞^1 *rette del complesso che passano per* P *ed hanno i due punti associati coincidenti, costituiscono un cono* ν *del 20° ordine, proiezione da* P *della curva suddetta* (45).

66. — Vi sono ∞^1 piani singolari, incidenti lungo rette ad un piano π generico: le relative ∞^1 rette d' appoggio inviluppano su π una curva della 20ª classe (v. n.° 46). In base al n.° prec., si può vedere che questa curva e la conica del complesso sita in π, come inviluppi, si *toccano* in ogni tangente comune; il numero di quest' ultime rette sarà pertanto:

$$\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 2 = 20 \ .$$

(45) A conferma di questi risultati, si può applicare alla particolare rigata ν del complesso, il teor. del n.° prec.: la curva associata a ν si spezza nella n da contarsi due volte, e nelle 10 rette singolari per P, da contarsi ciascuna $4 \cdot 2 = 8$ volte; ed è: $20 \cdot 6 = 20 \cdot 2 + 10 \cdot 8$.

Digitized by Google

Ossia:

Vi sono 20 piani singolari aventi il centro su di un piano π *generico, ed appoggiati lungo una retta a questo piano* (46).

67. — Se p è una retta generica di S_4, vi saranno ∞^2 piani singolari del complesso incidenti a p. I centri di questi piani singolari costituiranno una superficie G, la quale si appoggerà a p precisamente nei punti in cui questa retta sega la varietà autoconiugata Y.

Per determinare l'ordine di quella superficie G, tracciamo uno spazio P generico per p, e consideriamo le ∞^1 rette del complesso che si appoggiano a p stando in P, e che hanno i due punti associati coincidenti. Esse costituiranno una rigata del complesso di ordine $20 + 20 = 40$, poichè, per i n.i 65 e 66, si hanno 20 di quelle rette per ogni punto di p, e 20 in ogni piano (di P) per p. La curva g luogo di quelle coppie di punti associati coincidenti, non è altro che la traccia di G su P.

Quella rigata del complesso, non conterrà generalmente rette di piani rigati di Ω; invece ammetterà delle rette singolari del complesso come generatici: precisamente, essa conterrà le 16 rette singolari che stando in P si appoggiano alla p (n.o 56), e ciascuna di queste sarà anzi una quadrisecante della curva g (n.o 17).

Per il teor. del n.o 64, detta rigata avrà una curva associata d'ordine $40 . 6 = 240$, da cui si staccheranno quelle 16 rette singolari, contate ciascuna $2 . 4 = 8$ volte; come curva residua, resterà palesemente la g da contarsi due volte. L'ordine di quest'ultima curva (e quindi pure di G), è pertanto:

$$\frac{1}{2}(240 - 16 . 8) = 56 .$$

Dunque:

I punti autoconiugati del complesso, i cui relativi piani singolari sono incidenti ad una retta p *generica, costituiscono una superficie* G *del 56° ordine.*

---

(46) Da qui si può dedurre che: *In un piano* π *generico, vi sono 46 punti non autoconiugati, aventi due diversi punti coniugati siti sul piano stesso.*

Digitized by Google

È facile vedere che, se p è incidente ad un piano rigato del complesso, questo si stacca dalla G contato *semplicemente.*

68. — Poichè un piano per p sega la superficie G in 20 punti variabili, così si ha in base al n.° precedente che:

La varietà autoconiugata del complesso è una forma Y, *di ordine* $56 - 20 = 36$. *Essa passa semplicemente per i piani rigati del complesso.*

69. — Una retta generica di S_4 ammette una superficie coniugata, luogo delle curve coniugate dei vari suoi punti. — Così pure un piano generico ha una forma coniugata. Questa e quella hanno *lo stesso ordine*, che non è altro che il numero delle coppie di punti coniugati giacenti l' uno su di una retta e l' altro su di un piano, assegnati in modo generico.

Per determinare tale ordine, cominciamo col considerare due rette r, p, generiche di S_4. Le ∞^1 rette del complesso che loro sono incidenti, costituiscono una superficie del 4° ordine, la quale in ogni piano per p dello spazio P di p ed r, ha due generatrici. Essa avrà una curva associata irriducibile, di ordine $4 . 6 = 24$ (v. n.° 64), la quale si appoggerà a p *in 20 punti*, dovendo esser ulteriormente segata da ogni piano generico di P per p, in $2 . 2 = 4$ punti. — Pertanto, data una retta p ed uno spazio P per essa, le rette di quello spazio e del complesso incidenti alla prima, ed aventi su di essa uno dei due punti associati, costituiscono una rigata del 20° ordine.

La suddetta rigata contiene le 16 rette singolari di P che sono incidenti a p, ed anzi si vede facilmente che passa 2 volte per ciascuna di queste. Essa inoltre (pel n.° 61) ammette p come direttrice 8 — pla. La sua curva associata sarà di ordine $20 . 6 = 120$ (v. n.° 64), e si comporrà della p da contarsi 8 volte, delle suddette 16 rette singolari da contarsi ciascuna $2 . 2 = 4$ volte, ed infine di una curva residua, la quale evidentemente non sarà altro che la traccia su P della superficie coniugata a p. L' ordine di questa risulta: $120 - 8 - 16 . 4 = 48$, eppertanto:

La superficie coniugata ad una retta generica di S_4, *è del 48° ordine.*

Digitized by Google

La forma coniugata ad un piano generico di S_4, *è del 48° ordine* (47).

70. — Sia π un piano singolare generico, e C il suo centro. Uno spazio P per π sega Ω secondo un complesso $[P]$, la cui superficie singolare tocca π lungo una conica γ, passante per C. Questa è il luogo dei punti P di π, per cui il cono [P] è toccato lungo PC dallo spazio P considerato. Si ha quindi che le ∞^1 coniche γ che così si hanno al variare di tale spazio per π, formano fascio (avendosene *una* sola per un punto generico di π), onde, oltre a C, esse avranno altri *tre* punti fissi a comune P_1, P_2, P_3, che sono palesemente i punti singolari delle rette singolari di Ω che stanno in π (48).

Ciò premesso, si ha, in base al n.° 65, che sulla forma autoconiugata Y vi sono ∞^1 curve n del 20° ordine, luoghi dei punti C di Y i cui piani singolari contengono uno stesso punto P di S_4. — Si determina palesemente una sola di tali curve n, dando due punti generici di Y, onde, in particolare, vi è una sola di quelle curve che passi per un punto C generico di Y toccando ivi una data retta tangente di Y. Se π è il piano singolare relativo a C, si ha quindi una corrispondenza *birazionale* fra i punti P di questo piano, e le rette (di una stella) che toccano in C l'omologa curva n di Y.

Se P è un punto generico di π, ed n la curva omologa (passante per C), questa sta sul cono [P], onde la retta che la tocca in C, sta nello spazio (per π) che è tangente a detto cono lungo PC (49).

Da qui, tenendo conto di quanto precede, si ha facilmente che *la suddetta corrispondenza cremoniana fra i punti* P *di* π *e le rette* p *tangenti in* C *alla* Y, *è una corrispondenza qua-*

---

(47) Tale forma sega evidentemente il piano relativo, in una curva di punti autoconiugati, e nella curva luogo delle coppie di punti associati alle rette del complesso site nel piano stesso. Ora la prima (pel n.° 68) è del 36° ordine, mentre la seconda (pel n.° 64) è di ordine $2 \cdot 6 = 12$; ed è effettivamente: $36 + 12 = 48$.

(48) Ciò dimostra nuovamente il teor. del n.° 18.

(49) Si ha quindi che la forma Y *non* è toccata in C da π, poichè tale spazio *varia* attorno a π, quando P si muove su questo piano.

Digitized by Google

dratica, che ha per fondamentali su π *i tre punti singolari* P_1, P_2, P_3.

71. — Nella stella delle rette p di cui al n.° prec., vi saranno tre rette fondamentali, p_1, p_2, p_3. Col linguaggio infinitesimale, si potrà dire ad es. che il punto (di Y) consecutivo a C su p_1, è il centro di un piano singolare che *si appoggia a* π (non in un punto, bensì) *luugo la retta* $P_2 P_3$. Tale piano singolare sta quindi con π in uno spazio P_1, il quale è precisamente lo spazio di π e p_1. La conica γ di cui al n.° prec., relativa a P_1, deve comprendere come parte la retta $P_2 P_3$, luogo di punti omologhi a p_1; la parte residua sarà quindi la retta $P_1 C$: ed effettivamente, poichè questa è una retta singolare del piano π, i coni del complesso col vertice su di essa, ammettono lungo tal retta uno spazio tangente fisso. Si vede anzi che P_1 non è altro che lo spazio singolare relativo a P_1, eppertanto:

Gli ∞^3 *piani singolari di* Ω, *si possono raggruppare in sistemi* ∞^1 *costituenti un' ipersuperficie* sviluppabile. *Uno generico di quei piani sta in tre sistemi siffatti, in corrispondenza alle tre rette singolari del complesso ch' esso contiene. Gli spazi che toccano lungo di esso questi tre sistemi, sono gli spazi singolari relativi a quelle tre rette; mentre le rispettive rette caratteristiche, non sono altro che le rette che congiungono a due a due i punti singolari relativi a dette rette singolari.*

72. — Un punto C generico comune alle X, Y, sarà centro di un piano π singolare del complesso, e vertice di un cono [C] la cui *retta doppia r* starà necessariamente in π.

Sia α un piano di S_4 appoggiato a π lungo una retta p. Consideriamo la curva γ, luogo dei punti di Y il cui piano singolare si appoggia lungo una retta al piano α: essa contiene il punto C, e può farsi passare per un qualunque altro punto generico di Y, collo scegliere in modo acconcio il piano α.

La curva γ sta palesemente (n.° 33) sulla forma del complesso relativa ad α: poichè questa tocca la X in ogni punto comune (v. n.° 53), così la curva γ dovrà toccare in C la forma X. Pertanto:

Le due forme X, Y *si toccano in ogni loro punto comune, e quindi lungo una* V_2^{108} *che ammette la* x *come curva 6 — pla.*

Digitized by Google

73. — Gli ∞^2 spazi che toccano contemporaneamente le forme X, Y in punti della suddetta superficie, sono *gli spazi singolari di* S_4, *per i quali uno dei relativi 4 piani singolari* (*di cui al n.° 15*), *ha il centro coincidente col proprio punto singolare.*

Si voglia *la classe di tale* ∞^2 *di spazi.*

Dal n.° 13 si ha che due forme prime polari generiche di X, segano questa forma, fuori di x, lungo una curva σ d' ordine 70, appoggiata alla x in 320 punti. La *classe* cercata sarà uguale al numero dei punti che Y e σ hanno a comune fuori di x: poichè in tali punti, giusta il n.° precedente, si ha contatto, ed inoltre Y è del 36° ordine (n.° 68) ed ha x come curva 6 — pla (n.° 51), così la classe cercata sarà pari a:

$$\frac{1}{2}(70 \cdot 36 - 320 \cdot 6) = 300 \ .$$

74. — Le ∞^2 rette singolari di S_4 relative ai vari punti della precedente superficie, costituiranno una *ipersuperficie*, di cui vogliamo determinare l' *ordine.*

Presa una retta p generica di S_4, consideriamo la curva luogo dei punti singolari la cui retta singolare si appoggia alla p: essa, giusta il principio del n.° 59, è del 22° ordine, e si appoggia in 80 punti alla curva x. L' ordine cercato è palesemente il numero dei punti ulteriori che essa ha a comune colla Y. Poichè anche ora in essi si ha contatto, così per l' ordine cercato si ottiene il numero:

$$\frac{1}{2}(22 \cdot 36 - 80 \cdot 6) = 156 \ .$$

75. — X ha ∞^2 spazi singolari bitangenti, distribuiti in due distinti sistemi algebrici: l' uno è costituito da spazi le cui due rette singolari relative sono sghembe; l' altro, invece, da spazi le cui due rette singolari sono incidenti (v. n.° 20). — La classe complessiva delle due ∞^2 è 220 (v. § III, n.° 14). Vogliamo ora determinare separatamente le classi di detti sistemi, per il che basterà trovarne una sola, p. es. quella dell'ultimo.

Gli spazi di questo sistema, si hanno *tutti* nel modo seguente: preso un punto C comune alle X, Y, esso è centro di

Digitized by Google

un piano π singolare del complesso, e vertice di un cono [C] passante per π, ed avente in π una retta doppia; lo spazio P che tocca [C] lungo il piano π, appartiene al sistema considerato.

Quanti di questi spazi contengono una retta p generica fissata di S_4?

Se P è uno di essi, il corrispondente punto C starà sulla X, ed inoltre sulle varietà G e W relative alla retta p, di cui ai n.i 67, 21. E si noti che la retta doppia del cono [C] risulterà sghemba colla p.

Inversamente, sia C un punto comune alle varietà X, G e W. Esso sarà centro di un piano π singolare del complesso; inoltre il cono [C] dovrà avere una retta doppia, contenere π, e toccare p: se detta retta doppia è sghemba con p, lo spazio che tocca lungo π il cono [C] conterrà necessariamente la retta p, onde sarà uno degli spazi cercati.

Ma può anche verificarsi il caso che detta retta doppia si appoggi alla p: ciò accade per *tutti e soli* quei punti C comuni alle X, Y, ma non siti sulla x, per cui la retta doppia del cono [C] si appoggia alla retta p. Il numero di detti punti C vien fornito dal n.o predente, e vale 156. Si noti che per un punto C siffatto, non solo passa la W, ma questa forma è ivi tangente alla X: ciò risulta subito, in base ai n.i 3, 8 e 22.

Le X, G *si toccano* ovunque s' incontrano (ciò segue dal n.o 72, poichè G sta sulla Y), e quindi hanno a comune una curva di ordine

$$\frac{1}{2} . 56 . 6 = 168 .$$

Questa curva, per quanto sopra, passa pei suddetti 156 punti, nei quali anzi *tocca* W. Gli ulteriori punti che essa ha a comune con quest' ultima forma, sono i punti cercati.

Sia C uno di questi punti: dico che esso è *doppio* per la curva considerata dianzi. Infatti, se π è il piano singolare relativo a C, ed r è la sua retta singolare, π contiene *due* ulteriori rette singolari del complesso (n.o 18), le quali hanno *un medesimo* spazio singolare: lo spazio P che tocca [C] lungo π. Questo spazio, per quanto sopra, contiene la retta p. In base al n.o 70 si ha pertanto, che *infinitamente vicino a* C vi sono su Y,

Digitized by Google

e quindi pure (n.° 72) su X, *due* punti distinti, il cui piano singolare sta in detto spazio P, e quindi si appoggia alla p. Tali punti stanno conseguentemente su G e su X, onde la curva comune a queste due varietà deve passare doppiamente per C.

Da tutto quanto precede risulta, in definitiva, che il numero dei punti C da determinarsi, è:

$$\frac{1}{2}(168 \cdot 4 - 156 \cdot 2) = 180 \ .$$

Si ha pertanto che:

I due sistemi ∞^2 di spazi bitangenti di X, *di cui alla fine del n.° 20, sono rispettivamente di classe 40 e 180.*

§ IX.

I piani rigati del complesso.

76. — Consideriamo un piano π generico di S_4. Vi sono ∞^1 *piani singolari del complesso* il cui *centro* si trova su π: fra questi vi sono certo i *piani rigati* del complesso, il cui centro è indeterminato.

Per il n.° 67, detti ∞^1 piani costituiranno una forma *del 56° ordine*. Essa segherà π nella curva f del 36° ordine luogo dei centri di quei piani (traccia su π di Y), ed inoltre lungo 20 rette, secondo le quali si appoggiano a π altrettanti di quei piani (n.° 66).

Uno spazio P generico per π, *non conterrà* nessuno di quegli ∞^1 piani, e segherà quindi ciascuno di essi secondo una retta, i cui due punti associati coincideranno nel punto (di f) traccia su π della retta stessa. — Le ∞^1 rette che così si hanno in P, costituiscono una rigata F del complesso, del 56° ordine. La curva f contata due volte fa parte della curva associata a tale rigata, le parti residue essendo costituite da rette di piani rigati o da rette singolari del complesso (n.° 64).

La rigata F contiene evidentemente tante rette di piani rigati del complesso, quanti sono i piani stessi che si hanno in S_4.

Digitized by Google

Le rette singolari del complesso Ω che stanno in P, sono pure rette singolari del complesso $[P]$ (n.° 4). Viceversa, una retta r singolare di $[P]$ che sia generatrice della rigata F, è pure retta singolare di Ω: infatti in tali ipoteri r ha due *diversi* piani associati rispetto ad Ω, che sono l'uno il piano singolare per Ω col centro su π di cui r è sezione con P, e l'altro il piano singolare del complesso $[P]$ che è relativo ad r.

Ora si rammenti che la congruenza (4, 4) delle rette singolari di $[P]$, è l'intersezione *completa* di questo complesso con un altro complesso quadratico (50).

Poichè la rigata F, del 56° ordine, è costituita da rette di $[P]$, così su di essa si hanno $56 . 2$ rette singolari di questo complesso, e cioè di Ω.

Valendosi del n.° 64, si ha quindi da quanto precede che su F vi sono: $56 . 6 - 2 . 56 . 2 - 36 . 2 = 40$ rette di piani rigati del complesso. Pertanto:

Un complesso quadratico di rette di S_4, *contiene generalmente 40 piani rigati.*

77. — Sia ρ un piano rigato del complesso. Se R è un qualunque punto di ρ, il cono [R] contiene questo piano, onde se il cono ha una retta doppia, questa dovrà appartenere al piano ρ considerato. Si vede così che ρ contiene ∞^1 rette singolari, che sono tutte quelle relative ai vari punti singolari che gli appartengono. Si ha ovviamente che gli spazi singolari ad esse relativi contengono tutti il piano ρ, eppertanto:

Un piano ρ *rigato del complesso tocca ovunque incontra la varietà singolare, e quindi lungo una cubica piana* C_3. *Le rette singolari relative ai punti di questa cubica stanno nel piano stesso, ed inviluppano una curva* Γ_3 *della terza classe.*

Che quella curva sia di 3ª classe, risulta subito ripetendo con lievi modificazioni le considerazioni svolte al n.° 18. — C_3 e Γ_3 sono riferite birazionalmente, in guisa tale che elementi omologhi si appartengono.

---

(50) Cfr. C. SEGRE, *Sulla geometria della retta e delle sue serie quadratiche*, Mem. R. Acc. delle Sc. di Torino (II) t. 36, n.° 130.

Digitized by Google

78. — Uno spazio R generico per ρ, sega Ω secondo un complesso quadratico di rette, che ha ancora ρ per piano rigato. Tale complesso sezione avrà quindi su ρ *tre* rette doppie [51]: queste saranno le rette singolari di Ω site su ρ che hanno R quale relativo spazio singolare. Si ha quindi che:

Ogni piano rigato del complesso è asse di un fascio di spazi, che sono tritangenti alla varietà singolare X.

79. — Siano a, b, c le rette singolari di ρ che hanno per spazio singolare uno stesso spazio R per ρ. Il cono del complesso $[R]$ che ha il vertice nel punto d'intersezione di b e c, deve ammettere queste rette come doppie, onde si riduce al piano ρ contato due volte. Il punto suddetto è pertanto punto singolare di Ω, e quindi:

Su Γ_3 *si ha una serie lineare, costituita dalle terne* a, b, c *di rette singolari che hanno uno stesso spazio singolare* (*per* ρ): *ogni retta* a *di* Γ_3 *sega* C_3, *oltre che nel suo punto singolare, nei punti in cui essa si appoggia alle due rette* b, c *di* Γ_3 *che con essa formano un gruppo di detta serie lineare.*

In corrispondenza ai 6 elementi doppi di quella serie lineare, si hanno 6 spazi tritangenti passanti per ρ, di cui due dei tre punti di contatto coincidono.

80. — Uno spazio R generico passante per ρ, deve toccare X in tre punti di C_3 (n.° 78), onde la segherà secondo una superficie passante doppiamente per tali tre punti. Tale superficie sarà del 6° ordine, ed inoltre (come X) sarà *toccata* lungo tutta C_3 dal piano ρ; essa dovrà quindi avere su C_3 $3 \cdot 5 = 15$ punti doppi: tre saranno i detti punti di contatto di X con R; i rimanenti 12 dovranno essere punti *doppi* di X, e quindi punti della linea doppia x. Pertanto:

Ogni piano rigato del complesso, è 12 — secante la linea doppia.

81. — Uno spazio R per ρ, potrà anche essere quadritangente la X. In tal caso il complesso $[R]$ dovrà avere (oltre alle

---

[51] V. loc. cit. in [40].

Digitized by Google

tre rette doppie site su ρ) una quarta retta *doppia* r, non appartenente a tale piano. Se R è la traccia di r su ρ, il cono del complesso $[R]$ relativo ad R, deve ammettere r come retta doppia, ed inoltre passare pel piano ρ: tale cono dovrà svanire, e cioè ogni retta di R per R dovrà stare nel complesso, ossia R dev' essere un punto della linea doppia.

Inversamente, se R è uno dei 12 punti della curva doppia del complesso che stanno in ρ (v. n.° prec.), il cono [R] si spezza in due spazi, di cui uno deve necessariamente passare per ρ; e si vede agevolmente che questo spazio tocca X in 4 punti ([52]). Si ha quindi che:

Per ciascuno dei 40 piani rigati del complesso, passano 12 spazi quadritangenti della varietà singolare X.

([52]) Basta applicare la proprietà di cui al principio del n.° 51.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 6 maggio 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

La differenziazione tra diritto pubblico e privato secondo un criterio genetico. (*)

Dr. FERDINANDO FRATTINI

(presen. dal prof. N. Tamassia, m. e., nell' ad. ord. 17 marzo 1929)

È assai disputata questione nella scienza giuridica quella concernente la distinzione del diritto in pubblico e privato, cui più di recente s'aggiunse ed anzi si premise la disputa sulla possibilità stessa della distinzione.

In quanto alla prima e più dibattuta questione non può non notarsi fra i giuristi la più grande disparatezza di sentenze; v'è chi fonda la distinzione sulla diversità finalistica delle norme giuridiche, mentre altri le distingue secondo che si attuino liberamente o necessariamente, e le prime, siccome quelle di cui l'attuazione dipende dalla volontà del singolo, dice di diritto

(*) Brugi, Introduzione Enciclopedica alle scienze giuridiche e sociali nel sistema della giurisprudenza, Milano 1928, par. 18 e 22. — Bonfante, Diritto Romano, Firenze 1900, pag. 135; La progressiva diversificazione del diritto pubblico e privato in Roma, Rivista italiana di Sociologia, 1902, VI, 1. — Costa, Storia del diritto romano privato, Torino 1911, libr. I, cap. I; Coviello, Manuale di diritto civile italiano, Vol. I, Milano 1924, pag. 11. — Filomusi-Guelfi, Enciclopedia giuridica, Napoli 1910, par. 39. — Raggi, Ancora sulla distinzione tra diritto pubblico e privato, Rivista italiana per le scienze giuridiche, LV, 1915, pag. 111. — Ranelletti, Il concetto di pubblico nel diritto, Rivista italiana per le scienze giuridiche, XXXIX, 1905; Rapporti giuridici privati e pubblici e interessi individuali e collettivi, Studi per Fadda, II, pag. 247. — Romano, L'ordinamento giuridico, Pisa 1918. — Salvioli, Storia del diritto italiano, Torino 1921. — Savigny, Sistema del diritto romano attuale, Vol. I, par. 9. — Vanni, Lezioni di filosofia del diritto, Bologna 1898, pag. 87.

Digitized by Google

privato, e queste, perchè attuantesi per la loro sola posizione nell' ordinamento giuridico ed in sola virtù di questo, di diritto pubblico; ma ancora v' è chi pone il criterio di distinzione nel soggetto in quanto pubblico o privato, o nella posizione reciproca dei soggetti nel rapporto giuridico, secondo che sia d'uguaglianza o di subordinazione, o nella natura dell' azione, od anche nell' oggetto della pretensione giuridica, o dichiarando diritto pubblico quello in cui si presenta come scopo la collettività organizzata a Stato e diritto privato invece quello in cui si ha per scopo il singolo in quanto tale.

Ma la difficoltà della spiegazione della distinzione bimillenaria sussiste ancor oggi e i criteri escogitati si rivelano insufficienti, per tutti esistendo riserve e limitazioni che recentemente hanno mosso il dubbio circa la possibilità della distinzione medesima, che da alcuni è stata fin' anco negata. Però il problema esiste ancora con tutta la sua grave importanza per la scienza giuridica; e soluzione d'esso non può aversi ove non s'abbia riguardo alla origine storica della diversità del diritto pubblico dal privato.

***

Nelle formazioni sociali precedenti lo Stato non si ha diversità di diritto in seno ad uno stesso ordinamento sociale: il diritto si palesa *unico* e pur sempre fenomeno spontaneo d'ogni associazione umana stabilmente organizzata, e ne costituisce la struttura esteriore esprimendone le esigenze supreme che l'originarono; sorge dalla necessità di regolare indirizzando, limitando, consentendo l' attività dei singoli acchè non s' esplichi in senso dannoso alla formazione sociale da cui il diritto s'esprime e solo si diriga l'azione degli individui ad ottenere soddisfazione delle esigenze egoistiche dalle quali è mossa, nel piano dell' ordine sociale alla cui tutela l'organizzazione giuridica intende, ed in armonia con le finalità della formazione sociale di cui l'ordinamento giuridico è espressione.

Fuori di questa azione di organizzazione e tutela sociale il diritto non ha fondamento, qual si sia l'aspetto d'esso cui si ha riguardo. Quindi il fatto giuridico si rivela eminentemente sociale e la sua attuazione è opera delle associazioni umane, qualunque

Digitized by Google

sia il vincolo da cui ripetono l'origine: di *sangue*, di *interesse*, di *necessità*, di *idea*; e dalla natura del vincolo il fatto giuridico deriva le proprie elementari caratteristiche (1).

Una quindi l'essenza del diritto: l'ordine a tutela del gruppo sociale più o meno ampio da cui s'esprime: *uno* lo scopo d'esso: l'utilità sociale; *uno* il suo mezzo d'attuarsi: l'organizzazione che nella società si è imposta. E da questa unicità di essenza, di scopo, d'attuazione discende senz'altro l'*unicità organica del diritto.*

Dunque da che deriva che in formazioni sociali più evolute si riveli, e nella sfera interna di uno stesso ordinamento, l'antitesi di due sistemi giuridici, i cui caratteri li dicono estranei l'uno all'altro ed i cui istituti si svolgono nel divenire del diritto, in contrasto continuo? (2)

---

(1) Nella loro pluralità le società umane si distinguono originariamente secondo che il costituirsi di esse si sia determinato per il vincolo del *sangue* (la famiglia e le sue espansioni), o dell'*utilità economica* (le corporazioni, i sindacati, ect.), o della *necessità sociale* (lo Stato), o dell'*idealità* (le Accademie, i partiti politici, ect.), derivandone i corrispondenti ordini giuridici i propri elementari caratteri.

Per altro non ogni ordinamento giuridico si limita ad attuare in sè stesso solo quella esigenza donde scaturì il suo essere originario, bensì spesso progressivamente tende a divenire più robusto e più completo, ed anzi la sua compiutezza nei riguardi della realtà sociale si svolge conformemente al suo raffermarsi in essa, da cui ne consegue una sua accresciuta capacità d'estensione ad esigenze umane ad esso inizialmente estranee, ed anche può figurarsi una continua gara tra la realtà sociale, che pure si innova rendendosi più varia, e l'ordine giuridico che ognora tende a costringerla nel suo ambito.

(2) L'antitesi tra diritto pubblico e diritto privato specialmente si palesa allorchè sono emanati provvedimenti legislativi intesi a regolare, secondo nuovi principi ed in conformità di nuove necessità, istituti privatistici; e cioè quando si ha invadenza dell'elemento pubblicistico nel campo del diritto privato. Pertanto non è possibile dipartire l'odierno sistema del diritto in precise sfere di pertinenza privatistica e pubblicistica, perchè troppe sono le invasioni e sovrapposizioni; solo è possibile proporre tali criteri di distinzione che valgano per il sicuro riconoscimento delle norme giuridiche pertinenti all'una o all'altra sfera, e desumerne la loro diversità da quei caratteri con i quali difformemente si estrinsecano nella realtà giuridica.

Digitized by Google

*
* *

L'indagine moderna sulle formazioni sociali primitive ha riconosciuto nella famiglia e nelle sue espansioni, i primi nuclei sociali a compagine unitaria ed a struttura stabilmente organizzata. Quindi, posto il fenomeno giuridico come spontanea emanazione d'ogni stabile formazione sociale, non può disgiungersi dall'accertamento di queste il riconoscimento di ordinamenti giuridici, che ad ognun d'esse corrispondano e ne riproducano, nell'attuarsi, le supreme esigenze da cui scaturirono.

Ne può certo disconoscersi, più che nelle sue espansioni, nel gruppo familiare, tipo il più comune di società primitiva fra i popoli che per successive aggregazioni entrarono a far parte dello Stato romano (1), un saldo ordinamento giuridico cui presiede, con la più larga autorità, il capo dell'aggregato sociale (pater-familias) normalmente il più anziano, che, seppure assistito o controllato da un *consilium*, dirige il gruppo sociale con poteri d'imperio e di disciplina sulle cose e sui membri d'esso, poteri che rispondono alle finalità per le quali il gruppo è sorto e riposano sulle stesse necessità che vigono a fondamento d'ogni ordinamento giuridico: *l'ordine e la difesa sociale.*

E quando il nuovo e più vasto raggruppamento sociale, la *città-stato*, si costituisce per aggregazione dei gruppi sociali minori, l'ordinamento giuridico che ne risulta si modella in principio sugli ordinamenti ad esso preesistenti, ma non già si confonde con essi. Anzi un processo di diversificazione si svolge poi seguendo l'evolversi della costituzione della *civitas* nel cui ordinamento giuridico si identifica il diritto pubblico, e tra questo e il diritto privato, in cui si unificano per la simiglianza di struttura gli ordinamenti giuridici dei gruppi minori, matura il contrasto per la tendenza degli organismi superiori a dissolvere nel proprio seno gli inferiori e ad assorbirne gli elementi di struttura. E quanto più si rinsalda l'organismo politico della *civitas*, il contrasto si accentua mirando il diritto pubblico, in rispondenza alle esigenze dell'ordinamento statale, a diminuire l'influenza

(1) Dall'età romana muove questo saggio nella considerazione della questione che ne è tema.

Digitized by Google

del diritto privato sino ad invaderne la sfera d'azione onde annullarne l'efficacia od asservirlo ai propri fini. Quest'opera si esplica con l'affermarsi sempre più deciso della autorità centrale, dapprima limitandosi lo Stato ad intervenire tra i gruppi sottostanti per quello che più rientra tra i suoi scopi, indi rendendo la sua ingerenza sempre maggiore sino a togliere ai gruppi minori tutti i poteri che urtano con la sua esistenza ed a ridurre l'efficacia del diritto privato al regolamento di quei rapporti nei quali non vede un'interesse di sua pertinenza da proteggere, chè, ove questo sia ravvisato, lo Stato paralizza le iniziative del diritto privato. Questo nel campo giuridico in corrispondenza a quanto la *civitas* opera nel campo sociale, annullando i gruppi intermedii tra sè e la *familia*, modificando poi questa e riducendola a sola entità domestica.

Così si dissolvono le varie formazioni sociali interne allo Stato e si palesa l'individuo: questi mutua dai perituri gruppi l'ordinamento giuridico e se ne vale per resistere alle pretese dello Stato, alle cui leggi oppone le antiche consuetudini (1).

***

La diversità del diritto privato dal pubblico continuò con i medesimi caratteri dell'opoca classica, nei secoli di mezzo, il diritto privato rivelandosi ancora come l'ordinamento giuridico

---

(1) Che la consuetudine stia alla base del diritto privato e ne sia la forma originaria e prevalente (il che non può negarsi come si ponga mente alla derivazione storica del diritto privato dalle consuetudini precostituitesi alla formulazione legislativa, sia nel periodo antico che nel medievale e moderno) conferma vieppiù la tesi qui prospettata, in quanto appunto la consuetudine non si forma di regola che nel ristretto ambito locale o professionale e di altro genere dei gruppi sociali minori. In tal modo la differenziazione tra diritto privato e diritto pubblico si rinviene anche nella opposizione originaria tra *consuetudine*, manifestazione giuridica normale delle formazioni sociali minori, e *legge*, la cui formulazione presuppone, regolarmente, organi ad essa atti che soltanto possono stabilirsi nel consorzio sociale più ampio ed evoluto.

Con ciò non si nega che si possano avere eccezionalmente anche consuetudini nel diritto pubblico, ma queste o si limitano ad avere una efficacia che non esorbita dalla ristretta cerchia nella quale si formano

Digitized by Google

delle formazioni sociali minori, sia preesistenti allo Stato od anche viventi in esso, ma con la larga e sicura autonomia che nei secoli dell'età di mezzo ebbero ordini sociali e corporazioni.

Inoltre a chi guardi all'odierno sistema del diritto si mostra appieno il diritto privato come resultante, nell'ordinamento attuale, dalla unificazione dei diritti delle formazioni minori, come lo dicono le fonti storiche (1).

Ed ancora attualmente si presenta nel suo aspetto originario come l'ordine giuridico dei gruppi sociali minori, sia in senso geografico che professionale. All'incontro il diritto pubblico si configura come l'ordinamento giuridico dello Stato, si origina da e con lo Stato, e da ciò muove appunto, come è già detto sopra, la ragione d'essere dell'antitesi col diritto privato (2).

Ed a chi abbia mente alla più recente legislazione non sfugge come essa presenti in chiara luce il contrasto tra diritto

---

e per la quale hanno un valore di fatto (consuetudini amministrative), o quand'anche riescano a posizione di norme giuridiche, come nel diritto costituzionale inglese, sono sempre fiancheggiate da vere e proprie leggi o meglio sono nel complesso organico di queste perfettamente inquadrate.

E d'altra parte per niente infirma la tesi in questo saggio prospettata che — ancor prima della recezione nell'ordinamento giuridico statale — si abbia formulazione scritta di norme di diritto privato ed in quegli stessi ordinamenti in cui si costituiscono e per i quali valgono, poichè, ad esempio, anche gli statuti delle corporazioni commerciali non si presentano altrimenti che come raccolte posteriori alla formazione delle consuetudini in essi comprese.

(1) Infatti il diritto privato odierno risulta dalla progressiva fusione ed elaborazione sistematica, specie per opera dei dotti, delle più antiche consuetudini indigene e delle importate dai popoli invasori, e delle nuove costituitesi e vigenti nel rinnovato ambiente sociale dell'età medievale; è nel periodo contemporaneo in gran parte arrestata la produzione consuetudinaria delle norme giuridiche dalla cristallizzazione delle codificazioni e dall'invasione dell'elemento pubblicistico.

(2) È bene a questo punto dissipare l'equivoco in cui cadono coloro che, per voler porre un criterio assoluto di distinzione del diritto pubblico dal privato, dicono questo *individuale,* come se il diritto, pur quando si rivolge a regolare l'attività degli individui, si rivelasse meno fenomeno sociale di quando specialmente intende ad uno scopo di solidarietà sociale: nell'un caso e nell'altro il diritto presuppone la società in cui e per cui s'attua, ne' mai l'ordine giuridico è posto per finalità individualistiche, ma pur sempre per scopi prettamente sociali. E tale

Digitized by Google

pubblico e privato, svolgendo dalla teoria delle limitazioni d'ordine pubblico una sistematica invasione pubblicistica che assorbe e conquista al diritto pubblico istituti costituitisi nell'ambito dei gruppi sociali inferiori allo Stato e già di pertinenza del diritto privato.

*
* *

Quindi se è impossibile una distinzione *essenziale* dei due diritti, in quanto si manifestano su tutto ambedue come *ordine sociale*, la differenza di essi e l'antitesi loro riposa sull'essere espressioni di diverse formazioni sociali; e se è vano proporre criteri di distinzione dell'un diritto dall'altro specialmente fondandoli sullo scopo o sui soggetti o sull'oggetto della norma giuridica o sull'azione che la tutela, come se si avesse in uno stesso ordinamento giuridico possibilità di manifestazioni originali talmente diverse da assurgere ad antitesi, all'opposto si presenta con caratteristiche decisive per la differenziazione del diritto pubblico dal privato, il criterio di distinzione qui proposto che riconosce nel diritto privato *l'ordinamento giuridico delle formazioni sociali minori* assorto a sistema unitario nell'antitesi col diritto pubblico, nel quale è ravvisato *l'ordinamento giuridico del maggiore consorzio sociale.*

---

carattere non si smentisce tanto se in uno stesso ordinamento la garenzia d'ognuno sia anche la garenzia di tutti, quanto se nell'interesse supremo del gruppo sociale siano conferiti ad un membro d'esso facoltà e poteri che lo pongono in posizione di supremazia.

È solo nell'ulteriore svolgimento della società maggiore (lo Stato) dalle minori (famiglia, ordine sociale, corporazione) che, opponendosi l'ordinamento minore alla sua dissoluzione nell'ordinamento maggiore, si oppone allo Stato individualmente il capo del gruppo sociale, nel quale si incentra l'ordine giuridico minore: questa opposizione conduce poi, per la dissoluzione degli ordinamenti minori, alla opposizione dell'*individuo* allo Stato.

Inoltre è da tale opposizione tra ordine minore e ordine maggiore che scaturisce il contrasto nel diritto di cui la prima fase si conchiude con la recezione nell'ordinamento statale dell'ordine giuridico delle formazioni minori, però solo in quanto lo esigono le condizioni economico-sociali.

Digitized by Google

La diversità di norme si rivela solo nell'ordinamento maggiore (lo Stato). Infatti questo intende principalmente ad assicurare l'attuazione delle disposizioni inspirate ai fondamentali principi su cui riposa, attribuendo invece alle norme privatistiche recepite nel suo ordinamento caratteri di supplenza e derogabilità che le rivelano ad esso originariamente estranee. Così che mentre le norme pubblicistiche si dichiarano per la loro inderogabilità ed anche fondamentale importanza con cui si presentano nell'ordinamento al quale appartengono come le più proprie d'esso, le norme di diritto privato pur avendo presentato od anche presentando nell'ordinamento inferiore da cui s'espressero o s'esprimono le stesse caratteristiche, le perdono come esse son recepite nell'ordinamento giuridico maggiore (1).

*
* *

Da quanto è stato sin qui rilevato appare chiara la ragione della diversità del diritto privato dal pubblico: *ambedue sono espressioni giuridiche di diversi ordinamenti sociali,* resultando il diritto pubblico dall'ordinamento maggiore, lo Stato, il diritto privato dall'unificazione degli ordinamenti minori (quantunque non intieramente compiutasi ancor oggi, che conserva la sua autonomia il diritto derivante dalle corporazioni commerciali e dalle piazze di commercio).

I motivi della coesistenza dei due diritti muovono dal non ravvisare lo Stato nella materia regolata dal diritto privato, interessi di sua pertinenza, ed anche dalla insufficienza di esso a superarne le resistenze.

---

(1) È la stessa ragion d'essere dell'ordinamento superiore che vuole limitati od annullati gli ordini minori, sui quali si afferma e si impone imperativamente colle norme inderogabili (principi d'ordine pubblico), la cui posizione risponde alla necessità di tutelare validamente le esigenze sociali per le quali si costituì l'ordinamento superiore e le altre cui progressivamente si estese. Talvolta poi l'ordinamento maggiore attribuisce imperatività anche a norme che per l'origine non gli appartengono, e ciò si dà quando tali norme fa sue poichè son volte al conseguimento di scopi o propri di ogni consorzio sociale o la cui utilità sociale perdura nell'ordinamento maggiore.

Digitized by Google

Però come si rafforza l'autorità politica dello Stato e si accresce la sua capacità a corrispondere alle esigenze sociali e per l'urgenza di queste, l'ordinamento giuridico pubblico si completa ed i principi che l'informano invadono il campo del diritto privato, limitandone od annullandone l'efficacia e costringendolo al solo regolamento di quei rapporti sociali nei quali non sono ravvisati ancora interessi della generalità da tutelare.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 10 maggio 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

506.5
V46
I 9a

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

DISPENSA SETTIMA

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

In esecuzione dell'art. 25 dello Statuto e dell'art. 50 del Regolamento, si dichiara che delle opinioni e dei fatti esposti nei loro scritti rispondono gli autori che ne conservano la proprietà letteraria.

INDICE

PARTE I^{a}

Adunanza ordinaria del 19 Maggio 1929 . . . . . Pag. 39

Relazione della Commissione nominata dal Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti per giudicare i lavori presentati al concorso di Fondazione Arrigo Forti per il triennio 1926-1928 per la Botanica . . . . . „ 43

PARTE II^{a}

P. Pennato, m. e. — Contributo allo studio della poliomielite acuta dell'adulto . . . . . Pag. 661

G. Furlani — Sul concetto dell'eroe di Babilonia . . . . „ 671

L. Messedaglia, m. e. — Una bolla d'oro del doge Michele Steno. Con 2 tavole . . . . . „ 683

G. Zwirner — Dimostrazione analitica di un teorema relativo alle forme quadratiche a discriminente diverso da zero. Nota . . . . . „ 695

G. Ovio, s. c. — Influenza del nero sulla visione. Con 2 tavole . . . . . „ 699

D. Ongaro — La concentrazione idrogenionica nell'uovo del Filugello . . . . . „ 715

T. Gnesotto, m. e. — Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili. Ricerche sperimentali. Nota IV. (Parte prima) . . . . . „ 725

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Contributo allo studio della poliomielite acuta dell'adulto

PENNATO PAPINIO, m. e.

(*Adunanza ordinaria del giorno 14 aprile 1929*)

La poliomielite acuta dell'adulto, che tanto da vicino rispecchia dal lato anatomico quella infantile (Heine-Medin), ha come questa, aspetti clinici molto vari. L'osservazione di cui riferisco la storia, costituisce una varietà ben rara; fu infatti molto singolare per la speciale localizzazione unilaterale nel midollo cervicale, che ha dato luogo contemporaneamente anche alle sindromi di *C. Bernard Horner*, e di *Brown Sequard*, complicazioni, che *Babonneix* ha pure una volta riscontrato in un suo caso di paralisi infantile (1).

Ed ecco le note dell'anamnesi e degli esami praticati che più importa ricordare:

Caterina d'anni 34, nessuna tara ereditaria; i famigliari godono buona salute, non ha avuto precedenti malattie. Sposata da qualche anno, due figli sani.

È di robusta costituzione, ha sempre validamente atteso a lavori domestici e di campagna.

Alcuni giorni prima di quello in cui fu accolta in ospitale cominciò ad avvertire formicolio e debolezza al braccio destro, fatti che osservò poi anche all'inferiore, benchè meno intensi. In pochi giorni la debolezza aumentò così che l'arto superiore divenne del tutto paralitico, e l'inferiore paretico, e allora anche i movimenti della testa divennero alquanto inceppati e, pare, lievemente dolenti.

(1) Revue Neurolog. 1929, 1.

Digitized by Google

Non presentava lesioni negli organi del torace e dell'addome. Era apiretica, con pulsazioni e respirazioni regolari, normali le funzioni digerenti e l' emissione delle feci e delle orine.

Perfettamente cosciente, e ben orientata, informava con tutta esattezza delle sue sofferenze, che come tante volte ci ha confermato si compendiavano nello stato paralitico degli arti di destra, e nell' ostacolato movimento del capo.

Ma subito al primo guardarla, si notava una differenza tra la metà destra della faccia e la sinistra, per il fatto che l'occhio destro anzichè la naturale sporgenza quale presentava il sinistro, si vedeva manifestamente retratto entro l' orbita, con l' apertura palpebrale molto meno ampia della sinistra, e la pupilla ristretta a un diametro metà di quello di sinistra, cosicchè si vedeva tipicamente riprodotto nella faccia di questa donna, la classica figura della sindrome di *C. Bernard Horner*.

Prescindendo da questa, nessun altra anomalia nè assimetria v' era nella funzione dei nervi cranici, liberi e normali i movimenti dominati dal facciale, dall' ipoglosso, dagli oculomotori. Integre le sensibilità specifiche.

L' arto superiore destro completamente paralizzato a muscolature flaccide e lievemente ipotrofiche. Nessun movimento volontario vi era possibile. Nell' arto inferiore tutti i movimenti possibili ma limitati e per questa evidente paresi, la paziente poteva solo far qualche passo incerto e strisciante. Reflesso patellare a destra ben poco evidente, normale a sinistra, eguali e ben manifesti gli achillei, non Babinski. Nessuna lesione di sensibilità nella metà destra.

Normale la motilità degli arti di sinistra, quanto a sensibilità manifesta ipoestesia dolorifica e anestesia termica: dalla regione cervicale in giù, gli stimoli caldi nè freddi erano avvertiti. E un escara alla spalla sinistra alla quale non avevamo sulle prime dato sufficente importanza, documentava che anche a domicilio nella paziente v' era stata termoanestesia. Infatti ricercando come quest'escara era stata prodotta, abbiamo saputo dell'applicazione di cataplasmi troppo caldi, rimasti completamente inavvertiti.

E per contrapposto al difetto di sensibilità, la motilità degli arti di sinistra era, come si disse, completamente conservata, cosicchè i rilievi obbiettivi presentavano molto chiaramente questo

Digitized by Google

complesso di sintomi: emiparesi destra con sindrome di C. Bernard Horner e *Brown Sequard*, complesso che di per sè era una abbastanza facile guida, indicava cioè come sede della lesione il midollo cervicale inferiore nella sua metà destra.

Non altrettanto facile era procedere nell'ulteriore lavoro diagnostico. Era infatti compromesso il Midollo per un fatto estrinseco di compressione o per una lesione intima? Gli inceppati movimenti del capo non erano già un indizio buono per la prima di queste ipotesi?

Di necessità si imponevano ricerche radiologiche sulla colonna vertebrale. Queste dimostrarono non solo la perfetta integrità e regolarità di tutte le vertebre, ma l'ottimo stato della loro struttura ossea, l'assenza cioè di segni di distrofie o alterazioni nutritizie.

Ma escluse le osteopatie vertebrali, occorreva ricercare se limitazioni nel lume del canale vertebrale, potessero esser causa di compressione. In questo ci soccorse la prova col lipiodol che iniettammo nel rachide, togliendo prima qualche centimetro cubo di liquor. E anche questa ricerca fu negativa, non essendosi dimostrato alcun arresto nel cammino del mezzo opaco.

Il sospetto di compressione estrinseca al midollo, non aveva avuto alcun conforto da queste ricerche, pazientemente sopportate dall'inferma, che ci secondava con una docilità ammirabile: nei cambiamenti di posizione inevitabili per quelle ricerche erano infatti evidenti il disagio e la grande difficoltà della paziente di regger la testa, e doveva aiutarsi a sostenerla colle proprie mani, e coll'aiuto degli assistenti, ma più che dolore dominava in quella difficoltà di regger la testa, il fatto paralitico.

Prendeva dunque consistenza il sospetto di una lesione intrinseca nel midollo. Ma di quale natura? Un fatto tubercolare non trovava alcun appoggio (negativa l'anamnesi — contraria la morfologia del soggetto — negativa la *Pirquet*). Lo stesso doveva dirsi della lue (anche a questo riguardo anamnesi negativa — *Wassermann* completamente negativa nel sangue e nel liquor. Poco soccorso ci venne anche dagli altri caratteri del liquor: pressione modica, limpido, senza granuli rinfrangenti, senza reticolo, albumina 0.20, potere riducente normale. Boveri, Pandy negativa, un elemento bianco per mill. cubo.

Digitized by Google

La paziente morì otto giorni dopo l'ingresso in ospitale, e circa in ventesima giornata di malattia. Aveva conservato fino all'ultimo, perfetta lucidità di mente. Nell'ultimo giorno, la temperatura che prima mai aveva superato 37.9 raggiunse 39. Il vomito la dispnea con cianosi non giustificata da complicazioni polmonari, indicavano la rapida insorgenza di fatti paralitici bulbari, complicanti la lesione midollare.

Ed ecco quanto del reperto anatomico interessa ricordare:

Cervello: un coagulo fibrinoso rossiccio nel seno longitudinale; nessuna alterazione della dura; forte congestione delle meningi molli. Tranne l'iperemia generale nessuna alterazione della sostanza bianca e grigia (circonvoluzioni, grandi gangli, ponte, peduncoli, cervelletto; non dilatati i ventricoli laterali).

Nessuna alterazione nelle ossa del rachide nè sulla superficie esteriore della dura. Nel midollo non constatabili alterazioni macroscopiche esterne, solo una lieve diminuzione di consistenza nel segmento cervicale. Ma colle sezioni di metodo in serie, a varie altezze a livello dell'emergenza delle radici presentavasi evidentemente alterato tutto il midollo cervicale. V'era in generale una forte iperemia e turgore edematoso e nella metà destra una tinta rosea, uniforme, in qualche sezione notata di punteggiature rosse, cosicchè il contorno del corno anteriore era poco marcato, confuso, mentre quello di sinistra era abbastanza distinto dalla rimanente sostanza bianca. Questo aspetto era molto evidente all'altezza della terza radice cervicale, al di sotto le lesioni macroscopiche divenivano meno intense, e già fin dalle prime dorsali le corna anteriori e posteriori e la sostanza bianca assumevano il caratteristico aspetto normale.

Nè nelle meningi molli nè sulla faccia interna della dura erano visibili alterazioni.

Le ricerche istologiche hanno dimostrato chiaramente un processo infiammatorio, localizzato nel Midollo cervicale, di intensità molto diversa nelle due metà del Midollo; a destra comprendendo largamente la sostanza grigia anteriore, e per notevole tratto i cordoni anterolaterali, e in parte anche il posteriore, mentre a sinistra la lesione del corno anteriore era appena iniziale e quella della sostanza bianca limitata ad alcuni fasci del cordone posteriore.

Digitized by Google

E procedendo nella descrizione del reperto dalle parti periferiche: lieve ispessimento della pia che dove si approfonda nel solco anteriore presenta infiltrazione tanto più notevole, quanto più si avvicina al canal centrale, un po' ispessiti con qualche infiltrazione parvicellulare sono anche i setti connettivi.

Nella sostanza bianca focolaj di disintegrazione costituiti da cumuli di cellule granulose di varia forma e grandezza delimitate e in alcuni punti percorse da un fine reticolo di fibre gliari talora con astrociti. L'estensione di questi focolaj è varia a seconda delle varie altezze del Midollo cervicale essendo molto maggiore tra la seconda e quarta radice, meno estesa nei segmenti inferiori. Dove è più estesa comprende buon tratto del cordone anterolaterale dove però restano ancora conservati fascetti di fibre mieliniche specialmente nel fascio piramidale diretto (in gran parte ben conservato). Nel cordone posteriore alcuni fasci di fibre degenerate, questo si nota anche a sinistra, ma in proporzioni molto minori.

Particolarmente importante è in detti focolaj il reperto relativo ai vasi: neoformazioni capillari, dilatazione e forte riempimento delle arteriole e vene, trombi rossi nel lume di alcuni piccoli vasi, attorno e nelle pareti vasali infiltrazione di leucociti e plasmacellule. Dove la sostanza bianca e le fibre mieliniche sono ben conservate l'infiltrazione parvicellulare e le lesioni vascolari sono minime.

La sostanza grigia che come si disse presenta lesioni di intensità molto diversa nelle due metà midollari, è sede prevalente della lesione infiammatoria. Il corno anteriore destro nel suo assieme è ridotto circa un terzo del sinistro, la delimitazione del suo contorno verso i focolaj leucomielitici, è in qualche punto malagevole per la ricca invasione delle cellule granulose. Le cellule gangliari sono in gran parte scomparse, le poche ancora riconoscibili sono notevolmente alterate, a contorni arrotondati, protoplasma omogeneo, spesso a vacuoli e non riconoscibile nucleo, rari residui di tigroide.

Alla lesione così profonda del corno destro fa spiccato contrasto il reperto del sinistro. Qui è conservata la normale disposizione dei vari gruppi cellulari, e le cellule hanno conservato la caratteristica forma, ricche di tigroide (*Nissl*, *Lugaro*) hanno nu-

Digitized by Google

cleo e nucleolo ben distinto. Solo qualche cellula ha forma rotondeggiante, protoplasma più chiaro scarsi blocchetti di tigroide, nucleo a limiti poco netti.

Questo reperto, come si disse, si riferisce al midollo cervicale ove il processo è specialmente intenso all'altezza della terza radice, e al disotto va gradualmente diminuendo fino all' inizio del Midollo dorsale. Le sezioni di questo, danno reperto normale, nel lombare all' altezza del rigonfiamento le cellule del corno destro presentano diminuzione di numero e qualche nota di atrofia.

***

Questa localizzazione nel Midollo cervicale dà ragione dei principali sintomi clinici: flaccidità e paralisi nell' arto superiore destro e nei muscoli profondi del collo, fenomeni oculo pupillari omologhi, termoanestesia crociata. Infatti nel loro complesso i muscoli profondi del collo e della nuca sono innervati dal plesso cervicale (II a VIII), dall' atrofia cellulare del corno anteriore dipendono l' iponutrizione e i difetti di motilità; e l' anestesia crociata dal noto fatto che le impressioni dolorose e termiche, arrivano al midollo per le fibre radicolari corte, e si incrociano immediatamente sulla linea mediana nello stesso piano di loro penetrazione, montando obliquamente nel cordone antero laterale del lato opposto.

E la lesione del midollo cervicale inferiore per paralisi delle fibre simpatiche oculo pupillari a livello del centro cilio spinale, dà spiegazione dell' enoftalmo con miosi e limitazione della rima palpebrale a destra.

Ma se non v è dubbio che la sintomatologia descritta: emiplegia spinale con sindrome di *C. Bernard Horner* e *Brown Sequard*, sia da riferirsi alla lesione prevalentemente unilaterale del midollo cervicale, lesione flogistica acuta che si può riassumere nel diagnostico anatomico di poliomielite con leucomielite — discutibile può presentarsi la natura di questo processo. Già dall' anamnesi, dalle ricerche sierologiche e dallo stesso reperto istologico sono da escludersi tubercolosi e lue. Nessun logico sospetto di altre infezioni nè di traumi. Un processo di poliomielite acuta dell' adulto analogo alla poliomielite infantile corrisponderebbe

Digitized by Google

bene alle note anatomiche della sostanza grigia presentate dal nostro caso. C' era però coesistenza di una nota leucomielitica così pronunciata quale certo non fa parte del reperto comunemente noto nella malattia di *Heine - Medin*.

Però quanto alla compartecipazione in questa, di processi leucomielitici è da ricordare che già *Pierre Marie*, in un' epoca ormai remota fin dai primi studii sulla poliomielite, non consentiva nell' idea di una poliomielite esclusivamente anteriore sistematica nella sostanza grigia, sembrandogli illogico date le conoscenze sulla struttura del Midollo, l'ammettere che le cellule delle corna anteriori possano scomparire senza che degeneri un certo numero di fibre dei fasci bianchi, cosicchè alla poliomielite si accompagna un processo più o meno esteso di leucomielite, trattandosi di processo diffuso che ha soltanto predilezione per la sostanza grigia.

E della diffusione darebbe ragione lo studio della distribuzione dei vasi sanguigni: il focolaio infiammatorio si estenderebbe nella sostanza bianca vicina al corno anteriore, perchè i rami dell'arteria solco commissurale, che si distribuiscono al corno, danno anche rami alla sostanza bianca vicina. E a questo si può aggiungere che quando il focolaio ha tempo di divenire antico, l'atrofia consecutiva oltre che la sostanza grigia interessa anche la sostanza bianca e tutto il lato dell' antica lesione è rattrappito e ristretto.

Questa influenza vasale sull' evoluzione del processo è ammessa in qualche descrizione classica della poliomielite: il processo si diffonde dalle guaine vasali alla sostanza del midollo, tutta la sezione trasversa di essa presenta alterazioni e la lesione del corno anteriore non è che prevalente, veduta che *Ernst* nel trattato di Aschoff (1) riassume dicendo che la poliomielite è da considerarsi un anello nella catena delle acute infiammazioni vascolari che ha la specialità di localizzazione nel dominio dell'arteria del solco commissurale, ciò che dà ragione dell' estensione varia del processo, delle forme a focolaio, delle unilaterali, della tendenza a estendersi in lunghezza.

Queste considerazioni forse confortano l'idea che questa po-

(1) Pathol. Anat., Iena, 1919.

Digitized by Google

liomielite acuta con leucomielite sopra descritta appartenga ad una varietà di *Heine Medin* dell' adulto.

E aggiungo che nella nostra regione non molto prima v'era stato qualche caso di Heine Medin come seguito dell' epidemia del 1925 di cui è riferito in una pubblicazione del prof. *Berghinz* (1).

*
* *

Quanto al particolare decorso clinico di questo caso giova citare qualche nota di analogia con altre osservazioni di *Heine Medin.*

Così l' inizio con fatti paralitici di un arto si trova descritto in un caso di *Pierre Marie* (2) poliomielite acuta dell' adulto a inizio brusco con grave amiotrofia dell' arto superiore. Nell' osservazione di questo A. si affacciava da principio il dubbio di una lesione cerebrale che venne poi esclusa malgrado l' unilateralità, per l' assenza di ogni sintomo da parte della faccia, la distribuzione della lesione a tipo radicolare, la presenza di reazione degenerativa e di contratture fibrillari che completavano il quadro di una lesione delle corna anteriori.

E un osservazione che ha notevole analogia col nostro caso, è riferita da *Babonneix* (3). Questo A. espone la storia di una ragazza di 22 anni che a 13 presentò l' inizio della malattia (paralisi infantile) con sintomi insoliti tra i quali la termoanestesia per lesione della sostanza grigia centroposteriore interrompente le fibre corte al momento della decussazione e la sindrome di *C. Bernard Horner.* A proposito della quale, citata la localizzazione midollare e il complicato decorso delle fibre fino al ganglio oftalmico e ai Nervi ciliari (4) nota che per la distruzione

---

(1) Atti della Soc. med. chir. di Padova, 1926.

(2) Bull. des Hop. med. de Paris, 1919.

(3) Revue neurol., 1919, 1.

(4) Il centro midollare che presiede alla dilatazione dell'iride, che è all'altezza di C_8, è costituito sia da cellule del gruppo postero esterno del corno anteriore, sia dalla colonna di Clarke del primo segmento dorsale. Da questo centro partono fibre simpatiche, che seguendo le radici vanno al cordone simpatico cervicale, d'onde si partono per prender

Digitized by Google

delle fibre simpatiche irido dilatatrici che si oppongono alle parasimpatiche costrittrici contenute nel tragitto del terzo, prevalgono le fibre costrittrici ma se invece della distruzione si ha un fatto irritativo del simpatico, accade il quadro opposto a quello di *C. Bernard Horner*: midriasi, protrusione del bulbo oculare e dilatazione della fessura palpebrale (unilaterali). Sarebbe questa la più rara delle manifestazioni oculari della paralisi infantile, della quale secondo questo A. esisterebbero tre osservazioni.

Tra i multiformi aspetti con cui può presentarsi la poliomielite anteriore citerò ancora per qualche analogia col nostro caso gli inizi con apparenza di paralisi periferica (1), atrofie mielopatiche con apparenze iniziali di neurite (2), poliomieliti infantili con emilocalizzazione amiotrofica (3) e forme di poliomielite a tipo scapoloomerale (4).

E qui mi pare anche a proposito la citazione di una forma intermedia fra poliomielite cronica e sclerosi laterale amiotrofica (5).

Altre volte tra le varietà sintomatiche v' è l' apparenza che tutta la malattia sia costituita da forme dolorose periferiche.

In quest' argomento delle varietà sintomatiche della malattia di *Heine Medin* giustamente osserva *Grasset* (6): essendo la poliomielite una malattia infettiva generalizzata, è giusto supporre che secondo la virulenza dell' infezione, la resistenza del soggetto

---

parte alla formazione del plesso carotideo, poi cavernoso, d' onde quelle che partono da D_1 D_2 passano per l' anastomosi simpatico gasseriana, il ganglio di *Gasser* il nervo ottalmico, il nervo nasale, e i nervi ciliari lunghi, quelle che emanano da C_7 C_8, vanno a lato delle predetti fino al nervo nasale; allora se ne separano per andare al ganglio oftalmico, d' onde partono coi nervi ciliari corti. Queste fibre simpatiche iridodilatatrici si oppongono alle simpatiche iridocostrittrici, contenute nel tragitto del III, se sono distrutte prevalgono le costrittrici.

(1) Massary, Revue Neurol., 1911, n. 12, poliomielite anteriore con apparenza di paralisi del nervo radiale.

(2) Huet cit., in id.

(3) Revue Neurol., 1920, 6.

(4) Brissaud, in Revue Neur., 1909, 6.

(5) Zlatoverow cit., in Revue de Neurol., 1928, II, 5.

(6) Presse. Med., 1924, 64. Contribution a l'étude de certains formes douloureuses de Heine Medin.

Digitized by Google

e l'integrità più o meno marcata di questa o quella parte del suo asse cerebro spinale, le manifestazioni cliniche della malattia saranno differenti. Così si spiegano le varie localizzazioni delle paralisi, le manifestazioni meningee, le forme dolorose tra cui quelle a dolori preesistenti e coesistenti alla paralisi, quelle a dolori generalizzati, quelle a dolori localizzati a certi tronchi nervosi coesistenti colle paralisi e traducenti un processo di neuronite motrice e sensitiva, che può essere simile a una neurite infettiva banale.

***

Questi pur brevi cenni sul vasto argomento delle varietà con cui clinicamente può presentarsi la malattia di *Heine Medin*, mostrano le analogie che con questa dal lato clinico il caso sopra descritto ha presentato.

Delle analogie dal lato anatomico è pur sopra accennato, cioè note infiammatorie comuni ai processi di poliomielite acuta procedenti dai vasi, però con una molto maggiore estensione della leucomielite concomitante.

Debbo vivissimi ringraziamenti al Dott. *Giulio Chizzola* radiologo dell'ospitale per le ricerche radiologiche e al dott. *Paolo Pitotti* dell'Istituto anatomo-patologico di Torino, per la collaborazione nello studio istologico.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 18 maggio 1929)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Sul concetto dell'eroe in Babilonia

GIUSEPPE FURLANI

(present. dal prof. A. Ballini, s. c. n., nell' ad. ordin. 17 marzo 1929)

Presso tutte le nazioni la cui civiltà risale a quella di Roma e d'Atene il sentimento dell'eroismo e il concetto dell'eroe si ritennero essere stati incarnati alla perfezione dagli eroi omerici: Achille ed Ettore sono stati sempre riguardati, non soltanto in Grecia ma si può dire in tutto il mondo partecipe della civiltà mediterranea, come i prototipi perfetti e quasi insuperabili di ciò che costituisce l'eroismo, figure luminose di umanità (1), sbocciate miracolosamente nella mente e nel cuore dei primi Greci, modelli quasi inimitabili di ciò che di più sublime ed alto possa produrre lo spirito umano guerriero. Si ritiene generalmente che le figure degli eroi greci siano genuine produzioni dello spirito greco, originali, di molto superiori alle figure eroiche di tutti gli altri popoli che precedettero i Greci sulla via dell'incivilimento umano.

Ma come negli altri campi dell'attività umana, tanto fisica quanto morale, si è dovuto riconoscere negli ultimi decenni che i Greci ebbero dei predecessori, i quali accanto ad essi non sfigurano affatto, anzi li superarono senza dubbio in qualche parte, e che l'Asia Anteriore antica espresse dai suoi popoli una civiltà che forma uno stadio anteriore a quella greca, poichè quest'ultima ne deriva in non poche parti, e, come per altri campi non si può parlare più del *miracolo* greco, così bisognerà riconoscere che anche nel concetto dell'eroe e dell'eroismo i Greci ebbero

(1) Non più però al giorno d'oggi.

Digitized by Google

dei predecessori nella Valle dei Due Fiumi. Già ai tempi di re Hammurabi, al principio del secondo millennio avanti Cristo, i Babilonesi avevano un concetto del tutto affine ed in qualche parte del tutto identico a ciò che i Greci intesero all' apogeo della loro civiltà per spirito eroico. Quasi tutti i tratti del concetto greco del ἥρως noi ritroviamo nell' antica civiltà di Babilonia e Assiria.

L' eroe in Grecia è anzitutto un guerriero (1). Questa qualità gli è rimasta sempre: essa è la sua qualità originaria che egli non perdette mai, quantunque in progresso di tempo l' eroe fosse stato messo in rapporto con altri ambienti non guerrieri, atti ad oscurare un po' la sua caratteristica primitiva. L' eroe è eccelso per valore ed onestà (2). Egli non pensa ad acquistare ricchezze o cose materiali, ma gloria e fama (3), per le quali sacrifica gioiosamente e prontamente anche la vita. Questa non ha valore alcuno se non è illuminata dalla gloria, dall' ammirazione degli uomini e da un nome buono. L' eroe è quindi, secondo Esichio, δυνατός, ἰσχυρός, γενναῖος, σεμνός (4). Gli eroi sono stati i primi e i migliori tra gli uomini (5).

L' eroe è da un lato un uomo mortale, se non dei tempi presenti, di quelli passati e favolosi, dall' altro però egli è un essere divino o meglio semidivino, poichè non gli compete in pieno la prerogativa della divinità (6). Perciò Luciano osserva che l' eroe è un essere che non è nè un uomo nè un dio ma è tutti e due, μήτε ἄνθρωπός ἐστιν, μήτε θεὸς καὶ συναμφότερόν ἐστιν (7).

(1) Sugli eroi greci si vedano F. Deneken, in Roscher, LGRM, I, 2, s. v. *Heros*, 2441-2589, nonchè l' Eitrem in PWRE, XV (1912), s. v. *Heros*, 1111-1145. Per qualche tratto del carattere degli eroi si può confrontare pure A. Calderini, *Intorno ad Ulisse e ad Achille in Platone*, RILS, ser. II, v. XXXIX, 1003-1010, e *Commenti intorno agli eroi di Omero negli scrittori greci fino a Platone*, l. c., ser. II, v. XLIV, 357-378, nonchè, ora, A. Roviglio, *L' anima degli dei ed eroi dell' Iliade*, Udine 1929 (estratto dall' Annuario del R. Istituto Tecnico " A. Zanon „ di Udine, anno scolastico 1927-1928, v. XL). In Grecia l' eroe omerico è noto come personaggio caratteristico al comparire dei sofisti, Calderini, *Commenti*, 377.

(2) Eitrem, *l. c.*, 1112.

(3) Roviglio, *l. c.*, 16, per Achille.

(4) S. v. ἥρως.

(5) Eitrem, *l. c.*, 1111-1112.

(6) Deneken, *l. c.*, 2462.

(7) Luciano, *Dial. mort.*, III, 2.

Digitized by Google

I poeti chiamano quindi l'eroe volentieri mezzodio, ἡμίθεος (1). Egli tramezza tra il dio e l'uomo, come dice Platone (2) o è addirittura eguale agli dèi. Quindi gli eroi sono, secondo un'espressione di Pindaro, ἀντίθεοι (3). Essendo anche uomo l'eroe agisce perfettamente come gli uomini, però conosce pure i misteri nascosti, rivela il futuro e reca le preghiere degli uomini davanti agli dèi (4). Quantunque siano sì vicini agli dèi, gli eroi presso i Greci e i Romani hanno però più dell'uomo che del dio (5).

Tutte queste caratteristiche degli eroi greci e romani si ritrovano in Mesopotamia (6). Basta pensare alle figure di Gilgameš, di Utnapištim, di Enkidu, di Etana, di Adapa e degli altri eroi del mito babilonese e assiro per scorgere immediatamente i molti ed intimi punti di contatto tra le due concezioni dell'eroismo, quella paleomesopotamica e quella ellenica.

Gli eroi babilonesi sono in gran parte guerrieri, come Gilgameš ed Enkidu. Essi sono uomini ed agiscono come gli altri uomini, hanno tutte le qualità e caratteristiche degli uomini, le loro virtù ed anche le loro debolezze e i loro vizi. Gilgameš è per un terzo uomo e per due terzi dio (7): egli è dunque un vero ἡμίθεος, come avrebbero detto i Greci, cui si fanno perciò anche sacrifici e che si invoca negli inni e nelle preghiere. Inoltre conosce il futuro. Adapa conosce tutti i misteri del cielo e sa quali sono le determinazioni della terra (8). Tutti poi compiono atti straordinari: Gilgameš varca l'oceano della morte e va a trovare l'eroe del diluvio Utnapištim (9), Adapa ed Etana ascen-

---

(1) Deneken, *l. c.*, 2465.

(2) *Simposio*, 202 e.

(3) *Pyth.*, I, 153; IV, 58.

(4) Eitrem, *l. c.*, 1112.

(5) A. Ungnad und H. Gressmann, *Das Gilgamesch-Epos*, Göttingen 1911, 86, n. 4.

(6) Sugli eroi babilonesi e assiri si vedano B. Meissner, *Babylonien und Assyrien*, II, Heidelberg 1925, 49-50, e G. Furlani, *La religione babilonese e assira*, I, Bologna 1928, 349-352.

(7) *Epopea di Gilgameš*, I, c. II, 1.

(8) *Mito di Adapa*, I, 3.

(9) *Epopea di Gilgameš*, XI.

Digitized by Google

dono al cielo, Enkidu uccide assieme al suo amico Gilgameš oltre che Humbaba anche il toro celeste (1).

Tra gli eroi della Mesopotamia e della Grecia nessuno presenta maggiori affinità di Gilgameš e di Eracle. Quest' ultimo è veramente l' unico eroe nazionale greco (2), precisamente come Gilgameš è veramente l' unico eroe nazionale guerriero dei Babilonesi e Assiri. Come l' attività mitica di Eracle abbraccia tutto il mondo antico (3), così quella di Gilgameš comprende tutta la Mesopotamia, l' Oriente e l' Occidente, l' oceano della morte e l' isola dei beati. Gli altri punti di contatto tra i due eroi sono numerosi e non meno importanti: tutti e due sono anzitutto διογενεῖς. Hanno poi in comune la lotta col leone, quella con un gigante, la discesa nell' ade e il superamento della morte, l' andata nel giardino degli dèi e l' acquisto dell' immortalità. Tutti e due sono eroi-dèi, cui si fanno sacrifici e che godono adorazione divina. Inoltre hanno carattere apotropaico. Tutti e due sono eroi vittoriosi e trionfanti, che dopo lunghe lotte e vicissitudini ricevono il premio ben meritato. Nella loro vita le lotte e le fatiche, le feste e le gioie si alternano (4).

Da quanto abbiamo esposto sommariamente resulta, secondo il nostro parere, in modo indubbio che i punti di contatto tra il concetto che si erano formati dell' eroe gli antichi abitanti della Mesopotamia e quello elaborato dai Greci sono molto intimi e numerosi. Data l' azione profonda esercitata sulla civiltà greca, indirettamente, attraverso le interposte civiltà del bacino orientale del Mediterraneo e dell' Asia Minore, dalla coltura della Mesopotamia da tempi antichissimi fino all' êra volgare in tutti i campi dell' attività spirituale e materiale, sarà giuocoforza ammettere che tale azione si è esplicata anche nel concetto dell' eroismo e dell' eroe. E questo si ammetterà tanto più prontamente in quanto le figure, per citare un esempio, di Eracle e di

---

(1) *L. c.*, VI, 115 segg.

(2) C. Robert, *Die griechische Heldensage*, II, Berlin 1921, 421.

(3) Robert, *l. c.*, 421.

(4) A. Jeremias, *Izdubar - Nimrod. Eine altbabylonische Heldensage*, Leipzig 1891, 70-73.

Digitized by Google

Gilgameš sono affatto isolate e singolari nell' ambito del mondo indoeuropeo, rispettivamente semitico (1).

Quanto bene e finemente i Babilonesi hanno elaborato il concetto dell' eroismo in tempi alquanto antichi resulta da un frammento di una recensione paleobabilonese dell' Epopea di Gilgameš, trovato alcuni anni fa, probabilmente a Warkah, nelle rovine della città sudbabilonese di Uruk, e che ora si conserva presso l' Università di Yale (2).

La tavola di Yale, la quale ci ha conservato una recensione dell' epopea diversa da quella paleobabilonese, pubblicata in un piccolo frammento da B. Meissner (3), nonchè dalla neoassira, conservata tra le tavolette della biblioteca di Assurbanipal (4), consiste di sei colonne, tre su ciascun lato. Essa ha maggior numero di righe della tavola di Pennsylvania (5), pure contenente la stessa recensione dell' epopea, ed è la terza di tutta la serie che avrà contenuto per esteso tutto il poema. Il diritto di essa è molto male conservato, il rovescio ha grandi lacune nella prima e nella seconda colonna. La sesta colonna, che è dunque l'ultima, ha sessantaquattro righe, la quinta quarantasette e la quarta quarantacinque. In tutto abbiamo dunque duecentonovantadue righe in sei colonne. Però sedici di queste righe sono scritte sullo spigolo della tavola.

Siccome le due tavole risalgono circa al tempo di re Hammurabi e differiscono dalla recensione paleobabilonese del Meiss-

---

(1) U. von Wilamowitz-Moellendorff, *Euripides Herakles*², Berlin 1909, 26, n. 50.

(2) M. Jastrow, A. T. Clay, *An old Babylonian version of the Gilgamesh epic*, YOS, Res. IV, 3, New Haven 1920, 62-68, descritta nelle pp. 17-18. Il contenuto della tavola di Pennsylvania fu prima identificato da A. Poebel. Poi ne fu fatta un' edizione, non molto buona, da parte di S. Langdon, *The epic of Gilgamish*, PUPM, Babyl. section, X, 3, Philadelphia 1917. Cfr. pure The Museum Journal, VIII, 29-38.

(3) *Ein altbabylonisches Fragment des Gilgamesepos*, MVAG, 1902, 1.

(4) Fu pubblicata da P. Haupt, *Das babylonische Nimrodepos*, AB, III, Leipzig 1884.

(5) Su questa si veda la nota 2. Essa è la seconda tavola della serie e consta di sei colonne, tre su ciascun lato. Sono conservate ancora in tutto o in parte 204 righe, ma delle rimanenti parecchie possono essere supplite.

Digitized by Google

ner, bisogna assumere che attorno all' anno 2000 a. Cr. circolavano in Mesopotamia già varie recensioni o edizioni dell' epopea di Gilgameš (1).

La tavola di Pennsylvania tratta del primo incontro dei due eroi Gilgameš ed Enkidu, del loro conflitto e della loro riconciliazione, mentre quella di Yale tratta dei preparativi per l' incontro dei due eroi col guardiano della foresta Humbaba, scritto qui Hu-wa-wa (2). Le due tavole corrispondono quindi ad alcune parti delle tavole I fino a V della versione neoassira. Quest' ultima dimostra però, se confrontata con quella di cui trattiamo, una certa indipendenza da essa, specialmente per il fatto che è, generalmente parlando, più elaborata e diffusa (3).

Una peculiarità della nostra recensione paleobabilonese, peculiarità che contraddistingue pure quella del Meissner, è che il nome dell' eroe suona semplicemente (d)Giš — forma che sembra dunque esser stata comune ai tempi di Hammurabi — mentre la versione neoassira ha, come è noto, la scrittura (d)GIŠ-TU-BAR, la quale va letta però Gilgameš. Il sumero Giš significa in accado zikaru, uomo, eroe, rabû, grande, e iblu, eroe (4).

Nella prima colonna del diritto della tavola di Yale, conservata molto malamente, gli anziani di Uruk cercano di dissuadere Gilgameš dalla lotta con Huwawa e dimostrano il loro animo grettamente utilitario, piccino, direi quasi filisteo, per adoperare un termine in voga tra i Tedeschi e che esprime molto bene la mentalità ripugnante a qualsiasi senso di eroismo, spoglia di spirito avventuroso ed eroico, degli anziani, affatto incapaci ad intendere la fiamma eroica che arde il loro re :

I, 12 [mi-im-ma šá]-kú-tu wa-ak-rum	qualcosa di eccessivamente difficile,
[am-mi-nim] ta-ah-ši-ih	perchè desideri
[an-ni]-a-am [e-pi]-šá-am	far questo ?
.....mi-im-[ma šá-kú-tu] ma-di-iš	.....qualcosa di molto difficile,
[am-mi]-nim [tah]-ši-ih	perchè desideri
[ur]-ta-du-ú [a-na ki-i]š-tim	scendere nella foresta ?

(1) Jastrow-Clay, *l.* c., 18.

(2) Analisi del contenuto della tavola di Pennsylvania, *l. c.*, 19-20, di quello della tavola di Yale, 20-22.

(3) *L. c.*, 19.

(4) *L. c.*, 25.

Digitized by Google

Da questo passo si vede che gli anziani si meravigliano perchè l'eroe voglia fare qualcosa di molto difficile. Perchè, ragionano essi, rendersi la vita difficile? Perchè andare proprio in cerca di ciò che è difficile? Nella grettezza della loro mente, scaltrita ed abbrutita dall'esperienza della vita, essi non comprendono affatto che le cose hanno valore soltanto in quanto sono difficili, che soltanto ciò che è difficile ha valore, e che perciò Giš vuole andare proprio nella foresta coll'intenzione di uccidere Huwawa, perchè è sì difficile abbattere il mostro.

Il poeta ha introdotto quest'episodio, oltre che per metter bene in luce lo spirito eroico (1) di Giš, anche allo scopo di condurre il lettore attraverso un crescendo di ostacoli ed impedimenti al compimento dell'azione eroica dell'uccisione del mostro della foresta. Questo primo ammonimento degli anziani è il primo anello di una catena di manifestazioni antieroiche, delle quali però Giš colla purezza del suo sentimento e coll'elevatezza del suo spirito trionfa da vero eroe.

Ora il poeta introduce un altro rappresentante dello spirito filisteo, la madre dell'eroe. Questo secondo episodio è però soffuso del dolce sentimento materno che non può comprendere l'eroismo del figlio e lo chiama ingenuamente irrequietezza. Per tutte le madri dei grandi uomini i figli sono stati irrequieti, niente altro che irrequieti. La madre è allarmata per i propositi di Giš e si rivolge perciò in preghiera al dio del sole Šamaš. Essa alza le sue mani davanti a Šamaš in atto di preghiera, i-na ma-har (d)Šamaš i-di-šá iš-ši, II, 62, e gli fa una domanda. Essa gli chiede perchè

65 ta-[aš-kun a-na ma-ri-ia li-ib-bi la] hai dato un cuore a mio figlio,
sa[-li-la te-mid-su] . . . . . gli hai imposto irrequietezza?

Per irrequietezza la madre di Giš prende il coraggio eroico del figlio e la sua brama di fare qualcosa di grande per cui il suo nome diventi celebre.

---

(1) Gilgameš è detto nel mito babilonese muq-tab-lu, guerriero, a-lik pa-na, capitano, nonchè Esigga-imin, sette volte forte, CT, XVIII, 30, 7-8.

Digitized by Google

A questo punto la situazione subisce un' ulteriore drammatizzazione per l' intervento del grande amico dell' eroe, di Enkidu, eroe lui stesso, ma di altra tempra, diversa da quella del re di Uruk. Dopo gli anziani e la madre è anche il suo amico a suggerirgli prudenza e circospezione. Come se le grandi azioni nella vita si facessero con prudenza e circospezione! I consigli di moderazione provengono proprio da quell' Enkidu che fino a poco tempo prima era quasi più animale che uomo e quindi non sapeva che cosa fosse la riflessione e l' uso della ragione. Tanto più spicca quindi lo spirito eroico di Giš.

Quando Enkidu viene a sapere che il re ha deciso di andare nella foresta dei cedri per uccidere il mostro Huwawa, si dispera e versa lacrime:

Gli occhi di Enkidu si empirono di lacrime,
egli si strinse (il-pu-ut) il cuore,
dolorosamente sospirò.
Gli occhi di Enkidu si empirono di lacrime,
egli si strinse (il-pu-ut) il cuore,
dolorosamente sospirò.
La faccia di Giš si addolorò,
egli disse ad Enkidu:
" Amico mio, perchè i tuoi occhi
sono pieni di lacrime,
il tuo cuore è stretto,
sospiri dolorosamente? „
Enkidu aprì la sua bocca e
disse a Giš:
" Attacchi (ta-ab-bi-a-tum), o amico mio,
hanno esaurito la mia forza,
le mie braccia sono storpiate,
la mia forza si è indebolita „.
Giš aprì la sua bocca e
disse ad Enkidu:
. . . . . .

Mancano nella tavola quattro righe. Poi Giš dice di voler scendere nella foresta dei cedri e di voler aprire (la tana o il covo di Huwawa).

Allora Enkidu gli descrive per dissuaderlo dalla sua impresa la mostruosità di Huwawa, il cui urlo è una tempesta, ri-ig-ma-šú a-bu-bu, 109, la cui bocca è fuoco, pi-šú (d)Bil-gi-ma, 110, il cui fiato è morte.

Digitized by Google

111 Perchè desideri far questo? Procedere
verso la dimora di Huwawa?

Ma Giš gli annuncia per la seconda volta il suo fermo proposito di andare contro il mostro.

Di nuovo Enkidu cerca di distoglierlo ricordandogli che il guardiano della foresta ha forza che non cessa giammai ed è un discendente di....., reso potente e forte (?) da Adad, cui il dio Enlil ha destinato settemplice terrore, pu-ul-hi-a-tim VII-[-šú i-šim-sú (d)En-lil], IV, 137, per conservare sicura ed intatta la foresta di cedri. Giš gli risponde e dice: (1)

140	ma-an-nu ib-ri e-lu-ú šá	Chi, amico mio, è l'alto che sia
	i-lu-ma it-ti (d)Šamaš da-ri-iš ú-[ši-bu]	salito ed abbia abitato durevolmente con Šamaš?
	a-we-lu-tum-ma ma-nu-ú u-mu-šá	L'umanità — sono contati i suoi giorni.
	mi-im-ma ša i-te-ni-pu-šú šá-ru-ma	Qualunque cosa faccia è vento.
	at-ta an-na-nu-um-ma ta-dur mu-tam	Tu ora temi la morte,
145	ul iš-šú da-na-nu qar-ra-du-ti-ka	il tuo eroismo non ha forza.
	lu-ul-li-ik-ma i-na pa-nika	Andrò davanti a te.
	pi-ka li-iš-si-a-am ti-hi-e ta-du-ur	Che la tua bocca mi chiami (quando) temerai di avvicinarti!
	šum-ma am-ta-qu-ut šú-mi lu-uš-zi-iz	Se cado, voglio render celebre il mio nome.

In queste righe Giš dichiara apertamente che cosa intende per eroismo. Salire da Šamaš ed abitare presso di lui, indiarsi, ecco il suo compito, ecco ciò che rende la vita bella e degna di esser vissuta, vita diversa da quella della umanità volgare che ha i giorni contati. Questa povera umanità dallo spirito gretto può fare quello che vuole, ma non riesce a far nulla di durevole. Tutto quello che fa è vento, è instabile, passa, perisce. Con commiserazione l'eroe rimprovera ad Enkidu la sua paura della morte, quasi questa paura fosse la causa dell'insuccesso di tutto ciò

(1) Per il testo e l'interpretazione delle righe che seguono ho seguito l'Ungnad, il quale nel suo articolo *Zwei neue Veröffentlichungen der Yale-Universität*, ZA, XXXIV, 15-23, dà parecchie correzioni di lettura e versione.

Digitized by Google

che fa l' umanità. Ebbene, se Enkidu teme la morte, Giš camminerà nella foresta davanti a lui. Se avrà paura, lo chiami pure, egli correrà in suo soccorso.

Da queste parole del re emerge anzitutto che la paura della morte è certamente un sentimento che non alberga nel suo cuore. Questo è un sentimento del tutto indegno di un eroe. L' umanità, secondo il suo modo di vedere, non fa nulla di durevole perchè non si propone grandi compiti. Salire dal Sole ed abitare con lui: ecco uno scopo degno della vita di un eroe.

Le righe che seguono nella tavola, 149-155, non sono chiare, però Giš continua nel suo discorso, dichiarando di esser determinato ad entrare nella foresta e a stabilire saldamente il suo nome e la sua fama che dureranno: šú-ma šá da-ru-ú a-na-ku lu-uš-ta-ak-na, 160, nonchè a far fabbricare le armi da parte degli artieri.

Così fanno i due eroi. Enkidu proclama allora la sua volontà di condurre Giš nella foresta di Huwawa e di voler far sapere a tutto il paese di esser determinato ad adescarlo nella foresta. Ed infine proclama, invasato probabilmente dallo spirito eroico suscitato in lui dalle parole dell' amico, di voler stabilirsi un nome duraturo, 181-187.

Ma di nuovo il poeta ci riconduce alla situazione originaria. Gli anziani della città si avanzano di nuovo e parlano così a Giš:

190	si-ih-ri-ti-ma (d)Giš libbi-ka na-ši-ka	Sei giovane, o Giš, e il tuo cuore ti trascina.
	mi-im-ma šá te-te-ni-pu-šú la ti-di	Non sai ciò che ti proponi di fare.
	ni-ši-im-me-ma (d)Hu-wa-wa šá-nu-ú bu-nu-šú	Abbiamo udito che Huwawa è infuriato.
	ma-an-nu-um [uš-tam]-ha-ru ka-ak-ki-šú	Chi ha mai affrontato le sue armi?
	a-na išten(-en) [kas-gíd-ta-a-]an nu-ma-at kišti	Per un' ora doppia nel mezzo della sua foresta,
195	ma-an-nu šá [ur-ra-]du a-na libbi-šá	Chi è mai penetrato in mezzo ad essa?

L' urlìo di Huwawa è una tempesta, la sua bocca è fuoco, il suo respiro è morte.

198		Perchè desideri far questo?
		Avanzare verso la dimora di Huwawa?

Digitized by Google

Dalle righe che precedono si vede che Enkidu non ha capito ancora quali sentimenti e propositi animano il cuore del suo amico eroico. Gli argomenti da lui addotti per distogliere Giš dall' impresa contro il mostro devono sembrare a quest' ultimo puerili e non possono che incitarlo ancor più ad intraprendere questa fatica. Il sentire che nessuno ha mai affrontato le armi del mostro deve esercitare sull' animo del re proprio l' effetto opposto a quello cercato da Enkidu.

Infatti la risposta dell' amico è ben diversa da quella che sperava Enkidu. Giš dichiara risolutamente al suo amico di voler andare ad ogni costo nella foresta quantunque tema il mostro:

202 i-na-an-na ib-[ri] ki-a-am [a-ga-ab-bi]	Ora, amico mio, io parlo così:
a-pa-al-ah-šú-ma a-[al-la-ak a-na kišti]	Io lo temo, ma con tutto ciò andrò nella foresta.
[lu]-ul-[lik] it-ti-ka a-na ki-iš-ti (iṣ)erini	Voglio andare con te nella foresta dei cedri.

A questo punto mancano purtroppo alcune righe.

Poi Giš s' inginocchia davanti a Šamaš e gli rivolge una preghiera, di farlo cioè ritornare sano e salvo nella sua città dopo che avrà salvato la propria vita e di concedergli protezione. Egli promette al dio di lodarlo nella gioia del suo cuore, di esaltare la sublimità della sua potenza e di farlo sedere sopra troni, V, 217-VI, 235.

Ma gli anziani, tentatori e corruttori, si presentano di nuovo a Giš dopo che questi si è adornato per la fatica incombente e gli chiedono fra quanto tempo farà ritorno a Uruk, VI, 246. Visto che il re non bada affatto ai loro codardi consigli e ammonimenti, lo benedicono (1) e, considerato che Giš è irremovibile, gli dànno vari consigli, molto simili di tono e portata a quelli che gli avevano dati prima: non si fidi della propria forza, porti con sè dei viveri e lasci andare Enkidu avanti, per primo. Questi conosce la via della foresta, poichè è già stato una volta nell' entrata di essa. Inoltre gli anziani invocano Šamaš e lo pregano di esaudire il desiderio di Giš, di tracciargli la strada, di

(1) 247 i-ka-ra-bu-šú, così interpreta giustamente l' Ungnad, *l. c.*, 17, n. 1, in luogo di i-qa-ra-bu-šú, essi gli si avvicinarono, del Clay.

Digitized by Google

spianargli la via, di smuovere la montagna dal suo cammino. Augurano al re di lavare i suoi piedi nel fiume di Huwawa e gli raccomandano di versare vasi d' acqua per Šamaš, 249-271.

Allora anche Enkidu, dopo aver visto ed essersi persuaso che i suoi sforzi di distogliere l' eroe dalla sua impresa non possono sortire buon esito, gli parla da amico e lo eccita a fidarsi di lui e a seguirlo sulla strada che gli mostrerà, 273-289.

I due eroi si mettono infine in marcia. Così finisce la tavola.

La molto fine analisi che il poeta sa darci dei sentimenti che animano Giš, della magnanimità del suo cuore, del disprezzo che dimostra della morte, disprezzo che culmina nelle parole: " Andrò nella foresta quantunque tema il mostro „, dello stato d' animo e della mentalità del tutto opposta degli anziani, della madre e dell' amico, mentalità diversamente atteggiata e motivata in ciascuno di questi tre rappresentanti dello spirito antieroico, rende questo brano del poema di Gilgameš uno dei più bei luoghi di tutta l'epopea. Il brano getta inoltre piena luce su ciò che già nel terzo millennio e forse ancor prima, poichè quasi tutta l' epopea dell' eroe di Uruk risale ad originali sumeri, dunque a composizioni poetiche alquanto più antiche, i Babilonesi intendevano per eroismo. Il concetto che essi allora si erano formati non differisce quasi affatto da quello che parecchi secoli più tardi elaborarono i Greci. In qualche punto è anzi decisamente superiore: Achille, il prototipo dell' eroismo greco, è un sanguinario scannatore di uomini, inaccessibile a qualsiasi sentimento di pietà, e perciò ripugnante al nostro modo di sentire moderno, mentre il sumero e semitico Gilgameš è del tutto alieno da qualsiasi sentimento di ferocia, è dunque parecchio più affine alla nostra anima moderna.

Possiamo affermare quindi con buon diritto che anche in questo campo i Babilonesi sono stati i precursori degli Elleni e della civiltà mediterranea.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 19 maggio 1929)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Una bolla d'oro del doge Michele Steno

LUIGI MESSEDAGLIA, M. E.

(Adunanza ordinaria del giorno 14 aprile 1928)

Strappate barbaramente, con i loro cordoncini di seta, dalle pergamene originali (andate a finire Dio sa come), alle quali stavano appese, si conservano in casa mia, da circa un secolo in qua, tre bolle di dogi veneti (1): una, aurea, di Michele Steno (1400-1413); la seconda, d'argento, di Pietro Lando (1539-1545);

(1) Come pervenute in casa mia, le tre bolle, non so con sicurezza. Posso solo avanzare una ragionevole ipotesi. Mio nonno paterno, Luigi Messedaglia, percorse la carriera dei pubblici impieghi, iniziata sotto il Regno d'Italia napoleonico. Dopo varie peregrinazioni (a Bolzano, dove fu segretario di quella viceprefettura, e nel Veronese), si ridusse nel 1836 a Verona, nel posto di segretario del Comune, che tenne sino al 1863. Tempi, quelli della giovinezza di Luigi Messedaglia, di guerre, di trambusti, di mutamenti di governo: tempi, nei quali è noto, che pubblici archivi andarono manomessi, e anche distrutti, o dispersi. Ora, può darsi, che, scomparse le pergamene, cui stavano appese, il Messedaglia abbia posto in serbo, perchè rimanessero conservate (dove, e quando, davvero non saprei, ma verosimilmente a Verona, o nel Veronese), le tre bolle, descritte nel testo: così come volle conservati i sigilli della napoleonica viceprefettura di Bolzano, da me illustrati nel mio *Contributo alla storia del dipartimento dell'Alto Adige (1810-1813)*, pubblicato negli *Atti e Memorie dell'Accademia di agricoltura, scienze e lettere di Verona*, Serie IV, Vol. XXI, 1919, pp. 211 e segg., e ristampato con aggiunte nell'*Archivio per l'Alto Adige*, Annata XV, 1920 (ma uscita in luce nel 1923), pp. 257 e segg. V., per le peregrinazioni, ecc. del Messedaglia, oltre allo studio cit., la mia memoria, in corso di stampa negli *Atti e Memorie* dell'Accademia predetta, Serie V, Vol. VI, 1929: *Vita di cent'anni fa. Angelo Messedaglia adolescente e la sua crisi spirituale.*

Digitized by Google

la terza, aurea, di Francesco Venier (1554-1556). Le tavole annesse riproducono le tre bolle in grandezza naturale, di su fotografie cortesemente eseguite, per me, dal mio illustre amico prof. Achille Forti.

Io non mi occupo, in questa mia nota, che della bolla di Michele Steno; senza premettere troppe notizie, generali e speciali, che possono facilmente essere trovate in testi, ben noti agli studiosi.

Già nei primi anni del secolo XIII, avverte Vittorio Lazzarini (1), la cancelleria veneziana faceva uso della bolla d'oro per autenticare speciali privilegi: seguendo anche in questo l'esempio degli imperatori d'Oriente, che, fra i sovrani, furono quelli, che maggiormente largheggiarono in fatto di bolle d'oro (2). Nel secolo XIV numerosi furono i documenti rilasciati con bolla d'oro; e così sul principio del secolo XV, durante il dogado dello Steno; e l'uso, si intende, continuò. In altri termini, relativamente molte furono le bolle auree uscite dalla cancelleria di Venezia; ma rarissime, è noto, son quelle pervenute sino a noi, e custodite negli archivi e nelle collezioni (3): la più antica sino ad oggi conosciuta è una bolla d'oro di Pietro Gradenigo (1289-1311), appesa ad un trattato di alleanza con Carlo di Valois del 28 luglio 1306, conservata ancora negli Archivi Nazionali di Parigi (4).

Le bolle dei dogi di Venezia, ricorda il Cecchetti, furono comunemente di piombo; ma, per appenderle ad atti diplomatici, ed a privilegi, anche di lamina d'argento, o d'oro, con animella di materia estranea; o solide di argento. Scrive il Cecchetti: " Ripiegato all'insù il lembo inferiore della pergamena,

---

(1) Vittorio Lazzarini, *Una bolla d'oro di Michele Steno*, in *Nuovo Archivio Veneto*, Tomo XIV, Parte II, 1897, p. 366.

(2) Cfr. *Compendio delle lezioni teorico-pratiche di paleografia e diplomatica* del dott. Andrea Gloria, ecc. Padova, R. stab. di Pietro Prosperini, 1870, p. 470.

(3) V., per notizie sulle collezioni di bolle venete (le più, di piombo; rare quelle d'argento; rarissime, come ho detto nel testo, quelle d'oro), B. Cecchetti, *Bolle dei dogi di Venezia, Sec. XII-XVII.* Venezia, Prem. stab. tipografico di P. Naratovich, 1888, pp. 21-22.

(4) Cfr. V. Lazzarini, Op. cit., p. 367.

Digitized by Google

e molte volte senza piegatura; e chiusala, si passava una funicella di canape, od un cordoncino di seta chermisina, celeste, ecc., per due fori orizzontali e paralleli, e si conduceva poi (a triangolo col vertice in giù) all' orlo della pergamena, dove si annodava, e infilavasi in un foro della pallottola di piombo, che veniva schiacciata dal bollatore fra le due matrici del sigillo, ricevendone così l' impronta „ (1). Nel caso nostro, il bollatore ha impresso le matrici del sigillo, con la massima accuratezza, su lamina d' oro. Unico il sigillo: e sempre eguali, per tanto, le impronte, sia nelle bolle plumbee, sia in quelle di metalli nobili. La bolla plumbea di Michele Steno, riprodotta dal Cecchetti (2), è, per le dimensioni e le impronte, identica a quella aurea, da me posseduta.

La mia bolla d' oro dello Steno non è, oggi, unica. Ve ne ha un' altra, appesa ad una ducale pergamenacea del 5 settembre 1409, accordante in forma di privilegio ai nobili e ai cittadini di Zara la cittadinanza veneziana *de intus:* il prezioso documento è conservato nel Museo Bottacin di Padova, tanto sapientemente diretto da Luigi Rizzoli. Della bolla d'oro in questione hanno offerto riproduzioni il Papadopoli e il Molmenti, e ne ha trattato da pari suo, con intendimento specialmente diplomatico, il Lazzarini; e ne ha scritto anche il Rizzoli, egregiamente (3). Il documento è noto anche al così detto gran pubblico colto: perchè Padova, nel 1923, nell'occasione del XXVIII congresso della " Dante Alighieri „, tenutosi fra le sue mura, lo

---

(1) B. Cecchetti, Op. cit., pp. 7-8.

(2) B. Cecchetti, Op. cit., fig. 22.

(3) Cfr. *Le monete di Venezia* descritte e illustrate da Nicolò Papadopoli. Coi disegni di C. Kunz. Venezia, Ferdinando Ongania editore, 1893, p. 241; — Pompeo Molmenti, *La storia di Venezia nella vita privata*, ecc. V edizione, ecc. Parte prima, *La grandezza*. Bergamo, Istituto italiano d'arti grafiche, 1910, p. 153; — V. Lazzarini, Op. cit.; — Luigi Rizzoli, *La dedizione di Zara alla Repubblica Veneta nel 1409 e la bolla d'oro di Michele Steno*, in Società Nazionale " Dante Alighieri „, *XXVIII congresso, Padova, 24-26 settembre 1923*, Omaggio del Comitato di Padova. Padova, Stab. tip. del " Messaggero „, 1923, pp. 41-49: con riproduzione, in proporzioni ridotte, dell' intero documento a p. 45, e della bolla aurea a p. 48.

Digitized by Google

volle, con solenne cerimonia, restituito in copia fedele, con la riproduzione della relativa bolla d'oro, alla città di Zara (1).

In tutto e per tutto eguale a quella del Museo Bottacin, la mia bolla (della quale è rimasto in buona parte conservato, ma staccato, il cordoncino originale, di seta cremisina), in forma di scatola cilindrica, è di lamina d'oro, con un'animella di altra materia, probabilmente di cera; ha un diametro di mm. 47 — il massimo diametro, nella serie delle bolle venete (2) — ed una altezza di mm. 9.

Sul diritto della bolla è rappresentato S. Marco, in piedi sulla cattedra, barbato (?), vestito con dalmatica e lista ornata di croci, con mitra in capo, circondata da aureola; con la destra impugna l'asta della banderuola, che si leva diritta nel mezzo del campo, rivolta verso il Doge, con tre code svolazzanti; nella sinistra, elevata a gomito, il Vangelo aperto, di fronte, con le linee dei caratteri segnate. Di lato, la scritta:

.S. MARCVS.

A sinistra di chi guarda, sempre sul diritto, il Doge, in costume bizantino (3), in piedi, sbarbato, con tunica e manto ornati di perle, con il berretto ducale in testa, ai lati del quale pendono ricci di capelli; la sua figura è di altezza eguale a quella di S. Marco (non molti anni dopo, doge Francesco Foscari, la figura dogale delle bolle diverrà più piccola, e tale si manterrà). Con la destra sotto la destra di S. Marco, il Doge impugna anche lui l'asta della banderuola; nella sinistra tiene alto il rotolo della *promissione* (4). Di lato, la scritta:

MICHAEL. STENO. DVX.

(1) Il documento, forse già da secoli scomparso dagli archivi di Zara, venne acquistato a Trieste nel 1868 da Nicola Bottacin, il munifico donatore alla città di Padova delle ricche raccolte, che costituiscono l'odierno Museo Bottacin. Cfr. L. Rizzoli, Op. cit., p. 46.

(2) Cfr. B. Cecchetti, Op. cit., p. 7.

(3) Conservato, nelle bolle, sino al secondo tipo della bolla di Francesco Foscari (1423-1457); cfr. B. Cecchetti, Op. cit., p. 11. Tengo, si capisce, sott'occhio, nel descriverla, la mia bolla, e seguo il Lazzarini, Op. cit., p. 368, e il Cecchetti, Op. cit., pp. 9-11.

(4) Ho detto, nel testo, che non mi occupo, in questa nota, nè della bolla argentea di Pietro Lando, nè di quella, aurea, di Francesco Ve-

Digitized by Google

Sul rovescio della bolla, la leggenda:

MICHAEL
STENO DEI
GRACIA DVX
VENETIA*rum*
ET *cetera*

Seguendo una sua ormai consacrata tradizione di splendida signorilità, la cancelleria veneziana continuò a rilasciare bolle d'oro, relativamente spesso, come ho detto poc'anzi, anche sotto il dogato di Michele Steno. Il che non s'accorda del tutto con quanto trovo affermato in una nota e stimata *Enciclopedia:* secondo la quale la bolla d'oro, molto usata in Occidente dagli imperatori germanici (che seguirono l'esempio dei bizantini), non serviva che " in certe occasioni solenni „ ai dogi di Venezia, ad " affermazione dell'orgoglio della repubblica veneta, che non si riteneva seconda a nessun'altra potenza „ (1).

Innanzi tutto, nei regesti dei *Commemoriali* della Repubblica, editi dal Predelli, trovo i seguenti esempi di bolle d'oro concesse dogando lo Steno (2):

Ducale del 25 novembre 1405, che assegna un'annua pensione vitalizia a Galeazzo Cattaneo di Grumello, capitano generale dell'esercito veneziano a piedi, per le benemerenze conseguite nell'acquisto di Padova;

---

nier, riprodotte nelle tavole annesse. Ma il lettore noti le differenze presentate da queste mie bolle cinquecentesche in confronto della bolla, del primo quattrocento, dello Steno: variata la posizione della banderuola; S. Marco, con mitra ammodernata, in paludamento, non più alla destra di chi guarda, ma alla sinistra; il Doge, barbato, di figura più piccola della figura del Santo, si sostiene il manto, ed ha l'ermellino (è in costume, ormai, non più bizantino, ma del rinascimento): con la destra impugna la banderuola, sotto la destra di S. Marco, e nella sinistra tiene la *promissione*, foggiata a diploma aperto, dal quale, nella bolla di Francesco Venier, pende la bolla.

(1) Augusto Gaudenzi, art. *Bolla imperiale*, in *Digesto Italiano. Enciclopedia metodica e alfabetica di legislazione*, ecc. Volume V. Torino, Unione tip.-editrice torinese, 1890-1899, p. 796.

(2) *I Libri Commemoriali della Repubblica di Venezia.* Regesti. Tomo III. Venezia, a spese della R. Deputazione Veneta di storia patria, 1883, pp. 311, 317, 366, 369-370.

Digitized by Google

Privilegio, luglio (?) 1406, al comune di Dulcigno, ad istanza di suoi ambasciatori, nel momento della sua annessione ai dominî di Venezia;

Il Doge, 29 aprile 1413, assegna a Martino de' Bernabucci da Faenza, per gli strenui servigi da esso prestati, sotto il comando di Pandolfo Malatesta, nella guerra contro Sigismondo re dei Romani, il dono di una casa grande di abitazione con adiacenze in Verona, borgo di Porta Vescovo, contrada di S. Vitale (casa già di Jacopo e fratelli Urbani di Quinto, ribelli), ed inoltre di stabili nel Veronese;

Ducale del 30 aprile 1413, che fa sapere essere stata conferita, in benemerenza di importanti servigi, la nobiltà veneziana, con diritto d'ingresso in Maggior Consiglio, a Pandolfo Malatesta signore di Brescia e di Bergamo, ed ai suoi figli ed eredi legittimi;

Ducale del 30 aprile 1413, partecipante a Pandolfo Malatesta che, in ricompensa degli strenui servigi da lui prestati come capitano generale nella guerra contro Sigismondo re dei Romani, gli viene assegnata un' annua pensione di 1000 ducati d' oro;

Ducale del 16 settembre 1413 a Bernabò Loredano cav. bailo e capitano e ai consiglieri in Corfù: il Doge, ad istanza del clero greco di quell' isola, dichiara di avere coi suoi consigli approvato certi privilegi del clero stesso, li conferma, e ne ordina l' osservanza.

Segue un elenco di bolle d' oro rilasciate sotto il dogato dello Steno, tratto dai *Privilegi*, Registro I, conservati, come i *Commemoriali*, nel R. Archivio di Stato di Venezia. Si tratta di notizie inedite, che devo alla somma cortesia del comm. Pietro Bosmin, sopraintendente. Ecco l' elenco:

Privilegi, R.° I, c. 146 *t.* 1403, 20 maggio. Rinnovazione del privilegio di cittadinanza *de intus* a Cortesia di Cortesia di Bonifacio di Serego (1);

(1) Il Doge Antonio Venier accordava, con privilegio del 5 aprile 1384, la cittadinanza veneziana a Bonifazio di Serego, e, nell' agosto dello stesso anno, a Piosello di Serego, vicario generale di Gian Galeazzo, conte di Virtù. Il Bonifazio, cui il privilegio è conferito, è il padre di Cortesia, lo sfortunato generale scaligero, e nonno del Cortesia della rinnovazione, concessa dal doge Michele Steno, del 1403. Cfr. *Dei Seratico e dei Se-*

Digitized by Google

c. 146 *t.* 1403, 5 giugno. Lo stesso, a Daut Carra Cristiano;

c. 149 *r.* 1403, 20 gennaio (*m. v.*). Privilegio di cittadinanza *de intus* a Melchiorre e Bartolomeo de Mazolis di Bologna;

c. 150 *r.* 1404, 21 giugno. Lo stesso a Uguccione de Contrariis di Ferrara;

c. 151 *r.* 1406, 7 giugno. Privilegio di cittadinanza *de intus et extra* ad Armanno di Giacomo de Carris di Ferrara, medico;

c. 151 *r.* 1406, 7 giugno. Lo stesso a Giovanni di Giacomo de Carris di Ferrara;

c. 152 *t.* 1405, 25 novembre. Privilegio per l'ammissione al patriziato veneto di Galeazzo Cataneo de Grumello (lo stesso personaggio, come s'è visto, al quale, con ducale di pari data, registrata nei *Commemoriali*, veniva concessa, anche con bolla d'oro, un' annua pensione vitalizia);

c. 153 *t.* 1405, 29 settembre. Lo stesso per Ottone e Giovanni de Terciis (Terzi);

c. 153 *t.* 1405, 29 settembre. Lo stesso per Jacopo conte di Tizana e di Castelnovo dei Terzi;

c. 154 *t.* 1406, 17 novembre. Privilegio di cittadinanza *de intus et extra* a Domenico de Ripamortorio detto Quarantotto;

c. 155 *r.* 1406, 7 novembre. Privilegio per l' ascrizione al patriziato veneto di Giovanni da Vignate di Lodi;

c. 155 *r.* 1406, 10 febbraio (*m. v.*). Lo stesso per Marco e fratelli dei Pio (de Piis) da Carpi;

c. 157 *t.* 1407, 6 marzo. Lo stesso per Cabrino Fondulli di Cremona;

c. 160 A *t.* 1408, 10 giugno. Lo stesso per Paolo dei Guinigi di Lucca;

c. 163 *t.* 1409, 5 settembre. Privilegio per la città di Zara (quello, di cui abbiamo gia parlato);

---

rego-Allighieri. Cenni storici di PIETRO DI SEREGO-ALLIGHIERI. Torino, Seb. Franco e figli, 1865, pp. 8-9, e, in fine, l'albero genealogico; in nota, a pp. 43-44, riproduzione del privilegio originario del 1384 a Bonifazio di Serego. Nel ricchissimo archivio dei conti di Serego in Verona non esisterebbe, come mi comunica cortesemente il mio valentissimo amico conte Alberto di Serego, al quale sono assai grato delle notizie fornitemi, la bolla aurea di rinnovazione della cittadinanza veneziana del 1403.

Digitized by Google

c. 164 *r.* 1409, 27 dicembre. Privilegio di cittadinanza *de intus et extra* per Bartolomeo de Fuschis di Giovanni di Bologna;

c. 165 *r.* 1409, 12 maggio. Privilegio per l' ascrizione al patriziato veneto del cav. Federico Spatafuora console veneto a Messina;

c. 168 *r.* 1410, 5 gennaio (*m. v.*). Lo stesso per Sandalli gran voivoda di Bosnia, ecc.

c. 170 *t.* 1411, 17 gennaio (*m. v.*). Lo stesso per Uguccione de Contrariis di Mainardo di Ferrara;

c. 170 *t.* 1411, 27 settembre. Lo stesso per Gorello Aurilia logoteta e protonotario del regno di Sicilia;

c. 171 *t.* 1412, 22 gennaio (*m. v.*). Privilegio di cittadinanza *de intus et extra* per Bartolomeo de Mainentis medico di Ferrara;

c. 173 *r.* 1413, 14 settembre. Privilegio di cittadinanza originaria per Arengerio *quondam* Nicolò de Casolis di Siena;

c. 173 *t.* 1413, 30 aprile. Privilegio di cittadinanza *de intus et extra* a Martino de Bernabuciis di Faenza. Si tratta dello stesso personaggio al quale, come abbiamo visto, con ducale del giorno precedente, 29 aprile 1413, registrata nei *Commemoriali*, venne concesso il dono di una casa in Verona e di stabili nel Veronese.

Alle sei de *Commemoriali* aggiungendo le ventitre dei *Privilegi*, si ha la rispettabile cifra di ventinove bolle d' oro rilasciate dal doge Michele Steno. Ma la serie non è affatto completa. Vittorio Lazzarini gentilmente m' avverte che, date le lacune negli archivi, è impossibile determinare con esattezza il numero delle bolle auree uscite dalla cancelleria veneta nel dogato dello Steno.

Come tutti sanno, nei primissimi anni del quattrocento, sotto lo Steno, Venezia conquistava un ampio dominio territoriale, che comprendeva, ad eccezione del Friuli, l' intera regione veneta. Cadute le signorie locali, ebbero luogo, allora, le dedizioni delle città alla Repubblica, e le città ottennero prerogative consacrate in bolle d' oro. Delle quali bolle, come abbiam visto, non s' ha menzione nè nei *Commemoriali*, nè nei *Privilegi*.

Digitized by Google

La bolla d' oro della dedizione di Padova, di cui l' originale è andato, con il relativo sigillo pendente, smarrito o disperso, è stata pubblicata da Andrea Gloria nel 1848, di su una copia sincrona padovana (1).

Di privilegi di cittadinanza veneziana con bolla d' oro, concessi agli Scaligeri (1329, 1339), si trova notizia nei *Commemoriali*. Ma a me interessa la dedizione di Verona a Venezia, che è del 22 giugno 1405, seguita, il 23 giugno, dall' ingresso in città delle autorità veneziane. Poco dopo ebbe luogo la funzione della dedizione solenne, in Venezia (2).

Delle due bolle d'oro concesse dal doge Steno a Verona (3) il 16 luglio 1405, dopo la dedizione solenne, effettuata dagli ambasciatori veronesi in Venezia il 12 luglio, gli originali non sono conservati nè presso gli Antichi Archivi, annessi alla Comunale di Verona, nè altrove: i due privilegi si possono senz' altro ritenere smarriti. La prima bolla, notissima, è veramente la carta fondamentale, su cui si basò, a Verona, il nuovo regime; la seconda — " aliud privilegium a bulla aurea aliorum capitulorum ab eodem Illustrissimo Dominio promissorum „ — contiene anch' essa disposizioni in favore di Verona, largite ad istanza degli ambasciatori. Di ambedue si ha copia negli Antichi Archivi Veronesi, nel codice pergamenaceo del secolo XV, appartenente al vecchio archivio del Comune, intitolato: *Registrum vetus Spectabilium Dominorum Provisorum Verone* (fogli 1 - 2). L' uno

---

(1) Andrea Gloria, *La bolla d'oro nella dedizione della città di Padova alla Repubblica Veneta*. Padova, per F. A. Sicca e figlio, 1848, per nozze de Zigno-Emo Capodilista.

(2) Importanti notizie e documenti inediti, relativi alla dedizione di Verona, è noto che si trovano in una memoria di Carlo Cipolla, *Un amico di Cangrande I della Scala e la sua famiglia*, Torino, Carlo Clausen, 1901, pp. 57-61 (estr. dalle *Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino*, Serie II, Tomo LI, 1900-1901). Più tardi, Giuseppe Biadego pubblicò documenti, editi e inediti, della dedizione (ma non le due bolle d'oro dello Steno) in appendice al suo discorso: *Dante e l'umanesimo veronese*, in *Nuovo Archivio Veneto*, Nuova serie, Anno V, Tomo X, Parte II, 1905, pp. 410-425.

(3) Due, si badi, e non una, come parrebbe leggendo gli storici veronesi. Cfr. C. Cipolla, *Compendio della storia politica di Verona*. Verona, Remigio Cabianca libraio-editore, 1899, pp. 286-287.

Digitized by Google

e l'altro documento hanno nella *corroboratio* le formule, ripetute più tardi nelle stampe dei documenti medesimi: " In praemissorum autem fidem, et evidentiam pleniorem praesens privilegium nostrum fieri iussimus, et bulla nostra aurea communiri „. E, riformati nel 1450 gli Statuti di Verona, le due ducali vennero aggiunte, immediatamente dopo il quinto libro degli stessi, come si può vedere nel codice statutario dell'epoca, appartenente alla predetta Comunale (fogli 194 e segg.). In seguito comparvero sempre nelle edizioni a stampa degli Statuti, delle quali la prima è del 1475 (1).

È lecito dire, almeno con qualche probabilità di verosimi-

---

(1) Si tratta di un raro incunabulo, uscito in luce a Vicenza. Ne ha un esemplare la Comunale di Verona; e uno ne possiede la mia privata biblioteca. Non lo ignorano i comuni repertori (cfr., ad es., BRUNET, Cinquième éd., III, col. 942; — GRAESSE, VI, Prem. partie, p. 485), che ne danno descrizioni più o meno sommarie. Ne trascrivo qui, dall'ultima carta, *verso*, la interessante sottoscrizione, sciogliendone le abbreviature: " Hec presens statutorum et ordinamentorum cum quibusdam reformationibus ad ea pertinentibus, privilegiis, et litteris ducalibus nobilis communitatis Veronae cum summa prudentia impressio accuratissime facta est in urbe praeclara Vicentiae ad requisitionem, et expensam providorum virorum Antonii, Gerardi, Ioannis, Petri, et Bartholomei fratrum, et filiorum quondam S. Zanoti de Placentia, civium Veronae, non atramento, nec plumali calamo, neque stillo aereo, sed artificiosa quadam mirabili adiventione imprimendi seu caratherizandi. Hoc opus sic effigiatum, impressum est per Hermannum Levilapidem Coloniensem. Anno Domini MCCCCLXXV. Die vero Mercurii, XX mensis decembris. In vigilia Sancti Thome Apostoli „. A Verona è noto che l'arte della stampa cominciò nel 1472; ma " giacque assopita „ dopo, per dirla col Giuliari, tre anni, per riprendere nel 1476. Gli Statuti di Verona, intanto, uscirono a Vicenza, nel 1475. Cfr. *Della tipografia veronese* saggio storico-letterario per M.r GIAMB. CARLO co. GIULIARI, ecc. Verona, Tipografia di Antonio Merlo, 1871, pp. 8, 19. Le due bolle d'oro dello Steno, nella edizione cit. del 1475 degli Statuti, si trovano nelle ultime carte, immediatamente dopo la fine del libro quinto, e figurano, invece, nelle prime pagine (1-5) di una appendice (*Privilegia, Partes*, ecc.) con numerazione a sè, negli *Statuta et Privilegia Magnificae Civitatis Veronae una cum Partibus Serenissimi Dominii Veneti pro eorum confirmatione:* adiectis compluribus numquam antehac impressis. Magnifico atque Excellentissimo I. V. C. D. Fabio Nichesolae. Venetiis, MDLXXXVIII, apud Marcumantonium Palatiolum.

Digitized by Google

glianza, a quale documento stava in origine appesa la mia bolla aurea di Michele Steno? Mi pare di poter rispondere affermativamente. Infatti, tutto porta a far ritenere, che le bolle venete, di cui mi trovo in possesso, appartengano a documenti (disgraziatamente scomparsi!), rilasciati dalla cancelleria veneziana a enti o a personaggi veronesi (1). Come abbiam visto, tre bolle auree di Michele Steno pervennero a Verona: una, nel 1403, ad un conte di Serego, e due, nel 1405, alla Magnifica Città. Ora, è molto probabile, che la mia bolla d' oro sia una delle due, che vennero concesse a Verona. Se l' ipotesi è giusta, la bolla aurea da me descritta sarebbe veramente un cimelio, per la storia della mia Verona, prezioso.

Verona, marzo - aprile 1929.

---

(1) Cfr., *supra*, la prima nota apposta al presente scritto. — Ringrazio vivamente i cortesi, che mi furono larghi di indicazioni e di aiuti: il comm. Pietro Bosmin, sopraintendente del R. Archivio di Stato di Venezia; il prof. Vittorio Lazzarini; il prof. Luigi Rizzoli, direttore del Museo Bottacin di Padova; il prof. Gino Sandri, degli Antichi Archivi Veronesi.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 21 maggio 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Tre bolle venete (gr. nat.); diritto. Nel centro, bolla aurea di M. Steno; a destra di chi guarda, bolla d'argento di P. Lando; a sinistra, bolla aurea di F. Venier.

Digitized by Google

Digitized by Google

Tre bolle venete, ecc.; rovescio.

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Dimostrazione analitica di un teorema relativo alle forme quadratiche a discriminante diverso da zero.

NOTA di GIUSEPPE ZWIRNER

(pres. dal prof. G. Vitali, s. c., nell' ad. ord. 17 marzo 1929)

Il prof. Vitali in una Nota (1) ha tratto profitto per arrivare al calcolo di certi determinanti, del seguente teorema:

— " Data una forma quadratica F in n variabili a coefficienti simmetrici e a discriminante diverso da zero, ogni funzione φ dei coefficienti di F che sia un invariante assoluto, rispetto a tutte le sostituzioni lineari omogenee sulle variabili, è una costante, cioè è indipendente dai coefficienti di F „. —

A questo teorema si può pervenire con semplici considerazioni geometriche basate sul fatto che tutte le quadriche a discriminante diverso da zero sono proiettivamente identiche.

Si può giungere però alla stessa conclusione con considerazioni analitiche molto semplice che mi propongo di esporre qui appresso.

Consideriamo una forma quadratica in n variabili

$$F = \sum_{rs}^{n} a_{rs} x_r x_s \qquad (a_{rs} = a_{sr})$$

con il discriminante:

$$a = |a_{rs}|$$

diverso da zero.

(1) Calcolo indiretto di alcuni determinanti.

Digitized by Google

Una sostituzione lineare omogenea:

$$x_i = \sum_{ij}^{n} c_{ij}\, y_{ij} \tag{1}$$

a discriminante $c = |c_{ij}|$ pure diverso da zero, muta F in un' altra forma:

$$F' = \sum_{i}^{n}{}_{rs}\, b_{rs}\, y_r\, y_s$$

nelle variabili y, il cui discriminante

$$b = |b_{rs}|$$

è pure diverso da zero, ed è:

$$b = a \,.\, c^2$$

ed i coefficienti sono dati da:

$$b_{rs} = \sum_{i}^{n}{}_{\rho\sigma}\, a_{\rho\sigma} \,.\, c_{\rho r}\, c_{\sigma s} \qquad (r,\ s = 1,\ 2 \ldots . n) \tag{2}$$

Nel caso che le (1) si riducono alle:

$$\begin{aligned} x_r &= y_r \qquad (r \neq t) \\ x_t &= y_t + \lambda\, y_h \end{aligned} \tag{2'}$$

è: $c_{hh} = 1$ qualunque sia h, $c_{th} = \lambda$ e le rimanenti $c_{hk} = 0$, dove t e h sono indici e λ una costante, e dalle (2) si ricava:

$$\begin{aligned} b_{rs} &= a_{rs} && (r \neq h,\ s \neq h) \\ b_{hs} &= a_{hs} + \lambda\, a_{ts} && (s \neq h) \\ b_{hh} &= \lambda^2\, a_{tt} + a_{hh} + 2\,\lambda\, a_{th} \end{aligned}$$

Premesso ciò si vede facilmente che la condizione espressa dal teorema è sufficiente perchè se φ è una costante è certamente anche un invariante.

Supponiamo ora che φ sia un invariante.

Fissato allora un indice h, mettiamo in evidenza nella φ gli a_{rs} che contengono almeno un indice eguale ad h e quindi scriviamo:

Digitized by Google

$$\varphi = \varphi\ (a_{h1} \ldots\ldots,\ a_{hh} \ldots\ldots,\ a_{hn})$$

fissato poi un indice t si eseguisca nella F la sostituzione (2').

Essendo, come ammettiamo, φ un invariante, e tenendo presente le (3) si ha:

$$\varphi\ (a_{h1} \ldots\ldots a_{hh} \ldots\ldots a_{hn}) = \varphi\ (b_{h1} \ldots\ldots b_{hh} \ldots\ldots b_{hn})$$
$$= \varphi\ (a_{h1} + \lambda\, a_{t1} \ldots\ldots a_{hh} + 2\,\lambda\, a_{th} + \lambda^2\, a_{tt} \ldots\ldots a_{hn} + \lambda\, a_{tn})$$

il che vuol dire che φ è indipendente da λ e perciò la sua derivata, rispetto a tale parametro, è nulla.

Scriviamo ciò per $\lambda = 0$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a_{h1}}\, a_{t1} + \ldots\ldots + 2\,\frac{\partial \varphi}{\partial a_{hh}}\, a_{th} + \ldots\ldots + \frac{\partial \varphi}{\partial a_{hn}}\, a_{tn} = 0 \qquad (4)$$

facendo variare t da 1 fino a n la (4) da un sistema di n equazioni lineari ed omogenee nelle n incognite:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a_{h1}}, \ldots\ldots 2\,\frac{\partial \varphi}{\partial a_{hh}} \ldots\ldots \frac{\partial \varphi}{\partial a_{hn}}$$

con il determinante dei coefficienti $|a_{rs}|$ diverso da zero.

Dovrà perciò essere:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a_{h1}} = \ldots\ldots \frac{\partial \eta}{\partial a_{hh}} = \ldots = \frac{\partial \varphi}{\partial a_{hn}} = 0\ .$$

Valendo ciò per qualunque h si conclude che:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a_{rs}} = 0$$

con φ è indipendente dalla a_{rs}. *C. V. D.*

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 22 maggio 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929, Tomo LXXXVIII. Parte seconda

Influenza del nero sulla visione

OVIO GIUSEPPE, s. c.

(Adunanza ordinaria del giorno 14 aprile 1929)

Probabilmente si è sempre saputo che il nero materiale non è un nero assoluto; ma i primi che io abbia trovato che ne parlano sono Castel, fin dal 1740, e Lüdike, fin dal 1805.

Il Castel (**3**, pp. 6 e 7) si esprime a un dipresso come ci esprimeremmo noi dopo più di 170 anni, e fa anche un accenno all'impossibità che ha il nostro occhio di vedere le tenebre assolute: " Le blanc est la lumière vive et le noir est la lumière foible. Tels sont nos noirs et nos blancs vulgaires. Car nous n'en avons guères de parfaits. Ces noirs ont toujours un mêlange de blanc ou de lumière, ou de parties refléchissant la lumière; et seroient mieux nommés des gris noirs, que des noirs tout court. Nous avons des noirs plus noirs les uns que les autres... les divers corps noirs... sont inégalement noirs. Le vrai noir parfait et absolu, sont les ténébres pures, s'il y en a... Nos noirs sont donc un mêlange de ténébre et de lumière „.

Presso a poco lo stesso dice Lüdike (**11**), il quale insegna anche un artifizio semplice per vedere le differenze fra i neri materiali e il nero assoluto. Consiste nel guardare uno di questi neri attraverso un tubo annerito, e chiuso all'estremità obbiettiva da un diaframma opaco con due piccole aperture. Così infatti il nero materiale appare un grigio chiaro. Ma disgraziatamente per farlo vedere meglio l'autore cade nell'assurdo. Egli cioè consiglia di stendere il nero in esame su un disco di cartone, e di

Digitized by Google

farlo ruotare rapidamente. Guardandolo così col suo tubetto, il nero dovrebbe apparire quasi bianco. Ciò, in causa della persistenza delle immagini (p. 303), per la quale l'immagine di una porzione del disco, vista attraverso le aperture del diaframma, non è ancora scomparsa, che ne apparisce una seconda, e una terza ecc., e così il po' di luce bianca, riflessa dalla prima porzione, si somma con quello della seconda e della terza ecc. e si ha quindi in definitiva un'immagine molto chiara.

Che l'immagine apparisca molto chiara, cioè di un grigio chiaro, è vero, perchè si ha un confronto immediato fra il nero quasi assoluto dell'interno del tubo e il nero del disco, esposto in piena luce, ma questa immagine apparisce altrettanto chiara nel disco in movimento, che nel disco immobile, giacchè guardando per qualche istante il disco immobile, abbiamo altrettante sovrapposizioni di immagini, che se guardiamo per lo stesso tempo il disco in movimento. Nei due casi vediamo continuamente.

*
* *

Sapendo che il nero materiale non è propriamente un nero assoluto, ma un grigio-nero, ci domandiamo quanto questo grigio-nero è più oscuro del bianco. Furono fatte esperienze numerose, ma le cifre che si sono date sono molto diverse. Ci basti però ricordare che la chiarezza del nero rispetto al bianco materiale (carta nera e carta bianca) fu trovata da AUBERT (**1**, p. 73) di 1/57, e molto più tardi da HERING (**8**, p. 14) di 1/15. Facciamo approssimativamente la media, e mettiamo 1/30.

Anteposto un pezzo di carta nera alla finestra di una camera nera — che è un tubo cilindrico lungo un metro, di 35 centm. di diametro, aperta con una finestra rotonda di circa 9 centm. di diametro, su una delle basi, e foderato di velluto nero — vediamo subito che è più chiaro del nero di questa finestra. Col tubo di LÜDIKE sembra, come ho detto, grigio chiaro.

Ma di quanto è realmente più chiaro questo nero materiale rispetto al nero assoluto, quale si può considerare quello della finestra della camera nera?

Io per farmene un'idea ho provato così: Ho annerito con inchiostro di China un piccolo disco di carta; ho lasciato che

Digitized by Google

sporga da esso per un centm. un settore bianco; l'ho applicato ad un sistema ruotante, ed anteposto alla finestra della camera nera. Rimaneva sopra il settore bianco una porzione periferica della finestra di circa un centimetro. Nella rapida rotazione appariva così un disco mediano di nero materiale, un anello grigio al di fuori di questo, ed un anello di nero assoluto al di fuori dell'anello chiaro. Impicciolii sempre più il settore bianco finchè l'anello apparve nero come il nero materiale. Questo accadde con settore bianco di 6 gradi circa. Dunque il nero assoluto apparve appena di 1/60 più oscuro del nero materiale.

***

Dato che il nero materiale non è un nero assoluto, ma un nero relativo, cioè un nero che riflette sempre una certa quantità di bianco, si comprende come esso debba divenire sempre più oscuro quanto più debole è la luce con cui lo si illumina, e tanto più chiaro, quanto più forte è la luce. Ma l'occhio vede questi mutamenti? Si può rispondere senza esitare che li vede fino ad un certo punto.

Io feci alcune esperienze in proposito: Preparai un certo numero di figure, che senza descrivere presento per brevità riprodotte in due tavole (tav. XVIII-XIX), alquanto impicciolite, in cui parte della figura è colorita con inchiostro di China, parte intagliata. Messe davanti alla finestra della camera nera, appariscono così in parte di un nero relativo (parte più chiara nelle riproduzioni) e in parte di un nero assoluto (parte più oscura nelle riproduzioni). Il compito era di vedere in quali condizioni si potessero distinguere le differenze di nero. L'esame fu fatto numerose volte da me e dai miei Assistenti.

Per dare un'idea della grandezza delle figure, dirò che i due dischi della fig. 2, hanno grandezza e disposizione come i dischi delle tavole di BURCHARDT, per distanza di 40 metri; quelli della fig. 3 e della 7, per una distanza di circa 18 metri.

Nella tabella seguente sono indicate le distanze a cui era possibile la distinzione, con diverse illuminazioni, che permettevano gli indicati gradi di acutezza visiva.

Digitized by Google

N.	Mattino sereno		Mezzogiorno		Con vetro affumicato	
	V	Distinzione	V	Distinzione	V	Distinzione
1	7/10	a 5 metri	10/10	a 9 metri	1,4/10	a 1 metri
2	10/10	„ 12 „	—	—	1,5/10	„ 5 „
3	5/10	„ 3 „	10/10	a 12 metri	1/10	„ 1 „
4	7/10	„ 3 „	—	—	„	„ 0,80 „
5	„	„ 4 „	—	—	„	„ 0,5 „
6	„	„ 12 „	—	—	„	„ 2 „
7	„	„ 9 „	—	—	—	—
8	„	„ 4 „	—	—	1/10	non distinzione

Queste cifre mostrano che la distinzione varia notevolmente colla grandezza delle figure e coll'illuminazione. Per es. in figure come N. 3, che si vedono separatamente a più di 18 metri, la distinzione dei neri, con buona luce si fa a 12 m. di distanza, ma con luce scarsa, si fa solo a 1 metro. Evidentemente coll'abbassare l'illuminazione, mentre il nero assoluto non muta, diviene più oscuro il nero relativo, quindi diminuiscono le differenze e diminuisce perciò la discernibilità. E ciò indica che l'oscuramento del nero materiale per l'abbassamento dell'illuminazione, viene avvertito.

***

Si osserva così un qualche cosa di analogo a ciò che interviene per la distinzione delle gradazioni grigie. Di serie di gradazioni grigie, abbiamo diversi campioni.

Una specie di scala di ombre di chiarezza diversa otteneva Bouguer (**2**, p. 1) mettendo più bugie su una stessa linea, che proiettassero su una superficie bianca l'ombra di un corpo opaco interposto. L'autore dice che poteva così distinguere 30 è più gradazioni. Ma la prima scala materiale di gradazioni grigie che si conosca, è quella del Padre Castel, fatta nel 1740, ed ottenuta (**3**, p. 214) con successive interposizioni, e fatta per semplice scopo industriale. L'autore aveva incominciato coll'interporre il grigio medio fra il bianco e il nero; poi mise un grigio-nero

Digitized by Google

fra il nero e il grigio medio, e un grigio-bianco fra lo stesso grigio medio e il bianco; finalmente fra queste cinque gradazioni ne interpose altre quattro, ed ebbe così una serie di nove gradazioni, che secondo l'autore sarebbero (p. 218) le sole che l'occhio può distinguere; mentre facendone per es. 17, queste " ne le sont que pour l'esprit „, e l'occhio le confonde.

Presso a poco su questo stesso principio e collo stesso scopo, compose CHEVREUL (**4**) le gradazioni grigie pel suo famoso cerchio cromatico, e le fece in numero di venti.

La prima scala, fatta per istudiare il senso luminoso, è quella di PLATEAU (**16**). Con questa entra in campo il principio delle equidistanze od equidifferenze, sempre seguìto dappoi, e consigliato da HERING (**8**, p. 36).

Il PLATEAU, avendo pregato otto persone (p. 678) pratiche di pittura, di preparare un grigio che paresse altrettanto differire da un bianco e da un nero, trovò che gli otto campioni grigi erano riusciti pressochè eguali. Scelto fra questi il migliore, fece fare un grigio esattamente intermedio fra il grigio prima ottenuto, e il nero, e uno fra lo stesso grigio e il bianco. Vista la facilità con cui si ottennero queste gradazioni equidistanti, l'autore ammise in noi una speciale facoltà consistente " en ce que nous apprécions nettement l'égalité entre deux contrastes „, ed ancora (p. 679) che " on voit que les intensités des sensations correspondant aux teintes de ces cinq carrès seront entre elles comme les nombre 0 — 1 — 2 — 3 — 4 „.

Una scala analoga di 7 gradazioni fece EBBINGHAUS (**5**, p. 1006) nel 1887, pei suoi studi sul contrasto e sulla legge di WEBER. Sono dunque fatte sulla base dell'equidistanza, che l'autore trova corrispondere sensibilmente alla serie geometrica.

Ancora analoga è quella fatta ultimamente da OSTWALD (**14**), con gradazioni disposte in serie geometrica, e che l'autore considera equidifferenti. Per scopo pratico l'autore limita questa scala grigia ad otto gradazioni (p. 9), e lo stesso numero di gradazioni contiene il blocco di carte colorate, sul sistema di OSTWALD, della Akropolis-Verlag di Hannover (1927). In fine abbiamo le tavole a quadratini grigi su fondo nero, fatte da TREITEL (**18**) nel 1885, per l'esame del senso luminoso.

Digitized by Google

*
* *

A priori l'ottenere le equidifferenze, a me pareva una cosa quasi impossibile, e non sapevo accettare con PLATEAU (p. 679) che noi abbiamo la facoltà di apprezzare nettamente l'eguaglianza fra due contrasti, e meno ancora con EBBINGHAUS (p. 1008) che il senso dell'equidistanza sia un qualche cosa di analogo del gradevole che dà la terza nella musica, e dello sgradevole che dà la quarta. E mi faceva meraviglia che le otto persone incaricate da PLATEAU, di presentare un grigio che stesse nel giusto mezzo fra un bianco e un nero, tutte otto avessero dato un grigio sensibilmente eguale. Tuttavia se si fa la prova, si vede che senza andare ad esagerazioni, la riuscita è facile.

Me ne convinsi con alcuni saggi: Prendo le 8 gradazioni di OSTWALD e ne tolgo la più oscura, onde averne un numero dispari. Sono dei quadratini di carta di due centm. di lato. Dispongo sul tavolo, a poca distanza fra loro la bianca e la nera, e metto fra le due quella che va nel mezzo. Io non posso certo dire che questa è nel giusto mezzo, cioè che la bianca da una parte, è altrettanto chiara, rispetto a questa grigia, quanto questa grigia rispetto alla nera; ma se dispongo le due gradazioni estreme sul tavolo a qualche distanza fra loro, e in mezzo ne metto una delle altre, che tengo mescolate in mano, vedo subito che ha una tinta che s'accosta più alla prima che all'ultima, o viceversa; lo stesso accade per una seconda, lo stesso per una terza ecc.; e in fine quella che mi sembra corrispondere meglio, è proprio la giusta.

Per poter scegliere fra un numero maggiore di gradazioni, presi anche la serie delle cinquanta carte grigie di HERING, riprodotte dal NENDEL di Lipsia, e di queste ne scelsi 9, e precisamente i numeri 2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44, 50; procedetti egualmente, e quasi sempre scelsi come colore di mezzo il 26, che è il giusto. Solo qualche volta la scelta cadde sul 20, cioè su quello immediatamente più chiaro, ma bisogna pensare che fra 20 e 26, vi è così poca differenza, che messi vicini, si resta in dubbio quale sia più chiaro dell'altro.

È certo che così facendo, la scelta è facilitata dal fatto che la gradazione che occorre, è già fatta. Ma anche se si vuole pre-

Digitized by Google

parare questa gradazione vi si riesce. Io per es. segno il contorno di due quadrati sulla carta bianca, e ne oscuro uno quanto più posso col lapis nero. Poi ne ritaglio uno eguale, e lo oscuro col lapis, di quel tanto che credo possa rappresentare il grigio medio; se messo in mezzo fra i due, mi sembra accostarsi più all'uno che all'altro, ne faccio un secondo più chiaro; se questo va peggio, ne faccio un terzo un po' più oscuro, e così con pochi tentativi trovo la tinta giusta; ma ordinariamente quello fatto per primo, modificandolo un po' quando è a posto, va bene.

Dunque l'equidifferenza è cosa possibile e facile.

Ho detto che per avere un numero dispari ho tenuto le prime sette gradazioni di OSTWALD. Ma ho eliminato l'ottava anche perchè questa non appariva punto differente dalla settima.

Le sette gradazioni, che sarebbero equidifferenti, — come già dissi nel mio libro sui colori (**15**, p. 358, e come confermarono anche GIORGI e ROSATI **7**, p. 118) — non sembrano però tali. Le più chiare appariscono molto più distanti fra loro che le più oscure. Nelle prime quattro posso intrometterne una intermedia fra ciascuna, e distinguo ancora bene tutte queste prime sette gradazioni; se faccio lo stesso colle tre ultime, che così diventano sei, distinguo ancora prima, seconda e terza, ma non più le tre ultime. È conseguenza del fatto già osservato da VOLKMANN (**19**, p. 63), da AUBERT (**1**, p. 71), da SAMELSOHN (**17**, p. 91), da HUMMELSHEIM (**9**, p. 373), che adoperando i dischi ruotanti, si trova una soglia più bassa (maggiore sensibilità) con dischi neri e piccolo settore bianco, che con dischi bianchi e piccolo settore nero, di che già VOLKMANN (p. 64) aveva dato una spiegazione sensata. Infatti egli dice che nel caso di settore bianco su fondo nero, si tratta di passaggio da quiete ad attività, e basta perciò poco bianco; nel caso di settore nero, si tratta di distinguere da grande a piccola attività, ciò che è più difficile. Io per vederne la ragione più da vicino, ragiono così: Ammesso che la chiarezza del nero sia $= 0$, e quella del bianco sia $= 100$, e che si possa distinguere una unità di chiarezza, se al nero si aggiunge questa unità, si sarà aggiunto uno stimolo $= 1$; mentre se al bianco si toglie una unità di chiarezza, si sarà tolto appena 1/100 dello stimolo dato dal bianco, e quindi una quantità così piccola che noi non possiamo distinguere.

Digitized by Google

Pure queste scale in serie geometrica, appaiono molto più regolari che quelle fatte in serie aritmetica.

Le carte grigie di HERING sono in numero di cinquanta, ma l'occhio è ben lungi dal distinguerle tutte. Non le distingue ancora se facciamo una serie di 25, pigliandone una sì e una no; nemmeno pigliandone una su tre, e nemmeno una su quattro. Soltanto pigliandone una su sei, resta la serie di 9, che ho fatto, e che è possibile distinguere; e ancora, come ho detto, quelle di mezzo si distinguono appena.

Tutto questo spiega i pretesi allontanamenti dalla legge di WEBER. Anche se le gradazioni seguono la progressione geometrica, e quindi esiste un rapporto costante fra ogni gradazione e la vicina, che è la condizione espressa dalla legge di WEBER, si arriva presto a differenze così piccole, che l'occhio comincia presto a non distinguerle che con difficoltà, finchè non le distingue più affatto. Per es. fra 2 e 4 vi è lo stesso rapporto che fra 20 e 40, ma nel primo caso la differenza è 2, nel secondo è 20. Per questo HERING (**8**, p. 93 e 160) in rapporti di questo genere riconosce un *peso* differente, ed ammette che per le sensazioni differenziali abbia influenza sia il rapporto dei componenti, sia anche il loro peso.

Questo autore si pone questi due quesiti: A differenze eguali delle forze di luce (§ 19, p. 74), corrispondono differenze eguali nelle chiarezze percepite? A differenze eguali nelle chiarezze percepite (§ 20, p. 81), corrispondono rapporti eguali di forze di luce? Egli fa numerose esperienze in proposito, e sulla base di queste, risponde negativamente. Trova tuttavia che entro a un certo campo (p. 90) si verifica la legge di WEBER, che è quanto dire che entro a questo campo, a rapporti eguali delle forze di luce, corrispondono differenze eguali nelle chiarezze percepite. Anche CARSTEN EDMUND (**6**) in questi ultimi anni avrebbe trovato che un occhio bene adattato segue nelle percezioni della luce la legge di WEBER.

La ragione principale dei pretesi allontanamenti dalla legge di WEBER, è secondo me differente, e lo si intravvede già nelle esperienze che ho più sopra ricordato coi campi di nero assoluto e di nero relativo, e lo si vedrà poi ora chiaramente parlando direttamente dell'influenza del nero sull'acutezza visiva: Dato

Digitized by Google

che il nero della carta è un nero relativo, che riflette quindi una certa percentuale della luce che riceve, esso si oscura o si rischiara a seconda che lo si illumina con meno o più luce; perciò figure nere su carta bianca, dovrebbero conservare sempre gli stessi rapporti, qualunque sia la forza di luce con cui si illuminano, giacchè la percentuale di luce riflessa tanto dal bianco quanto dal nero, non muta. Così è infatti teoricamente, ma non lo è praticamente, cioè per l'occhio.

L'occhio, come ho indicato nelle esperienze precedenti, non avverte sempre le modificazioni del nero. Le avverte fino a un certo punto su superfici grandi, non le avverte più su superfici piccole.

E si capisce che debba essere così, ricordando che la differenza di oscurità tra il nero assoluto e il nero relativo, è appena di un sessantesimo, come mi è risultato coll'esperienza del disco ruotante, e ricordando pure che il potere differenziale dell'occhio fu sempre trovato dell'ordine di un centesimo, quando si sperimentò nei modi più rigorosi, ma dell'ordine di un sessantesimo, quando si sperimentò in condizioni meno rigorose, o se vogliamo più pratiche.

Tra nero assoluto e nero relativo siamo dunque pressochè a questi limiti, e si può quindi ammettere, che il nero relativo, nelle condizioni comuni cambi molto poco di chiarezza, o non cambi mai, così da poterlo considerare approssimativamente come un nero assoluto, cioè un nero di chiarezza pressochè costante. In tal modo, abbassando l'illuminazione, si abbasserebbe soltanto la chiarezza del fondo bianco, ma non quella delle figure nere, e così per l'occhio i rapporti non sono più costanti, e differenze che, giusta la legge dei rapporti costanti, dovrebbero vedersi ancora, invece non si vedono affatto. Ecco la ragione principale dei pretesi allontanamenti dalla legge di WEBER.

*
* *

Ora vediamo direttamente l'influenza del nero sull'acutezza visiva. Tutti sanno che a scarsa luce non si può leggere. Ma i primi studi che dimostrarono come varia il visus coll'abbassare l'illuminazione furono fatti da TOBIA MAYER (**12**) alla metà del

Digitized by Google

XVIII secolo. Altri ne seguirono, ma si è ben lontani dall'avere dati concordi. Dai dati forniti dal primo sperimentatore TOBIA MAYER (p. 129) io ho dedotto queste cifre:

Distanza candela	Illuminazione	Distanza a cui si vede l'oggetto	Acutezza visiva in decimi
0,162 m.	1000	2,44 m.	10
0,325 „	250	2,11 „	8,7
0,650 „	62	1,87 „	7,7
0,975 „	28	1,54 „	6,3
1,300 „	16	1,45 „	5,95
1,625 „	10	1,38 „	5,65
1,950 „	7	1,30 „	5,3
2,275 „	5	1,22 „	5
2,60 „	4	1,14 „	4,65
4,22 „	1,5	0,97 „	4

Da quelle recenti del MOELLER (**12**, p. 243) ho dedotto le seguenti:

Illuminazione	Ac. Vis. (in decimi)
1000	10
200	10
100	10
20	6,6
10	6,6
2	2,5
1	1,6

Le differenze fra le cifre dei due autori sono grandi: il MAYER infatti dalla illuminazione 1000 a 250 trovò già un principio di abbassamento del visus; il MOELLER invece trovò il visus costante fino all'abbassamento da 1000 a 100; arrivati al-

Digitized by Google

l'illuminazione 20, entrambi trovano pressochè lo stesso visus; ma poi MAYER per illuminazione 1,5 ha ancora V = 4/10, mentre MOELLER per illuminazione 2, ha soltanto V = 2,5/10 ecc.

Si potrebbe ammettere che queste differenze di risultati dipendano dal fatto che i due autori sperimentarono in condizioni di illuminazione differenti; ma se io tengo conto di queste differenze di illuminazione, mi spiego meno ancora le differenze dei risultati. Io ho indicato, per comodità, l'illuminazione iniziale (massima) dei due autori = 1000, ma in realtà MAYER iniziò le sue ricerche con una candela tenuta a circa 16 centimetri di distanza, e MOELLER con un photos (una C. N.) ad un metro di distanza. Dunque l'illuminazione iniziale di questo autore, se le due sorgenti si suppongono eguali, sarebbe 36 volte minore di quella di MAYER; ma è probabile che la candela del 1754 sia stata molto inferiore alla candela moderna. Facendola 3 volte minore, il MOELLER avrebbe sperimentato sempre con una illuminazione iniziale 12 volte minore che il MAYER. Orbene, noi sappiamo che è nella forte illuminazione che il visus si conserva immutato anche per alcuni gradi di abbassamento, e invece questa costanza risulterebbe nelle esperienze del MOELLER, con illuminazione minore, e non in quelle di MAYER, con illuminazione maggiore. Viceversa troviamo il visus pressochè eguale colla illuminazione indicata = 20 pei due autori, la quale per MOELLER è sempre 12 volte minore.

Dalla tabella 3ª del KLEIN (**10**) deduco queste cifre:

Illuminazione:	1000	900	625	400	225	100	25	1
V. (in dec.):	10	10	10	9	9	9	8	3,

e queste mostrano un comportamento ancora differente dalle precedenti.

Vedesi dunque quanto insufficenti sono i dati che abbiamo, per potere da essi trarre dei giudizi sicuri.

*
* *

Ora pigliamo i comuni ottotipi. Ho già detto che siccome il nero delle lettere è un nero relativo, e riflette perciò parte della luce che riceve, è certo che abbassando l'illuminazione generale,

Digitized by Google

i rapporti fra il nero delle lettere e il bianco del fondo restano immutati, giacchè nella stessa proporzione in cui si oscura la carta, si oscurano anche le lettere. Dovremmo dunque leggere come a piena luce. Invece non leggiamo. Dunque si può ritenere che abbassando l'illuminazione, cambiano per l'occhio i rapporti di chiarezza degli ottotipi, il che sembra un paradosso, perchè otticamente i rapporti sono conservati. Infatti noi distinguiamo i segni degli ottotipi pel contrasto di bianco e di nero, e questo contrasto resta immutato. Per es. se con buona illuminazione il bianco riflette una quantità = 90 di luce, il nero, tenendo la cifra media indicata precedentemente, ne rifletterà 3; con illuminazione tre volte minore il bianco rifletterà 30, e il nero 1. Nei due casi il rapporto è sempre 1:30, ma il peso dei due componenti, cioè la differenza, nel primo caso è 87, e nel secondo 29. Può darsi che differenze di questo genere sieno ancora ben distinte dall'occhio, ma la differenza alla quale dobbiamo rivolgere l'attenzione è un'altra. Vediamo infatti che mentre la chiarezza del nero nel primo caso è 3, essa nel secondo è 1, ed è precisamente questa differenza di 2, che per l'occhio può essere troppo piccola, e quindi non venire percepita. Dunque è lo stesso come se nei due casi la chiarezza del nero sia rimasta immutata, e si sia oscurato soltanto il bianco del fondo, epperò per l'occhio è come se i rapporti fossero mutati, ed è questa la ragione principale per cui coll'abbassamento dell'illuminazione si abbassa il visus.

Per la verità, nessuno mette in dubbio questo fattore, ma comunemente se ne aggiungono molti altri che fanno parte di quelli che HERING chiama (**8**, p. 6-35) circostanze laterali. Fra queste si dà la massima importanza all'irradiazione ed al contrasto. Per la irradazione un po' del bianco del fondo si diffonde sul nero delle lettere, e il fondo bianco in prossimità, cioè negli spazi bianchi tra le lettere, si oscura. Questo secondo fatto non avviene evidentemente perchè un po' di nero si diffonda sul bianco, ma perchè un po' di bianco, in causa della diffusione accennata, va perduto.

Il contrasto marginale agisce in senso inverso: il bianco fa parere più oscuro il nero vicino, il nero fa parere più chiaro il bianco vicino. Dunque, per irradiazione si ha rischiaramento del

Digitized by Google

nero e oscuramento del bianco, per contrasto all'opposto, si ha oscuramento del nero e rischiaramento del bianco. Questi due fattori, agendo simultaneamente, e con effetto opposto, possono compensarsi in parte o in totalità, o anche uno dei due prevalere, per cui si può avere ipocompenso, compenso, ipercompenso. Praticamente ciò si avvera specialmente pel contrasto (HERING, **8**, p. 149). Alla luce comune, si ha ipercompenso (p. 152), e perciò vedonsi netti i contorni delle lettere; invece a luce debole, il contrasto ha poco valore e si ha perciò ipocompenso, e le lettere, in causa dell'irradiazione appaiono a margini sfumati e conseguentemente si ha il visus abbassato.

Ma se l'influenza di questi fattori è innegabile, essa però non basta, come ammette anche l'HOFFMANN (**20**, p. 41), a spiegare il forte abbassamento di questo visus per l'abbassamento della illuminazione.

Io credo che il fattore principale sia il primo accennato, cioè il mutamento apparente dei rapporti fra bianco e nero, come ho potuto convincermi con semplici esperienze, in continuazione delle precedenti.

Queste mostrano come, abbassando l'illuminazione, il nero materiale si oscura indiscutibilmente. Ma mostrano ancora, come le differenze osservate fra nero assoluto e nero materiale, si distinguono meglio su campi grandi che su campi piccoli. Per es. la fascia uniforme della fig. 6 ha le stesse dimensioni della fascia a quadrati alterni di nero assoluto e di nero relativo della fig. 4, ma la prima si distingue alla distanza di 12 metri, la seconda a soli 3 metri, cioè a distanza 4 volte minore, perchè in questa si tratta di distinguere campi 4 volte più piccoli. Più piccolo è pure il campo della fig. 5, e anche questa è vista soltanto a piccola distanza. Ho provato anche ad accorciare la fascia doppia di questa fig. 5, e notai che più l'accorciavo, più dovevo accostarmi per distinguere le due metà.

Per vedere direttamente l'influenza del nero sul visus, feci come prima dei cartoni in parte disegnati con inchiostro di China, in parte intagliati, da anteporre alla finestra della camera nera. Per figure adottai l'anello interrotto di LANDOLT.

Anelli così grandi che un occhio normale deve distinguere rispettivamente a 5 metri (fig. 9) e a 12 metri (fig. 10-11) di

Digitized by Google

distanza, si vedono assolutamente alla stessa distanza tanto se di un nero assoluto quanto se di un nero relativo. Alle distanze prescritte sembrano assolutamente identici. Per quelli piccoli avverto la differenza del nero a circa 50 centm. di distanza; per quelli grandi la avverto a 2 metri circa, dunque in condizioni di distinzione circa dieci volte inferiori a quelle dell'acutezza visiva.

Siccome l'acutezza visiva è tale che per la distinzione degli anelli ha valore soltanto la loro lacuna, io avevo provato a modificare anche questa lacuna soltanto. Cioè (fig. 11) feci un anello con inchiostro di China, e vi intagliai la lacuna, onde dovesse apparire di un nero assoluto; ed un anello intagliato, che dovesse apparire di un nero assoluto, con lacuna non intagliata, ma colorata con inchiostro di China, onde dovesse apparire di un nero relativo. Dopo aver esperimentato coi due cartoni precedenti, mi accorsi che questa ultima figura era ingenua: la distinzione delle due lacune si fa infatti a mala pena a 30 centimetri di distanza. Queste lacune rappresentano dei quadratini di circa 2 millimetri di lato, e per distinguere i due neri su figure così piccole, è necessario accostarle all'occhio proprio a questa minima distanza, come ho potuto vedere direttamente colla fig. 12.

Le lettere dei nostri ottotipi, rappresentano dunque dei campi neri così piccoli, che non è più il caso di parlare di distinzione fra nero assoluto e nero relativo, e possono quindi considerarsi, per gli effetti del visus come di un nero assoluto.

***

Da tutto questo si può concludere:

1. La differenza fra il nero assoluto e il nero relativo, praticamente risulta di 1/60 circa, ed è quindi tale da accostarsi al limite della discernibilità.

2. Su campi grandi la differenza si può ancora avvertire, su campi piccoli non si avverte affatto. Di quest'ultimo genere si possono considerare i campi neri rappresentati dalle lettere che noi leggiamo.

Quindi: Per gli effetti dell'acutezza visiva il nero relativo può identificarsi col nero assoluto. Coll'abbassare dell'illumina-

Digitized by Google

zione non si hanno più per l'occhio rapporti costanti di chiarezza fra bianco e nero, perchè, mentre il nero rimane immutato, si va sempre più oscurando il bianco del fondo.

Questa è la ragione principale dell'abbassarsi dell'acutezza visiva coll'abbassarsi dell'illuminazione.

BIBLIOGRAFIA

1. — Aubert Hermann, Physiologie der Netzhaut. Breslau, 1865.
2. — Bouguer Pierre, Traité d'Optique sur la gradation de la lumière. Paris, 1760.
3. — Castel, L'Optique des Couleurs, Paris, 1740.
4. — Chevreul E., Exposé d'un moyen de definir et de nommer les couleurs d'après une methode précise et expérimentale. Memoires de l'Acad. des Sc. de l'Institut de France, T. XXXIII, 1861.
5. — Ebbinghaus H., Die Gesetzmassigkeit des Helligkeitscontrastes. Z. Ber. der K. Prus. Ak. der Wiss. zur Berlin, Jahrg. 1887, p. 995-1009, 1887.
6. — Edmund Carsten, The depedence of the light sense on the adaptation of the eye. Acta Ophthalmologica, Vol. II, 2, p. 115-136, 1924.
7. — Giorgi e Rosati, Sulla teoria del colori. Memoria della R. Accad. dei Lincei, Ser. sesta, vol. III; fasc. V. 1928.
8. — Hering Hewald, Grundzüge der Lehre vom Lichtsinn. Graefe-Saemisch' Handb., II Ed., Vol. III, 1905-1920.
9. — Hummelsheim Eduard, Photometrie u. Photoptometrie. Graefe-Saemisch' Handb., II Ed., Vol. IV, p. 327-389, 1904.
10. — Klein N. Th., De l'influence de l'éclairage sur l'ac. vis., Paris, 1873.
11. — Lüdike, Weisser Licht von schwarzen Pigmente. Annalen der Physik, herausgegeb. v. L. W. Gilbert, Vol. XX, p. 299-304, 1805.
12. — Mayer Tobia, Experimenta circa visus aciem. Commentarii Societatis R. Scientiarum Gottingensis, T. IV, p. 120-135, 1754.
13. — Moeller Hans Ulrik, Ueber die Adaptation und ihre Messung durch die photometrischen Gläser nach Tscherning. Acta Ophthalmologica, Vol. I, fasc. 4, p. 324-344, 1924.
14. — Ostwald Willhelm, Farbenfibel, Leipzig, 1924.
15. — Ovio Giuseppe, La visione dei colori, Milano, (Hoepli) 1927.

Digitized by Google

16. — PLATEAU J., Sur la mesure des sensations physiques, et sur la loi qui lie l'intensité de la cause excitante. C. Rend. des Séances de l'Ac. des Sc., T. 75, p. 677-680, 1872.

17. — SAMELSOHN J., Zur Anatomie u. Nosol. der retrobulbären Neuritis. Graefe's Archiv f. Ophtalmol., XXVIII, I, p. 1-109, 1882.

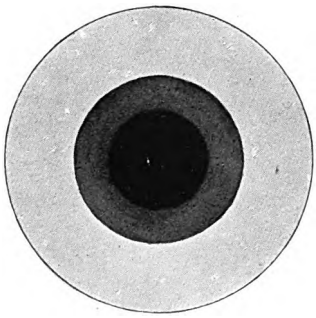
18. — TREITEL TH., Tafeln zur numeriscen Bestimmung des Lichtsinnes. Königsberg, 1885.

19. — VOLKMANN A. WILHELM, Physiologische Untersuchungen im Gebiete der Optik., Leipzig, 1863.

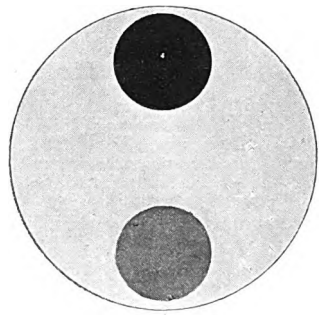
20. — HOFFMANN F. B., Raumsinn. Graefe-Saemisch' Handb., II Ed., Vol. III, 1920.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 27 maggio 1929*)

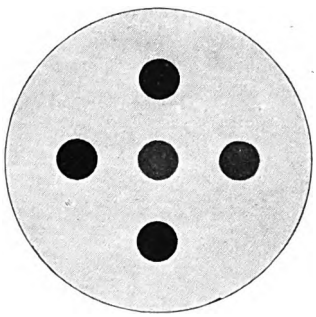
Digitized by Google



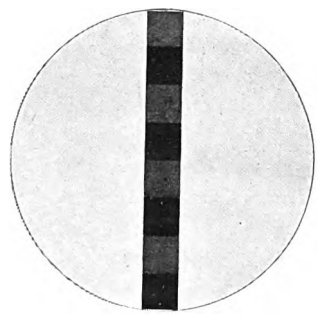
1



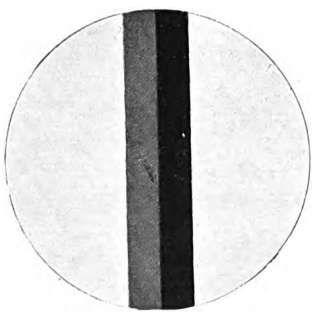
2



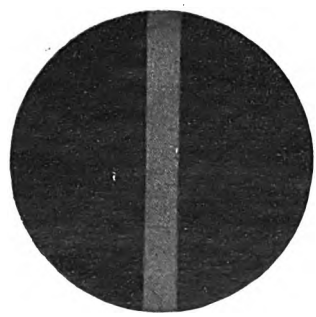
3



4



5

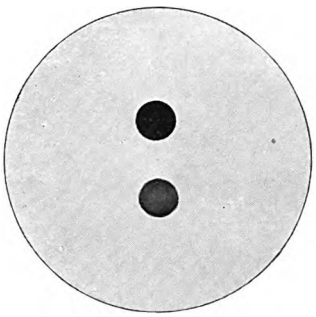


6

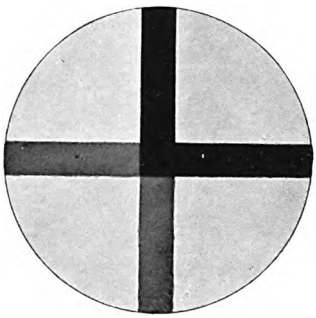
UNIV. OF MICH.

Digitized by Google

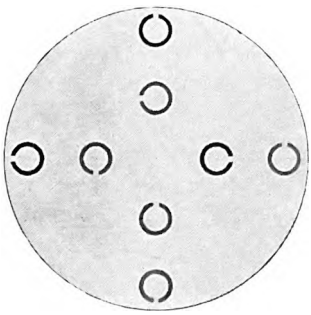
Digitized by Google



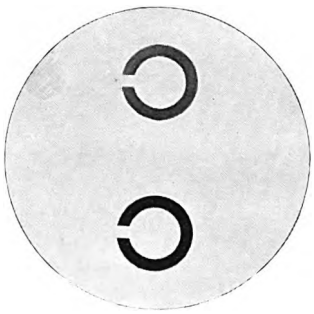
7



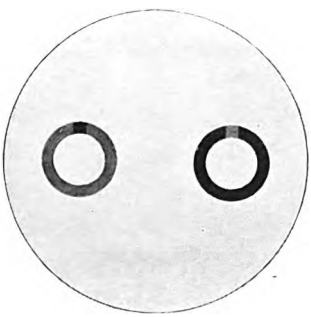
8



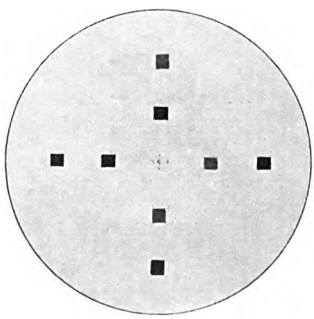
9



10



11



12

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

La concentrazione idrogenionica nell'uovo del Filugello

DOTT. DANTE ONGARO

(presen. dal dott. E. Arrigoni degli Oddi, m. e., nell'ad. ord. 14 aprile 1929)

Il concetto di reazione attuale in confronto al concetto di reazione potenziale dei liquidi fisiologici ha riaperto una pagina che sembrava ormai chiusa anche nel campo delle ricerche biochimiche.

Non mi soffermo su ciò che è stato fatto e ciò che ha apportato la nuova concezione per i liquidi dei tessuti e del sangue degli animali superiori. Mi limito a ricordare che per l'emolinfa degli insetti e precisamente di diverse specie di cavallette, Bodine (1) col metodo elettrometrico ha ricavato i seguenti valori:

Melanoplus femur rubrum Ph = 6,4 ÷ 6,8 media 6,73; *Melanoplus differentialis* Ph = 6,42 ÷ 6,98 medi a 6,68; *Chortophaga viridifasciata* Ph = 6,43 ÷ 7,05 media 6,79; *Romulea microptera* Ph = 6,4 ÷ 6,8 media 6,73. Per quanto riguarda il *Bombyx mori* già nel 1902 il Ducceschi col metodo titrimetrico stabilì la reazione eminentemente acida dell'emolinfa delle larve (2). Successivamente nel 1922 Jameson e Atkins determinarono la concentrazione idrogenionica dell'emolinfa giungendo al valore di Ph = 6,8 (3) valore che pur non essendo in opposizione ai risultati ottenuti dal Ducceschi, pure dimostra che, se si può ancora parlare di reazione acida, questa è però molto prossima alla neutralità. Seguì uno studio del Pigorini sul chimismo e sulle reazioni dell'uovo del filugello in cui pure è messa in evidenza la reazione acida. Il Pigorini misurò col metodo titrimetrico la reazione dei successivi estratti alcoolici dell'uovo e con tale tecnica vide:

Digitized by Google

Che l'acidità è forte al momento dell'estrazione dalla cella frigorifera, pari a gr. 4,536 di acido ossalico per 100 grammi di uova; che va aumentando fino al terzo giorno di incubazione per rimanere costante fino al sesto: pari a grammi 5,166 di acido ossalico. Dal settimo giorno in poi l'acidità dell'estratto alcoolico va invece diminendo per ridursi alla fine dell'incubazione pari a grammi 2,709 di acido ossalico per cento grammi di uova (4). Per l'uovo dunque mancava ancora una conoscenza sulla sua reazione attuale ed è appunto per consiglio dello stesso Pigorini che io ho intrapreso questo lavoro.

Per avere dei termini di confronto e valutare il significato biologico del singolo caso da me preso in esame stimo opportuno ricordare brevemente le osservazioni fatte fin quì sul Ph di uova di animali diversi e giunte a mia conoscenza. Il Fauré Fremiet ha esperimentato sul contenuto dell'uovo di " *Sabellaria alveolata* „ in diversi stadi di sviluppo iniettando soluzioni di indicatori ed è venuto alla conclusione che il Ph prima della fecondazione si aggira intorno ad un valore di 12 e scende dopo a circa 7 (5).

Bodine ha trovato per l'uovo fecondato di " *Fundulus heteroclitus* „ il valore Ph = 6,39 sperimentando col metodo microelettrometrico e inoltre ha riscontrato che prima della fecondazione si hanno valori molto variabili (6).

Nell'uovo di " *Echino* „ pure col metodo elettrometrico Vlès e Nouel notano una reazione attuale acida del citoplasma (Ph = 5,5 ÷ 6) in rapporto con l'accumulo di CO_2 (7).

Molto interessante è il comportamento della concentrazione idrogenionica dei diversi costituenti dell'uovo di pollo determinata da Gueylard, France e Portier (8) col metodo elettrometrico e col metodo degli indicatori. Al principio dello sviluppo l'albume è nettamente alcalino (Ph = 7,93 ÷ 8,1) mentre il tuorlo mostra una reazione acida (Ph = 5,39 ÷ 5,56). Col progredire dello sviluppo la reazione si accosta in entrambi i casi al punto neutro che viene raggiunto al decimo giorno.

Al 17 giorno il tuorlo diventa acido (Ph = 3,95 ÷ 4,28). Il sangue alla fine dell'incubazione presenta una alcalinità maggiore (Ph = 8,09 ÷ 8,43) che dopo la schiusura.

A queste conoscenze io aggiungo ora quella della concen-

Digitized by Google

trazione idrogenionica del succo estratto dell'uovo di " *Bombyx mori* „ nel secondo periodo di sviluppo embrionale durante l'incubazione.

*
* *

La determinazione del Ph nel nostro caso non è possibile che per via potenziometrica trattandosi di un liquido colorato e torbido.

A questo scopo ho montato l'elettrodo a chinidrone che si è dimostrato adatto a molte determinazioni biologiche (9).

Darò un brevissimo cenno sulla costruzione della cella rimandando per la teoria e comunque per i particolari al lavoro originale del Biilmann (10). L'anodo è formato da una placca di platino non platinato o di oro immersa in una soluzione $\frac{N}{100}$ di HCl satura di chinidrone che contiene $\frac{9}{100}$ di grammimolecola di KCl.

Il catodo è formato da una lastrina di platino o di oro immersa nel liquido da esaminare (circa 5 cc.) saturato di chinidrone. Il collegamento elettrico viene fatto con due tubi ad U riempiti di una soluzione satura di KCl immobilizzata con 1,5 % di agar agar. I due tubi si uniscono elettricamente facendoli pescare in una soluzione satura di KCl contenuta in un bicchiere di vetro. Ho preferito questo collegamento al più classico a soluzione fluida perchè l'apparecchio in tal modo è più facilmente smontabile. Il Ph viene calcolato con la formula:

$$Ph = 2{,}03 + \frac{\text{F. E. M. trovata}}{0{,}00019837\ T.}$$

essendo 2,03 il Ph della soluzione centesimo nórmale di HCl e T la temperatura assoluta dell'ambiente.

Ho eseguito il controllo di questo elettrodo con quello a calomelano a soluzione satura e seguendo il metodo differenziale del Michaëlis, con la soluzione tampone di acetato sodico e acido

Digitized by Google

acetico, che come tutti i metodi differenziali, elimina gli errori causati da eventuali manchevolezze del congegno.

***

Il primo fenomeno che ferma l'attenzione è che la forza elettromotrice sviluppata dall'elemento: chinidrone, HCl succo uova, chinidrone varia, nel tempo.

Si può supporre una analogia con la variazione di forza elettromotrice che alcuni autori hanno avuto adoperando l'elettrodo a chinidrone nella determinazione del Ph del sangue to-

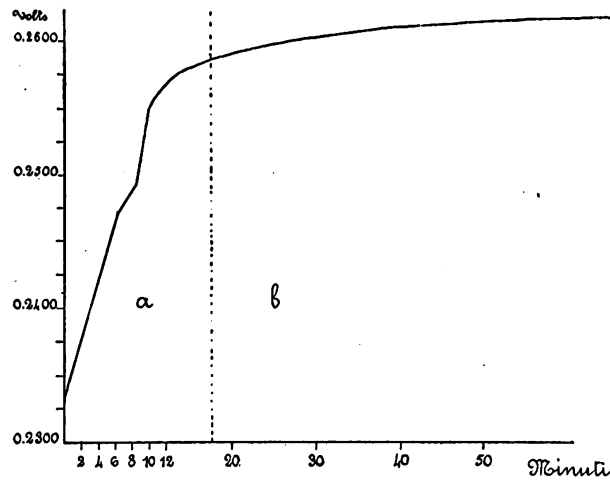


Fig. 1 — Variazione della forza elettromotrice operando con l'elemento a chinidrone.

tale (11), variazione da essi attribuita all'emoglobina che reagirebbe col chinidrone per trasformarsi in metemoglobina (1).

(1) I succhi estratti dalle uova di filugello sono, come tutti i succhi e i tessuti vivi sede di fenomeni di riduzione che vengono variamente interpretati nel loro determinismo.

Sta di fatto che il bleu di metilene addizionato ai succhi d'uovo viene decolorato.

Digitized by Google

Questa variazione che costituisce un inconveniente, in principio mi ha fatto credere essere impossibile determinare il Ph con l'elettrodo a chinidrone.

Ma eseguendo le misurazioni ogni due minuti ho ottenuto delle curve ben definite (v. fig. 1 e 2) che possiamo dividere in due settori *a* e *b:*

Il settore *a* in cui la curva sale rapidamente ed irregolarmente ci potrebbe far pensare a due fenomeni di diversa natura:

1) raggiungimento di un equilibrio in senso meccanico e in parte anche reazioni fra chinidrone e costituenti del complesso

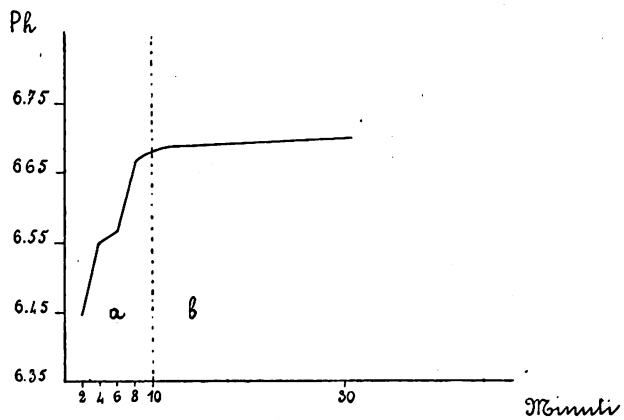


Fig. 2 — Valori del Ph nella stessa determinazione della figura 1.

liquido non esclusi i fenomeni dovuti a scambi gassosi fra liquido ed aria ambiente.

2) passaggio del succo dalle proprietà chimiche e dall'equilibrio instabile di materia viva alle proprietà chimiche e all'equilibrio stabile di materia morta.

La seconda ipotesi è da escludersi perchè il liquido dopo qualche ora dalla spremitura presenta lo stesso fenomeno, quindi resta la prima ipotesi. È ancora da tener presente che per il succo al medesimo stadio di incubazione, la curva ha principio

Digitized by Google

a valori molto discosti e le differenze fra misura e misura sono rilevantissime ed irregolari.

Nel settore *b* la curva ha invece un andamento completamente differente. Nel succo di uova allo stesso stadio di incubazione in questo settore abbiamo perfetto parallelismo fra le curve segnate dalle diverse determinazioni; le differenze fra misura e misura sono costanti e piccolissime.

*
* *

Questi fatti mi hanno fatto pensare di poter calcolare il Ph sul valore ricavato colla media dei primi tre valori in cui due successive determinazioni danno la stessa differenza e precisamente quando la curva entra nel settore *b*. In questa supposizione mi conforta il risultato del controllo che ho ritenuto di dover eseguire con l'elettrodo ad idrogeno al quale non si possono fare tutte le obbiezioni che si possono invece fare all'elettrode a chinidrone. Difatti, come si vede nella tabella dei risultati, il succo saggiato due volte con l'elettrode a calomelano, ha dato valori praticamente eguali a quelli ottenuti con l'elettrode a chinidrone dopo raggiunti i primi valori del settore *b* della curva.

Il succo centrifugato due volte presenta lo stesso Ph e la stessa variazione di forza elettromotrice; soltanto la curva del settore *a* è molto più breve, cioè si raggiunge l'equilibrio più presto il che si può spiegare facilmente con la minor quantità di sostanze grasse in emulsione.

*
* *

Con la tecnica descritta io ho voluto determinare e seguire il comportamento dei valori del Ph durante il secondo periodo di sviluppo dell'embrione del filugello. È noto infatti che in questo lepidottero lo sviluppo embrionale nel maggior numero delle razze è distinto in due periodi:

Digitized by Google

uno comprende i primi processi di divisione della cellula uovo fino alla formazione della stria germinale e annessi;

l'altro, che segue al primo dopo il lungo riposo dell'autunno e dell'inverno, va dal risveglio degli elementi della stria germinale fino alla formazione della larvetta completa ed è favorito dal rialzarsi della temperatura o naturalmente o artificialmente.

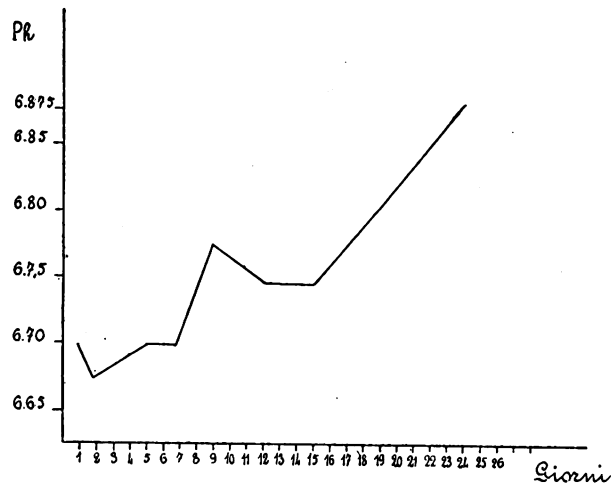


Fig. 3 — Variazione del Ph del succo dell'uovo durante l'incubazione.

I risultati ottenuti sono raccolti nella tabella seguente e diagrammati nella fig. 3:

Digitized by Google

DATA	Ph con l'elettrodo al chinidrone	Ph con l'elettrodo a calomelano	Temperatura del seme
30 Gennaio 1929	6,70	6,69	0°
1 Febbraio „	6,67	—	6,5°
2 „ „	—	—	7°
3 „ „	—	—	10°
4 „ „	6,70	—	12°
5 „ „	6,71	—	15°
6 „ „	6,69	—	13°
7 „ „	—	—	14°
8 „ „	6,77	—	15°
9 „ „	—	—	15,5°
10 „ „	—	—	15,5°
11 „ „	6,74	—	15,5°
12 „ „	—	—	15,5°
13 „ „	—	—	16,5°
14 „ „	6,74	—	16,5°
15 „ „	—	—	17°
16 „ „	—	—	17,5°
17 „ „	—	—	18°
18 „ „	6,80	6,82	18,5°
19 „ „	—	—	19°
20 „ „	—	—	19°
21 „ „	—	—	20°
22 „ „	—	—	20°
23 „ „	6,87	—	20°
24 „ „	—	—	22°
25 „ „	(Nascite) 6,86	—	22°

CONCLUSIONI

Con la tecnica descritta il succo estratto dall'uovo di " *Bombyx mori* „ dopo la svernatura, analogamente all'uovo di altri invertebrati ha un Ph vicino e leggermente inferiore a 7.

Digitized by Google

Questo valore è variabile durante la seconda fase di svolgimento embrionale e precisamente da un valore iniziale di 6,67 giunge a quello di 6,87 al momento delle nascite. Cioè la reazione è leggermente acida, accostandosi alla neutra di mano in mano che l'embrione va sviluppandosi e al valore dell'emolinfa larvale quale fu determinato nelle ricordate ricerche di Jameson e Atkins.

Questo fatto è in sensibile accordo con le variazioni dell'acidità totale osservate dal Pigorini e si può spiegare con la presenza di tamponi proteinici che nel corso dell'incubazione impediscono che alle variazioni di acidità totale corrisponda una variazione sensibile del Ph. Il variare della funzione tampone sarebbe legata al variare della natura delle proteine.

Mi riservo alla prossima campagna bacologica di studiare:

il Ph dei succhi di uovo ovarico in rapporto all'emolinfa,

il Ph dei succhi di uovo recentemente deposto e non fecondato,

il Ph dei succhi di uovo appena fecondato,

le eventuali variazioni di Ph dopo trattamento con acido cloridrico che è un potente stimolo allo sviluppo ininterrotto delle uova.

Mi riservo inoltre di sperimentare, in vista di qualche eventuale pratica applicazione, se speciali condizioni anormali, patologiche o traumatiche dell'uovo possono portare delle variazioni nella sua concentrazione idrogenionica.

Digitized by Google

BIBLIOGRAFIA

(1) Bodine J. H. — Hydrogen ion concentration in the blood of certain insects. Biol. Bull. Marine Biol. Lab. 51 (5), 363-369, 1926.
(2) V. Duccheschi — Il sangue del Bombyx mori allo stato larvale. Atti R. Acc. Georgofili, Firenze, XXV, 1902.
(3) P. Jameson and G. Atkins — On the Physiology of the Silkworm. The Bioch. J. Londra, XV, N. 2.
(4) L. Pigorini — Ulteriori ricerche chimiche nell'uovo di " *Bombyx mori* ". Proteine, Reazione. Arch. Farm. Sper. Sc. Aff. Roma, 1923.
(5) Fauré Fremiet — L'oeuf de " Sabellaria alveolata ". Parigi, 1924.
(6) Bodine J. H. — Potentiometric studies on intracellular Ph values of single " *Fundulus* " egg cells. J. General Physiology, 1927, X-4.
(7) Vlès et Nouel — Note sur quelques propriétés phisico-chimiques des produits sexuels de l'Oursin. Arch. de Phis. biol.. t. I, pag. 301, 1922.
(8) Gueylard, France et P. Portier — Réaction ionique des différents constituants de l'oeuf de la poule. Ses modifications au cours de l'incubation. Cpt. rend. hebdom. de séances ac. de Sc. 180 N. 25, S. 1962-1963, 1925.
(9) Vera Lester — On the Measurement of Hydrion Conc. in Some dairy produts by means of Biilmann's Quinydrone electrode. J. Agric. Sc. Vol. XIV, part. IV, Oct. 1924, Londra.
(10) E. Biilmann et H. Lund — Sur l'electrode à Quinhydrone. Ann. de Chimie, 1921, t. XVI, pag. 321.
(11) E. Vellinger et Roche — Remarques sur la mesure du Ph du sang total et du plasma à l'aide de l'electrode à quinhydrone. Bull. Soc. Chim. Biol. Parigi, Aoüt Septembre 1925, pag. 1004.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 31 maggio 1929*)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili. Ricerche sperimentali.

NOTA IV. (PARTE PRIMA)

TULLIO GNESOTTO, m. e.

(*Adunanza ordinaria del giorno 25 novembre 1928*)

Nei tre capitoli che costituiscono la I^a^ parte di questa Nota descrivo, per le tre classi di fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili (1) i risultati di esperienze eseguite per rilevare alcuni *effetti secondari* nelle tre classi, definiti ai § 4-7-9, e qualche esempio dei *gruppi supplementari* di prima e seconda classe, definiti rispettivamente ai § 5-8 della Nota I. Nella II parte riferirò su effetti ottenuti con oscillazioni torsionali libere.

Capitolo X

Classe I^a^

Effetto secondario

§ 63. — Durante la torsione di un cilindro sottile magnetostrittivo in campo magnetico longitudinale costante, la corrente i_l che lo percorre (se i suoi estremi sono collegati elettricamente) è, com' è noto, accompagnata da una variazione di magnetizzazione longitudinale, che si può con facilità seguire durante la torsione misurando la corrente i_e che percorre il solenoide B collegato con un galvanometro abbastanza sensibile (vedi Nota I, § 2, pag. 1314).

Digitized by Google

È questo l'*effetto secondario* di *1ª specie* nella *I classe.*

Si può anche studiare questo effetto associando al cilindro un magnetometro astatico di piccolo momento d'inerzia, come mostrerò nella V Nota a proposito dell'analisi dei fenomeni in generale.

Questo effetto che chiamai secondario fu oggetto di ricerche fatte da altri (2) e specialmente da Nagaoka, che si occupò della variazione di magnetizzazione longitudinale durante cicli di torsione bilaterale, in particolare a tensioni diverse.

Per non complicare la ricerca con l'introduzione di una nuova variabile " la tensione „, riferisco quì su risultati ottenuti a tensione costante di *Kg 3* per mm^2 non lontana da quella per la quale si studiano normalmente i fenomeni di torsione magnetica (per ottenere i quali i cilindri di nichel o di ferro devono essere tesi, ma non eccessivamente).

È noto (3) che la condizione di optimum per ottenere le torsioni magnetiche nel nichel, che si accorcia per magnetizzazione, è di tenerlo teso con *Kg 10* per mm^2. Inoltre posso asserire, in base a numerose misure da me eseguite cogli stessi mezzi usati nella Nota ora citata, che la tensione per la quale si ha la massima sensibilità nel ferro, che si allunga per magnetizzazione, è di circa *Kg 2* per mm^2 per i cicli di torsione magnetica di tutti e tre i tipi. A questi risultati accenno quì incidentalmente perchè non vale la pena che io stenda una relazione in proposito, che sarebbe del tutto simile a quella citata e diversa soltanto per essere i cicli nel ferro rovesciati rispetto a quelli del nichel (4) e per il fatto che nei due suddetti metalli sono diverse, come dissi, le tensioni di optimum.

Valgono quì riguardo ai versi della torsione, del campo e della corrente circolante nelle spire del solenoide *B* destrorso le convenzioni fatte al § 16 della Nota I.

I materiali studiati sono al solito fili di ferro e di nichel del diametro di *mm 2* lunghi *cm 84*, e su essi riferirò singolarmente.

Occorre però premettere qualche considerazione generale per orientare fin d'ora la mente all'interpretazione dei risultati ottenuti.

Durante un ciclo di torsione, anche a piccola velocità angolare di pochi gradi al secondo, il cilindro magnetostrittivo in

Digitized by Google

campo $H_l = cost. \neq 0$, come sappiamo, diventa sede di una corrente longitudinale che varia secondo un processo ciclico centrato (Cap. III) se il ciclo di torsione è bilaterale; essa rivela la presenza di magnetizzazioni circolari (variabili) che sono uguali e di segno contrario in punti corrispondenti nei due semicicli di torsione e che dipendono dal verso di H_l (§ 18, fig. 6).

Il cilindro in altri termini è un oscillatore elettrico lineare.

Ricorriamo, come al solito, alla rappresentazione cartesiana, e prendiamo come ascisse le torsioni θ e come ordinate le correnti i_c che circolano nel solenoide B e misurano le variazioni di magnetizzazione longitudinale.

L' effetto, che una torsione bilaterale in campo H_l costante e la magnetizzazione circolare alternata, ad essa concomitante e dovuta ad essa, producono sulla magnetizzazione longitudinale, deve presentarsi simmetrico rispetto all' asse delle i_c quando questo passa per il punto (origine) che rappresenta lo stato magnetico ed elastico neutro.

Prima di riferire sui risultati ottenuti devo dichiarare che queste misurazioni esigono grandi cautele sperimentali; specialmente le inversioni delle torsioni ai vertici del ciclo devono essere fatte con molta attenzione.

Inoltre basta iniziare un ciclo di torsione bilaterale quando nel materiale preesista una torsione (residua) anche di qualche grado su *cm 84* di lunghezza in un filo da *mm 2*, perchè nonostante un lungo processo di fissazione successiva la simmetria dei cicli di i_c scompaia ed essi presentino asimmetrie piuttosto considerevoli, così da far alterare la fisonomia al fenomeno.

Infine occorre evitare qualunque presenza di magnetizzazione circolare residua.

Perciò le operazioni di riduzione allo stato elastico neutro e di smagnetizzazione circolare devono essere oggetto di particolari cure. Per iniziare una serie a partire da piccoli campi imposti occorre ricuocere il filo.

In tutti i casi occorre descrivere parecchi cicli prima di fissarne uno.

Digitized by Google

Effetto secondario nel ferro per cicli di torsione bilaterale.

§ 64. — Nella parte superiore della fig. 49 sono tracciati due cicli che rappresentano indirettamente le variazioni di magnetizzazione longitudinale (effetto secondario) in un processo bilaterale di torsione per $\theta_v = \pm 90^o$ quando il campo longitudinale costante è di *Gauss* $-0{,}75$ per quello di sinistra e di $+0{,}75$ *Gauss* per quello di destra.

Le i_c positive indicano aumento di magnetizzazione; nel ferro, come vedesi, ad una torsione corrisponde una diminuzione della magnetizzazione longitudinale dovuta al campo imposto, mentre il contrario si ha per i rami di detorsione; i punti doppi sono quasi sull' asse delle i_c.

I due cicli di corrente i_c sono quasi congruenti per rotazione intorno all' asse delle ascisse.

Con molta approssimazione i punti di incontro con l' asse delle torsioni ed i punti di massimo corrispondono a punti di massimo e di inflessione nei relativi cicli di magnetizzazione, come vedremo nella Nota V.

Questi effetti, ripetiamolo, vanno pensati associati alle variazioni di magnetizzazione circolare che accompagnano i cicli bilaterali di torsione rappresentati nella parte inferiore della fig. 49, la quale riproduce la fig. 6 del § 18, che dà per gli stessi campi H_l e per le stesse ampiezze di torsione l' effetto principale.

La fig. 50 contiene una coppia di cicli ottenuti con ampiezze di torsione diverse: $\theta_v = \pm 180^o$, $\theta_v = \pm 360^o$, alla stessa velocità, con un campo longitudinale $H_l = +7$ *Gauss*, campo in vicinanza del quale, come vedremo, si riscontrano i massimi effetti ed i cicli assumono aspetti caratteristici per questo effetto secondario nel ferro.

L' aumento dell' ampiezza θ_v produce i seguenti effetti: fa scemare l' altezza dei cicli, i rami di torsione $R\ M_1\ V$ si accorciano, quelli corrispondenti alla detorsione $V\ M_2\ R$ si sviluppano; per $\theta_v = 360^o$ i cicli sono a quattro cappi, il minimo M_1 scompare ed il ramo di detorsione ha un massimo M_2 ed un minimo M_3.

Inoltre il punto doppio R per queste ampiezze di torsione e per piccoli campi positivi si trova sul semiasse negativo delle

Digitized by Google

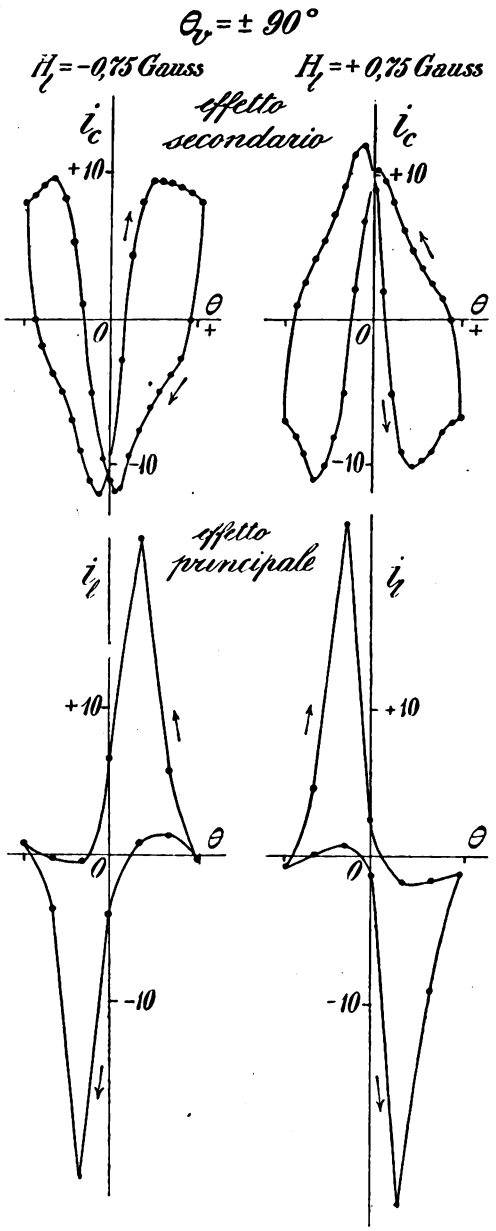


Fig. 49

Digitized by Google

i_c, in altri termini la corrente per $\theta = 0$ è negativa; vedremo nel seguente § che per ampiezze minori questo fatto si verifica

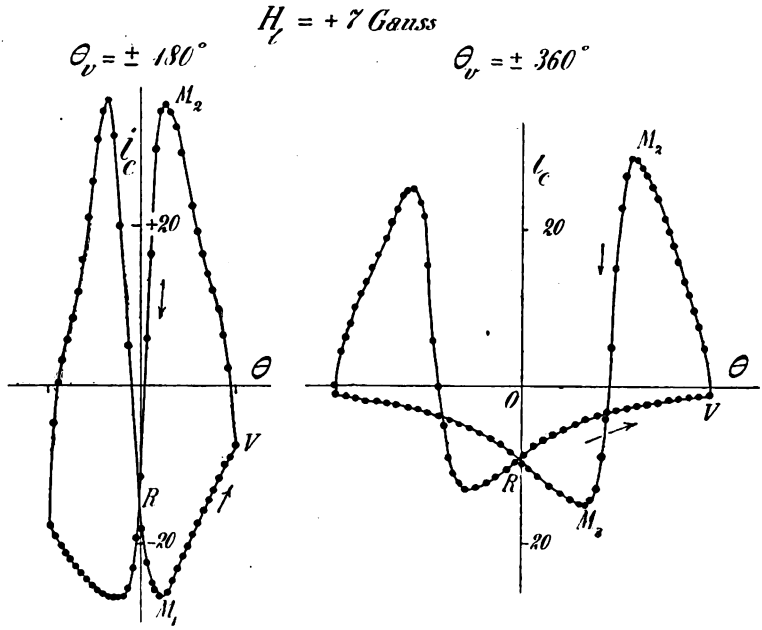


Fig. 50

soltanto con grandi campi $+ H_l$, e per quelli piccoli si ottiene invece l' effetto opposto.

§ 65. — Per illustrare le modificazioni che il fenomeno subisce (sempre nel ferro) al crescere dell'intensità del campo longitudinale costante H_l imposto, ho eseguito una serie di esperienze con un' ampiezza costante di deformazione torsionale $\theta_v = \pm 90°$ (sempre a velocità di circa 2° al secondo) e con valori di H_l positivi crescenti da *0,75* fino a *176 Gauss*.

La fig. 51 contiene i principali risultati.

Da essa si vede che i massimi effetti si riscontrano nell'intorno di *3 Gauss* e come dopo questo campo un aumento di H_l abbia azione oltre che di diminuire l' area dei cicli stessi, di spostarli rispetto all' asse delle ascisse sino a che il ciclo descritto a *176 Gauss* viene a trovarsi tutto al di sotto di detto asse.

Digitized by Google

Questo fatto è indizio di spostamenti dei massimi nei corrispondenti cicli di magnetizzazione longitudinale al crescere di H_l per torsioni bilaterali.

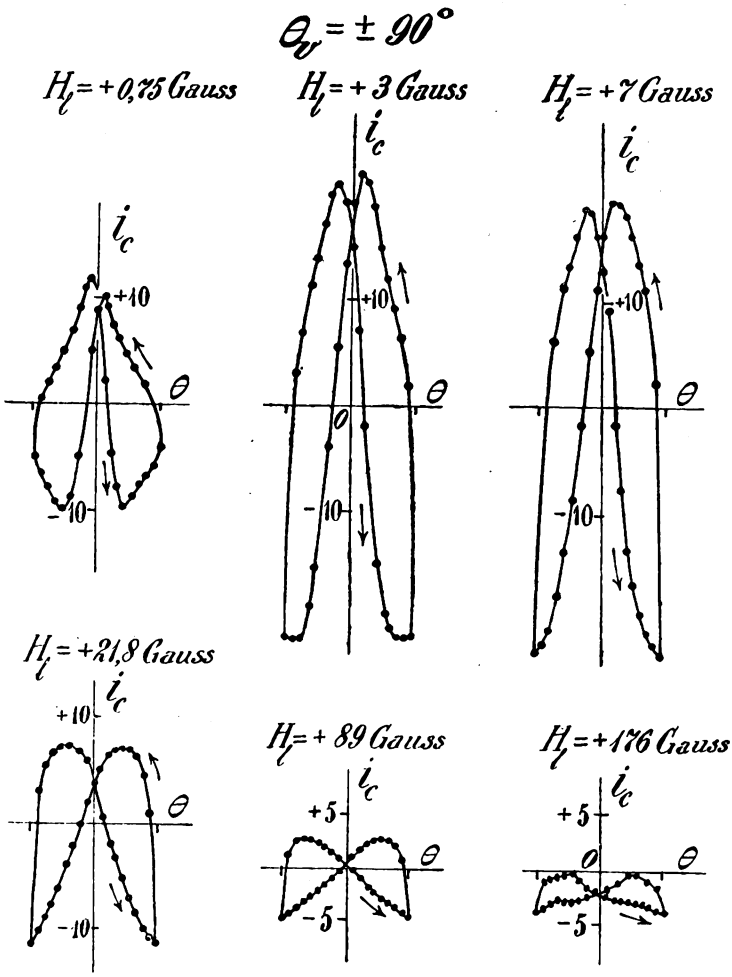


Fig. 51

I risultati ottenuti per questa serie sono anche riassunti nella tabella I, chiara di per sè, e nel diagramma della fig. 52, nel quale la curva a tratto continuo si riferisce ai minimi $i_{c,m}$

Digitized by Google

TABELLA I

H_l	$i_{c,m}$	$i_{c,M}$	i_{cr}	θ_m	θ_M
— 0.75	+ 9.5	— 12.0	— 10.6	45°	10°
+ 0.75	— 10.3	+ 12.0	+ 9.5	45°	10°
+ 3.00	— 22.0	+ 21.5	+ 17.0	75°	15°
+ 7.00	— 24.0	+ 18.7	+ 14.0	90°	25°
+ 21.80	— 12.0	+ 7.5	+ 3.7	90°	45°
+ 89.00	— 5.0	+ 2.5	0	90°	60°
+ 176.00	— 4.0	0	— 2.0	90°	40°

che si presentano nei rami di torsione, quella a punto e tratto ai massimi $i_{c,M}$ dei rami di detorsione e quella a trattini ai valori delle correnti i_{cr} corrispondenti a $\theta = 0$.

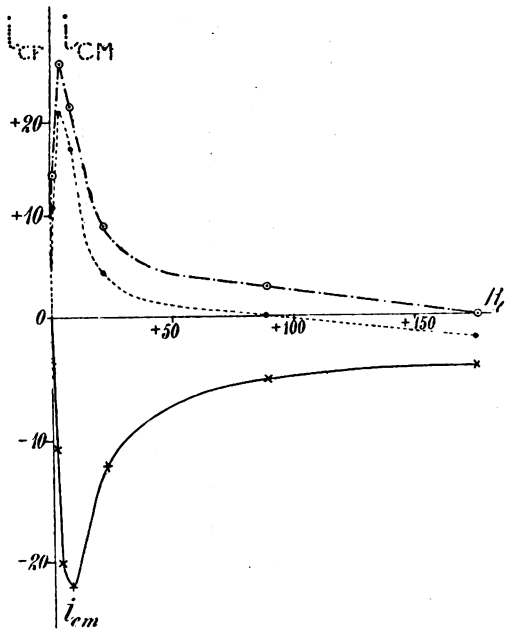


Fig. 52

L' azione costrittiva del campo magnetico longitudinale viene in tal modo messa in rilievo anche dai valori assunti nei varî

Digitized by Google

casi dalle correnti residue che, positive per $H_l < +\ 90$ *Gauss*, si annullano in corrispondenza ad $H_l = +\ 90$ *Gauss* ed assumono valori negativi per $H_l > 90$ *Hauss*.

Giova anche osservare per quanto riguarda i minimi nei rami di torsione che a partire dai piccoli campi essi si allontanano dall'asse delle ordinate per raggiungere il vertice quando H_l ha superato l'intorno nel quale si hanno le massime variazioni di permeabilità magnetica. Già per $H_l = 7$ *Gauss* i minimi si presentano ai vertici del ciclo.

I massimi nei rami di detorsione non seguono la medesima legge. Essi si allontanano dall'asse delle ordinate al crescere di H_l sino ai *100 Gauss* e ad esso si riavvicinano per H_l maggiori.

Da una seconda serie di esperienze descritte con ampiezze maggiori di 90° e diversi H_l nessuna notevole proprietà mi risulta diversa da quelle enumerate in questo §.

Effetto secondario nel nichel per cicli di torsione bilaterale.

§ 66. — Con un filo di nichel del diametro di *mm 2* lungo *cm 84*, furono eseguite numerose serie di misure specialmente mantenendo costante l'ampiezza di torsione $\theta_v = \pm\ 90^o$ per valori di H_l diversi positivi o negativi.

Date le proprietà magnetostrittive più accentuate in questo materiale, l'effetto secondario in esso rileva una grande sensibilità della magnetizzazione longitudinale sotto l'azione della torsione.

Occorrono però cure speciali per mantenere o ricondurre questo materiale a condizioni elastiche e magnetiche le quali consentano di ottenere risultati che rispecchino il fenomeno semplice, senza l'intervento di qualche causa disturbatrice.

Quando il campo H_l è abbastanza intenso il fenomeno si presenta con caratteristiche di regolarità che sono prevedibili e spiegabili con semplicità. Torsione eguali e di segno opposto, in quanto cause di lievi magnetizzazioni circolari opposte producono effetti eguali, ed il comportamento del nichel anche in que-

Digitized by Google

sto effetto secondario è nettamente in antagonismo con quello del ferro.

Nella fig. 53 sono tracciati dieci cicli di variazione di magnetizzazione longitudinale durante processi di torsione bilaterale

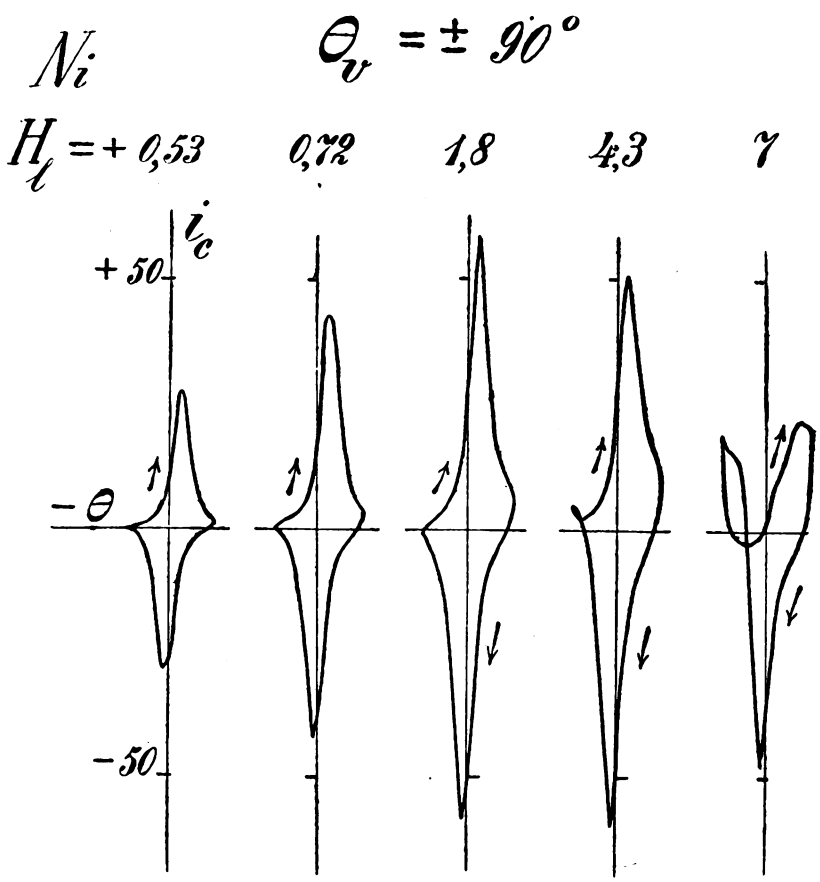


Fig. 53

di eguale ampiezza e velocità in campi H_l diversi da un minimo di *Gauss 0,5* ad un massimo di *Gauss 176.*

Asimmetrie evidenti si hanno in piccoli campi, esse vanno modificandosi gradualmente fino a sparire oltre ai *12 Gauss.*

Le minime variazioni di magnetizzazione longitudinale si

Digitized by Google

hanno in vicinanza a *50 Gauss*, campo per il quale si ha invece un *optimum* per l'effetto principale (variazione di magnetizzazione circolare), come fu già detto al § 20.

La complicazione del piccolo ciclo per $H_l = 50$ è appunto

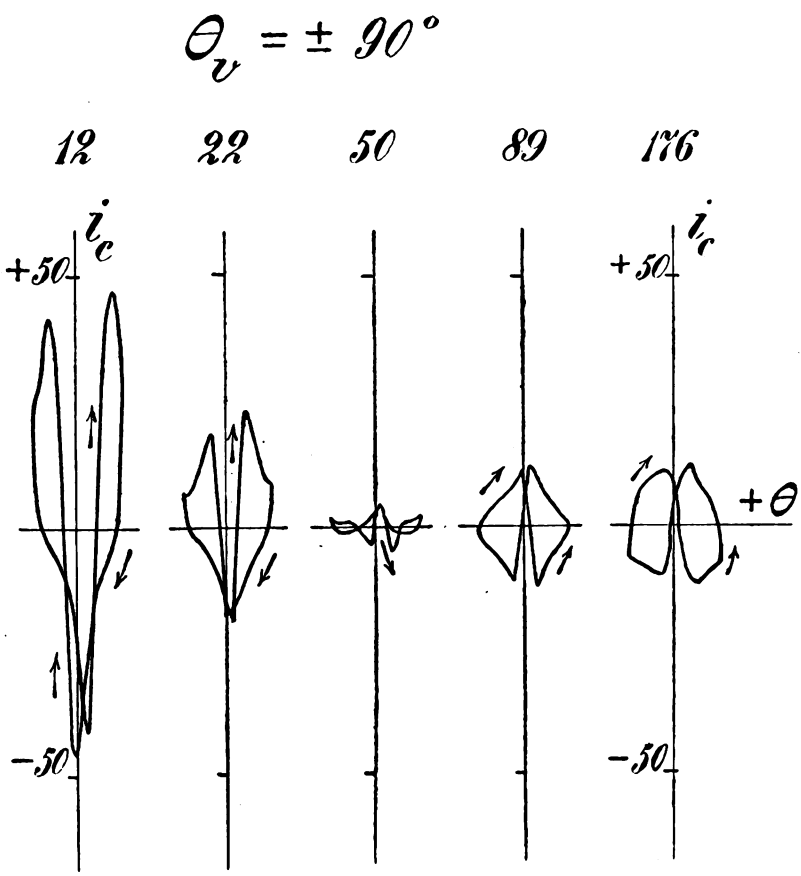


Fig. 53

indizio che il ciclo bilaterale elastico si svolge in campo H_l vicino a questa condizione di *optimum*; con questo fatto è in accordo il rovesciamento del verso di percorrenza, che si riscontra confrontando il ciclo descritto per $H_l = +22$ con quello per $H_l = +89$; inoltre la maggiore area dei cappi dell'ultimo ciclo,

Digitized by Google

per $H_l = + 176$ *Gauss*, mostra come al di là di quel campo la magnetizzazione longitudinale riprenda a reagire sempre di più contro della torsione.

Richiamo inoltre l'attenzione sul fatto che:

per $H_l < 50$ per torsioni crescenti predomina $\Delta B_l < 0$;

per $H_l > 50$ per torsioni crescenti predomina $\Delta B_l > 0$.

La fedele ubbidienza del galvanometro indicatore alle variazioni di flusso risulta anche dal fatto che in tutti i cicli ai punti di inversione della torsione corrispondono punti angolosi con evidenti variazioni di pendenza della tangente.

Per campi $H_l < 12$ *Gauss* la fissazione del fenomeno ciclico per il nichel è di grande difficoltà.

Inoltre per questi piccoli H_l l'azione della magnetizzazione circolare creata colla torsione è molto più sentita e diversa in due semicicli consecutivi e di verso torsionale opposto. Guardiamo i cicli a partire dal quinto da destra verso sinistra.

Per $H_l = 7$ il ciclo è a due cappi ed asimmetrico (il cappio di sinistra è minore) ed allo scemare dei campi H_l il cappio di sinistra rimpicciolisce sempre più; poi questo si snoda ed in corrispondenza al valore $H_l = + 1{,}8$, pel quale la i_{cm} è massima, il ciclo presenta una forma quasi centrata che si regolarizza sotto questo riguardo man mano che il campo H_l va diminuendo.

La vicenda rappresentata dai primi cinque cicli della fig. 53 si ripete se si opera a partire da $H_l = - 7$, cioè se il campo è discendente; i cicli si riproducono rovesciati rispetto all'asse delle ascisse colle stesse caratteristiche di forma e di ampiezza di quelli ottenuti rispettivamente con campi longitudinali eguali, ma di segno contrario.

Ciò implica che, chiamando assi dei cicli le rette che congiungono i punti di massimo, gli assi di due cicli corrispondenti a due campi opposti per $| H_l | < 7$ riescono simmetrici rispetto all'asse delle i_c.

Diminuendo il valore di H_l scema l'ampiezza finchè, quando il campo terrestre è esattamente compensato, non si ha più il fenomeno, se si ha avuto cura di liberare il materiale da magnetizzazioni residue.

Aumentando l'ampiezza di torsione il fenomeno assume na-

Digitized by Google

turalmente aspetti molto diversi; a parità di campo l'ampiezza dell'effetto secondario scema, i minimi di i_r si allontanano dall'asse delle ordinate.

Se prescindiamo dall'antagonismo magnetostrittivo e della diversa permeabilità magnetica dei due materiali, ferro e nichel, i fenomeni in quest'ultimo hanno grandi analogie con quelli ottenuti nel § 65.

§ 67. — La presenza delle asimmetrie che si ottengono nelle variazioni di flusso longitudinale di un materiale magnetostrittivo, specie in piccoli campi (minori o di poco maggiori di massima permeabilità), quando il cilindro si trovi in stato di cimento elastico longitudinale, se non è spiegabile per ora del tutto, esiste indubbiamente.

Dai risultati raggiunti da Nagaoka (5) nelle sue ricerche sull'effetto della torsione e della tensione sulla magnetizzazione del nichel, ben si vede come la magnetizzazione longitudinale di questo materiale in campo magnetico costante sia diversamente modificata da torsioni di senso opposto quando il filo sia sottoposto a tensione longitudinale non trascurabile.

Se si esamina il complesso dei suoi risultati si vede che gli effetti prodotti da torsioni opposte sulla magnetizzazione longitudinale dipendono da due circostanze: l'intensità del campo e la tensione.

Per piccoli valori di questa in cicli bilaterali di torsione si producono variazioni simmetriche rispetto all'asse delle magnetizzazioni.

Per piccoli campi H_l basta però applicare una tensione anche esigua (pochi Eg per mm^2) perchè si presenti la asimmetria caratteristica che si accentua al crescere della tensione.

Per grandi campi H_l la simmetria persiste anche al crescere della tensione fino a che questa non raggiunge un limite che dipende dal valore del campo.

Questo risulta, come vedemmo, anche dalle mie ricerche fatte misurando indirettamente le variazioni di magnetizzazione longitudinale dal flusso generato durante la torsione.

L'Ewing nella III edizione della sua opera "*Magnetic induction in iron and other metals*", riferendo sui risultati di

Digitized by Google

Nagaoka riporta nelle pag. 246 - 247 - 248 tre cicli scelti per illustrare a suo modo gli importanti fatti trovati da Nagaoka. Tolgo anch' io dalla memoria del Fisico Giapponese e riporto nella fig. 54 quattro dei suoi cicli, ridotti tutti alla stessa scala.

Ricordo che Nagaoka operò su di un filo di nichel lungo *cm 40* del diametro di *mm 1* descrivendo cicli di magnetizzazione per torsioni comprese fra $+ 180^{\circ}$ e $- 180^{\circ}$.

I cicli della fig. 54 sono ottenuti in campo $H_l = 2{,}47$ *Gauss* a varie tensioni e precisamente a tensione quasi nulla di *Kg 0,025* per mm^2 per il ciclo *A*; a *Kg 1,45* per *B*; *Kg 2,09* per *C*; *Kg 7,82* per *D*.

L' Ewing riporta i cicli *A*, *B*, *D* e fa ben rilevare che dalla simmetria ottenuta per tensione nulla in *A*, si passa ad una considerevole asimmetria in *B* e che alla più forte tensione di *Kg 7,82* si ha un aumento di magnetizzazione per torsione in un verso, diminuzione per la torsione contraria.

Riporto testualmente poche asserzioni di Ewing su questo soggetto: " Quando c' è la tensione la simmetria scompare; la " magnetizzazione cresce di più *quando il filo si torce nel senso* " *della prima torsione,* torcendo dall' altra parte cresce meno. E " se la trazione costante è abbastanza intensa la mancanza di " simmetria diventa ancor più pronunciata, finchè si ha *l' impor-* " *tantissimo* risultato che torcendo in un verso la magnetizzazione " aumenta, torcendo nel verso opposto diminuisce e può dimi- " nuire tanto da cambiar segno ".

A mio avviso la spiegazione di Ewing, che attribuisce l' asimmetria ad un effetto di prima torsione, è logica; il sistema solido omogeneo assume la simmetria di un cilindro deformato elicoidalmente.

Ne consegue che a successive torsioni eguali e di segno contrario devono corrispondere effetti elettromagnetici diversi nei fenomeni quì studiati. Però la spiegazione non è esauriente. Un primo dubbio sorge di fronte al fatto trovato da Nagaoka che a tensione nulla la simmetria è quasi perfetta.

D' altra parte anche in processi ciclici fissati con gran cura e descritti con piccola velocità e per ampiezze di torsione minori di quella da lui adottata la asimmetria si accentua al crescere della tensione.

Digitized by Google

L' importanza dell' azione di questa variabile risulta manifesta in tutto il materiale laboriosamente prodotto da Nagaoka per

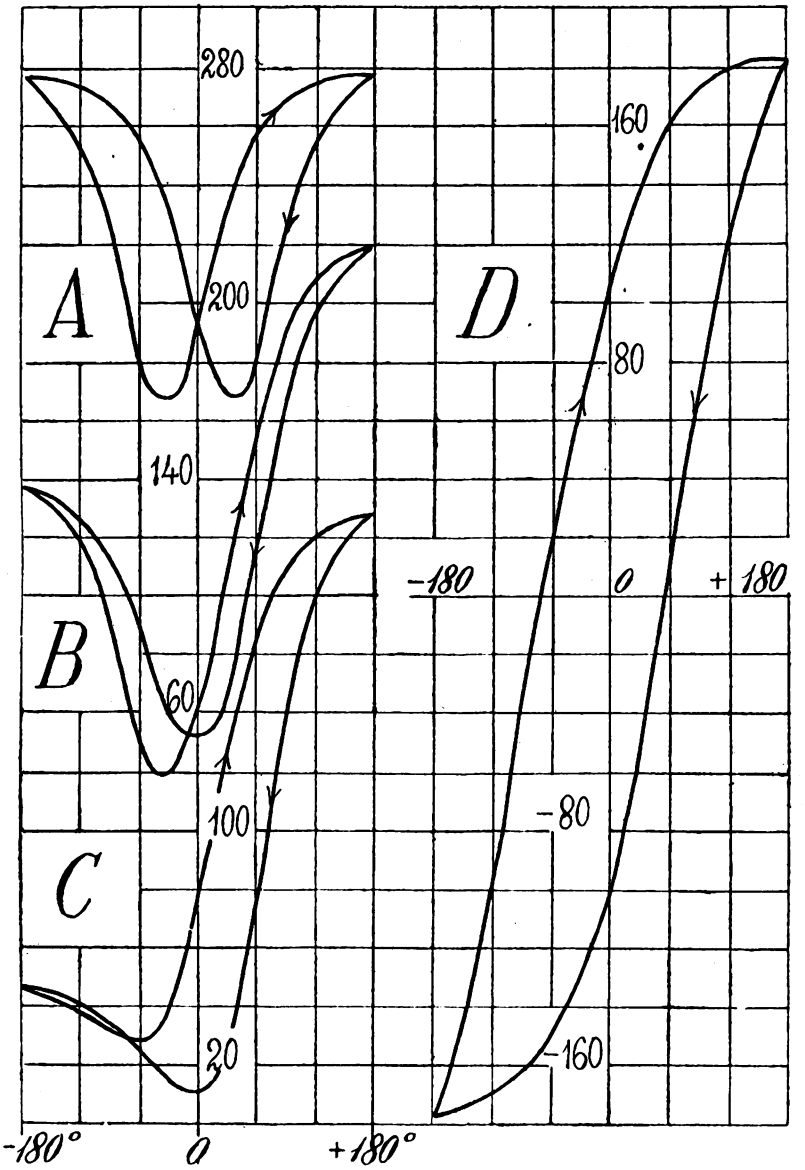


Fig. 54 (NAGAOKA).

Digitized by Google

torsioni di ampiezza costante $\theta_v = \pm 180^\circ$ nel suo filo lungo *cm 40* del diametro di *mm 1*.

Egli nel trarre importanti conclusioni sulla tensione necessaria per ottenere rovesciamenti di magnetizzazione longitudinale, riconosce la possibilità che esista una serie di differenti effetti anche per altre ampiezze di torsione.

Per quanto dirò in appresso trovo utile riportare anche altri risultati da lui ottenuti.

La fig. 55 contiene tre cicli *a*, *b*, *c* desritti con campo più intenso $H_l = 23{,}5$.

Il ciclo *a* è descritto a tensione quasi nulla *Kg 0,026*; il ciclo *b* con *Kg 16,30* per mm^2 ed il ciclo *c* con *Kg 21,4*.

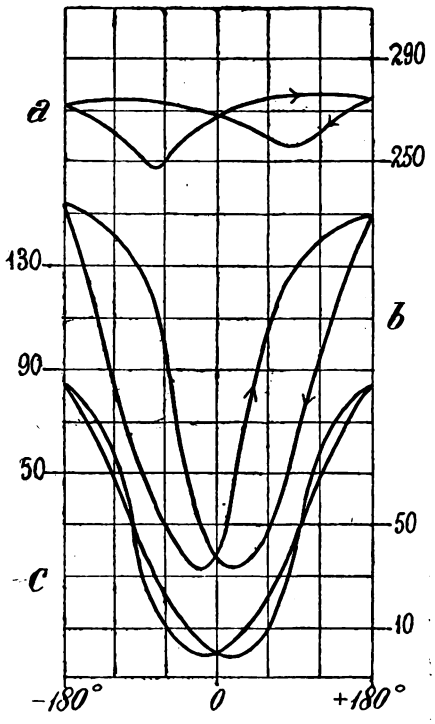


Fig. 55 (NAGAOKA).

Orbene in questo campo H_l assai più intenso di quello relativo alla fig. 54 la simmetria persiste quasi inalterata quantunque la torsione raggiunta nel ciclo *c* abbia un valore triplo di quella per la quale nel ciclo *D* della fig. 54 si aveva il rovesciamento di magnetizzazione per $H_l = 2{,}47$.

Occorre intensificare la tensione per far sparire la simmetria come si vede nella fig. 56 dove sono raccolti altri sei cicli di Nagaoka per $H_l = 33{,}5$ alle tensioni in *Kg* per mm^2 seguenti: *0,026* per α; *5,27* per β; *16,3* per γ; *26,9* per δ; *28,2* per ε; *32,10* per η.

Come vedesi in questo campo H_l abbastanza intenso per piccola tensione l'effetto è appena avvertibile (ciclo α), al crescere della tensione aumenta la variazione di magnetizzazione

Digitized by Google

longitudinale raggiungendo per $H_l = 33,5$ (ciclo γ) un massimo a tensione di circa *Kg. 16* che è l'ordine di grandezza delle tensioni alle quali trovai massime le torsioni magnetiche per il nichel (6). Oltrepassato questo massimo, scompare la simmetria, uno dei due campi comincia a ridursi di ampiezza (ciclo δ) poi a *Kg. 28,2* il ciclo è a tre cappi ed il verso di percorrenza del cappio di destra è invertito; infine per *Kg. 32,1* il ciclo (η) è ad un cappio ed il verso di percorrenza è quello solito del cappio di sinistra.

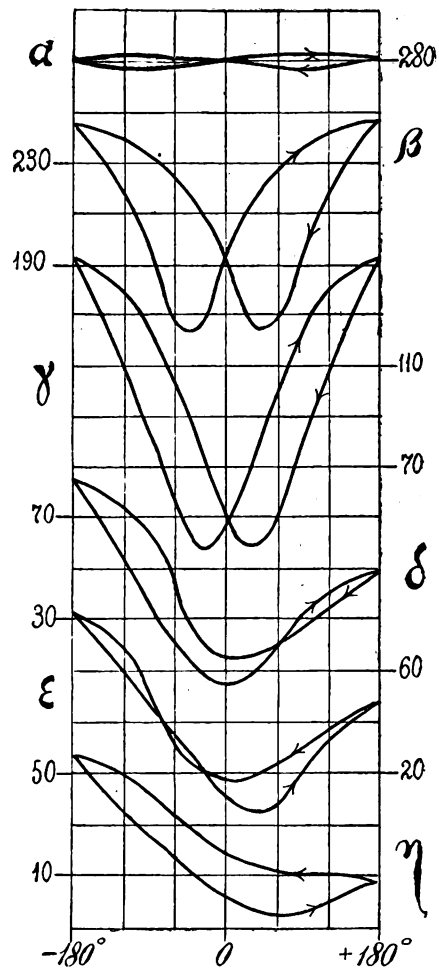


Fig. 56 (NAGAOKA).

Nella sua Nota Nagaoka parla ben chiaro di simmetrie nei cicli e di rovesciamento di polarità magnetica causati da torsioni di versi contrari, dando molta importanza a detti fatti senza proporsi di spiegarli del tutto.

È utile quì riportare testualmente il riassunto dei risultati da lui ottenuti.

" In tutti i campi magnetici con tensione moderata l'effetto della torsione di un filo di nichel è di aumentare la magnetizzazione.

Ma l'incremento dipende dall'intensità del campo e della tensione longitudinale applicata. Se il campo è debole e la tensione longitudinale sufficientemente grande, la magnetizzazione aumenta in una delle

Digitized by Google

direzioni della torsione e decresce nell' altra. Da ultimo per una particolare tensione, che è approssimativamente proporzionale al campo, il filo comincia a mostrare una polarità opposta e la curva ciclica di magnetizzazione passa gradualmente da una forma a due cappi ad una ad un cappio.

Per più forti campi un simile effetto esiste. Ma in campi maggiori di un valore critico l' aumento e la diminuzione di magnetizzazione avvengono per direzioni opposte della torsione ed in pari tempo il verso di percorrenza della curva viene rovesciato „.

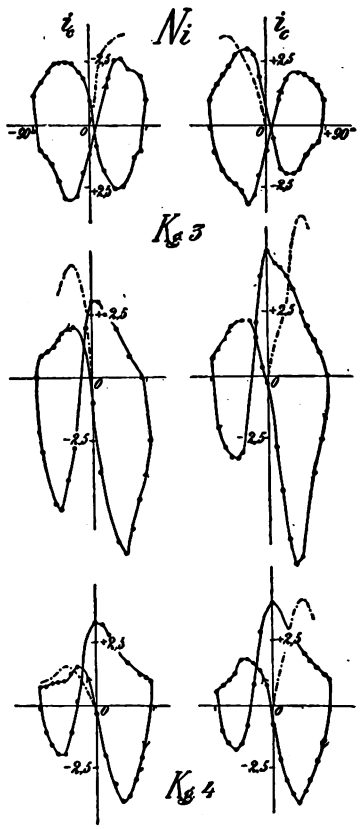


Fig. 57

Tutto questo è in buon accordo con quanto riferii nei precedenti §§ sulle asimmetrie riscontrate per altra via tanto nel ferro quanto nel nichel e specialmente in quest' ultimo.

In particolare i dieci cicli della fig. 53 sono ottenuti con una tensione di *Kg 3* per mm^2 che è circa doppia di quella usata da Nagaoka per il ciclo *B*, e sono ottenuti iniziando la torsione a sinistra.

Ho voluto persuadermi sulla attendibilità dell' asserzione di Ewing iniziando torsioni in senso opposto su materiale di volta in volta ricotto, ossia ricondotto, per quanto è possibile, a condizioni iniziali comparabili e rivelando le variazioni di magnetizzazione longitudinale col solito metodo.

Le tre coppie di cicli della fig. 57 sono ottenute tutte in un campo $H_l = 1{,}8$ *Gauss* con ampiezze di torsione bilaterale di *90°* col filo di nichel ricotto al principio di ogni coppia.

Il punto doppio che è a destra nel ciclo iniziato con tor-

Digitized by Google

sione destrorsa dopo la ricottura, resta dalla stessa parte anche quando si descrive il successivo ciclo iniziandolo con torsione sinistrorsa senza ricuocere il filo. Le curve di prima torsione sono accennate a punto e tratto. L' asimmetria persiste in dipendenza del verso della deformazione applicata per prima, dopo ricottura, e la asimmetria si accentua nel secondo ciclo pure iniziando la torsione a sinistra.

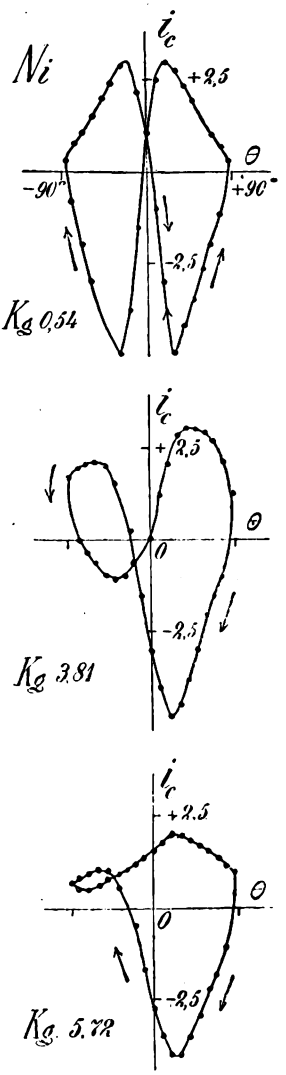


Fig. 58

Il fenomeno si ripete invertito con caratteristiche qualitative le stesse se dopo la ricottura si impone una prima torsione sinistrorsa, come vedesi dalla seconda coppia di cicli.

Ricuocendo il filo ed aumentando la tensione ed operando come nella seconda coppia l'asimmetria si accentua in modo palese, come si vede nella terza coppia di cicli ottenuta con *Kg 4* per mm^2.

Non è circostanza da trascurare il fatto che il cappio più sviluppato è quello che si svolge dalla banda opposta della torsione iniziale del primo ciclo di ogni coppia, poichè esso corrisponde ad un' azione che maggiormente disturba la configurazione elicoidale prima assunta.

A conferma dei risultati ottenuti da Nagaoka ho voluto eseguire ancora una serie di cicli di torsione nell' ampiezza $\theta_v = \pm 90^\circ$ in campo $H_l = +1{,}83$ *Gauss* costante, a diverse tensioni, con lo stesso filo di nichel accuratamente ricotto prima di iniziare la serie.

Nella fig. 58 ho riportato tre cicli di detta serie.

La simmetria perfetta, ottenuta per un carico piccolo, *Kg. 0,54* per mm^2, è già scomparsa ad una tensione di *Kg. 3,8* (molto vicina a quella comunemente usata

Digitized by Google

in tutte le mie precedenti ricerche) per la quale la forma del ciclo ottenuto, il secondo della fig. 58, è del tutto simile a quella dei cicli descritti per piccoli H_l nella fig. 53.

L' ultimo ciclo della presente figura mostra poi in modo evidente lo sciogliersi del cappio di sinistra coll' aumentare della tensione e che, per la tensione usata di *Kg. 5,72* per mm^2 in campo $H_l = +\ 1{,}83$ *Gauss*, siamo già prossimi alle inversioni di magnetizzazione illustrate da Nagaoka nella Nota citata.

Così vengono confermati in parte i risultati di Nagaoka, benchè non sia del tutto interpretabile la complessità di questi intricati fenomeni.

§ 68. — Accenno soltanto a questo proposito che nel caso delle tensioni piccolissime non è difficile trovare l' accordo dei risultati presentati nei §§ precedenti sull' effetto secondario, ottenuto mediante torsioni bilaterali, col *principio di moderazione*. Pensiamo intanto al nichel. Nel filo magnetizzato la torsione tende ad allungare le fibre esterne rispetto a quelle assiali; questo allungamento implica per le proprietà magnetostrittive del nichel (che s' accorcia all' aumentare della magnetizzazione), un incremento di magnetizzazione longitudinale che tende ad opporsi all' allungamento che la genera.

È ovvio quindi che nel ferro, magnetostrittivamente antagonista, per campi non molto intensi, si ottengano effetti opposti.

Più complesso diventa l' esame della natura del fenomeno elementare quando intervenga la tensione che esalta entro certi limiti le deformazioni magnetiche nel fenomeno Wiedemann ([6]).

Comunque, stabiliamo il criterio seguente:

— Noi diremo che: *un aumento di tensione è concorde* [*discorde*] *con un aumento* (*in valore assoluto*) *di campo magnetico longitudinale se quest' ultima causa produce un allungamento* [*accorciamento*].

Un aumento di campo magnetico applicato a tensione costante nel ferro [nichel] è quindi concorde [discorde] con un aumento della tensione applicata. In particolare per il nichel, in passato da me studiato ([7]) mi risultò che, per mantenere a lunghezza costante un filo in campo magnetico variabile da 0 a *1,50 Gauss*, occorre applicare una tensione di circa *gr. 1,2* per

Digitized by Google

mm^2 per uno aumento di *1 Gauss*, il che s' accorda coi risultati di Honda e Terada (8), come vedremo.

Per tal modo la distensione è concorde con un aumento di magnetizzazione nel ferro, è discorde nel nichel.

Più difficile riesce giustificare i risultati ottenuti anche da Nagaoka in piccoli campi ed a tensioni non lievi, cioè le simmetrie che si verificano in tali condizioni in processi di torsione bilaterale ed il fatto che per provocare il fenomeno di rovesciamento di magnetizzazione per torsioni bilaterali occorre far intervenire una tensione critica, che Nagaoka trovò (9) pressochè proporzionale al campo H_l.

Sembra, a mio avviso, che in un cilindro magnetostrittivo in campo magnetico costante non intenso un cimento longitudinale non lieve sia condizione sufficiente affinchè, in causa degli scorrimenti dovuti ad una prima torsione, si stabilisca nel materiale una configurazione interna elicoidale permanente, che successive torsioni bilaterali di ampiezza costante non riescono a sopprimere.

Gruppo supplementare di 1 Classe.

Conformemente a quanto fu detto al § 5 nella I Nota, i fenomeni del gruppo supplementare si ottengono sottoponendo un filo magnetostrittivo a processi di torsione in campo H_l costante e raccogliendo con un galvanometro la corrente che percorre il filo ed il solenoide B collegato in serie con esso.

Nello sperimentare occorre stabilire attentamente i collegamenti se si vogliono confrontare i versi di percorrenza dei cicli di corrente ottenuti in questo gruppo con i versi di variazione delle due grandezze che determinano l' effetto principale e quello secondario di questa classe.

I risultati quì riportati riguardano soltanto processi di torsione bilaterale che si prestano ad un analisi più semplice.

§ 69. — *Risultati col ferro.* Il filo studiato è del diametro di *mm 2* ed è lungo *cm 84*, opportunamente ricotto.

Il galvanometro dà durante la deformazione la corrente $i_{l.c}$, effetto globale delle variazioni concomitanti dei flussi magnetici circolari, che si originano nel filo, e di quello longitudinale, rac-

Digitized by Google

colto nel solenoide, per l'azione della torsione variabile in campo H_l ascendente, torsione che produce le magnetizzazioni circolari nei vari strati e le variazioni di magnetizzazione longitudinale nel filo.

Nella fig. 59 riporto quattro cicli descritti per $\theta_v = \pm 90°$ con campi ascendenti di *Gauss* $+3$; $+7$; $+22$; $+44$.

Tutti presentano forma a due cappi con quattro punti angolosi, due ai vertici e due subito dopo l'inizio del ramo di detorsione; essi presentano i massimi effetti per $H_l = 22$ *Gauss*, mentre i punti angolosi non subiscono variazioni di ascissa al variare di H_l.

La corrente $i_{l,c}$ risulta non solo dalla interferenza della corrente i_l che si sviluppa nel filo torto (effetto principale), che è un fenomeno centrato (10), con quella i_c che si sviluppa in B per la variazione di flusso magnetico longitudinale, che è un fenomeno simmetrico (11); ma deve risultare anche dovuta all'azione mutua delle variazioni delle magnetizzazioni ortogonali.

Questa interpretazione può giustificare in qualche modo una certa asimmetria che si accentua quando H_l è intenso (vedasi il quarto ciclo) e che ritengo di non dover attribuire ad imperfezioni sperimentali.

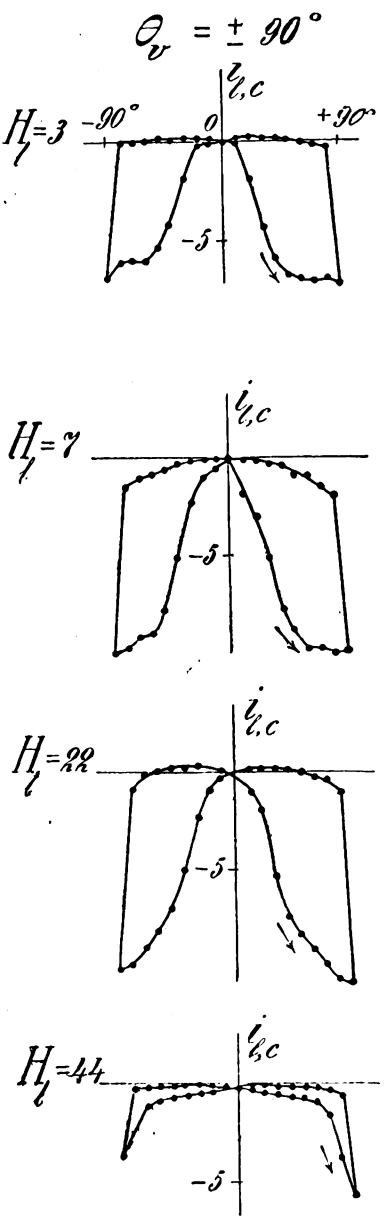


Fig. 59

In campo discendente l'effetto $i_{l,c}$ si inverte.

Digitized by Google

§ 70 — *Risultati col nichel.* Una maggiore varietà di aspetti si ottiene raccogliendo l' effetto $i_{l,c}$ nel gruppo supplementare di I classe col filo di nichel del diametro di *mm 2* lungo *cm 84*, quando esso subisca torsioni in campi H_l di intensità diverse e crescenti a partire da zero.

Ciò corrisponde al comportamento di questo materiale magnetostrittivo negli effetti secondari di I^a classe (§ 66).

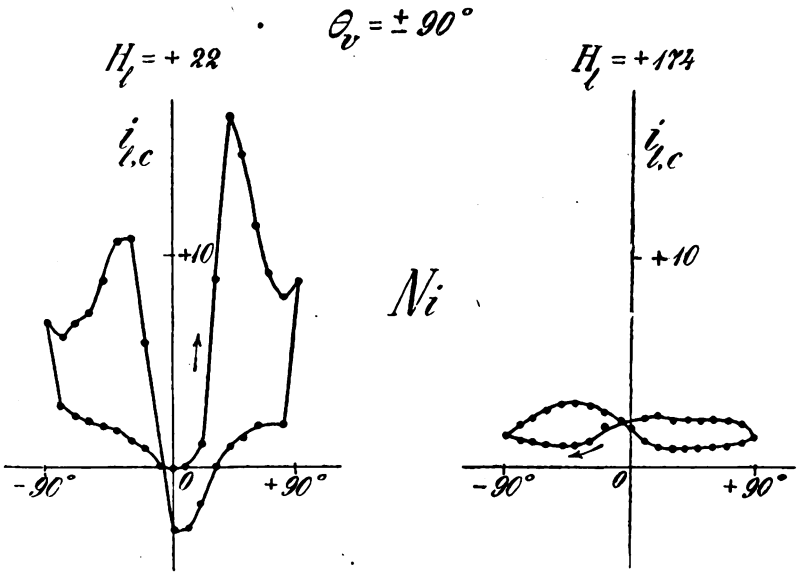


Fig. 60

Tanto meno facile quindi è l' interpretazione del fenomeno, che risulta dalla fusione dei due effetti principale e secondario, quest' ultimo così complicato nel nichel.

Riporto nella fig. 60 due cicli descritti l' uno per $H_l =$ *Gauss* $+ 22$; l' altro per $H_l = + 176$ *Gauss*, entrambi per un' ampiezza di deformazione torsionale $\theta_v = \pm 90°$.

Essi conservano la fisonomia dei cicli corrispondenti negli effetti secondari a prescindere dalla loro necessaria asimmetria; le loro aree però sono minori della metà di quelle dei corrispondenti cicli di i_c.

Nel gruppo supplementare le variazioni di $i_{l,c}$ sono nulle

Digitized by Google

per $H_l = o$ ed $H_l = 50$ *Gauss*; ritengo che per quest' ultimo i due effetti interferiscano annullandosi.

Per la stessa ragione le variazioni di $i_{l,c}$ sono pure trascurabili quando H_l assume valori compresi nell' intervallo da -7 *Gauss* e $+7$ *Gauss*, nel quale entrambi gli effetti principale e secondario si rivelano con cicli centrati.

In particolare ciò si ha anche per $H_l = +1{,}8$ *Gauss*, campo per il quale abbiamo riscontrato il massimo effetto secondario nel nichel.

Per illustrare quanto ho detto sulle modificazioni di $i_{l,c}$ al crescere di H_l riporto nella fig. 61 il diagramma che fornisce

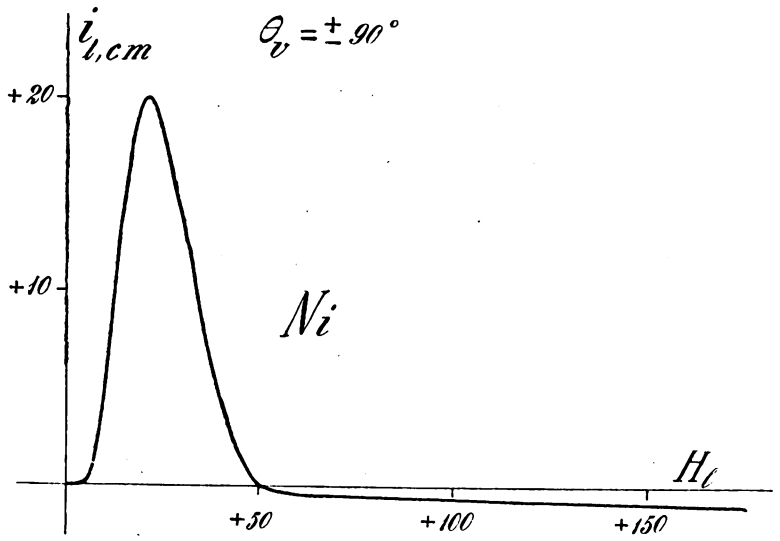


Fig. 61

in valore e segno i massimi di corrente $i_{l,cm}$ relativi ai rami di torsione destrorsa in funzione di H_l.

Capitolo XI.

Classe IIª

Effetto secondario

§ 71. — Ricordo che l' effetto secondario nella II classe consiste (Nota I, § 5) in una corrente longitudinale i_l che si

Digitized by Google

sviluppa in una canna sottile magnetizzata circolarmente da una corrente assiale costante durante un processo di torsione.

Riferisco qui soltanto sui risultati ottenuti con una canna di ferro del diametro esterno di *mm 5,5*, interno di *mm 4,5* e lunga *cm 84*.

Nell' interno di essa passavano tre fili di rame isolati collegati in serie in guisa da poter essere percorsi nello stesso verso dalla stessa corrente elettrica costante.

Si poteva così ottenere un campo circolare medio complessivo di parecchi Gauss nello strato cilindrico sottile distante *mm 2,75* dall' asse.

Le torsioni variabili erano prodotte a mezzo del solito motore a peso (§ 11) con velocità torsionale media di circa *1°* al secondo.

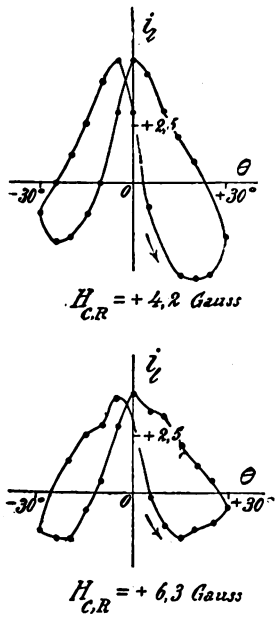


Fig. 62

Prima di ogni esperienza si smagnetizzava circolarmente e longitudinalmente la canna avendo l' avvertenza di mantenere applicato un campo $H_l = 0{,}4$ *Gauss* ascendente per la compensazione della componente longitudinale del campo magnetico terrestre.

Le indagini qui descritte riguardano le correnti i_t ottenute in detta canna con campi circolari di diversa intensità e per quattro ampiezze di deformazioni torsionali cicliche bilaterali fissate : $\theta_v = \pm 20°$, $\theta_v = \pm 30°$, $\theta_v = \pm 45°$, $\theta_v = \pm 60°$.

La serie che può presentare maggior interesse, per ampiezza dei cicli e varietà di essi è quella descritta per $\theta_v = \pm 30°$.

Nella fig. 62 riporto due cicli di questa serie, descritti rispettivamente in presenza di un campo circolare dell' intensità $H_{CR} = +4{,}2$, $H_{CR} = +6{,}3$,

Altri risultati che per brevità non riporto mi consentono di affermare che per ottenere variazioni di magnetizzazione circolare rivelabili da un ciclo quasi simmetrico di i_t bisogna che H_c superi il valore per il quale il materiale possiede la massima

Digitized by Google

permeabilità magnetica mentre per campi minori si ottengono asimmetrie evidenti.

Queste asimmetrie stanno a conferma di quanto ho asserito precedentemente in base al principio di concordanza al § 39 a proposito delle asimmetrie nell' effetto principale.

E possiamo inoltre osservare che entrambi gli effetti si manifestano in forma molto meno intensa nei semicicli in cui torsione e magnetizzazione circolare sono concordi che non nei semicicli in cui le due variabili sono discordi.

Astrazione fatta da tali asimmetrie, per questa serie ottenuta con $\theta_v = \pm 30°$, ed in accordo a quanto fu già trovato anche nella 1ª Classe pel ferro, si può aggiungere che le massime $i_{l,m}$ medie si ottengono in corrispondenza al valore del campo circolare di circa *Gauss 4.*

Aumentando l' ampiezza di deformazione a $\theta_v = 45°$ a parità di campo l' effetto diminuisce e l' azione dell' isteresi elastica viene resa manifesta anche in questo effetto dallo spostamento dei massimi dai rami di torsione ai rami di detorsione.

Ciò risulta evidente nei cicli descritti con $\theta_v = \pm 60°$, dei quali uno tipico è quello presentato nella fig. 63, descritto per

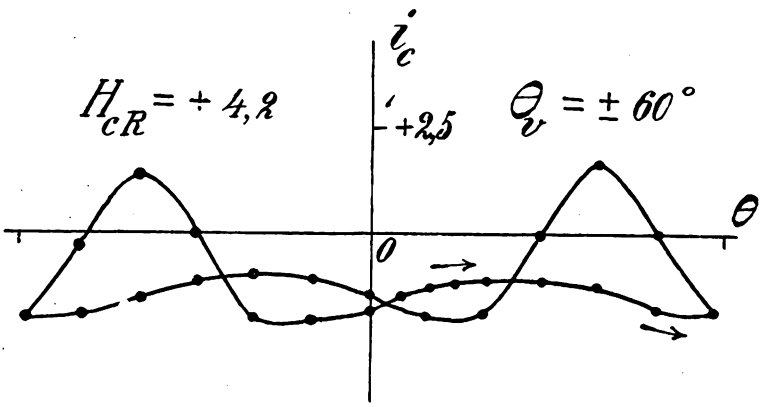


Fig. 63

$H_{CR} = 4,2$ *Gauss*; esso assume una forma a quattro cappi con variazioni minime di corrente i_l nei rami di torsione, e con punti di massimo e di minimo nei rami di detorsione; ciò è in accordo

Digitized by Google

con quanto fu trovato anche negli effetti principali della *1ª specie* di queste due prime Classi ogni qualvolta nei processi ciclici fissati si oltrepassava un certo limite colle deformazioni torsionali.

Nel loro complesso questi fenomeni secondari della II Classe non sono che conseguenze di variazioni della magnetizzazione circolare in campo costante H_c per effetto della torsione. La corrente prodotta è un fenomeno assiale dovuto a sovrapposizione della simmetria cilindrica del cilindro ruotante e di quella del cilindro torto bilateralmente.

Gruppo supplementare.

§ 72. — Nel gruppo supplementare di II Classe si studia come effetto caratteristico la corrente dovuta alle variazioni delle magnetizzazioni longitudinali e delle magnetizzazioni circolari prodotte dalla torsione variabile in campo circolare costante, e raccolta collegando in serie il solenoide B con il cilindro cavo ed un sensibile galvanometro.

Interferiscono in tal caso la corrente i_l che percorre la canna (effetto secondario) con quella i_c che percorre parte del solenoide B (effetto principale) ed il fenomeno per intensità è rilevante anche se raccolto con un solenoide di poche spire in serie con la canna.

Tutte le esperienze furono eseguite dopo accurata compensazione della componente verticale del campo magnetico terrestre.

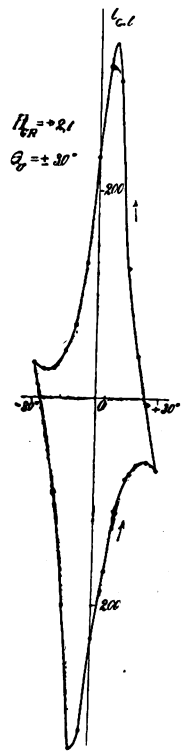


Fig. 64

La velocità di deformazione era, come per gli effetti principale e secondario, costante e di pochi gradi al secondo.

Per questo particolare gruppo ho descritto cicli fissati di torsione bilaterale dell'ampiezza $\theta_0 = \pm 30°$, ampiezza per la quale con questo cilindro cavo abbiamo riscontrato i maggiori effetti secondari.

Digitized by Google

I cicli ottenuti hanno una forma centrata che a tutta prima sembra analoga a quella (§ 41) dei cicli ottenuti nell' effetto principale con il cilindro pieno del diametro di *mm 2* per $\theta_v = \pm 90^o$; in realtà i loro versi di percorrenza nei due casi sono opposti.

Nella fig. 64 riporto un ciclo tipico descritto con un campo circolare costante $H_{CR} = 2{,}1$ *Gauss* per $\theta_v = \pm 30^o$.

Da esso si osserva che, in un ramo di torsione destrorsa, al crescere di θ la corrente $i_{l,c}$ scema in valore assoluto sino a raggiungere un minimo a $+ 25^o$.

L' inversione di torsione al vertice del ciclo è accompagnata da una brusca inversione del senso di variazione di $i_{l,c}$, che nel ramo di detorsione raggiunge poi un massimo in vicinanza dello zero.

La grande altezza dei cicli in tal modo ottenuti, si badi alle unità delle ordinate, dimostra quanto l' effetto principale abbia preponderanza sul secondario, mascherando l' influenza che quest' ultimo può avere sull' effetto globale.

Per $H_{CR} = 0$ l' effetto è nullo.

Una numerosa serie di cicli descritti per H_{CR} destrorso e di intensità crescenti ci dice che per $\theta_v = \pm 30^o$ ed $H_{CR} = 2$ *Gauss* si ottiene un effetto massimo.

Invertendo il verso di H_{CR} naturalmente il fenomeno si presenta rovesciato.

Capitolo XII.

Classe III^a

Effetto secondario.

L' effetto secondario di questa Classe (§ 9 Nota I) venne studiato con un cilindro cavo di ferro lungo *cm 14,5* del diametro esterno di *mm 19*, interno di *mm 16*; la canna è sottoposta all' azione di un campo circolare alternato H_c a lento periodo ($\tau = 5'''$) in campo H_l costante.

L' effetto è misurato dalla corrente i_c rivelante le variazioni di magnetizzazione longitudinale e raccolta con un secondo avvolgimento a spire normali alla canna, circuito segnato punteggiato nella fig. 5 del § 14.

Digitized by Google

Applichiamo un campo longitudinale diretto da B_2 verso B_1 (Sud in B_2, Nord in B_1) e stabiliamo che l'osservatore d'Ampére, disposto nell'asse del solenoide nel verso B_2 B_1, abbia i piedi in B_1.

§ 73. — Da una prima serie di misure ottenute con un campo alternato H_c di ampiezza costante $H_{cv} = \pm 21{,}8$ *Gauss* e con campi longitudinali H_l costanti, si può dedurre quanto segue.

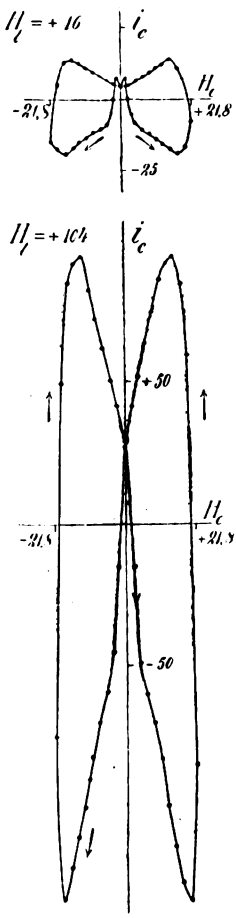


Fig. 65

Finchè $H_l \leqslant 16$ *Gauss* (ferma restando l'ampiezza $H_{c,v} = \pm 21{,}8$) l'effetto secondario ha una fisonomia uniforme, i cili hanno i aspetti simili a quello tipico che presenta il ciclo superiore della fig. 65.

A partire dal punto doppio (per $H_l = 0$) a campi H_c crescenti fino ad $H_c = 2$ *Gauss* corrisponde un ramo di magnetizzazione longitudinale crescente; segue un ramo di diminuzione di flusso longitudinale che attraversa l'asse delle ascisse circa ad $H_c = 4$ *Gauss*.

Un altro massimo si ha dopo il vertice intorno ad $H_c = 16$ *Gauss* circa.

Questi fatti si verificano, lo ripeto, per valori di H_l da meno di un Gauss al valore indicato $H_l = 16$.

Sempre per $H_{cv} = \pm 21{,}8$ quando sia $H_l > 16$ i cicli vanno semplificandosi al crescere di H_l, aumentano notevolmente le ampiezze di i_c e le aree dei cicli.

I massimi nei rami di magnetizzazione circolare scompaiono, come si vede ad esempio nel ciclo inferiore della fig. 65, ottenuto con $H_l = 104$ *Gauss*.

Forse il fatto della presenza dei massimi di i_c, che poi scompaiono per H_l intenso è da attribuirsi ad una causa della stessa natura di quella per la quale un campo trasverso applicato costante esalta la ma-

Digitized by Google

gnetizzazione ortogonale in corrispondenza ai piccoli valori del campo che la genera, la deprime per i grandi valori del campo stesso, come risulta dalle misure di Vallauri ([12]).

In tutti i casi per campi H_l non eccessivamente deboli la simmetria è una proprietà caratteristica del fenomeno, com'è naturale.

Solo per piccoli campi $H_l \leq 16$ *Gauss* mi fu dato riscontrare qualche asimmetria dovuta probabilmente a tensioni interne permanenti forse annidatesi nella canna all'atto della sua fabbricazione quantunque io la abbia ricotta prima di iniziare le indagini di questa Classe.

§ 74. — È naturale che la forma e l'ampiezza dei cicli, a parità di H_l costante, dipende dal valor massimo raggiunto dal campo circolare alternato H_c.

Per $H_{c,v} < 21$ *Gauss* l'effetto scema al diminuire dell'ampiezza di H_c imposto; così pure varia il valore di quel campo H_l, al di sopra del quale non vi sono indizi di asimmetrie rilevanti.

Facendo variare il campo H_c alternato fra -6 e $+6$ *Gauss*, entro i quali limiti la permeabilità circolare subisce probabilmente le variazioni più interessanti (intervallo Honda - Vallauri), ed operando in campi costanti H_l diversi si ottengono risultati che sono per la loro varietà più interessanti di quelli della serie precedente.

Le graduali modificazioni del fenomeno appariscono in modo chiaro osservando la fig. 66 chè dà alcuni cicli di questa serie.

È utile fermare l'attenzione su quello per $H_l = 65$ *Gauss* che risultò descritto proprio in quelle condizioni per le quali in un intervallo da $H_c = -2$ a $+2$ è costante l'intensità della corrente circolare, fatto che prelude la scomparsa dei massimi nei rami corrispondenti a magnetizzazione circolare scescente.

Se infine esaminiamo i due primi cicli della fig. 65 e 66, ottenuti entrambi con $H_l = 16$ *Gauss* risulta evidente che mentre per $H_{cv} = \pm 21{,}8$ l'asimmetria, che affermai esistere per $H_l > 16$, era scomparsa, per l'ampiezza minore $H_{cv} = \pm 6$ è

Digitized by Google

ancora notevole; è necessario in quest' ultima serie imporre un campo $H_t > 40$ *Gauss* per avere un ciclo simmetrico.

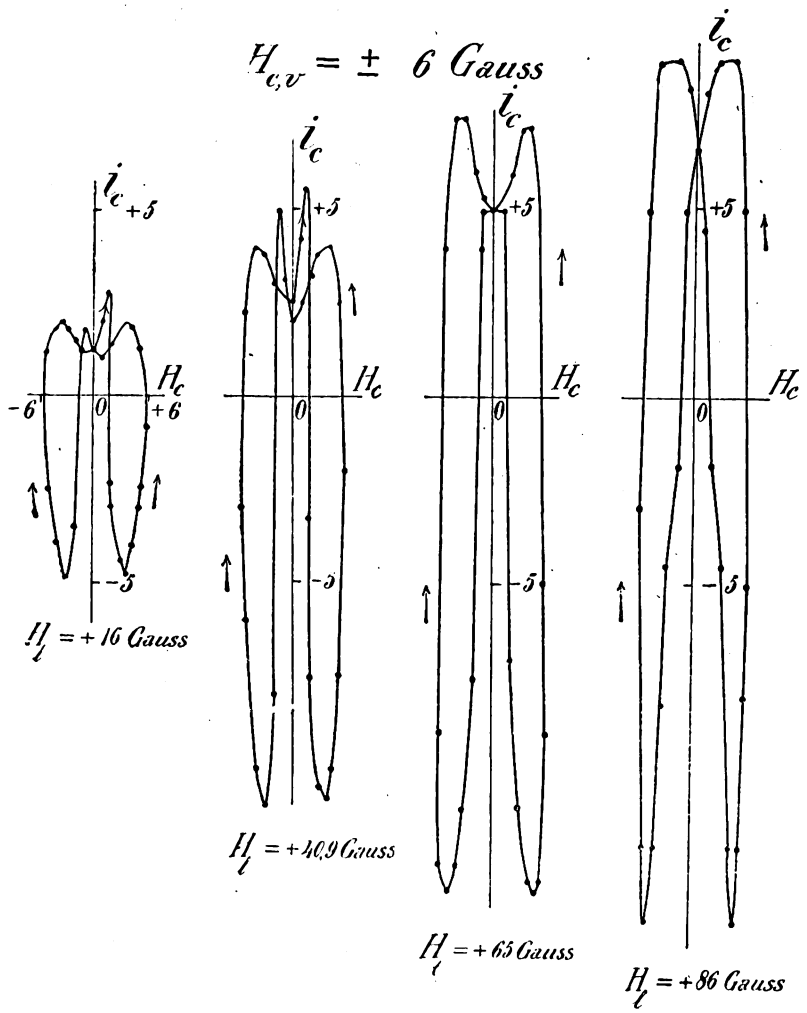


Fig. 66

§ 75. — Mi riservo di ritornare nella V Nota sulle relazioni fra effetti secondari ed effetti principali in questa Classe.

Giova intanto rilevare la grande analogia che esiste fra gli effetti secondari di questa Classe e quelli di 1ª Classe.

Digitized by Google

Magnetizzazioni circolari alternate e torsioni alternate producono gli stessi effetti secondari, che sono variazioni di magnetizzazioni longitudinali in H_l costante, quando però H_l abbia un valore superiore ad un certo limite in relazione alle ampiezze rispettive di magnetizzazione circolare o di torsione. Basta confrontare, per esempio, gli ultimi cicli della fig 51 con quello inferiore della fig. 64.

Termino l' esposizione di questi fatti riportando i risultati di un' esperienza che feci allo scopo di seguire con continuità e contemporaneamente l' effetto principale e quello secondario in questa classe per la canna di ferro che mi servì per le esperienze descritte § 73 e 74.

Alla canna di ferro fu imposto un campo longitudinale costante di *Gauss 21,8* mentre un campo circolare varia ciclicamente fra $-21{,}8$ e $+21{,}8$ *Gauss*.

Attorno alla canna oltre al circuito secondario a spire normali all' asse che indicheremo con I° viene avvolto un altro circuito secondario II° a spire longitudinali, cioè sovrapposto a quello che percorso da corrente alternata produce il campo circolare variabile.

Con due galvanometri della stessa sensibilità si possono raccogliere le due correnti indotte ; indicheremo con i'_c quella prodotta nel circuito I^o e che misura le variazioni di magnetizzazione longitudinale (effetto secondario), e con i'_l quella prodotta nel circuito II° che è legata all' effetto principale, perchè misura le variazioni di flusso magnetico circolare assieme alle variazioni del campo circolare alternato applicato.

Si possono così descrivere, prendendo come ascisse i campi circolari H_c imposti : il ciclo (punteggiato) che dà le correnti i'_l (circuito II°) legate all' effetto principale ed il ciclo (a punto e tratto) che dà le correnti i'_c legate all' effetto secondario (circuito I^o).

Un terzo ciclo è tracciato (a linea continua) nella fig. 67.

Esso dà la corrente i_l che percorre longitudinalmente la canna durante le variazioni del campo H_c, cioè l' effetto principale.

Per leggere i dati che occorrono al tracciamento dei tre cicli è necessario raccogliere successivamente con grandi cautele,

Digitized by Google

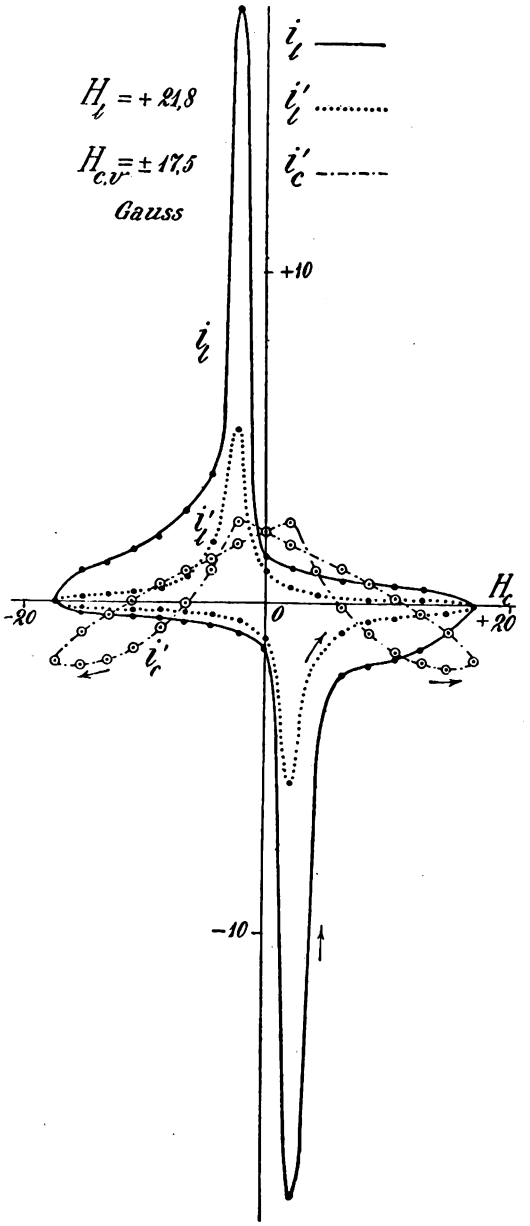


Fig. 67

Digitized by Google

o contemporaneamente con più osservatori in perfetto accordo, i valori dell' argomento H_c e delle variabili che da esso dipendono: i'_c, i'_l, i_l.

Occorrono perciò almeno due galvanometri sensibili, oltre ai soliti amperometri.

Il risultato mostra che il ciclo centrato punteggiato è affine a quello a tratto continuo, indicando che la corrente longitudinale che percorre la canna misura realmente le variazioni di magnetizzazione circolare dello strato cilindrico, variazione indirettamente legata al campo costante H_l, anzi alla magnetizzazione longitudinale, le variazioni della quale sono date dal ciclo a punto e tratto, simmetrico ed a quattro cappi come al solito.

Di queste ed altre misurazioni fatte per lo studio contemporaneo degli effetti avrò occasione di ritornare nelle ricerche analitiche che formano oggetto della V^a Nota.

Digitized by Google

CITAZIONI E NOTE

(1) GNESOTTO — *Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili — Ricerche sperimentali.*
Nota I. Atti R. Istituto Veneto (1928), p. 1311-1346.
Nota II. Ibidem, p. 1349-1372.
Nota III. „ p. 1453-1480.

(2) BECQUEREL — Nel 1845 comunicò a Wertheim, senza pubblicare, che se un filo di ferro verticale è tenuto teso da un peso e se una parte di questo filo è al centro di una spirale il cui circuito comprende un galvanometro, si osserva una corrente di un dato senso per le torsioni sia destrorse che sinistrorse ed una corrente di senso opposto per le detorsioni. Becquerel sarebbe quindi stato il primo ad intravvedere questo fenomeno. Ciò risulta da quanto pubblicò WERTHEIM nei Comp. Rend. 50 (1857), p. 385.

Anche MATTEUCCI nella seconda parte della Nota pubblicata nel Nuovo Cimento 7 (1858), p. 66-87, accenna alle correnti sviluppate in un solenoide secondario che abbraccia una parte di una verga magnetizzata e torta, e riconosce che la ragione delle correnti indotte risiede nella variazione dello stato magnetico della verga. Vedansi p. 82 e seguenti.

Questo argomento fu ripreso più tardi da NAGAOKA che col metodo balistico determinò cicli di magnetizzazione longitudinale per torsioni bilaterali in corte sbarre di nichel a varie tensioni, come vedremo.

(3) GNESOTTO e MATTIOLI — *Cicli di torsione magnetica per il nichel a varie tensioni.* — Atti R. Ist. Veneto (1919), v. 78, p. 863.

(4) GNESOTTO — *Ricerche sperimentali sulle deformazioni magnetiche nel ferro e nel nichel.* — Atti R. Ist. Ven. (1922), v. 81, p. 1, in particolare vedansi i diagrammi alle p. 13 e 14.

(5) NAGAOKA — *Combined effects of torsion and longitudinal stress on the Magnetization of nickel.* Questo importante lavoro, pubblicato nel Journal of the College of Scienze Imperial University - Japan (1888), fu riprodotto nel Philosophical Magazine, 27, serie V (1889), p. 117-133.

Digitized by Google

(6) Vedi (3), p. 874.

(7) GNESOTTO — *Intorno ad un apparecchio per misurare moduli di allungamento durante la magnetizzazione.* Atti R. Accademia di Padova (1922).

(8) HONDA and TERADA — *On the effect of stress on Magnetization and its reciprocal relations of elastic constants by magnetization.* Phil. Mag. (1907), v. 14, p. 65.

HONDA and TERADA — *On the change of elastic constants of ferromagnetic substances by magnetization.* Phil. Mag. (1907), v. 15, p. 36.

(9) Vedi (5), p. 128.

(10) Vedi (1). Nota I, § 17 e seguenti.

(11) Vedi in questa Nota IV ai §§ 64, 65, 66.

(12) VALLAURI — *Magnetizzazione del ferro per effetto di due campi ortogonali.* Nuovo Cimento (1910), XIX, serie V, anno LVI.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 31 maggio 1929*)

Digitized by Google

506.5
V46
I 9a

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

DISPENSA OTTAVA

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

In esecuzione dell'art. 25 dello Statuto e dell'art. 50 del Regolamento, si dichiara che delle opinioni e dei fatti esposti nei loro scritti rispondono gli autori che ne conservano la proprietà letteraria.

INDICE

PARTE I^a

Adunanza ordinaria del 16 Giugno 1929 . . . . . Pag. 45
Adunanza Selenne del 26 Maggio 1929 nella sola dei Pregadi nel Palazzo Ducale . . . . . „ 49
Relazione del m. e. G. Bordiga segretario del Reale Istituto Veneto letta nella solenne adunanza del 26 maggio 1929 . „ 51
A. Fradeletto, m. e. — Commemorazione del M. E. Pompeo Molmenti . . . . . „ 57

PARTE II^a

A. Medin, m. e. — Le stimate di Dante . . . . . Pag. 761
A. Comessatti, s. c. — Curve algebriche e funzioni fuchsiane. Nota introduttiva . . . . . „ 771
L. Scremin — Ricerche sull'azione combinata dei farmaci convulsivanti . . . . . „ 835
R. Zanetti — Sulle possibili applicazioni cinematiche di un teorema di geometria. Nota . . . . . „ 861
V. Lazzarini, m. e. — Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni . . . . . „ 873
B. Baroni — Sull'equilibrio di una porzione di superficie rigata sviluppabile . . . . . „ 895
R. Liceni — Sulla forma F_2 del Fubini-Vitali . . . . „ 903
E. Laura — Sui moti spontanei di particolari sistemi a vincoli anolonomi. Nota . . . . . „ 909

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929, Tomo LXXXVIII. Parte seconda

Le stimate di Dante

ANTONIO MEDIN, m. e.

(*Adunanza ordinaria del giorno 19 maggio 1929*)

Non il significato letterale dei sette P che il " portinaio cortese del Purgatorio „ descrisse sulla fronte di Dante prima che questi varcasse la soglia del regno dei penitenti, e non quello simbolico bisognano di un lungo discorso dichiarativo: son essi, com'è ben noto, la iniziale della parola peccato, e idealmente i segni dei sette peccati capitali che si espiano nei cerchi del Purgatorio; o meglio, le sette malvagie propensioni al peccato che pur persistono nell'anima dopo la remission delle colpe (1).

Ma due quesiti essi ci affacciano che richiedono una soluzione; e sono: donde trasse Dante l'idea di quel settemplice segno inciso sulla sua fronte? E in questo segno, inciso non pur sulla sua ma su quella di tutti i penitenti, dobbiamo vedere inclusa l'idea d'una punizione?

Cominciamo dal primo. A Francesco D'Ovidio (2) questi sette P fecer l'effetto di " un curioso tatuaggio, un po' grottesco, che odora alquanto d'ingenuità e grossezza medievale „, anche perchè, oltre il resto, può parere che sulla fronte umana, sia pur quella di Dante, non vi sia spazio per tanti P. Ingenua grossolanità, secondo lui, pari a quella del divino quaderno, che il D'Ovidio chiama il Libro maestro dei peccati di tutti gli uomini, di cui parla l'Apocalisse, ricordato altresì nella Visione di Tundalo, e

(1) Berardinelli, *Concetto della D. C.*, cit. dal Vandelli, *La D. C.*, nuova ediz., Milano, U. Hoepli, 1929, p. 379.

(2) *Il Purgatorio e il suo preludio*, Milano, U. Hoepli, 1906, p. 309.

Digitized by Google

dove Dante nel XIX del Paradiso immagina di leggere *i dispregi* di sedici principi cristiani del tempo suo. Io non so davvero se l'immagine del gran libro della memoria divina, sia pur anche così come par materializzato nell' Apocalisse, possa esser detto un'ingenua grossolanità; se tali poi sieno i sette P danteschi si vedrà più innanzi.

Ma di questi P, si chiede il D'Ovidio, su cui (son sue parole) Dante picchiò tanto forte, donde gli venne l'idea? " Non a torto si pensò, soggiunge egli, all'Apocalisse (1), ove dice che la seconda bestia farà che tutti abbiano un carattere nella mano destra e in fronte, e che niuno possa comprare e vendere eccetto chi ha tal carattere o il nome della bestia o il numero del di lei nome (XIII, 16-7), e che vi sarà un Giudizio millenario a cui compariranno i martiri di Cristo e quei che non adorarono la bestia nè la sua immagine, nè ricevettero il carattere di lei sulla fronte (*nec acceperunt characterem eius in frontibus:* XX, 4), o dove si pronostica che i servi di Dio vedran la faccia di lui e il nome suo sulle lor fronti (XXII, 4). Forse si potrebbe anche ricordare il segno che Dio mise sopra Caino affinchè nessuno l'uccidesse (Genesi, IV, 15) e per un altro verso le celebri stimate di San Francesco. Ma son cose più o men remote „ (2).

Press'a poco la medesima impressione di cattivo gusto questa creduta invenzion di Dante produsse in un altro dotto critico, Vittorio Capetti; il quale, dopo aver notato che " quasi sempre Dante migliora, nobilita, adatta al suo disegno le finzioni scritturali, leggendarie e classiche „, osserva essersi Dante in questo caso condotto in tutt'altro modo: " La scrittura parla più volte di segni impressi in fronte a reprobi o ad eletti, ma in tutti questi passi biblici gli esegeti veggono un linguaggio figurativo e simbolico. Il luogo più notabile è quello di Ezechiele (IX, 4): " Et dixit Dominus ad eum: transi per mediam civitatem et in medio Ierusalem et *signa Thau super frontes* virorum gementium et dolentium super cunctis abhominationibus quae fiunt

(1) Moor, *Studies,* II, 263, n.
(2) D'Ovidio, op. e pag. cit.

Digitized by Google

in medio ejus „ (1). Lasciando le sottigliezze degli interpreti intorno alla figura del Tau (la croce) e alla sua origine che S. Pietro il Venerabile fa risalire non ad Esdra, ma a Mosè, il Capetti, per ciò che è dell'analogia di quella figura con i P danteschi, vede in questi, come nel Tau (su che non può cader dubbio) un segno spirituale di penitenza e insieme una figurazione prettamente letterale. Ma è anche questa, ripetiamo col D'Ovidio, una cosa assai remota, nonostante la sua apparente affinità con la finzione dantesca, onde hanno anche meno che fare gli *scrutini*, o ' prove ', recati in campo dal Kraus, desumendone l'idea dagli usi dell'antica liturgia cristiana (2).

Più prossima e più suggestiva invece parve a ragione al D'Ovidio una reminiscenza classica suggeritagli dal Fadda: il K che secondo la legge Remmia era comminato alla fronte dei calunniatori. " I cenni che ne abbiamo negli antichi son di Cicerone (*Pro Roscio*, XX, 57), di Plinio (*Paneg.*, 35), di Papiniano (*Dig.*, XXII, V, XII), di Seneca (*De ira*, 3, 3, 6). Nè infrequenti eran nei classici le espressioni come *inurere notam turpitudinis* o *maculam*, lasciando stare se e fin dove potessero riconnettersi con la minaccia remmiana. Ma conobbe Dante qualcuno di quei cenni o vide glosse che glieli spiegassero? „ (3). Non pare probabile che Dante abbia conosciuto quei cenni, ma convien soggiungere che, se la legge Remmia fu, a quanto sappiamo, la prima a comminare simil pena, questa tuttavia continuò poi per lungo tempo ad essere applicata presso i Romani. Per taluni rei si reputò sufficiente la bollatura; per altri si volle indelebilmente scritta o sulla fronte o in altre parti del corpo l'indicazione della colpa, per modo che a tutti fosse visibile la causa della condanna. Così fece Pilato per Cristo, quando volle scritte sulla croce le parole *Rex Judeorum* (4). Pochi anni dopo Caligola " multos ho-

(1) *Illustrazioni al Poema di Dante*, Città di Castello, S. Lapi, 1914, p. 199 e segg.

(2) *Dante, sein Leben u. sein Werk* ecc., Berlin, Grote, 1897, p. 424, cit. da F. Flamini, *Il significato e il fine della C. D.*, Livorno, Giusti, 1916, 2. ediz., P. I, p. 244, n.

(3) D'Ovidio, op. cit., p. 310.

(4) *Evang.* di Luca XXIII, di Giovanni XIX, di Marco XV.

Digitized by Google

nesti ordinis deformatos prius *stigmatum notis*, ad metalla et munitiones viarum aut ad bestias condemnavit „ (1). Nel 315 Costantino ordinò: " Si quis in ludum fuerit vel in metallum pro criminum deprehensorum qualitate damnatus, minime in eius facie scribatur, dum et in manibus et in suris possit *poena damnationis una scriptione comprehendi*, quo (▬) facies, quae ad similitudinem pulchritudinis coelestis est figurata, minime maculetur „ (2).

Boezio, circa due secoli dopo, scrisse di Teodorico: " Opilionem vero, atque Gaudencium, cum ob injurias, atque multiplices fraudes ire in exilium regia censura decrevisset, cumque illi parere nolentes sacrarum sese aedium defensione tuerentur, compertumque id regi foret, edixit, ut nisi intra praescriptum diem Ravenna urbe cederent *notis insigniti frontibus* pellerentur „ (3).

Antica e ininterrotta tradizione dunque, che scende, come ora vedremo, giù giù fino ai tempi moderni. Scrive in proposito il Pertile: " Ancora si para innanzi assai per tempo, nonostante l'abolizione fattane da Costantino, l'inustione dei malfattori o il marchio sulla fronte, che passò dalla legislazione longobardica e franca agli statuti „ (4). La semplice bollatura, non più sulla fronte, ma sulle spalle o sul braccio, in alcuni paesi durò fino al secolo XVIII (5). Nell'articolo 1709 del codice di Carlo Felice è detto che al disopra della testa dei condannati alla berlina verrà collocato un cartello portante in caratteri grandi il suo nome e cognome, la pena e la causa della condanna (6): ciò diciotto secoli dopo il cartello posto, come dianzi dicemmo, sopra il capo di Cristo crocefisso.

A questa inveterata tradizione si ricollega l'uso medievale,

---

(1) Suetonio, *Caligola*, C. XXVII.

(2) *Codex Theodosianus*, 9, 40, 2; cfr. Gothofridus, *Codex Theodosianus*, Mantuae, 1741, T. III, p. 300-301.

(3) *De consolatione philosophiae*, L. I, prosa IV.

(4) *Storia del Diritto Italiano*, 2. ediz., Torino, 1892, vol. V, p. 342. Cfr. altresì Du Cange s. v. *bullare*.

(5) Op. e vol. cit., p. 347.

(6) Op., vol. e pag. cit.

Digitized by Google

frequentissimo così in Italia come in Francia (1), di scrivere sulla mitria di carta, ossia sopra un foglio di carta accartocciato imposto sul capo dei rei, il nome e cognome e la causa della condanna, e con questa mitria condurli in giro per la città, oggetto di scherno e di ludibrio ai passanti. Così si usava a Firenze per i bari, i ladri, i banditi e per i liberati dal carcere in offerta a Cristo, alla Vergine o a San Giovanni Battista. Fra i molti esempi da noi conosciuti particolarmente notevoli i due seguenti che richiamano le analoghe disposizioni dell'antica Roma. Una paziente ricerca negli archivi fiorentini certo arricchirebbe il numero di codesti esempi, ma i due a noi noti bastano da soli al caso nostro.

Il 24 maggio 1389 l'Esecutore di giustizia sentenziò che un baro di nome Antonio, il quale aveva vinto *cum falsis taxillis, mitrietur mitria carte albe cum taxillis pictis et designatis et cum literis denominatis F* (fur o furator) *et cum duobus diabolis depictis et ducatur et duci debeat per loca publice et consueta civitatis Florentie* (2). Il 14 dicembre 1408 il Podestà di Firenze Massetto dei Bovarelli condannò Bortolomeo Dall'Armi fattore di Francesco Novello da Carrara e dei figli suoi, il quale si era appropriato una parte dei danari e degli oggetti preziosi che il Carrarese, prima di perdere lo stato, gli aveva affidati, oltrechè ad una multa e al carcere, ad essere condotto in giro per Firenze con in capo *una mitria de carta cum licteris F et figuris denariorum et florenorum et figuris diabolorum depictis* (3). Questi due esempi, sebbene posteriori a Dante, ripetono indubbiamente, anche per ciò che è della iniziale denotante la colpa scritta sulla mitria, un'usanza pure a Firenze assai più antica.

---

(1) Cfr. Du Cange s. v. *Mitra Papyracea;* Le Curne de Saint-Palaye, *Dictionn. Historique de l'anc. langage françois*, T. VII, p. 394; F. Godefroy, *Dictionn. de l'anc. langue française*, T. V, p. 351..

(2) U. Dorini, *Il Diritto penale e la delinquenza in Firenze nel sec. XIV*, Lucca, s. d., p. 294.

(3) R. Archivio di Stato di Firenze, Archivio dei Podestà, busta 7408, fasc. 8 contenente la sentenza del Bovarelli. Rimando in proposito alla mia memoria intitolata *Storia vecchia e sempre nuova: Un fattore infedele degli ultimi Carraresi*, che verrà inserita nel vol. XLV degli *Atti e Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti Padova.*

Digitized by Google

È ben noto che Dante, non nei soli principî direttivi delle pene, ma altresì nelle applicazioni e figurazioni loro si conformò al pensiero medievale (1). Già l'Arias molti anni fa mostrò sicure analogie delle pene dantesche con alcune fra le più caratteristiche del tempo; quali, a tacer del contrapasso, quella degli ignavi, dei seduttori e mezzani dannati a correr incessantemente dietro un'insegna, al pari dei lenoni e delle meretrici dal diritto del tempo suo condannati a correr le vie della città sferzati dagli aguzzini, e le cappe di piombo degli ipocriti, tanto grevi " che Federigo le mettea di paglia „ ai rei di lesa maestà (2). Propagginati sono nel XIX dell'Inferno i simoniaci, similmente, soggiungiamo, all'ufficiale fuggito col danaro del Comune, che, secondo gli statuti fiorentini, se fosse stato preso doveva essere trascinato a coda d'asino al luogo della giustizia, *et ibi plantetur pro dimidia et pro alia dimidia parte sue persone comburatur* (3): terribile supplizio cui Dante accenna anche nel Purgatorio quando l'Angelo lo invita a traversare le fiamme del settimo cerchio:

qual è colui che nella fossa è messo.
In su le man commesse mi protesi,
guardando il fuoco e imaginando forte
umani corpi già veduti accesi.

Queste ed altre simili analogie, se non c'inganniamo, rendono più che probabile l'ipotesi che anche lo stimma dei sette P impressi dall'Angelo sulla fronte non solo di Dante, ma certamente, nell'intenzion sua, su quella di tutti gli espianti, sia stato a lui suggerito, non dalla sua fantasia, ma dal fatto che al tempo suo egli vedeva sovente nelle mitrie di carta imposte sul capo dei rei dichiarato pur con la sola iniziale il titolo della loro colpa.

* * *

Se dunque anche Dante al pari delle anime deve ricevere l'incisione di quelle iniziali, " non possiamo dissimularci (così

(1) G. Arias, *Le istituzioni giuridiche medievali nella D. C.*, Firenze, Lumachi, 1901, p. 91 e segg.

(2) Inf., XXIII, 66.

(3) Dorini, op. cit., p. 100.

Digitized by Google

il D'Ovidio) che la compartecipazione a cosa tanto materiale qual è questa dei P, non men che alle fiamme ed al duplice bagno nella foresta ha un non so che di repugnante al concetto stesso di quella purgazione sui generis che è accordata a lui uomo vivo... Qui abbiamo talvolta una vera anticipazione di quei procedimenti espiatorii che a suo tempo il poeta, morto che sia, dovrà tornare a provar tali e quali, sicchè quest'anticipazione, questa prova generale, ha un po' del giuoco, della parodia. E almeno il giuoco non fosse intermittente, il che sa d'incoerenza, e con questa mette in più rilievo il suo difetto intrinseco. In un certo senso sarebbe meno male che il pareggiamento dell'uom vivo all'anima fosse più completo e sistematico, e lo portasse a dover egli pure percorrere un arco del primo cerchio con un macigno in capo, e così via: si tratterebbe allora d'un perfetto assaggio di ogni cosa „ (1). Qui l'acume dell'insigne compianto critico volle spingersi tropp'oltre: assaggio di ogni cosa Dante non volle fare, ma solo dovè fare delle fiamme che ardono i lussuriosi. Per altri peccati invece non ha che un presentimento della pena, ben chiaro ed esplicito per la superbia (2) e forse accennato anche per l'ira; mentre di quelle inflitte agli accidiosi, agli avari, ai golosi non ha nè l'uno nè l'altro, perchè di quei peccati si reputava immune. Si potrebbe supporre che Dante con l'assaggio delle fiamme avesse voluto implicitamente dichiararsi della lussuria più che d'ogni altro peccato, anche della superbia stessa, colpevole, ma conviene però osservare che inevitabile era il pas-

(1) Op. cit., p. 314.

(2) Nel canto XIII del Purgatorio (133-138) Dante contrappone l'invidia alla superbia, di quella sentendosi quasi immune, mentre di questa fa esplicita confessione:

" Li occhi „ diss'io " mi fieno ancor qui tolti,
ma picciol tempo; chè poca è l'offesa
fatta per esser con invidia volti.
Troppa è più la paura ond'è sospesa
l'anima mia dal tormento di sotto,
che già lo 'ncarco di là giù mi pesa „.

Per questo passo e per i vv. 73, 78, 118 del c. XI e 1 e segg. del XII cfr. i riscontri e le osservazioni di G. A. Venturi nel suo bel commento alla *Divina Commedia* (Milano, C. Signorelli ed.).

Digitized by Google

saggio attraverso la barriera di fuoco (quel " muro „ com' egli lo chiama) per tutti quelli che salivano al Paradiso terrestre, quindi anche per Dante; e le fiamme, mentre facevano ben sentire i loro ardori a chi non aveva represso gli stimoli della lussuria, erano innocue agli altri. Ecco perchè dai modi diversi della sua confessione non si può argomentare se più che di superbia, della cui pena ha sì un forte presentimento ma non una sensibile prova, si reputasse colpevole di lussuria. Forse, chi sa?, di pari rimorso era la sua coscienza per entrambi i peccati trafitta. Nè quei modi diversi ci inducono a seguire il D'Ovidio nel tacciar Dante, narratore di un viaggio fantastico, di incoerenza: son essi artifizi poetici ond' egli di proposito si valse, con bellissimi effetti estetici, per quasi anticipare a parte a parte nell' ascensione sul monte del Purgatorio quella confession dei suoi peccati, che poi farà piena al cospetto di Beatrice; ciò che in fin dei conti è ammesso anche dal D'Ovidio nello stesso volume sul Purgatorio, là ove non nega che in siffatte, com' egli le dice, " velleità o realità di anticipata purgazione si debba scorgere un' allusione autobiografica „ (1); sebbene, ritornando poi con soverchia sottigliezza sull' argomento, affermi che queste da lui asserite incongruenze producono l' impressione di scontentezza.

Ma non è questo che più importa a noi di chiarire qui, sì invece la distinzione che convien fare, e che il D'Ovidio non fece, mettendole insieme in un sol fascio, tra le pene del Purgatorio da una parte e lo stimma dei sette P e le immersioni nel Letè e nell' Eunoè dall' altra. Non a tutte le pene, come si vide testè, ma solo ad alcune di esse Dante partecipa in misura e in modi diversi, mentre e per l' incisione e per le immersioni la sua compartecipazione è completa. Gli è che le une sono propri e veri castighi che Dante assaggia o presente solo in ragion dei suoi peccati, mentre le altre sono riti di penitenza e di purificazione insieme da cui non può assolutamente esimersi chiunque voglia rendersi degno di salire in cielo. Delle piaghe che l'Angelo gli produsse con l' incisione dei P (altrove però è detto in-

(1) Op. cit., p. 174.

Digitized by Google

vece che questi P gli furon *descritti* (1) o *profilati* (2)), Dante non dà alcun segno di dolore non solo, ma neppure del più lieve turbamento, come non s'avvede della loro successiva cancellazione se non dalla sempre maggiore speditezza onde può procedere nel suo viaggio a mano a mano che esse gli spariscon dalla fronte, finchè da tutte liberato,

> Tanto voler sopra voler mi venne
> de l'esser su, ch'ad ogni passo poi
> al volo mi sentia crescer le penne (3).

Il peso che gli avea resa faticosa la salita non era l'effetto del settemplice stimma, come sarebbe stato se questo avesse avuto una funzion punitiva, ma dei propri peccati, e principalmente, come si rileva dalle sue parole stesse, di quello della superbia; tant'è vero che all'uscita del primo cerchio, liberato dalla propensione a quel peccato dopo che l'Angelo gli cancellò il primo P, gli domanda:

> Maestro, di' qual cosa greve
> levata s'è da me, che nulla quasi
> per me fatica, andando, si riceve? (4)

E se proprio l'Angelo subito dopo avergli descritto i sette P col punton della spada: " Fa' che *lavi*, Quando se' dentro, queste piaghe, disse „, in che veramente si risolve questo rito delle stimmate se non in un simbolico lavacro analogo a quelli presi da Dante nel Letè e nell'Eunoè? Triplice lavacro dunque (anche qui, come sempre, il mistico numero che tutto regge il mirabile edificio dantesco), perchè triplice è il rito che deve compiere chi ha da salire in Paradiso: liberarsi prima dalla propension del peccato, poi anche dalla memoria di esso, per ravvivare finalmente in sè quella " d'ogni ben fatto „.

---

(1) Purg. IX, 112.
(2) Purg. XXI, 23.
(3) Purg. XXVII, 121-23.
(4) Purg., XII, 118-28.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 28 giugno 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Curve algebriche e funzioni fuchsiane

Nota introduttiva

di ANNIBALE COMESSATTI, s. c.

(*Adunanza ordinaria del giorno 17 marzo 1929*)

Nell' accingermi a dar veste espositiva ai risultati di alcune meditazioni sui rapporti tra funzioni algebriche e funzioni automorfe, iniziate principalmente nell' intento di valutare l' entità dei soccorsi che la teoria della uniformizzazione può porgere alla Geometria algebrica, ho giudicato opportuno, e, vorrei dire, utile, premettere alle trattazioni più specializzate un' esposizione introduttiva di carattere essenzialmente monografico.

Due motivi m' hanno, più di altri, indotto a tale premessa, e ne governano lo svolgimento. Uno vorrei dire più specifico, perchè conformato alle esigenze delle mie particolari ricerche, che il presente scritto consentirà di sveltire notevolmente nella forma, liberandole da parentesi convenzionali, e da incomodi e ripetuti richiami al comune substrato, l' altro più generico, qual' è quello che attinge alle finalità culturali che dànno norma alle trattazioni del genere.

Quì l' aspirazione a questa finalità più larga è appunto intervenuta, durante l' atto esecutivo, quale norma coordinatrice, pur senza soverchiare nel programma il primitivo proposito. E la possibilità di contenere il programma stesso dentro limiti relativamente ristretti, è stata favorita dal suo carattere unitario, che, in proporzioni adeguate a quei limiti, consente di delineare espressivamente alcune fra le concezioni cardinali del tema.

Digitized by Google

Il tipo di uniformizzazione delle curve algebriche del quale in questo scritto si richiamano i fondamenti e le modalità più notevoli, è quello che si affida alle cosidette *funzioni fuchsiane con cerchio limite (Grenzkreisfunctionen)* (1), inclusi i casi particolari parabolico ed ellittico che conducono a funzioni ellittiche o poliedriche, o addirittura a trascendenti elementari. Esso non è nè l' unico, nè, in un certo senso, il più generale; ma per ragioni storiche ed organiche, per varietà d' interpretazioni, per la luce nuova in cui pone la geometria non euclidea, ha nella teoria delle funzioni automorfe il posto d' onore; e colla sua guida l' avviamento alle mete più ardue e complesse, è, si può dir, sicuro (2).

Perciò allo scrivente è dato di sperare che la sua modesta esposizione, pur da tanti lati incompleta, riesca ad attrarre verso un tema di sì alto interesse qualcuno dei cultori della Geometria algebrica, ed a favorirgli la lettura delle poderose opere classiche sull' argomento. E ciò anche in grazia della visione geometrica alla quale è costantemente informato il discorso, seguendo l' abito mentale del suo autore.

In conformità a tale visione il punto di partenza non è, come nella trattazione classica di POINCARÉ, il gruppo discontinuo, ma la curva algebrica, o, se si vuole, la sua riemanniana; nel ravvisare in essa l' origine d' ogni concetto e rapporto essenziale, si palesa quando v' ha di più personale in linea di sistemazione espositiva.

Secondo gl' indirizzi moderni, ogni problema d' uniformizzazione relativo a funzioni analitiche, si esaurisce attraverso due fasi. La prima è essenzialmente *topologica*, e conclude colla costruzione d' una opportuna *superficie ricoprente (Ueberlagerungsfläche)*, distesa, in generale, con infiniti fogli sulla riemanniana R della funzione data. Nel caso quì considerato, la superficie ri-

(1) Funzioni fuchsiane della 1ª, 2ª e 6ª famiglia di POINCARÉ. Cfr. la nota (31).

(2) " Wer sich erst mit die Theorie dieser Functionen vertraut gemacht hat, wird auch beim Studium der allgemeinsten automorphen Functionen keine grundsätzlichen Schwierigkeiten mehr finden „, L. SCHLESINGER, *Automorphe Functionen* [Berlin, W. de Gruyter & C., 1924], Prefazione.

Digitized by Google

coprente U è condizionata dalle *diramazioni* prescritte sulla R alla *variabile uniformizzante*; ma, una volta fissate tali diramazioni, resta, in senso topologico, perfettamente individuata, in grazia del suo carattere d' *universalità* commisurato alle esigenze del problema *(universelle Ueberlagerungsfläche)*.

Alla costruzione dell' " *universale* „ U diramata o no sulla R, i trattatisti delle funzioni automorfe pervengono in generale per una via indiretta (3); invece, nella prima parte di questa esposizione vi si giunge per una via *diretta* che sembra più adeguata al carattere topologico della nozione, ed anche, in un certo senso, al suo significato funzionale, vistane la immediata dipendenza dalla nozione di *gruppo fondamentale* introdotta nella topologia da POINCARÉ. Il concetto di tal genesi non è nuovo; lo è forse, con varie osservazioni gruppali, il suo adeguamento al caso di diramazioni, e, almeno in parte, quel che vi si addice in tema comparativo.

Voglio aggiungere, che, per motivi di brevità, non ho sempre osservato la più stretta obbedienza alle raffinate esigenze logiche oggi dominanti in topologia. Credo però d' avervi obbedito in quel che v' ha di sostanziale, senza eliminare in ogni dettaglio il soccorso intuitivo.

La seconda fase del processo d' uniformizzazione si compie attraverso alla *rappresentazione conforme* dell' universale U *(metricamente preparata)* sopra un campo piano, che, nel nostro caso, è generalmente l' area interna ad un circolo *(Grenzkreistheorem)*. Su questo passaggio arduo e fondamentale il mio discorso è ben più conciso, e, sostanzialmente, enunciativo; nè, a parte le ragioni di brevità, una più diffusa esposizione, avrebbe, in misura proporzionata, conferito ai propositi, mettendo in vista riposti ed essenziali significati.

Conseguita la rappresentazione conforme, entra in gioco il *gruppo fuchsiano*, già caratterizzato topologicamente sulla U *(gruppo automorfo dell' universale)*, colle attraenti interpretazioni e modalità che vi si annodano. Ad esso ed ai casi particolari più notevoli, vien concesso un respiro adeguato alla loro importanza intrinseca ed alle esigenze delle applicazioni algebriche.

---

(3) Cfr. nota (11).

Digitized by Google

Un posto cospicuo è riservato alla genesi dei *poligoni fondamentali*, ed alla considerazione dei loro modelli più tipici.

Gli argomenti predetti dànno motivo a varie osservazioni, tra le quali segnalerò ai cultori della Geometria algebrica quelle che concernono la rappresentazione, nel campo del gruppo, delle trasformazioni birazionali ed autibirazionali della curva di partenza, che mi propongo di completare altrove.

Il lettore avrà notato che i temi più strettamente funzionali — come le serie di POINCARÉ ed i rapporti colle equazioni differenziali lineari — restano fuori del quadro. Ma s' è già detto ch' esso non ha la pretesa d' esser completo; in proposizioni più vaste i suoi difetti non potrebbero aspirare alla benevola sopportazione che l' autore invoca alle sue modeste fatiche.

Digitized by Google

INDICE

PARTE PRIMA. — **Fondamenti topologici.**

§ 1. *Il gruppo fondamentale di Poincaré per una riemanniana.*

1. Nozione di equivalenza, e definizione del gruppo Pag. 7
2. Operazioni generatrici . . . . . „ 9
3. Osservazioni sull'identità fondamentale . . „ 11

§ 2. *La superficie universale ricoprente una riemanniana senza diramazioni.*

4. Definizione . . . . . „ 13
5. Modello dell'universale . . . . . „ 15
6. Gruppo automorfo dell'universale . . . „ 17
7. Proprietà fondamentali dell'universale U e suo confronto con altre superficie ricoprenti la R senza diramazioni . . . . . „ 18

§ 3. *La superficie universale nel caso di diramazioni.*

8. Diramazioni d'indice infinito . . . . „ 23
9. Diramazioni d'indice qualunque . . . . „ 25
10. Proprietà dell'universale, e confronto con altre superficie ricoprenti egualmente diramate . . „ 27
11. Casi in cui il gruppo fondamentale è finito . „ 29

PARTE SECONDA. — **Uniformizzazione di gruppi fondamentali relativi.**

§ 4. *Il teorema fondamentale (Grenzkreistheorem) e le sue principali conseguenze.*

12. L'universale U come campo funzionale . . Pag. 31
13. Rappresentazione conforme della U su di un'area piana. Variabile uniformizzante . . . „ 32
14. Caso iperbolico. Gruppi fuchsiani propriamente detti, e loro interpretazione non euclidea . . „ 35
15. Particolari sulle sostituzioni del gruppo Γ. Segnatura del gruppo . . . . . „ 37

Digitized by Google

16. Casi ellittico e parabolico . . . . . Pag. 38
17. Gruppi e funzioni triangolari, e casi subordinati „ 40
18. Le sostituzioni permutabili col gruppo Γ come immagini di trasformazioni birazionali ed antibirazionali della curva C in sè . . . . . „ 42

§ 5. *Poligoni fondamentali. Loro proprietà e tipi speciali notevoli.*

19. Genesi dei poligoni fondamentali a partire dalla riemanniana. I. Caso dei gruppi puri . . . „ 46
20. Comportamento nei vertici. Sostituzioni generatrici . . . . . „ 48
21. Genesi dei poligoni fondamentali. II. Caso generale . . . . . „ 50
22. Poligoni canonici . . . . . „ 53
23. Poligoni tipici per i gruppi di genere zero . „ 55
24. Continuazione: caso delle diramazioni reali, in particolare dei gruppi triangolari . . . „ 58
25. Poligoni normali . . . . . „ 60

Digitized by Google

PARTE PRIMA

FONDAMENTI TOPOLOGICI

§ 1 - Il gruppo fondamentale di Poincaré per una riemanniana (4).

1. *Nozione di equivalenza e definizione del gruppo.*

Le considerazioni e gli sviluppi di questa prima parte implicano il costante riferimento ad una *riemanniana* R *di genere p* considerata però sotto il puro *aspetto topologico.*

Sulla R considereremo correntemente *cammini* aperti o chiusi, anche intrecciati o parzialmente ricoprentisi, ma sempre *orientati*, quindi dotati d'un *origine* e d'un *estremo.* Se questi coincidono in un punto O della R, il cammino si dirà un *ciclo relativo ad* O.

Tra i cicli relativi ad uno *stesso* punto O fissato sulla R, si può istituire confronto, con riferimento alle possibili *deformazioni continue (omotopie)* dei cicli stessi, nelle quali *il punto* O (in quanto origino ed estremo) *rimane fisso.* Due cicli γ, δ che siano in tal guisa trasformabili uno nell'altro, diconsi (in relazione ad O) *equivalenti;* ed in particolare dicesi *equivalente a zero* un ciclo γ che mediante deformazione continua possa ridursi al punto O (quindi, tolta la condizione che O resti fisso, ad un punto qualunque di R).

Due cicli equivalenti sono anche *omologhi*, ma la reciproca non è vera, salvo per $p = 0, 1$ (Cfr. n.° 7).

---

(4) H. Poincaré, α) *Analysis situs* [Journ. Ec. Polytechn. (2) 1 Cah, (1895)] § 12, β) *Cinquième complément à l' Analysis Situs* [Rendic. Circ. Mat. Palermo T. 18 (1904) pp. 45-110] § 3, O. Veblen, *Analysis situs, The Cambridge colloquium* 1916 [New York, by the Amer. Math. Soc. (1922)], Cap. V, n.° 15. La nozione di *gruppo fondamentale*, può, con Poincaré, introdursi per varietà qualunque, topologicamente definite: e più avanti noi vi ricorreremo per il caso di altri tipi di superficie.

Digitized by Google

La relazione d'equivalenza si esprimerà col segno $\equiv$; e così, nelle circostanze predette si scriverà risp. $\gamma \equiv \delta$, $\gamma \equiv 0$.

Se γ, δ son due cammini aperti o chiusi, e l'estremo del primo coincide coll'origine del secondo, si può considerare il cammino $\gamma + \delta$, di evidente significato. In particolare se γ, δ son cicli relativi ad O, tale è anche $\gamma + \delta$; ed è chiaro che, agli effetti delle deformazioni continue di cui sopra, il *punto di saldatura* di γ con δ è del tutto *libero*, cioè non è vincolato a rimanere in O.

La nozione di somma si pone analogamente per *più* cicli relativi ad O ed assegnati in un determinato ordine. E da facili esempi si rileva che, di fronte alla relazione d'equivalenza *la somma di cicli è associativa ma non* (in generale) *commutativa.*

Vien fatto poi naturalmente di denotare con $-\delta$ il ciclo che si ottiene da δ *invertendone l'orientazione* (ciclo *opposto* a δ); dopo di che, seguendo convenzioni usuali, si può dar significato al simbolo $m\delta$, m essendo un intero positivo o negativo, e, più in generale, alla *combinazione lineare* a coefficienti interi $m\gamma + n\delta + p\varepsilon + \ldots$ dei cicli γ, δ, ε, ...

Si noterà infine che nel primo membro d'una relazione d'equivalenza del tipo $\gamma + \delta + \varepsilon + \ldots \equiv 0$, è lecita la *permutazione circolare* dei termini, ecc., ...

Ora si immaginino ripartiti i cicli della R relativi ad O in classi, ponendo in una medesima classe cicli fra di loro equivalenti; ed a ciascuna classe si associ il *simbolo astratto d'un operatore*, convenendo che:

a) Alla classe dei cicli equivalenti a zero resti associato il simbolo 1 dell'operazione identica;

b) Se C e D sono i simboli delle classi definite dai cicli γ, δ, alla classe definita da $\gamma + \delta$ resti associato il simbolo D.C, con che resta precisata la *legge di composizione degli operatori* [5];

c) Alla classe definita da $-\gamma$ si associ il simbolo C^{-1}, e

---

[5] Avvertiamo una volta per sempre che in questo lavoro e negli altri dedicati ad argomenti gruppali, il prodotto d'un operatore C per un'operatore D verrà indicato con DC.

Digitized by Google

(quindi) a quella definita da $m\gamma$ (m intero positivo o negativo) il simbolo C^m;

d) Al segno $=$ posto tra i simboli di due operatori si attribuisca il significato di simbolo dell'*identità logica*.

Si vede allora che son soddisfatte le note condizioni sotto le quali l'insieme degli operatori considerati, ha diritto al titolo di *gruppo*. E lo si dirà il **gruppo fondamentale** G della nostra riemanniana.

Ad evitare ogni malinteso convien subito notare, che, nella definizione di G, la funzione del punto O è soltanto accessoria, cioè che *la nozione di* G *è sostanzialmente indipendente da* O. Ed invero se Q è un altro punto di R, l un cammino orientato da O a Q, ad ogni ciclo σ relativo a Q si può associare il ciclo $\tau = l + \sigma - l$ relativo ad O, e viceversa ad ogni τ il ciclo $\sigma = -l + \tau + l$ relativo a Q. In tal guisa a cicli equivalenti restano associati cicli equivalenti, alla somma la somma, ecc.; onde ne risulta che i due gruppi fondamentali relativi ad O, Q sono *oloedricamente isomorfi*, quindi, *in senso astratto*, *identici*.

Il significato e la portata della nozione introdotta si chiariranno e preciseranno via via nel corso di questa esposizione. Ma pensiamo che il lettore abbia già scorta la *genesi funzionale* del concetto, con riferimento alle *sostituzioni* che i *prolungamenti* lungo cammini chiusi operano sui valori assunti in O da una o più funzioni definite sulla R (6), ed il suo carattere *universale* di fronte alle possibilità che in tale argomento si presentano, commisurato ai problemi d'uniformizzazione a cui il concetto si conforma.

2. *Operazioni generatrici.*

È ben noto che il gruppo G può generarsi mediante i $2p$ operatori associati ai cicli d'un sistema di retrosezioni tracciate per O. Tuttavia, agli scopi venturi, si segnala opportuna una più dettagliata analisi.

---

(6) Dovrà naturalmente trattarsi di funzioni sui valori delle quali due cicli *equivalenti* producono la medesima sostituzione: ad es. concepita la R in senso classico, di *funzioni analitiche* del punto di R, non diramate su quella superficie. Cfr. POINCARÉ, loco cit. (1) α).

Digitized by Google

Per un punto Q di R diverso da O si immaginino tracciati $2p$ cicli γ_i, δ_i $(i = 1, 2, \ldots, p)$ che nell'insieme formino un *sistema di retrosezioni* (lo diremo anche *complesso* Γ) e di ogni ciclo si fissi, in modo arbitrario, il *bordo positivo* (γ_i^+) ed il *bordo negativo* (γ_i^-). Tagliando R lungo il complesso si ottiene una superficie aperta, del tipo d'un poligono Π con $4p$ lati γ_i^+, γ_i^-, δ_i^+, δ_i^-; ogni punto M di γ_i venendo così a sdoppiarsi in due punti M^+, M^- rispettivamente giacenti su γ_i^+, γ_i^-.

Poichè Π è *semplicemente connesso*, i due punti M^+, M^- possono collegarsi mediante una linea aperta l tracciata in Π e passante per O. Ritornando alla R, la l si muta in un ciclo α_i che incontra il complesso Γ solo nel punto M dove attraversa γ_i; lo supporremo *orientato* in modo che l'*attraversamento* avvenga *in senso positivo*, cioè passando dal bordo positivo a quello negativo di γ_i.

Similmente, con riferimento a δ_i si costruirà il ciclo β_i; e l'insieme dei cicli α_i, β_i darà un nuovo sistema di retrosezioni, relativo ad O, che potrà dirsi *complementare* del precedente [7]. Indicheremo con A_i, B_i i simboli delle operazioni di G associate ai cicli ora costruiti.

Sia poi σ un ciclo, relativo ad O, percorrendo il quale a partire dall'origine, si verifichino, in relazione a Γ, gli *attraversamenti* espressi dallo schema $\gamma_i^+ \, \delta_k^- \, \delta_j^+ \, \gamma_k^+ \ldots$ nel quale i segni indicano il *senso* di ciascun attraversamento. Si vede allora che $\sigma \equiv \alpha_i - \beta_k + \beta_j + \alpha_k + \ldots$

Basta perciò deformare ogni arco di σ compreso tra due attraversamenti consecutivi fino a farlo passare per O, fissi restando gli estremi, avendo cura, durante la deformazione di non introdurre nuovi attraversamenti.

Indicando con S l'operazione di G associata a σ, tanto val dire che $S = \ldots A_k B_j B_k^{-1} A_i$, onde al sistema delle A_i, B_i resta

---

[7] Se si vuole che la relazione fra i due sistemi sia *simmetrica*, si deve assumere quali *complementare* di (γ_i, δ_i) il sistema $(\beta_i, -\alpha_i)$; giacchè orientato ogni ciclo del 1° sistema in modo che percorrendolo nel verso positivo sopra una faccia prefissata di R il bordo positivo rimanga alla sinistra, e definiti, in base a tal convenzione, gli orli positivi e negativi degli α_i, β_i, risulta $\gamma_i \infty \beta_i$, $\delta_i \infty -\alpha_i$, ecc. Qui però si può senz'alcun pregiudizio prescindere dalla simmetria stessa.

Digitized by Google

acquisito il carattere di carattere di *operazioni generatrici* del gruppo G.

Suppongasi in particolare che σ sia un *cappio* di origine O avvolgente il punto Q; in modo preciso si abbia $\sigma = l + \tau - l$, l essendo una linea (*direttrice* del cappio) tracciata da O ad un punto Q_1 prossimo a Q senza incontrare Γ e τ un piccolo circuito relativo a Q_1 assimilabile ad un cerchietto che contenga nel suo interno Q. Percorrendo τ, ciascuna linea del complesso Γ è attraversata due volte in sensi opposti; e le linee stesse si possono supporre tracciate ed ordinate in modo che l'ordine degli attraversamenti sia quello dello schema $\gamma_1^+ \delta_1^+ \gamma_1^- \delta_1^- \gamma_2^+ \delta_2^+ \gamma_2^- \delta_2^- \ldots \delta_p^-$. Poichè il cappio σ è equivalente a zero, si ha $S = 1$, e ne consegue che *tra le operazioni generatrici* A_i, B_i *del gruppo fondamentale* G *corre la relazione*

$$B_p^{-1} A_p^{-1} B_p A_p \ldots B_1^{-1} A_1^{-1} B_1 A_1 = 1 \ . \tag{1}$$

Essa si richiamerà col nome d'*identità fondamentale*, e il suo primo membro verrà abbreviatamente indicato con $f(A)$.

3. *Osservazioni sull'identità fondamentale.*

La (1) è *l'unica relazione* esistente fra gli A_i, B_i, nel senso che ogni altra relazione fra quegli operatori, che, ridotti tutti i simboli in un membro, può supporsi scritta sotto la forma $F(A) = 1$, essendo $F(A)$ un prodotto di potenze degli A_i, B_i, ne è una pura *conseguenza formale*.

Anche questa è una proprietà nota, sulla cui dimostrazione non ci tratterremo (8), se non per indicarne, più avanti, una rapidissima traccia; mentre invece voglian fermarci un poco a precisare la *struttura* delle relazioni $F(A) = 1$ che son da risguardarsi quali *conseguenze* della (1).

La questione particolare non ha, in sè, interesse; lo hanno invece per il seguito le osservazioni generali che ci dà occasione di richiamare.

Sia H un gruppo (astratto) generato da n operatori S_1, $S_2, \ldots, S_n$ $(S_1 = 1)$ *fra di loro indipendenti*. Ogni espressione del tipo

$$S_i^{\alpha} \ S_k^{\beta} \ldots S_l^{\gamma} \ , \tag{2}$$

(8) Cfr. VEBLEN, loco cit. (4), n.° 23.

Digitized by Google

rappresenta un' operazione di H; e viceversa ogni operazione di H può esprimersi *in un solo modo* sotto, la forma (2), purchè quell' espressione sia *ridotta*, vale a dire non contenga fattori consecutivi che sian potenze d' una stessa S_i (9).

Accanto ad H consideriamo un altro gruppo $\overline{H}$, generato dagli n operatori $\overline{S}_1, \overline{S}_2, \ldots, \overline{S}_n$ $(\overline{S}_1 = 1)$ *non però indipendenti*, ma legati da un certo numero h di relazioni

$$f_1(\overline{S}) = 1\ ,\ f_2(\overline{S}) = 1\ ,\ \ldots,\ f_h(\overline{S}) = 1\ , \tag{3}$$

alle quali suol darsi il nome di *equazioni di definizione* del gruppo.

È chiaro che ad ogni operazione di H, data colla sua espressione ridotta (2) si può associare l' operazione $\overline{S}_i^{\alpha}\ \overline{S}_k^{\beta} \ldots \overline{S}_l^{\gamma}$ di $\overline{H}$, di guisa che i due gruppi sono tra di loro *isomorfi*. Ma *l' isomorfismo è meriedrico*, perchè un' operazione di $\overline{H}$, in forza delle (3), è suscettibile di più espressioni ridotte, tra di loro formalmente distinte.

All' identità in $\overline{H}$ corrisponderà pertanto in H un *sottogruppo invariante* K il quale, tra le sue operazioni conterrà le $f_1(S), f_2(S), \ldots f_h(S)$ che dentro H son *distinte*, ed inoltre le loro *trasformate*

$$U f_i(S) U^{-1}\ , \tag{4}$$

mediante le operazione di H. Anzi, come il Dyck ha osservato (10), ogni operazione di K può esprimersi come un prodotto di potenze delle (4).

Conveniamo di indicare una tale *combinazione* con U(S), notando, che, ove tutto si esprima in termini delle S_i, *la* U(S) *non sarà necessariamente ridotta.*

Ora suppongasi che $F(\overline{S}) = 1$ sia una relazione fra le $\overline{S}_i$ (quindi conseguenza delle (3)) scritta in forma ridotta. L' operazione F(S) di H apparterrà a K, quindi esisterà una U(S)

---

(9) Cfr. W. Burnside, *Theorie of Groups of finite order* [Cambridge-University Press (1911), 2ª ed.] Cap. 18°, n.° 274. Se la (2) non è *ridotta*, la si riduce a tale sostituendo ad ogni prodotto $S_i^p\ S_i^q$ la potenza S_i^{p+q}, in particolare, se $p = -q$ supprimendo i due fattori.

(10) W. Dyck, *Gruppentheoretische Studien* [Math. Annalen, Bd. XX (1882) pp. 1-44] §§ 4, 5, Burnside, loco cit. (9) n.i 284-85.

Digitized by Google

avente come forma ridotta la F(S); sicchè la F(S) potrà porsi sotto la forma U(S) mediante passaggi del tipo:

a) Scissione di una potenza S_i^m in due fattori S_i^p S_i^q $(p+q=m)$;

b) Introduzione di una coppia S_i^α $S_i^{-\alpha}$ fra due fattori consecutivi di F(S).

Le conclusioni relative ad $\bar{H}$ si trasportano senz'altro al nostro gruppo fondamentale G; e ci dicono che ogni relazione $F(A)=1$ fra gli A_i, B_i, supposta data in forma ridotta, premessi opportuni passaggi dei tipi *a*), *b*), deve potersi esprimere come un prodotto di potenze (positive o negative) delle UfU^{-1}, indicandosi con U delle operazioni di G. Ciò perchè, nel caso di G, si ha un'unica equazione di definizione ch'è l'identità fondamentale $f(A)=1$.

A tal conclusione si può giungere con un ragionamento fondato sul significato geometrico della $F(A)=1$, il quale si precisa in ciò che un certo ciclo σ della R la cui espressione $\alpha_i - \beta_h + \beta_j + \alpha_k + \ldots$ si deduce da F(A) ritornando dagli A_i, B_i agli α, β_i, è equivalente allo zero. Suppostolo materialmente tracciato, la deformazione continua che lo riduce al punto O dovrà eliminare tutti gli attraversamenti coi γ_i, δ_i; ed un'analisi precisa delle fasi attraverso cui si compie tale eliminazione, porge appunto la conclusione ricercata.

§ 2 - La superficie universale ricoprente una riemanniana senza diramazioni [11].

4. *Definizione.*

Sia P un punto della riemanniana R, l un cammino (orientato) dal solito punto fisso O al punto P. All'ente (l, P) risul-

---

[11] La considerazione di queste superficie, nel senso più generale, risale in sostanza al POINCARÉ [Bull. Soc. Math. de France T. XI (1882-83) pp. 112-125] che v'informò un metodo per raggiungere l'*uniformizzazione di funzioni analitiche* qualunque; metodo poi completato e largamente applicato in varî indirizzi dal KOEBE con notevole successo. Tuttavia gli studiosi dei problemi d'uniformizzazione, ed i trattatisti della teoria delle funzioni automorfe, costruiscono in generale la

Digitized by Google

tante dall' associare il punto P al cammino l si darà il nome di *punto*; e un tal punto si dirà *sovrapposto a* P. Due siffatti punti (l, P) (l', P) si risguarderanno come *identici* allora e soltanto che son *sovrapposti* al medesimo P, ed inoltre *il ciclo* $l - l'$ (quindi anche $l' - l$) *è equivalente a zero*; in altre parole quando i due cammini l, l' son riducibili per deformazione continua uno all' altro, fissi restando gli estremi.

Tra poco definiremo gl' *intorni* dei nostri " *punti* „ (l, P); e ne risulterà che la classe di tali punti, ha, secondo i canoni dell' *Analysis situs*, diritto al nome di *superficie* (connessa) (12). La si dirà *superficie universale ricoprente la* R *senza diramazioni*, o, più brevemente, **l' universale** U *non diramata* **sulla** R.

Anche per la definizione di U la funzione del punto O è soltanto accessoria, in altre parole *quella definizione è sostanzialmente indipendente dal punto* O. Invero se Q è un altro punto di R, σ un cammino fissato da Q ad O, le due universali definite in relazione ad O e Q si identificano quando si risguardino come identici due punti $(l, P)_O$, $(\lambda, P)_Q$ allorchè i due cammini $\sigma + l$, λ son deformabili uno nell' altro, cioè il ciclo $\sigma + l - \lambda$ è equivalente a zero.

Siano (l, P) (λ, P) due punti dell' universale U sovrapposti a P; posto $\sigma = \lambda - l$, σ sarà un ciclo relativo ad O e non equivalente a zero se i due punti considerati son distinti. Poi-

---

superficie in discorso anzichè per la via topologica diretta quì delineata, partendo dallo *schema topologico* d' una opportuna *rete di campi fondamentali* legata al gruppo discontinuo inerente al problema; schema che può fissarsi " a priori „ in base alla cosidetta *segnatura* del gruppo, indipendentemente dalla sua esistenza. La via diretta quì seguita trovasi accennata (solo per il caso delle universali *non diramate*) nel trattato di VEBLEN (cit. (4)), n.° 36, mentre un' altra definizione diretta che abbraccia ogni tipo di superficie ricoprenti, (sempre però *non diramate*) è data dal WEYL nell' opera sotto citata. Ma su questa definizione dovremo ritornare ampiamente.

(12) Vedasi p. es. la definizione di superficie data da H. WEYL in *Die Idee der Riemann' schen Fläche* [Leipzig, Teubner, 1923] § 4, alla quale ci riferiremo nel corso di questa Nota. Si tenga presente fin d' ora che, secondo la definizione dell' A., una superficie F è tutta costituita da punti *interni*, e che pertanto i punti degli eventuali *contorni* van considerati come *non appartenenti* ad F.

Digitized by Google

chè $\lambda = \sigma + l$ ne segue che ogni punto di U sovrapposto a P può esprimersi col simbolo $(\sigma + l, P)$, l essendo un cammino fisso, e σ un ciclo relativo ad O; punti distinti ottenendosi da cicli σ non equivalenti. Si vede così che *l' insieme dei punti dell' universale* U *sovrapposti ad un punto* P *della* R *può porsi in corrispondenza biunivoca colle operazioni del gruppo fondamentale* G.

Anzi di tali corrispondenze se ne possono porre infinite, dipendentemente dalla scelta della linea l, cioè del punto (l, P) associato all' indentità in G.

Consideriamo poi sulla R un *intorno* Ω del punto P (omeomorfo all' insieme dei punti interni ad un circolo nel cui centro cada l' immagine di P), e sia Q un punto qualunque di Ω, σ un cammino da P a Q tutto contenuto in Ω. Se (l, P) è uno qualunque tra i punti dell' universale U sovrapposti a P, l' insieme dei punti $(l + \sigma, Q)$ si dirà un *intorno di* (l, P) *su* U *sovrapposto ad* Ω, ecc.

Infine siano (l, P) (λ, Q) due punti qualunque di U, γ un cammino di R da P a Q tale che il ciclo $l + \gamma - \lambda$ risulti equivalente a zero, quindi sia $(\lambda, Q) = (l + \gamma, Q)$. Preso su γ un punto M, s' indichi con τ l' arco di γ da P ad M; allora mentre M descrive γ da P a Q, il punto $(l + \tau, M)$ varia su U in una successione *continua* [13] che principia con (l, P) e termina con (λ, Q). La si dirà un *cammino* $\overline{\gamma}$ della U, *sovrapposto a* γ, e *congiungente il punto* (l, P) *col punto* (λ, Q); e λ ne fornirà l' *immagine* o la *traccia* su R.

Si vede poi senza difficoltà che ogni linea (continua) tracciata su U può esser definita in tal guisa.

5. *Modello dell' universale.*

Una rappresentazione intuitiva, e, in certo senso, tipica, dell' universale U, può ottenersi nel modo seguente:

Si ritorni al complesso Γ del n.° 2, ed al poligono Π di $4p$ lati dedotto da R mediante i tagli lungo le linee del complesso,

---

[13] La nozione di *continuità* sulla U si pone in modo noto al seguito della nozione di *intorno*.

Digitized by Google

che potrà immaginarsi sostituito con un poligono *piano* ad esso omeomorfo.

Si pensino costruiti infiniti esemplari di Π, e ciascuno di essi si colleghi ad un' operazione S del gruppo G, denotandolo collo stesso simbolo. In particolare col simbolo 1 si denoterà il poligono associato all' operazione identica.

Si consideri poi su R un punto P, non appartenente, per ora, alle linee del complesso Γ, e sia l un cammino da O a P *che non incontri quelle linee.* Resta allora ben determinato un punto (l, P) di U sovrapposto a P, il quale non varia se ad l si sostituisce un cammino analogo l' (che non incontri le γ_i, δ_i); e noi converremo di rappresentarlo coll' immagine di P nel poligono 1.

Per ogni altro punto (λ, P) sovrapposto a P, è pur ben determinato, di fronte all' equivalenza, il ciclo $\sigma = \lambda - l$, tale che $(\lambda, P) = (\sigma + l, P)$ (n.° prec.), quindi lo è la corrispondente operazione S del gruppo G. E l' immagine di (λ, P) si collocherà nel poligono S.

In tal guisa ogni punto *interno* ad uno dei poligoni Π viene a rappresentare un ben determinato punto di U, restando così esauriti tutti i punti di U non sovrapposti a punti delle linee γ_i, δ_i.

Ma anche per quest' ultimi l' associazione resta facilmente determinata dalla *leggi di continuità.* E si precisa osservando che se P cade da es. su γ_i esistono due linee l, l' essenzialmente distinte (cioè tali che $l - l' \not\equiv 0$) che congiungono O con P senza incontrare in altri punti il complesso (raggiungendo P dalle due bande di γ_i); e che pertanto, se (λ, P) è un punto di U sovrapposto a P la legge di continuità ne fornisce *due immagini*, l' una sul lato γ_i^+ del poligono S associato al ciclo $\sigma = \lambda - l$, l' altra sul lato γ_i^- del poligono S' associato al ciclo $\sigma' = \lambda - l'$. Due lati siffatti si diranno *associati.*

Aggiungasi che fra le operazioni S, S' di G corre la relazione $S' = A_i S$, giacchè il ciclo $l - \lambda + \lambda - l' \equiv l - l'$ associato all' operazione $S' S^{-1}$ è equivalente ad α_i (n.° 2).

Analogamente si vede che ogni punto (λ, Q) sovrapposto al vertice Q del complesso Γ, ha $4p$ immagini in altrettanti vertici di poligoni distinti del nostro insieme. E dopo ciò basta pensare saldati tra loro quei poligoni lungo le coppie di lati as-

Digitized by Google

sociati, per ottenere il cercato *modello della* U; notandosi che intorno ad ogni vertice vengono così a disporsi $4p$ poligoni del sistema.

A più ampia illustrazione valgano infine le osservazioni seguenti:

a) Se il genere p di R è zero, *il gruppo* G *si riduce all' identità*, ed U può identificarsi con R (sfera complessa);

b) Se $p = 1$ dalla (1) risulta $A_1 B_1 = B_1 A_1$, quindi *il gruppo* G *è abeliano*. I poligoni Π possono supporsi parallelogrammi, anzi addirittura rettangoli, congruenti, e il modello della U ricopre tutto il piano. Di quì per proiezione stereografica si può passare alla sfera che resta ricoperta *coll' esclusione d' un suo punto*;

c) Se $p > 1$ i Π possono identificarsi con poligoni regolari (eguali) del *piano iperbolico* cogli angoli eguali a $\frac{2\pi}{4p}$; allora la rete poligonale che porge il modello della U, ricopre per intero quel piano; tanto val dire, topologicamente, la *regione interna ad una conica*, esclusi i punti della conica stessa che si presentano come punti limiti di punti della U.

La considerazione di tali *rappresentazioni topologiche* valga a preparare il lettore alle più espressive *rapprentazioni conformi* che saranno considerate nella seconda parte.

6. *Gruppo automorfo dell' universale.*

Sia S un' operazione di G, σ un ciclo, relativo ad O, ed associato ad S. Se al punto (l, P) di U si collega il punto $(\sigma + l, P)$ si viene a porre tra i punti di U una corrispondenza biunivoca s, che resta associata all' operazione S. Due punti di U omologhi in s son sovrapposti allo stesso punto P di R; con riferimento a ciò la s si dirà una *trasformazione di ricoprimento (Decktransformation)* della U.

Si vede subito che all' operazione S^{-1} è associata la s^{-1}. Invece se T è un' altra operazione di G alla quale corrisponda (il ciclo τ e) la trasformazione t, all' operazione TS è associata la st.

Ed invero l' operazione TS è associata al ciclo $\sigma + \tau$; onde la trasformazione associata a TS sarà quella che porta il punto

Digitized by Google

(l, P) nel punto $(\sigma + \tau + l, P)$. Ma da (l, P) si passa a $(\tau + l, P)$ mediante t, e da questo punto a $(\sigma + \tau + l, P)$ mediante s, dunque la trasformazione cercata si ottiene operando prima con t e poi con s, vale a dire è, come asserito, st.

Si conclude pertanto che *le trasformazioni di ricoprimento dell' universale* U *formano un gruppo* Θ *legato da una relazione d' isomorfismo sghembo al gruppo fondamentale* G *della riemanniana* R. Si dirà che Θ è il *gruppo automorfo* dell' universale U.

Manifestamente l' isomorfismo sghembo tra Θ e G può trasformarsi in *oloedrico* associando ad ogni S di G la s'^{1} di Θ.

Quando $p = o$ anche Θ è identico; invece se $p = 1$, Θ è un *gruppo abeliano* oloedricamente isomorfo al gruppo generato da due traslazioni indipendenti del piano euclideo. Per $p > 1$, Θ è isomorfo ad un gruppo di movimenti del piano iperbolico; ma di ciò diremo in luogo più opportuno.

7. *Proprietà fondamentali dell' universale* U *e suo confronto con altre superficie ricoprenti la* R.

Sia $\bar{\gamma}$ un cammino chiuso della U, relativo al punto (l, P), γ la sua immagine su R. Per quel che si è detto alla fine del n.° 4, il ciclo $l + \gamma - l$ sarà equivalente a zero, quindi lo sarà anche γ. Ma ad ogni deformazione continua di γ è associata un' analoga deformazione di $\bar{\gamma}$, dunque, sulla U, è $\bar{\gamma} \equiv 0$. Pertanto:

Il gruppo fondamentale dell' universale U è identico. In altre parole *la* U *è universale di sè medesima*, quindi è *semplicemente connessa* [14].

Siano poi $\bar{\gamma}$, $\bar{\gamma}'$ due linee (aperte o chiuse) di U sovrapposte allo stesso ciclo (*chiuso*) γ di R relativo a P. Se l' origine di $\bar{\gamma}$ è (l, P), l' estremo sarà (n.° 4) $(l + \gamma, P)$ e coinciderà coll' origine allora e soltanto che $l + \gamma - l \equiv 0$. Poichè lo stesso può dirsi di $\bar{\gamma}'$, si conclude che $\bar{\gamma}$ *e* $\bar{\gamma}'$ *saranno insieme aperte*

---

[14] Ciò risulta anche dai modelli *a*), *b*), *c*) del n.° 6. Quì con WEYL ed altri A., si chiama *semplicemente connessa* una superficie che sia universale di sè medesima, cioè abbia per gruppo fondamentale l' identità, con riferimento alla proprietà che ha maggiore importanza per la teoria delle funzioni.

Digitized by Google

oppure chiuse, e ciò può esprimersi dicendo che *l' universale* U *in quanto superficie ricoprente* R *è regolare.*

L' esistenza su U del gruppo automorfo Θ è intimamente legata a tal carattere di regolarità; giacchè se ad un punto $\overline{P}$ di U sovrapposto a P si associa un altro punto $\overline{P'}$ pure sovrapposto a P, la possibilità di trasportare per continuità l' associazione a tutta la U è appunto legata alla circostanza, che quando $\overline{P}$ descrive un cammino chiuso lo stesso succeda di $\overline{P'}$.

La nozione di superficie ricoprente può essere ampliata in modo da abbracciare, oltre all' universale U anche altre classi di superficie notevoli.

In una prima forma, che però non è la più generale, un ampliamento che conduce a *superficie regolari* è suggerito dalle osservazioni gruppali del n.° 3.

Accanto al gruppo fondamentale G generato dagli operatori A_i, B_i legati dalla relazione $f(A) = 1$, si consideri un secondo gruppo $\overline{G}$ pure generato da $2p$ operatori $\overline{A}_i$, $\overline{B}_i$, i quali però, oltre che dalla $f(\overline{A}) = 1$ siano vincolati anche da altre relazioni

$$f_1(\overline{A}) = 1\,,\ f_2(\overline{A}) = 1\,,\ \ldots\,,\ f_h(\overline{A}) = 1\ . \tag{5}$$

Allora, per il tramite dell' *isomorfismo meriedrico* che intercede tra G e $\overline{G}$ resterà stabilita una relazione di corrispondenza tra i cicli di R (relativi ad O) e le operazioni di $\overline{G}$; secondo la quale ad ogni ciclo è associata un' operazione di $\overline{G}$, mentre viceversa a questa sono associati più sistemi di cicli tra di loro non equivalenti (rispetto a G).

Si potrà pertanto definire, con riferimento a $\overline{G}$, un' *equivalenza relativa* dei cicli stessi, che sarà, in un certo senso, più ampia dell' equivalenza assoluta (rispetto a G); ed in base a tale equivalenza si definirà, come al n.° 4, una superficie $\overline{U}$ che potrà dirsi la *superficie ricoprente relativa al gruppo* $\overline{G}$.

I ragionamenti del n.° 6 si trasportano senz' altro alla $\overline{U}$, e ne consegue che *anche* $\overline{U}$ *ammette un gruppo automorfo* $\overline{\Theta}$ di trasformazioni puntuali biunivoche *(trasformazioni di ricoprimento)* che sta in relazione d' isomorfismo sghembo con $\overline{G}$.

Si badi però che *la* $\overline{U}$ *non sarà più semplicemente connessa*, giacchè i cicli di R equivalenti a zero rispetto a $\overline{G}$ non sono più (tutti) riducibili a punti per deformazione continua; mentre *ri-*

Digitized by Google

sulterà ancora regolare, come mostra lo stesso ragionamento fatto in questo numero per la U, in cui le relazioni d'equivalenza sian considerate con riferimento a $\overline{G}$.

Si può dimostrare che tra le $\overline{U}$ così definite rientrano tutte le *riemanniane regolari* multiple sulla R (senza diramazioni) cioè contenenti un'involuzione I_n birazionalmente identica ad R e generata da un gruppo di trasformazioni birazionali (ch'è poi il gruppo $\overline{\Theta}$ del caso). Ma non voglian trattenerci su ciò ([15]) per dar posto ad un altro interessante esempio.

Suppongasi che le relazioni (5) sian quelle che esprimono la *permutabilità* delle operazioni $\overline{A}_i$, $\overline{B}_i$ a due a due ([16]). Allora due operazioni qualunque di $\overline{G}$ saranno permutabili, onde $\overline{G}$ risulterà *abeliano;* e, come risulta facilmente dal n.° 3, le operazioni di G associate all'identità in $\overline{G}$ saran tutte quelle nella cui espressione (ridotta o no) mediante le generatrici, la somma degli esponenti di ciascuna A_i, B_i è nulla. Tanto val dire, ricordando la relazione fra gli operatori di G ed i cicli della R, che *ogni ciclo omologo a zero è anche, rispetto a* $\overline{G}$ *equivalente a zero*, e poichè la reciproca è pur vera (in quanto lo è anche per G) così, per i cicli relativi ad un punto O della R, *l'equivalenza rispetto a* $\overline{G}$ *s'identifica colla relazione d'omologia.*

La superficie $\overline{U}$ relativa a tal gruppo $\overline{G}$ è quella che può dirsi *l'universale relativa agl'integrali della* R (non diramati), nel senso che tutte le funzioni i cui valori nei punti di R si sostituiscono per prolungamento come quelli d'un integrale abeliano di 2ª specie sono *uniformi* sulla $\overline{U}$, mentre non lo son più *tutte*, su quelle superficie (pure regolari) che si ottengono aggiungendo alle relazioni che definiscono $\overline{U}$ qualche altra relazione del tipo (5) ([17]).

([15]) Sull'argomento di tali riemanniane cfr. le mie Note *Sulle curve di Galois* I, II [Rendic. Acc. Lincei (6) Vol. IX (1929) pp. 272-78, 372-77]. Per norma del lettore le considerazioni seguenti di quanto n.°, e così quelle della 2ª parte del n.° 10 non interessano direttamente il seguito, mentre ci saranno utili altrove.

([16]) La $f(A)=1$ è in tal caso superflua, perchè consegue dalla (5).

([17]) La considerazione di tali superficie s'incontra anche nell'*Appendice* della citata opera di WEYL (pag. 175), ove son designate col

Digitized by Google

Per $p = 1$ la $\overline{U}$ predetta s' identifica colla U, giacchè G stesso è abeliano (n.° 5) quindi due cicli omologhi (relativi ad uno stesso punto O) sono anche equivalenti.

Passiamo infine a considerare le superficie ricoprenti (sempre non diramate) nell' accezione più generale, che include anche superficie *non regolari*, in particolare tutte le riemanniane rappresentate sulla R n — pla senza diramazioni, che son poi, nella classe, quelle che ricoprono R un numero *finito* di volte. Esse possono definirsi, con WEYL ([18]) come quelle superficie $\overline{U}$ per cui son soddisfatte le condizioni seguenti:

a) Ad ogni punto $\overline{P}$ di $\overline{U}$ è associato un (unico) punto P al quale $\overline{P}$ si dirà *sovrapposto;*

b) Per ogni $\overline{P}$ esiste un intorno, che, mediante la relazione di cui in *a*) è riferito in modo biunivoco e continuo ad un intorno di P;

c) Se γ è una linea di R da P a Q, esiste una ed una sola linea $\overline{\gamma}$ di $\overline{U}$ coll' origine in $\overline{P}$ la cui immagine su R è γ ([19]).

Dalla definizione consegue, secondo il citato A, (pag. 49) che ad una *cellula* (p. es. triangolare) Δ di R contenente P, corrispondente una ed una sola cellula $\overline{\Delta}$ di $\overline{U}$ contenente $\overline{P}$. Ed inoltre che se γ, γ' son due linee di R *abbastanza prossime*, entrambe dal punto P al punto Q le due linee $\overline{\gamma}$, $\overline{\gamma}'$ di $\overline{U}$ coll' origine $\overline{P}$ e sovrapposte a γ, γ' hanno lo stesso estremo $\overline{Q}$.

Si è certi che la relazione di prossimità a cui è condizionata la detta conclusione si verifica, se γ, γ' possono venir suddivise in un numero *finito* di archi γ_i, γ_i' di guisa che due archi associati cadono in una stessa cellula di R. D' altra parte il

---

nome di "*abelschen Ueberlagerungsflächen*„ mentre la U vien detta "*Ueberlagerungsfläche der Integralfunctionen*„. Però la definizione dell' A. ha un altro punto di partenza.

([18]) loco cit. ([12]) § 9.

([19]) La necessità di tal condizione si chiarisce osservando che se p. es. R è l' insieme dei punti *interni* ad un circolo ed $\overline{U}$ l' insieme dei punti *interni* ad un circolo concentrico *di raggio minore*, son soddisfatte le *a*), *b*), mentre esistono dei punti di R ai quali non corrisponde alcun punto su U. L' ipotesi dell' unicità di γ è superflua giacchè consegue dall' *omogeneità* di U, ma l' abbiam dichiarata espressamente per facilitare il discorso.

Digitized by Google

passaggio da una linea γ ad un' altra linea δ cogli stessi estremi, mediante deformazione continua, ove sia possibile ($\gamma - \delta \equiv 0$) si riconduce ad un numero *finito* di passaggi del tipo di quello da γ a γ', perchè R può essere suddivisa in un numero *finito* di cellule ([20]); e pertanto *se due cammini* γ, δ *di* R *entrambi da* P *a* Q *son deformabili uno nell' alto, i due cammini* $\overline{\gamma}$, $\overline{\delta}$ *di* $\overline{U}$ *coll' origine in* $\overline{P}$ *e sovrapposti a* γ, δ, *hanno lo stesso estremo* $\overline{Q}$. Inoltre ad ogni deformazione, su R, che porta γ in δ, è associata una deformazione, su $\overline{U}$, che porta $\overline{\gamma}$ in $\overline{\delta}$.

In particolare se γ è chiuso (P = Q) ed equivalente a zero, si potrà supporre δ ridotto addirittura al punto P, o ad un ciclo relativo a P contenuto in un intorno di P. Allora l' estremo di $\overline{\delta}$ è $\overline{P}$, quindi lo è anche quello di $\overline{\gamma}$, ed infine:

Un cammino $\overline{\gamma}$ *di* $\overline{U}$ *la cui immagine su* R *sia chiusa ed equivalente a zero, è pure chiuso ed equivalente a zero.*

Sulla base di tali fondamenti dimostriamo che:

Fra le superficie ricoprenti R (*senza diramazioni*) *l' universale* U *è caratterizzata dalla proprietà che il suo gruppo fondamentale è identico.*

Sia $\overline{U}$ una superficie ricoprente R il cui gruppo fondamentale $\overline{G}$ sia identico. Vogliam provare che $\overline{U}$ coincide con U, cioè può definirsi come al n.° 4.

Per ipotesi ogni cammino chiuso $\overline{\gamma}$ di $\overline{U}$ è equivalente a zero, dunque lo è anche la sua immagine γ su R. Poichè, in forza dell' ultima conclusione, la reciproca è pur vera, così si conclude che *i cammini chiusi di* $\overline{U}$ *provengono solo da cammini di* R *equivalenti a zero.*

Sia poi O il solito punto fisso di R, $\overline{O}$ uno, pur fissato, tra i punti di $\overline{U}$ sovrapposti ad O, l un cammino da O al punto P di R. Resterà determinato un cammino $\overline{l}$ di $\overline{U}$ sovrapposto ad l coll' origine $\overline{O}$; il suo estremo sarà un punto $\overline{P}$ di $\overline{U}$ sovrapposto a P che designeremo con (l, P).

Se l' è un altro cammino di R da O a P, tale che l'estremo del corrispondente $\overline{l'}$ (di origine $\overline{O}$) sia ancora $\overline{P}$, sarà, su

([20]) Occorrerà, anche sopra, supporre che si tratti di cellule *non singolari*, cioè non aventi elementi di frontiera multipli (lati o vertici comuni con se medesime).

Digitized by Google

$\bar{U}$, $\bar{l} - \bar{l}'$ chiuso, quindi, per quel che si è detto, $l - l'$ risulterà su R equivalente a zero, e viceversa. Dunque i due punti (l, P) (l', P) di $\bar{U}$ coincidono allora e soltanto che $l - l' \equiv 0$, e ciò riporta alla definizione del n.° 4.

Dimostriamo infine che:

L' universale U *relativa ad* R *è tale anche in relazione ad ogni superficie ricoprente la* R (*senza diramazioni*).

Tutto si riduce a provare che la U è *superficie ricoprente* sopra ogni $\bar{U}$ ricoprente la R, chè dopo ciò il *carattere universale* resta senz' altro acquisito ad U in forza della proprietà caratteristica predetta, la quale sussiste anche se in luogo di R si pone una $\bar{U}$.

E la prova si aggiunge rapidamente. Se O, P, l hanno il solito significato su R, ed $\bar{O}$ è uno, fissato, fra i punti di $\bar{U}$ sovrapposti ad O, si associ al punto (l, P) dell' universale U quel punto $\bar{P}$ di $\bar{U}$ dove termina la linea $\bar{l}$ coll' origine in $\bar{O}$ e sovrapposta ad l. Così nei rapporti tra U ed $\bar{U}$ resta verificata la condizione a); e dopo ciò sulla validità delle b), c) non merita fermare il discorso.

§ 3. - La superficie universale nel caso di diramazioni.

8. *Diramazioni d' indice infinito.*

Sulla riemmaniana R sia ora fissato un gruppo Δ di m punti $D_1, D_2, \ldots, D_m$ che diremo *gruppo di diramazione*, e si consideri la superficie R' dedotta da R *escludendo quei punti.* Fissato il solito punto O, è chiaro che nel porre sulla R' la *nozione d' equivalenza* occorrerà limitarsi a quelle deformazioni che si effettuano *senza traversare punti del gruppo* Δ.

Alla nozione d' equivalenza si lega, come al n.° 1, quella del *gruppo fondamentale* G' di R', con riferimento al quale si definisce, come al n.° 4, l' *universale* U'. Essa si dirà *l' universale ricoprente la* R *colle diramazioni d' indice* ∞ *nei punti* D_i.

Anche la considerazione del *gruppo automorfo* Θ' s'introduce come al n.° 6; e del pari si trasportano al caso attale tutte le

Digitized by Google

considerazioni e conclusioni del n.° 7, semprechè nei ragionamenti la R venga surrogata dalla R' (21).

Poichè i punti D_i *non appartengono* ad R', la U' non ha punti (interni) sovrapposti ai D_i. Però è chiaro che definiti opportunamenti i *punti limiti* di punti della U, ad ogni D_i son sovrapposti infiniti punti siffatti, la cui considerazione non ha tuttavia interesse immediato.

Per ottenere un *sistema di generatrici* del gruppo G', occorre, analogamente al n.° 2, procurarsi una *base* (rispetto all'equivalenza) per i cicli della R' relativi ad O. E questa si compone aggregando ai cicli α_i, β_i, *m cappî* circondanti i punti D_i.

In modo preciso, e sempre con riferimento al n.° 2, si completi il complesso Γ delle γ_i, δ_i, aggregandovi *m* linee τ_i dal punto Q ai punti D_i che non s'incontrino tra loro, nè colle γ_i, δ_i, e su ciascuna τ_i si fissi un bordo positivo ed un bordo negativo. Allora come *direttrice* del cappio σ_i si sceglierà una linea tracciata da O a D_i senza incontrare le γ_i, δ_i, τ_i, e il verso della circolazione intorno a D_i si fisserà in modo che l'attraversamento di τ_i avvenga in senso positivo.

Le operazioni A_i, B_i, S_i di G' associate ai cicli α_i, β_i, σ_i dànno le *generatrici* cercate; e, come al n.° 2 si prova, che, ove i cammini γ_i, δ_i, τ_i siano opportunamente tracciati, e ne sian convenientemente fissati gli orli, l'equivalenza a zero d'un cappio (di origine O) circondante il punto Q si esprime mediante l'*identità fondamentale*

$$(6) \qquad B_p^{-1} A_p^{-1} B_p A_p \ldots\ldots B_1^{-1} A_1^{-1} B_1 A_1 S_m \ldots\ldots S_1 S_2 = 1,$$

il cui primo membro verrà indicato con F(A).

Notiamo infine che *il caso* $p = 0$, $i = 1$ *non ha significato*, giacchè essendo, per la (6), $S_1 = 1$, di fatto *in* D_1 *non v'ha di-*

---

(21) Per adattare al caso attuale il ragionamento del n.° prec., relativo alla possibilità di effettuar il passaggio da γ a δ mediante un numero *finito* di passaggi del tipo di quello da γ a γ', occorre notare che, se si isolano i punti D_i mediante *m* piccoli circuiti k_i non incontranti γ, δ, si può sempre effettuare una triangolazione della R' in modo che i punti della regione R'' limitata dai k_i nella quale stanno γ, δ, appartengano ad un *numero finito* di cellule.

Digitized by Google

ramazione, e la U' s' identifica con R'. Questo caso verrà perciò nel seguito escluso.

9. *Diramazioni d' indice qualunque.*

Siano, come prima, fissati sulla R i punti $D_1, D_2, \ldots, D_m$, ed inoltre per ciascun D_i sia assegnato un *indice di diramazione* ν_i, intero e positivo, oppure infinito.

Per introdurre sulla R così preparata *la nozione d' equivalenza*, ricorreremo a considerazioni gruppali analoghe a quelle del n.° 7.

Riprendiamo il gruppo G' del n.° prec., e accanto ad esso consideriamo un gruppo $\bar{G}$ generato da $2p + m$ operatori $\bar{A}_i$, $\bar{B}_i$, $\bar{S}_i$, vincolati dalla $F(\bar{A}) = 1$, ed inoltre dalle relazioni

$$\bar{S}_1^{\nu_1} = 1 \,, \quad \bar{S}_2^{\nu_2} = 1 \,, \ldots, \, \bar{S}_m^{\nu_m} = 1 \,, \tag{7}$$

corrispondenti a quelli tra gl' indici ν_i che son *finiti*.

Come al n.° 7 si osserva che ad ogni ciclo della R relativo ad O e non passante per i D_i, è associata un' operazione di $\bar{G}$ e ne scaturisce la *nozione d' equivalenza relativa* a quel gruppo. Il quale si dirà il *gruppo fondamentale della riemanniana* R *colle diramazioni assegnate*.

In particolare i cicli *equivalenti a zero* saran quelli a cui è associata l' identità in $\bar{G}$, quindi, per l' osservazione di Dyck (n.° 8) quelli a cui corrisponde in G' una qualunque delle operazioni ottenute componendo (per prodotti e potenze) le

$$T \, S_i^{\nu_i} \, T^{-1} \,, \tag{8}$$

dove T è un' operazione qualunque di G' [22].

Ora poichè all' operazione S_i è associato il cappio di direttrice σ_i, alla $S_i^{\nu_i}$ sarà associato quel cappio percorso ν_i volte nello stesso senso, cioè insomma un cappio colla stessa direttrice σ_i che gira ν_i volte intorno a D_i. Lo diremo un *cappio completo* relativo a D_i, e talvolta lo indicheremo con $\nu_i \sigma_i$.

Detto τ il ciclo associato all' operazione T^{-1}, alla (8) sarà associato il ciclo $\tau + \nu_i \sigma_i - \tau$ ch' è ancora un cappio completo

---

[22] Le operazioni del tipo $TF(A)T^{-1}$ non compariscono perchè $F(A) = 1$ anche in G'.

Digitized by Google

relativo a D_i colla direttrice $\tau + \sigma_i$. Tenendo presente che al prodotto di due o più operazioni (8) corrisponde la somma dei cicli associati, si conclude in definitiva che:

Ogni ciclo equivalente a zero rispetto a $\bar{G}$ *è riducibile per deformazione continua senza traversare punti* D_i *ad una successione di cappî completi relativi a quelli fra i punti* D_i *cui appartiene un indice di diramazione finito.*

La definizione dell' *universale* $\bar{U}$ *ricoprente la* R *e diramata ai posti* D_i *cogl' indici* ν_i, è, dopo ciò, immediata, e lo è del pari quella del relativo *gruppo automorfo* Θ.

Ma affinchè sia possibile trasportare alla attuale $\bar{U}$ le proprietà del n.° 7, e conformarvi il problema d' uniformizzazione rispondente al suo tipo, occorre *completarla* introducendo anche i *punti sovrapposti ai* D_i cui appartiene un *indice di diramazione* ν_i *finito.*

Questi punti si collegheranno, come gli altri, ai simboli $(l_i\ D_i)$ dove l è un cammino da O a D_i; colla convenzione di risguardare i punti (l, D_i) (λ, D_i) come identici allorchè il ciclo $l - \lambda$ è equivalente a zero *rispetto al gruppo* $\bar{G}_i$ definito come $\bar{G}$ in relazione alle diramazioni assegnate, *esclusa quella in* D_i.

Se (λ, D_i) è uno dei punti or definiti, ω un intorno di D_i su R al quale appartenga il punto P, (l, P) un punto di $\bar{U}$ e τ un cammino tracciato in ω da P a D_i, si dirà che (l, P) appartiene all' *intorno* $\bar{\omega}$ *del punto* (λ, D_i) *su* $\bar{U}$, *sovrapposto ad* ω, tutte le volte che il punto $(l + \tau, D_i)$ coincide con (λ, D_i). Si vede subito che la natura di τ non ha influenza sulla definizione, giacchè se τ_1 è un altro cammino tracciato in ω da P a D_i si ha sempre $(l + \tau, D_i) = (l + \tau_1, D_i)$.

Dalle definizioni predette scende facilmente che se (l, P) appartiene ad $\bar{\omega}$, e σ è un circuito relativo a P che, entro ω, compia un giro intorno a D_i, appartengono pure ad $\bar{\omega}$ i punti $(l + \sigma, P)$ $(l + 2\sigma, P)$, ... , $(l + (\nu_i - 1)\sigma, P)$ che sulla $\bar{U}$ son tutti *distinti.* Invece il punto $(l + \nu_i \sigma, P)$ coincide con (l, P) perchè il ciclo $l + \nu_i \sigma - l$ è un *cappio completo* avvolgente D_i, quindi è *equivalente a zero* rispetto al gruppo fondamentale $\bar{G}$.

Pertanto ad ogni punto dell' intorno ω diverso da D_i son sovrapposti precisamente ν_i punti di ciascun intorno $\bar{\omega}$.

Si suppongano infine i punti di ω riferiti in modo biunivoco e continuo ai punti del circolo $|z| < 1$ del piano complesso z,

Digitized by Google

in modo che a $z=0$ corrisponda D_i. Fra tale area ω' e l'intorno $\bar{\omega}$ rimarrà stabilita una corrispondenza $(1, \nu_i)$ nella quale ad ogni punto z_0 diverso da $z=0$ corrisponderanno ν_i punti di $\bar{\omega}$ sovrapposti ad un medesimo P di R, i quali, quando z_0 gira intorno all'origine si permutano ciclicamente tra di loro. Tanto basta per concludere che, se si pone $t=\sqrt[\nu_i]{z}$, i punti di $\bar{\omega}$ restan riferiti biunivocamente a quelli del circolo $|t|<1$ del piano complesso t, al punto $\bar{D}_i$ corrispondendo $t=0$, ecc.

Alla costruzione d'un *modello per l'universale* $\bar{U}$ si perviene, analogamente al n.° 5, partendo dal notare che la R, tagliata lungo i cammini γ_i, δ_i, τ_i (n.° prec.), è omeomorfa ad un poligono Π con $4p+2m$ lati a due a due associati, tra i cui vertici, $4p+m$ provengono dal punto Q, e gli altri m ciascuno da uno di punti D_i. Il modello della $\bar{U}$ si ottiene riunendo in modo opportuno infiniti (salvo i casi del n.° 11) esemplari Π; a riunione effettuata ogni lato risulta comune a due poligoni dell'insieme, ogni vertice associato a Q a $4p+m$ poligoni, ed ogni vertice associato a un D_i a ν_i poligoni quindi in particolare ad infiniti se lo è l'indice ν_i. In quest'ultimo caso il vertice va considerato come un *punto del contorno di* $\bar{U}$; ma per ora basti questo rapido cenno, con riserva di più chiara illustrazione.

10. *Proprietà dell'universale, e confronto colle altre superficie ricoprenti egualmente diramate.*

Conservando le notazioni del n.° prec., suppongasi che (l, P) appartenga all'intorno ω, e si faccia descrivere a P il circuito $\nu_i\,\sigma$ intorno a D_i; allora (l, P) descriverà su $\bar{U}$ un ciclo $\bar{\sigma}$ sovrapposto (ν_i volte) a σ, la cui immagine nel circolo $|t|<1$ sarà una linea chiusa che gira una sola volta intorno a $t=0$. Questa, mediante deformazione continua, può ridursi ad un qualunque suo punto; quindi, sulla $\bar{U}$, $\bar{\sigma}$ è riducibile mediante deformazione continua al punto (l, P). Tanto val dire che ciascuno dei cicli di $\bar{U}$ sovrapposti al cappio completo $l+\nu_i\,\sigma-l$ è riducibile al punto O.

Se ora $\bar{\gamma}$ è un ciclo di $\bar{U}$ [23] relativo ad uno $\bar{O}$ fra i punti

---

[23] Premessa una deformazione infinitesima si può supporre che γ non passi per i D_i.

Digitized by Google

sovrapposti ad O, la sua immagine su R sarà un ciclo equivalente a zero (rispetto a $\overline{G}$) quindi riducibile, mediante una deformazione continua effettuata senza traversare i D_i, ad una successione δ di cappî completi relativi a quei punti. A tal deformazione corrisponde su $\overline{U}$ una deformazione di γ che lo riduce al ciclo $\overline{\delta}$ di origine $\overline{O}$ sovrapposto a δ; ma, per quel che or ora si è visto, un tal $\overline{\delta}$ è, a una volta, riducibile al punto $\overline{O}$, dunque:

Ogni cammino chiuso dell' universale $\overline{U}$ *è equivalente a zero; quindi il gruppo fondamentale di* $\overline{U}$ *è identico.*

Ne consegue, come al n.° 7 che *l' universale* $\overline{U}$ *in quanto superficie ricoprente* $\overline{R}$ *è regolare.*

Accenniamo rapidamente alle altre estensioni.

La nozione di *superficie ricoprente* può, anche nel caso di diramazioni, ampliarsi in modo da abbracciare tutte le superficie multiple sulla R (un numero finito od infinito di volte) e *diramate regolarmente* ai punti D_i cogl' indici ν_i. Alla genesi di *superficie regolari* può servire la via gruppale indicata al n.° 7; ma più in generale soccorre al caso la citata definizione di WEYL modificata come segue:

α) Nell' enunciato della condizione a) si escluda che P cada in uno dei punti di diramazione *d' indice infinito*;

β) L' enunciato della b) si sdoppî in una prima parte b') identica alla b) da riferirsi a quei punti $\overline{P}$ che non son sovrapposti ai D_i, ed in una seconda parte del seguente tenore:

b'') Per ogni punto $\overline{P}$ sovrapposto ad un D_i *d' indice finito* ν_i, esiste un intorno $\overline{\omega}$, che, per effetto della relazione a) resta riferito ad un intorno ω di D_i su R mediante una corrispondenza continua d' indici $(\nu_i, 1)$; ed i due intorni ω, $\overline{\omega}$ posson rappresentarsi in modo biunivoco e continuo sui circoli $|z| < 1$, $|t| < 1$ dei piani complessi z, t per guisa che il legame predetto si traduca nella relazione $z = t^{\nu_i}$;

γ) Nell' enunciato della c) si escluda che γ passi per uno dei punti D_i.

Partendo da questa definizione, e seguendo la traccia del n.° 7, si prova che se U_0 è una delle superficie in oggetto, e γ un ciclo di R (relativo ad O) non passante per i D_i, ed equi-

Digitized by Google

valente a zero (rispetto a $\bar{G}$), il cammino γ_0 di U_0 sovrapposto a γ ed avente l'origine in un punto O_0, sovrapposto ad O, è pure chiuso ed equivalente a zero.

Ne consegue, pure analogamente al n.° 7, che *tra le superficie ricoprenti* R *e diramate in modo prefissato ai posti* D_i *l'universale è caratterizzata dalla proprietà che il suo gruppo fondamentale è identico.*

Ed infine che *la* $\bar{U}$ *è anche universale in relazione ad ogni* U_0 *ricoprente* R *colle derivazioni assegnate.*

Si vede subito che *nel passaggio da* R *ad* U_0 *le diramazioni spariscono,* cioè che *la* $\bar{U}$ *non è diramata sopra* U_0.

L'ultima conclusione sussiste anche se la U_0 è diramata in D_i d'un indice ν_i' che sia *divisore di* ν_i; soltanto allora tutti i punti di U_0 sovrapposti a D_i son punti di diramazione d'indice $\frac{\nu_i}{\nu_i'}$ per $\bar{U}$ (24).

E si può andare anche più in là, considerando superficie U_0 sempre multiple sulla R e diramate ai posti D_i, ma *non più regolarmente,* nel senso che i *cicli* (di fogli) aventi le origini nei punti $\bar{D}_i$ sovrapposti ai D_i possono aver ordini tra di loro diversi. Ci proponiamo di discorrerne in altro lavoro.

11. *Casi in cui il gruppo fondamentale è finito.*

Riferiamoci al caso generale del n.° 9 che comprende tutti gli altri, e, omettendo le provvisorie sopralineazioni, indichiamo con G ed U gruppo ed universale relativi a diramazioni qualunque, come di regola nel seguito.

Quando il genere p di R è > 0 il gruppo G è certamente infinito, perchè le operazioni A_i, B_i sono *aperiodiche,* e ciò ha luogo anche per $p = 0$ quando sia infinito qualcuno dell'indici ν_i. Allora la U *ricopre infinite volte la* R.

La possibilità d'un *gruppo fondamentale finito* si presenta quindi solo per $p = 0$ ed indici di diramazione tutti *finiti*; e poichè allora G è generato dagli operatori $S_1, S_2, \ldots, S_m$ legati dalle relazioni

(24) Questa osservazione si trova anche nella menoria di P. KOEBE, *Ueber die Uniformisierung beliebiger analytischer Kurven II* [Journ. für Math, Bd. 139 (1910) pp. 251-242] § 6, pag. 285.

Digitized by Google

$$(9) \qquad S_1^{\nu_1} = S_2^{\nu_2} = \ldots = S_m^{\nu_m} = S_m S_{m-1} \ldots S_1 S_2 = 1 \ ,$$

così il problema gruppale resta nettamente precisato. La soluzione ne è stata data dal DYCK [25] il quale ha dimostrato che G può aver ordine finito N solo se $m = 2$ oppure $m = 3$. Nel primo caso si ha necessariamente $\nu_1 = \nu_2$ e G è *ciclico*; il secondo si presenta per i tipi corrispondenti ai valori di ν_1, ν_2, ν_3 dati dalla seguente tabella

(10)

N	ν_1	ν_2	ν_3
2μ	2	2	μ
12	2	3	3
24	2	3	4
60	2	3	5

nei cui elementi si riconoscono le note *caratteristiche dei gruppi poliedrici.*

Il legame con tali gruppi si precisa subito, identificando la R col piano complesso z e la U colla *riemanniana regolare* rappresentata su quel piano N — plo colle diramazioni (regolari) d'indici ν_1, ν_2, ν_3 in D_1, D_2, D_3. Allora, come un facile calcolo mostra, *anche il genere di* U *è zero*, talchè a modello di U può assumersi la sfera complessa w; e su di essa il *gruppo automorfo* Θ della U ch'è ora un *gruppo di trasformazioni birazionali* generante la relativa g_N^1, quindi un *gruppo lineare* (proiettivo) sulla w, rimane subordinato da un gruppo di omografie dello spazio. Trasportando mediante una sostituzione lineare sulla z i punti D_1, D_2, D_3 in 0, 1, ∞, e *normando* pure opportunamente la w, si può riportarsi ad un *gruppo di rotazioni della sfera intorno al suo centro*, con che risulta in evidenza l'asserito legame.

---

[25] loco cit. [10] § 15,1. La dimostrazione del DYCK riprodotta nel trattato di BURNSIDE [loco cit. [9] Cap. XVIII, XIX, segnatamente n.i 291-93] si fonda su una rappresentazione geometrica dei gruppi che rientra nell'attuale ordine di vedute; non ci risulta che del teorema sia stata tentata una dimostrazione algoritmica.

Digitized by Google

PARTE SECONDA

UNIFORMIZZAZIONE E GRUPPI FUCHSIANI RELATIVI

§ 4. - Il teorema fondamentale (Grenzkreistheorem) e le sue principali conseguenze.

12. *L' universale* U *campo funzionale.*

Fin quì abbiamo considerato la riemanniana R e le relative universali sotto il puro *aspetto topologico*. D' ora in avanti invece la R verrà concepita nella più precisa *accezione riemanniana*, quale ente legato ad un *corpo di funzioni algebriche*, o, in altre parole, quale rappresentante d' una *classe di curve algebriche*, di cui la generica verrà indicata con C. La maggior determinazione del concetto si raggiunge introducendo sulla R la nozione di *funzione analitica del posto*, che in sostanza dipende da quella, più specifica, di *variabile complessa locale* ([26]).

Una volta fissate tali nozioni sulla R è facile trasportarle all' universale U relativa a diramazioni comunque assegnate. Perciò detto $\bar{P}$ un punto di U sovrapposto a P, ω un intorno di P su R, z una variabile complessa locale di R relativa a P, mediante cui l' intorno ω venga rappresentato sul campo $|z| < \rho$ del piano complesso z ([27]), ed $\bar{\omega}$ l'intorno di $\bar{P}$ su U sovrapposto

([26]) Cfr. WEYL, loco cit. ([12]) § 7.

([27]) Più avanti la nozione di variabile complessa locale varà intesa (come spesso nella letteratura dell' argomento) in senso leggermente più largo; non escludendosi che al campo $|z| < \rho$ si costituisca il suo trasformato mediante una sostituzione lineare. Una tal z potrà quindi anche avere un polo (del 1° ordine) in P, ma in ogni caso sarà atta a rappresentare in modo biunivoco e continuo l' intorno ω sull' intorno (che si può sempre supporre circolare) d' un opportuno punto della sfera complessa z.

Digitized by Google

ad ω, basta assumere quale *variabile complessa locale di* U relativa a $\bar{P}$ quella t i cui valori nell'intorno $\bar{\omega}$ son definiti dal porre:

a) $t = z$ se P è distinto dai punti di diramazione;

b) $t = \sqrt[\nu_i]{z}$ se P coincide con un punto di diramazione *d'indice finito* ν_i.

Per il tramite della t i punti dell'intorno $\bar{\omega}$ vengon rappresentati biunivocamente su quelli interni ad un circolo del piano complesso t col centro in $t = 0$; e son pur soddisfatte le condizioni sotto cui può parlarsi sulla U di *funzioni analitiche*, di *rappresentazioni conformi*, ecc. In particolare si ha che:

1) *Le trasformazioni di ricoprimento*, componenti il gruppo Θ *sono conformi*;

2) La rappresentazione di U su R è conforme, salvo nei punti di diramazione. Nel passaggio da un punto D_i (d'indice ν_i) della R ad uno, $\bar{D}_i$ fra i punti ad esso sovrapposti gli angoli restan diversi per ν_i.

13. *Rappresentazione conforme dell'universale* U *su di un'area piana. Variabile uniformizzante.*

Sopra una riemanniana R semplicemente connessa, quindi di genere $p = 0$, si può costruire una funzione analitica z del posto, la quale *ha dovunque il carattere di variabile complessa locale, e non assume mai due volte il medesimo valore.* Atteso il tipo di connessione della U, vien fatto di chiedersi se anche per essa una tal costruzione non possa venir realizzata.

La risposta, come vedremo, è affermativa; ma una caratteristica essenziale del risultato dipende da una *distinzione aritmetica*, che è opportuno segnalare in anticipo.

Il carattere distintivo in parola si lega all'espressione

$$H = 2p - 2 + m - \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\nu_i}, \tag{11}$$

ed è precisamente fornito dal verificarsi di una delle tre alternative $H \gtrless 0$ di cui si vedrà più avanti l'espressivo significato geometrico. Per ora ci accontenteremo di caratterizzarle coi nomi di *caso iperbolico, parabolico ed ellittico,* e di far notare che *il*

Digitized by Google

primo caso è quello generale, in quanto, a motivo della disuguaglianza $m \geqq \Sigma \frac{1}{\nu_i}$ esso *si presenta sempre per* $p > 1$, *ed anche per* $p = 1$ *quando non sia* $m = 0$, mentre gli altri due casi intervengono solo per tipi speciali (con $p = 0, 1$) che saranno a suo luogo precisati.

Ecco ora il **teorema fondamentale** (*Grenzkreistheorem*) che risponde al quesito proposto:

Fissati sopra una riemanniana R *di genere* p, $m\ (\geqq 0)$ *punti di diramazione* D_i *con indici di diramazione* ν_i *finiti od infiniti, è determinata sulla relativa universale* U, *a meno d' una sostituzione lineare, una funzione analitica uniforme* η *del posto, la quale:*

1. *Ha dovunque il carattere di variabile complessa locale;*

2. *Non assume mai due volte lo stesso valore;*

3. *Distesa sul proprio piano complesso porge la rappresentazione conforme della* U *in un campo* Ω *che s' identifica con:*

A) *la regione dei punti interni ad un circolo* k *detto circolo limite (caso iperbolico);*

B) *l' intero piano complesso* η *coll' esclusione d' un punto (caso parabolico);*

C) *l' intero piano complesso* η *senza eccezioni (caso ellittico)* [28].

La variabile η è anche uniformizzante locale in ogni punto di R che non sia di diramazione, mentre in un punto di diramazione (d' indice finito ν_i) si comporta come la radice ν_i — esima della variabile locale. Diremo che η è *l' uniformizzante fuchsiana (propria) relativa alla riemanniana* R *ed al gruppo di diramazione assegnato*; in particolare, quando questo gruppo manca, η si dirà senz' altro *l' uniformizzante canonica della* R. E ciò con riferi-

---

[28] Per la storia di questo celebre teorema e dei varî indirizzi secondo cui esso può raggiungersi, rinviamo il lettore all' articolo enciclopedico di R. Fricke, *Automorphe Funktionen* [Enc. Math. Wiss. Bd II_2, Heft $^2/_3$] n.^{i} 36-39, od ai trattati di R. Frike - F. Klein, *Vorlesungen über die Theorie der automorphen Functionen* [Leipzig, Teubner (1926) 2^a ed.] Bd II, p. 285 e pp. 438-446, L. Schlesinger, loco cit. (2) n.° 44. Il nome del teorema deriva dal caso generale A) perchè nei casi B), C) non esiste *cerchio limite*, nè i gruppi relativi son *fuchsiani* nel senso (stetto) di Poincaré (cfr. n.^{i} 14, 16).

Digitized by Google

mento al fatto che *tale* η *è essenzialmente* (a meno d'una sostituzione lineare) *individuata dalla* R, *cioè dalla corrispondente curva* C.

È manifesto, che, come η è funzione analitica su R, così ogni altra funzione analitica F del punto di R è funzione di η. In particolare ogni F uniforme, o, se non uniforme, diramata solo ai posti D_i con indici di diramazione *divisori dei* ν_i (*arbitrarî* se $\nu_i = \infty$) è *funzione uniforme di* η [29].

Cosi se $f(x\,y) = 0$ è l'equazione della curva C, le x, y in quanto funzioni analitiche uniformi del punto di R sono *funzioni uniformi* $x(\eta)$, $y(\eta)$ della η, aventi dovunque, nel campo Ω il carattere di funzioni razionali. Le espressioni $x = x(\eta)$, $y = y(\eta)$ porgono così una *rappresentazione parametrica* della C mediante funzioni analitiche (uniformi), risolvendo per l'equazione $f(x\,y) = 0$ il cosidetto *problema d'uniformizzazione.*

La natura delle funzioni in discorso si precisa in base all'osservazione fondamentale seguente:

Mediante la rappresentazione conforme dell'universale U *sul campo* Ω *il gruppo automorfo* Θ *della* U *si muta in un gruppo di sostituzioni lineari.* Ed invero le operazioni di Γ, (come quelle di Θ sulla U) son trasformazioni puntuali biunivoche e conformi del piano complesso, che mutano in sè il campo Ω; e dalla natura di quel campo, precisata in A, B, C, risulta, in forza di classici teoremi (Riemann, Schwarz, Poincaré) che le operazioni stesse son *sostituzioni lineari.*

E come i punti dell'universale U sovrapposti ad un P della R si ottengono tutti da uno di essi mediante le operazioni di Θ, così tutti i valori assunti dalla η in P si dedurranno da uno qualunque di essi mediante le operazioni di Γ. Una funzione analitica $F(\eta)$, che considerata come funzione di P sia *uniforme* (sulla R), come ad es. una delle $x(\eta)$, $y(\eta)$ precedentemente considerate, riprende per tutti quei valori di η il medesimo va

---

[29] Il *potere uniformizzante* della η di fronte alle funzioni considerate, appartiene anche alle analoghe η relative a gruppi di diramazione *contenenti* quello della η; ma questa apparisce fra tutte, come *la più semplice* in relazione al gruppo Δ. A ciò si riferisce la qualifica di *propria* attribuita sopra alla η.

Digitized by Google

lore, cioè si riproduce inalterata quando la η si assoggetti alle sostituzioni del gruppo Γ. Donde il nome di *funzione automorfa* relativa al gruppo Γ [30].

Invece la η considerata come funzione del punto P di R, è una funzione *polidroma*, i cui valori in un punto (che, salvo i casi del n.° 11 sono infiniti) si deducono tutti da uno fra essi mediante le operazioni del gruppo Γ. La si suol chiamare una *funzione linearmente polimorfa* sulla riemanniana R.

14. *Caso iperbolico. Gruppi fuchsiani propriamente detti e loro interpretazione non euclidea.*

Nel caso iperbolico A), che, come s'è osservato, si verifica sempre per $p > 1$, ed anche per $p = 1$ salvo il caso canonico ($m = 0$), il gruppo Γ trasforma in sè il circolo k e l'area interna Ω immagine della U. Con una trasformazione lineare sulla η si può mutare k nell'*asse reale* del piano complesso ξ, ed Ω nel *semipiano positivo*; allora ogni operazione di Γ si muta in una sostituzione lineare sulla ξ, che, in quanto trasforma in sè l'asse reale ed il semipiano positivo, ha i coefficienti reali ed il modulo positivo. Se è così ricondotti ad *un gruppo discontinuo* Γ_1 *di sostituzioni lineari a coefficienti reali e determinante positivo*, cioè, secondo la denominazione di POINCARÉ, ad un *gruppo fuchsiano* [31] (di *genere p*).

Si può viceversa dimostrare che *la genesi indicata porge tutti i gruppi fuchsiani che operano in modo impropriamente discontinuo sull'asse reale* (*cerchio limite*) *e son generabili mediante un numero finito di operazioni* (*Grenzkreisgruppen*); a ciò si giunge mostrando che un gruppo fuchsiano in tali condizioni, determina, pel tramite d'un suo *campo fondamentale*, una riemanniana R che stà col gruppo nella relazione considerata [32].

---

[30] *In senso stretto*, tal nome si dà solo a quelle funzioni, che, considerate sulla R, sono *razionali*.

[31] H. POINCARÉ, *Theorie des groupes fuchsiens* [Acta Math, Bd I (1882) pp. 1-62, Oeuvres II, pp. 108-168].

[32] H. POINCARÉ, *Mémoire sur les fonctions fuchsiennes* [Acta Math, Bd I (1882) pp. 193-294, Oeuvres II, pp. 169-257] § IV. Cfr. anche FRICKE-KLEIN, loco cit. [28] Bd II_1, Cap. 1°, G. FUBINI, *Introduzione alla teoria dei gruppi discontinui*, ecc. [Pisa, Spoerri (1908)] § 44. Oltre

Digitized by Google

Sussistono poi per il gruppo Γ le seguenti espressive interpretazioni:

I. - È notorio che *il campo* Ω *del caso attuale è rappresentabile biunivocamente e conformemente sul piano iperbolico*, e che come immagini delle sostituzioni lineari (di 1ª specie) che lascian fisso k, si ottengono i *movimenti* (diretti) di quel piano. In tal guisa Γ diviene *un gruppo di movimenti del piano iperbolico*, e, nell'accezione metrico-proiettiva, *un gruppo di omografie in sè della conica assoluto* χ inducenti sul ramo reale di quella conica proiettività concordi (*omografie dirette*). Nel seguito, ove convenga, tanto il piano iperbolico π quando la regione dei punti interni a χ si considereranno come sostegni dei valori dell'uniformizzante η, e si designeranno con Ω.

Nell'occasione ricorderemo che la rappresentazione considerata muta le rette del piano iperbolico π (segmenti interni alla conica χ) nei segmenti di circolo ortogonali al circolo limite (semicerchi ortogonali all'asse reale) e viceversa.

II. - Passando mediante proiezione stereografica dal piano di k ad una sfera S (sfera complessa η) il gruppo Γ si muta in un gruppo di trasformazioni della S in sè (che indicheremo ancora con Γ) il quale resta subordinato su S da *un gruppo di omografie dello spazio* che lasciamo fisso il circolo k' immagine di k, quindi il suo polo K ch'è un punto esterno ad S. Con riferimento alla *metrica iperbolica* dello spazio che ha per *assoluto* la S si può quindi dire che Γ è indotto da *un gruppo di rotazioni intorno ad un punto ideale* K. Da ciò il nome di *Hyperbolische Rotationsgruppen* attribuito da FRIKE-KLEIN ai gruppi fuchsiani ([33]).

---

ai gruppi con cerchio limite, esistono altri gruppi fuchsiani i quali sul cerchio fondamentale (asse reale) operano in modo *propriamente discontinuo*, salvo in un gruppo di punti *isolati*, che non è denso in alcun segmento di k. Di tali gruppi (*Hauptkreisgruppen* propriamente detti 3ª, 4ª, 5ª, 7ª categoria di POINCARÉ) quest'esposizione non si occupa.

([33]) Vedi la classificazione dei gruppi discontinui privi di trasf. infinitesime a pag. 164-65, Bd I, del trattato cit. ([28]).

Digitized by Google

15. *Particolari sulle sostituzioni del gruppo* Γ. *Segnatura del gruppo.*

Il gruppo fuchsiano Γ, in quanto ammette un circolo (retta) invariante, non può contenere sostituzioni *lossodromiche.* Le sue operazioni possono quindi essere:

a) *Iperboliche.* Una sostituzione iperbolica s di Γ ha i suoi due punti uniti su k e lascia fisso il circolo c ortogonale a k determinato da quei punti. Sul piano iperbolico π la s è *una traslazione lungo una retta* c (o, il che è lo stesso, *una rotazione intorno ad un punto ideale*) cioè, con riferimento alla conica assoluto χ, un' omografia diretta subordinante sul ramo reale di χ una proiettività iperbolica: c è allora il segmento congiungente i due punti uniti.

Queste sostituzioni sono *aperiodiche*; esse provengono dalle operazioni τ del gruppo automorfo Θ di U associate (n.° 6) a cicli σ non equivalenti ad un cappio che giri (una o più volte) intorno ad un punto di diramazione.

b) *Ellittiche.* Una sostituzione ellittica s di Γ ha due punti uniti, l' uno interno, l' altro esterno a k; perciò la corrispondente τ di Θ ha un sol punto fisso sulla U. Sul piano iperbolico π queste s sono *rotazioni periodiche intorno ad un centro proprio*, cioè, con riferimento a χ omografie che subordinano sul relativo ramo reale proiettività ellittiche (periodiche).

Queste sostituzioni provengono dalle trasformazioni τ del gruppo Θ associate a *cappî* (semplici o multipli) relativi a punti di diramazione D_i *d' indice finito.* Per ogni D_i vi sono infinite τ siffatte, provenienti dagl' infiniti cappî non equivalenti; ognuna di esse ha come punto unito uno dei $\overline{D}_i$ sovrapposti a D_i, la cui immagine nel campo Ω è il punto unito della s corrispondente. Tutte le s associate ad uno stesso punto D_i ed a cappî *semplici* (cioè che girano una sola volta intorno a D_i) hanno lo stesso periodo ν_i e sono *equivalenti* (cioè trasformate una dell' altra) di fronte al gruppo Γ.

I punti del campo Ω che sono uniti per sostituzioni ellittiche di Γ si dicono i *vertici ellittici* del gruppo; essi sono gli unici punti di Ω nel cui intorno Γ opera in modo *impropriamente discontinuo.*

c) *Paraboliche.* Queste s hanno un sol punto unito appar-

Digitized by Google

tenente a k; e sul piano iperbolico son *rotazioni intorno ad un centro improprio* (omografie che subordinano sul ramo reale di χ proiettività paraboliche). Esse provengono dalle τ di Θ associate a *cappî* relativi a punti di diramazione D_i *d'indice infinito*; ad ognuno di questi punti essendo associate infinite s. Se all'universale U si aggregano quei punti limiti che son da considerarsi come sovrapposti agli attuali D_i, le loro immagini vanno a cadere sul contorno di k (34).

È importante notare che, quando manca il gruppo di diramazione, quindi η è *l'uniformizzante canonica*, Γ non contiene sostituzioni ellittiche, nè paraboliche, quindi sul piano iperbolico è *un gruppo di pure traslazioni*. Lo si dirà il *gruppo fuchsiano puro* relativo alla riemanniana R, ed alla curva associata C; estendendo la denominazione anche al caso $p = 1$, $m = 0$, di cui al n.° seg.te B).

Per indicare il tipo d'un gruppo fuchsiano, useremo della notazione $(p \mid \nu_1, \nu_2, \ldots \nu_m)$ che ne mette in vista il *genere* e gl'*indici di diramazione*, e che si dirà la *segnatura del gruppo*; scrivendo semplicemente $[p]$ se il gruppo è puro e $(\nu_1, \nu_2, \ldots \nu_m)$ se il relativo genere è zero.

16. *Casi ellittico e parabolico.*

Ecco come si caratterizzano i tipi relativi:

C) *Caso ellittico* ($H < 0$): La disuguaglianza in parentesi è soddisfatta solo per i tipi del n.° 11 (inclusi i gruppi ciclici d'ordine finito con $m = 2$, $\nu_1 = \nu_2$) cioè *quando il gruppo* Γ *è*

---

(34) Il comportamento su R della η nell'intorno d'un punto D_i con indice $\nu_i = \infty$ così si precisa: Posto che k sia il circolo $|\eta| < 1$, l'equazione d'una s parabolica che lasci fisso, k, ed abbia in $\eta = \alpha$ ($|\alpha| = 1$) il suo punto unito, è $\frac{1}{\eta' - \alpha} = \frac{1}{\eta - \alpha} + p$ con $p\alpha$ immaginario puro. Se la s è una fra quelle prodotte da un cappio *semplice* relativo a D_i, la funzione $z = e^{\left|\frac{2\pi i}{p\alpha}\right| \frac{\alpha}{\eta - \alpha}}$ è *uniforme* nell'intorno di D_i su R ed ha ivi il carattere di *variabile complessa locale*; sicchè *la* η *ha in* D_i *una diramazione logaritmica*. Dall'espressione predetta di z si deduce anche subito che ad una linea l di R la quale abbia un estremo in D_i raggiungendo quel punto in direzione qualunque, corrisponde entro k una l' la quale *tende ad* α *in direzione ortogonale a* k.

Digitized by Google

finito. Nella rappresentazione di U coi punti della sfera S (sfera complessa η) Γ resta subordinato da un gruppo finito di omografie dello spazio che lasciano fisso un punto K intorno ad S; quindi nella *metrica iperbolica* avente per assoluto la S da un *gruppo di rotazioni intorno ad un centro proprio* (*Elliptische Rotationsgruppe*). Trasportando K nel centro di S ci si riduce ad un *gruppo di rotazioni euclidee*, e Γ si identifica con uno dei *gruppi poliedrici* nella sua *forma normale.* Le sostituzioni di Γ sono *tutte ellittiche.*

I gruppi del caso attuale possono anche interpretarsi come *gruppi di movimenti d' una metrica ellittica;* quella avente per assoluto il *cono isotropo* col vertice nel centro della sfera S, che può trasportarsi per sezione ad un piano (*piano ellittico*).

B) *Caso parabolico* ($H = 1$). Per $p = 1$ si ha un unico tipo, il canonico ($m = 0$); assunto come valore eccezionale di η (punto escluso dal campo Ω) l' infinito, l' uniformizzante η è un *integrale ellittico di prima specie*, e Γ il noto gruppo di *traslazioni euclidee* caratteristico delle funzioni ellittiche. Le sue operazioni sono *tutte paraboliche.*

Per $p = 0$ una facile discussione mostra che la condizione $H = 0$ è verificata nei seguenti casi:

(12)

m	ν_1	ν_2	ν_3	ν_4
4	2	2	2	2
3	2	4	4	
3	2	3	6	
3	3	3	3	
3	2	2	∞	
2	∞	∞		

In tutti questi casi Γ è un gruppo di sostituzioni lineari che lasciano fisso un punto; postolo come prima in $\eta = \infty$ si cade sopra un *gruppo di movimenti euclidei* (*Paraboliche Rotationsgruppe*) ([35]).

([35]) Un gruppo propriamente discontinuo di sostituzioni lineari che lascino fisso il punto $\eta = \infty$ può anche contenere *similitudini euclidee*,

Digitized by Google

In dettaglio:

1) Nell' ultimo caso Γ è il *gruppo ciclico generato da una traslazione* (*Parabolische cyclische Gruppe*), cioè *il gruppo delle funzioni semplicemente periodiche;*

2) Nel penultimo Γ può generarsi mediante due rotazioni di 180° (simmetrie rispetto a due punti) e contiene come *sottogruppo invariante d' indice 2* un gruppo del tipo precedente (*Parabolische Diedergruppe*). Con una opportuna sostituzione lineare intera sulla η si può ricondursi al *gruppo delle funzioni semplicemente periodiche pari* (es. cos η).

Negli altri 4 casi Γ contiene come *sottogruppo invariante* (risp. d' indice 2, 4, 6, 3) un *gruppo puro di genere 1*, quindi le funzioni invarianti per quei gruppi Γ sono *funzioni ellittiche.*

Premessa una opportuna trasformazione lineare intera della η si ha precisamente che:

3) Il primo gruppo è quello delle *funzioni ellittiche pari*, p. es. della $p(\eta)$;

4) Il secondo gruppo è quello della $p^2(\eta)$ *armonica*;

5) Il terzo gruppo è quello della $p^3(\eta)$ *equianarmonica*;

6) Il quarto gruppo è quello della $p'(\eta)$ pure *equianarmonica.*

Le sostituzioni dei gruppi considerati sono *tutte paraboliche od ellittiche.*

17. *Gruppi e funzioni triangolari, e casi subordinati.*

Fra i gruppi fuchsiani (quì usiamo della denominazione in senso largo, comprendendo anche i casi ellittico e parabolico) particolarmente notevoli, e storicamente segnalati per primi, si presentano, dopo i *gruppi puri di genere 1*, i cosidetti *gruppi triangolari* (*Dreiecksgruppen*) cioè i *gruppi di genere zero e segnatura* (ν_1, ν_2, ν_3). Rientrano in essi il *gruppo modulare* ed i *gruppi poliedrici*; il caso generale è stato considerato da SCHWARZ

---

ma quì si presentano solo *gruppi di movimenti.* Per i gruppi pr. disc. di similitudini euclidee cfr. FUBINI, loco cit. ([32]) pag. 238, FRICKE - KLEIN, loco cit. ([28]), Bd I, pag. 234.

Digitized by Google

in una celebre memoria che segna, si può dire, il punto di partenza per la teoria delle funzioni automorfe (36).

Supposto, com'è sempre lecito previa un' opportuna sostituzione lineare, che i tre punti di diramazione cadano in $z = 0$, 1, ∞, la funzione polimorfa η della z si suole indicare con

$$\eta = s(\nu_1, \nu_2, \nu_3; z), \tag{13}$$

e dicesi " *funzione s* " o *funzione triangolare* (*Dreiecksfunction*) per un motivo che sarà meglio chiarito più avanti (37). Un' importantissima proprietà di tale η, è ch' essa *può esprimersi come il quoziente di due* (*qualunque*) *integrali particolari dell' equazione ipergeometrica*, per opportuni valori, dipendenti dai ν_i, dei parametri α, β, γ.

Per le funzioni triangolari posson presentarsi tutti e tre i casi A, B, C; il primo, naturalmente con infiniti tipi. Segnaliamo brevemente quanto v' ha di più notevole, riserbandoci di tornare in altri lavori sopra svariati casi speciali.

A. *Caso iperbolico.* Per la segnatura $(2, 3, \infty)$ la η, opportunamente *normata*, non è altro che *la funzione inversa* $\tau(J)$ (l' argomento J tien luogo di z) *della funzione modulare* $J(\tau)$; mentre nel caso della segnatura (∞, ∞, ∞), η è *l' inversa della funzione* $k^2(\tau)$ dove k è il cosidetto *modulo di* LEGENDRE. Il gruppo (∞, ∞, ∞) è contenuto come *sottogruppo* d' indice 6 nel gruppo modulare.

B. *Caso parabolico.* Si presenta per i tipi 2°, 3°, 4°, 5° della tabella (12); nei primi η è un *integrale ellittico*, nel quarto si cade sopra una *trascendente elementare* [arc cos $(2z - 1)$].

C. *Caso ellittico.* Γ è uno dei *gruppo poliedrici* [tabella (10)], e poichè la U è distesa sul piano z con un numero finito di fogli, così η è una *funzione algebrica* ad N valori di z; e la

---

(36) H. A. SCHWARZ, *Ueber diejenigen Fälle, in welchen die Gauss' sche hypergeometrische Reihe, eine algebraische Function ihren 4ten Argumentes darstellt* [Journ. für Math. Bd. 75 (1873), pp. 272-335, Ges. Math. Abh. Bd II, pp. 211-259].

(37) Nella η rimane l' indeterminazione d' una sostituzione lineare. Se le tre diramazioni anzichè in $(0, 1, \infty)$ sono in (a_1, a_2, a_3) si ha ovviamente $\eta = s\left(\nu_1, \nu_2, \nu_3; \dfrac{z - a_1}{z - a_3} \cdot \dfrac{a_2 - a_3}{a_2 - a_1}\right)$.

Digitized by Google

funzione s non è che *l' irrazionalità poliedrica* relativa al gruppo Γ. Viceversa z è funzione algebrica uniforme di η, e siccome il campo Ω è l' intero piano complesso η, così si tratta d' una *funzione razionale.*

Ecco come, rapidamente se ne precisa il significato, ricadendo su argomenti classici. Ad ogni valore di z corrispondono N valori di η (punti dell' ente razionale η) che, al variare di z, dànno su quell' ente un' involuzione — dunque una *serie lineare* g^1_N — i cui gruppi si generano applicando ai punti dell' ente stesso le N operazioni di Γ. Si tratta quindi d' una g^1_N *regolare.* Pertanto se $\varphi(\eta)$, $\psi(\eta)$ son le equazioni dei due gruppi di g^1_N corrispondenti a $z = 0$, $z = \infty$, fissato opportunamente in φ, ψ il fattore costante si avrà $z = \dfrac{\varphi(\eta)}{\psi(\eta)}$, e risolvendo rispetto ad η si otterrà la funzione s del caso.

Nell' ipotesi che, sul piano z, le diramazioni siano in 0, 1, ∞, il gruppo di g^1_N corrispondente a $z = 0$ è costituito da $\dfrac{N}{\nu_1}$ punti ν_1 — pli, quello corrispondente a $z = 1$ da $\dfrac{N}{\nu_2}$ punti ν_2 — pli, ecc., onde si ha $\varphi(\eta) = F_1^{\nu_1}(\eta)$, $\psi(\eta) = F_3^{\nu_3}(\eta)$, $\varphi(\eta) - \psi(\eta) = F_2^{\nu_2}(\eta)$, cioè

$$z : z - 1 : 1 = F_1^{\nu_1} : F_2^{\nu_2} : F_3^{\nu_3} , \tag{14}$$

essendo F_i un polinomio d' ordine $\dfrac{N}{\nu_i}$. E si ritrovano, strutturalmente, le note formule di KLEIN ([38]).

18. *Le sostituzioni permutabili col gruppo* Γ *come immagini di trasformazioni ed antibirazionali della curva* C *in sè.*

Suppongasi che esista una sostituzione lineare S non appartenente a Γ e *permutabile col gruppo* stesso. Con ciò intendiamo di dire che se Γ_1 è un' operazione qualunque di Γ, anche la sua trasformata $\Gamma_2 = S\,\Gamma_1\,S^{-1}$ è un' operazione di Γ.

Mediante la S due punti *equivalenti* rispetto a Γ (ad es. corrispondenti in Γ_1) son trasformati in due punti pure equiva-

([38]) F. KLEIN, *Vorlesungen über das Ikosaeder* [Liepzig, Teubner (1884)], § 14.

Digitized by Google

lenti (corrisp. in Γ_2) quindi ogni *sistema completo di punti equivalenti* si muta in un sistema analogo. Ma ad ogni sistema completo corrisponde un punto della riemanniana R, dunque S è l'immagine d'una trasformazione puntuale, biunivoca, s, della R in sè.

Questa s è d'altronde, come la S, *conforme*; quindi è una *trasformazione birazionale od autibirazionale* a seconda che S è di 1ª o di 2ª specie.

Naturalmente alla S può sostituirsi una qualunque delle $S\gamma$ o γS, γ essendo un'operazione di Γ.

Nel caso della rappresentazione canonica, cioè quando Γ *è un gruppo puro, l'osservazione s'inverte senza restrizioni;* vale a dire ogni trasformazione birazionale od autibirazionale s di C in se stessa può rappresentarsi nel campo Ω mediante una S permutabile con Γ.

Siano, sulla riemanniana R, P, P′ due punti associati dalla s, e si dicano $\overline{P}$, $\overline{P'}$ due punti dell'universale U ad essi sovrapposti ma per il resto comunque scelti. Si vuol provare che $\overline{P}$, $\overline{P'}$ si corrispondono in una trasformazione biunivoca, conforme $\overline{s}$, della U in sè, avente per immagine la s.

Tutto si riduce a far vedere che quando $\overline{P}$ descrive su U un cammino chiuso $\overline{\sigma}$, e si fa variare $\overline{P'}$ in modo continuo restando sempre sovrapposto all'omologo di P in s, anche $\overline{P'}$ descrive un cammino chiuso.

E perciò basta ricordare che l'immagine σ di $\overline{\sigma}$ su R è equivalente a zero (n.º 7), tenendo presente che s trasforma σ in un cammino σ' pure equivalente a zero.

Dopo ciò non resta che trasportare la $\overline{s}$ da U al campo Ω per ottenere la S voluta.

Si vede poi subito *sotto quali condizioni la conclusione è trasportabile al caso generale in cui* Γ *non è puro*, cioè l'uniformizzante η è diramata sulla R. Basta riprendere la S precedente, e notare che essa, in quanto permutabile con Γ, dovrà trasformarne ogni operazione ellittica in un'operazione ellittica collo stesso periodo, quindi *mutare in sè il sistema dei vertici di* Γ *associando vertici dello stesso indice.* E poichè inoltre anche l'insieme delle sostituzioni *paraboliche* di Γ dev'esser trasformato in sè da S, così si conclude che *la s dovrà trasformare in sè il*

Digitized by Google

gruppo di diramazione associando punti del medesimo indice. La *sufficienza* di tal condizione si stabilisce poi con un facile ragionamento, analogo al precedente.

Aggiungiamo alcune osservazioni di qualche interesse, e di varia portata applicativa:

Suppongasi che la s abbia, su R, un punto unito P distinto dai punti di diramazione D_i, e sia P_1 una delle sue immagini in Ω. Allora fra le immagini di s ve n'ha certo una (e, come si vede facilmente, una sola) S, per cui P_1 è punto unito; ed invero una, generica, fra quelle immagini dovrà mutare P_1 in un punto P_1' equivalente rispetto a Γ, onde basterà moltiplicarla per l'inversa dell'operazione di Γ che muta P_1 in P_1' per ottenere la S voluta.

Da ciò le seguenti conseguenze:

a) *La s è birazionale*, quindi S, essendo di 1ª specie, è una sostituzione ellittica col punto unito P_1 nel campo Ω. Allora, se p è il periodo di s ([39]), sarà $s^p = 1$, quindi S^p, ch'è associata ad s^p dovrà essere un'operazione di Γ col punto unito P_1; ma P_1 è distinto dai vertici ellittici di Γ, quindi $S^p = 1$. Pertanto nella rappresentazione sul piano iperbolico, S è una *rotazione d'ampiezza* $\frac{2k\pi}{p}$ *intorno al punto* P_1, p essendo il periodo di s, e k un intero primo con p.

La *periodicità* di S, quindi di s, può, per $p > 1$, venir dimostrata direttamente, senz'appoggio a teoremi di geometria sopra una curva, col seguente ragionamento ([40]): Se la S fosse aperiodica si potrebbe trovarne una potenza S^h prossima quanto

---

([39]) Si vede subito che una s nelle condizioni considerate è periodica anche per $p = 0, 1$, per quanto i relativi casi non abbiano interesse.

([40]) Che, salvo gli adattamenti del caso, è dovuto a POINCARÉ e, opportunamente completato, serve all'A., per dimostrare il teorema di SCHWARZ - KLEIN relativo all'impossibilità dell'esistenza di infinite trasformazioni birazionali in sè, per una curva di genere > 1. Vedi la Memoria *Sur un théorème de M. Fuchs* [Acta Math., Bd 7 (1885) pp. 1-32], pag. 16-19, o l'esposizione, a quella informata, del libro di WEYL, cit. ([12]) § 21. Appunto nella citata Memoria di POINCARÉ è segnalata, *per il caso dei gruppi puri e delle s birazionali*, la relazione tra le s e le S quì considerata e in varî punti completata.

Digitized by Google

si vuole all'identità; ed allora in tali condizioni si troverebbe anche la $V = S^h T S^{-h} T^{-1}$, T essendo un'operazione qualunque di Γ. Ma V appartiene a Γ perchè così è di $S^h T S^{-h}$ (in quanto, come S, anche S^h è permutabile con Γ) e di T^{-1}, e siccome Γ *non contiene trasformazioni infinitesime*, così $V = 1$, quindi S^h e T sono permutabili. Segue che ciascuna dovrebbe mutare in sè i punti uniti dell'altra appartenenti al campo Ω o al suo contorno; onde T non potrebbe essere nè ellittica, perchè dovrebbe lasciar fisso P_1, mentre P_1 non è un vertice ellittico di Γ, nè parabolica perchè il suo punto unito appartenente al cerchio limite k dovrebbe esser fisso per S^h, mentre S^h essendo ellittica non ha punti uniti su k. Infine T non potrebbe neppur essere iperbolica, perchè la S^h dovrebbe scambiar tra di loro i suoi punti uniti, e quindi (come si vede subito con riferimento all'interpretazione metrico proiettiva) sarebbe involutoria, il che contraddice alla supposta aperiodicità di S.

b) *La s è una simmetria* dotata di punti uniti, (quindi sopra un particolare modello di C il *coniugio*) e P un punto d'una, λ, fra le *linee unite* di *s* su R, immagini dei *rami reali* di quella C. Poichè $s^2 = 1$, si vede come prima che anche S^2 (ch'è di 1ª specie) è identica; quindi sul piano iperbolico la S (in quanto movimento di 2ª specie involutorio) è un *ribaltamento intorno ad una retta l per* P_1. I punti di *l* sono immagini di quelli di λ; in modo preciso ogni punto di λ ha infinite immagini su *l* deducibili successivamente da una qualunque tra esse mediante una *traslazione di asse l* che appartiene a Γ. La sostituzione corrispondente sulla η è quella prodotta da una *circolazione* lungo λ.

Si osserverà che, a motivo della permutabilità di S con Γ, se due punti P, Q sono equivalenti rispetto a Γ, lo sono anche i loro simmetrici rispetto alla *l*.

Nella rappresentazione entro il circolo *k*, *l* è un circolo ortogonale a *k*, ed S *l'inversione* relativa.

Digitized by Google

§ 5. - Poligoni fondamentali. Loro proprietà e tipi speciali notevoli.

19. *Genesi dei poligoni fondamentali a partire dalla riemanniana. I. Caso dei gruppi puri.*

La nozione di *campo fondamentale* d' un gruppo di sostituzioni lineari propriamente discontinuo, è a tutti famigliare.

Quì considereremo campi fondamentali K costituiti da *un' unica regione connessa* del campo Ω. Perchè una tal regione abbia il carattere di campo fondamentale, occorre e basta che due suoi punti interni non siano mai equivalenti rispetto a Γ, mentre ogni punto di Ω è equivalente ad un punto interno alla regione stessa o ad almeno due punti del suo contorno.

Alla costruzione di campi siffatti si perviene in modo semplice ed espressivo partendo dalla riemanniana R, che, dapprima, supporremo priva di diramazioni, e di genere $p > 0$.

Si immagini segnato sulla R un *complesso* L costituito dai punti $E_1, E_2, \ldots, E_v$ (*vertici*) e dalle linee $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_s$ (*lati*) soddisfacente alle condizioni seguenti:

a) Ogni lato contiene due vertici che ne sono gli *estremi*, e *che possono anche coincidere*;

b) Ogni vertice è comune ad almeno due lati (distinti);

c) La superficie R' dedotta da R tagliandola lungo le linee del complesso è *semplicemente connessa.*

In forza della *c*) la R col complesso L si può risguardare come un unico poligono con v vertici ed s lati, quindi per la *formula di Eulero generalizzata* si ha $1 + v - s = 2 - 2p$, ossia

$$s - v + 1 = 2p \,. \tag{15}$$

Fissiamo poi in R il solito punto O, fuori di L, e su ciascun lato λ_i un bordo positivo ed un bordo negativo. Si costruisce subito, analogamente al n.° 2, un cammino chiuso γ_i relativo ad O che incontra il complesso L solo in un punto P_i del lato λ_i attraversando quel lato in senso positivo; ed è chiaro che due γ_i siffatti relativi allo stesso λ_i son tra di loro equivalenti.

Ma di più è importante notare che *il ciclo* γ_i *non può essere*

Digitized by Google

equivalente a zero. Ciò è ovvio se γ_i non è omologo a zero, mentre quando γ_i è omologo a zero si consegue attraverso ad un ragionamento, che, per non intralciare l'attuale esposizione, abbiamo consegnato in una nota finale.

Sia ora O_1 uno dei punti del campo Ω immagini di O, relativo ad un valore η_1 dell'uniformizzante η in O, o, se si vuole, associato ad un punto (σ, O) dell'universale U sovrapposto ad O. Se P è un altro punto di R, si consideri un cammino l da O a P che non incontri il complesso L, ovvero, se P appartiene ad L, che lo incontri solo in P, e sia $\overline{\eta}$ il valore di η dedotto da η_1 percorrendo l. È facile vedere che l'insieme K dei punti $\overline{\eta}$ di Ω, che son poi quelli associati ai punti $(\sigma + l, P)$ dell'universale U è un *campo fondamentale* per il gruppo Γ.

Difatti ogni punto P della R ha un rappresentante in K onde ogni punto di Ω è equivalente ad almeno un punto di K. Ma d'altra parte due punti interni a K non possono essere equivalenti, perchè dovrebbero provenire dallo stesso punto P di R e da due diversi cammini l, l' non incontranti l; mentre due cammini siffatti conducono in P collo stesso valore $\overline{\eta}$ di η, poichè, in forza di *c*) il ciclo $l - l'$ è equivalente a zero.

Restano da considerare i punti del *contorno* di K, cioè quelli dedotti, col procedimento indicato, dai punti P delle linee λ_i. Atteso che, come si è detto, il ciclo γ_i non è equivalente a zero, è chiaro che, se P non è un vertice di L, da O a P si possono tracciare due e due soli cammini l, l' *essenzialmente distinti* (cioè tali che $l - l'$ non è equivalente a zero) i quali raggiungono P da bande opposte del lato γ_i; e quindi che P ha, sul contorno di K, *due* immagini distinte, associate ai punti $(\sigma + l, P)$ $(\sigma + l', P)$ dell'universale U.

Ove poi si tenga conto, che, per essere $l - l' \equiv \gamma_i$, quindi $l \equiv \gamma_i + l'$, il punto $(\sigma + l, P) = (\sigma + \gamma_i + l', P)$ è il corrispondente di $(\sigma + l', P)$ nella *trasformazione di ricoprimento* τ_i associata al ciclo $\sigma + \gamma_i - \sigma$ (n.° 6) (41), ne risulta che al lato λ_i corrispondono due seguenti l_i^+, l_i^- del contorno di K trasformati uno nell'altro dalla sostituzione S_i di Γ associata a τ_i; avendosi

(41) Senza pregiudizî essenziali si può supporre $\sigma \equiv 0$ quindi sopprimere dovunque il σ.

Digitized by Google

in modo preciso $l_i^* = S_i(l_i^*)$. Con ciò, e coll'aggiunta di quello che diremo al n.° seguente circa i vertici, resta acquisito a K il carattere di *campo fondamentale*; e si vede che tal campo, è *un poligono semplicemente connesso di 2 s lati* (in generale *curvilinei*, anche con riferimento alla metrica di Ω) associati a due a due da s operazioni $S_1, S_2, \ldots, S_s$ del gruppo Γ (e dalle loro inverse). Per una ragione che sarà chiarita tra poco, le $S_1, S_2, \ldots, S_s$ si dicono le *operazioni generatrici* di Γ relative al poligono fondamentale K.

Di poligoni come K se ne possono costruire tanti quante sono le immagini di O in Ω; il loro insieme fornisce una *rete di campi fondamentali* che ricopre per intero quel campo senza lacune nè sovrapposizioni. Circa il collegamento di quei poligoni lungo i rispettivi lati si posson ripetere, cogli opportuni adattamenti, le osservazioni del n.° 5.

È poi chiaro che i poligoni della rete si deducono tutti da uno qualunque tra essi mediante le operazioni S di Γ; e che le operazioni generatrici relative al poligono S(K) son le trasformate di quelle relative a K mediante la sostituzione S.

Infine è pur evidente che *di fronte alla metrica* (iperbolica, ellittica o parabolica) *di* Ω *due poligoni fondamentali d'una stessa rete sono figure congruenti.*

20. *Comportamento nei vertici. Sostituzioni generatrici.*

Considerazioni assai semplici mostrano ancora che ad un vertice E di L nel quale concorrano μ lati (contandosi per due ogni lato che abbia in E entrambi gli estremi) corrispondono μ punti del contorno di K che si dicono *vertici* di quel poligono. Si dice inoltre che quei vertici costituiscono un *ciclo*; quindi K ha $2s$ vertici distribuiti in v cicli, i numeri s, v, p essendo legati dalla (15).

Supposto per fissar le idee che circolando intorno ad E in un verso, si incontrino ordinatamente, con attraversamenti positivi, i lati $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_\mu$, i vertici predetti saranno quelli comuni alle coppie di lati $(l_1^* \; l_2^*)\; (l_2^* \; l_3^*), \ldots, (l_\mu^* \; l_1^*)$.

Da tali relazioni si deduce, pur senza difficoltà, che per determinare il ciclo a cui appartiene un fissato vertice V di K si dovrà partire da uno dei due lati di K concorrenti in V, sia

Digitized by Google

p. es. a_1, passare al lato equivalente a_1' sul quale si avrà un primo vertice V' equivalente a V, indi da a_1' all' altro lato (contiguo) a_2 concorrente in V', da a_2 al lato equivalente a_2' che conterrà un secondo vertice V'' equivalente a V, da a_2' al lato contiguo a_3, ... e così via fino a ritornare in V. Regola ben nota e di uso frequente.

I vertici del nostro poligono K diconsi *vertici accidentali*, per distinguerli dai *vertici essenziali*, che, come si vedrà, intervengono nel caso di diramazioni (gruppi non puri). Tra i vertici accidentali si diranno poi *fittizî*, perchè facilmente eliminabili, quelli che provengono da vertici E di L comuni a due soli lati (necessariamente distinti) del complesso. È chiaro che un vertice fittizio V comune ai due lati a, b di K forma ciclo con un (solo) altro vertice V' comune ai lati a', b', e che le sostituzioni generatrici relative alle coppie aa', bb' coincidono; onde V, V' possono, ove si creda, venir soppressi (in quanto vertici) fondendo in un solo i due lati a, b e, del pari, a', b'. Ciò equivale a sopprimere nel complesso L il vertice E fondendo in uno solo i lati che vi fan capo.

Se infine si osserva che ai μ angoli $\lambda_1\widehat{\lambda_2}$, ... ecc. formati su R dalle coppie consecutive di lati concorrenti in E corrispondono gli angoli interni $l_1\widehat{l_2}$, ... ecc. del poligono K, coi vertici nei punti del ciclo corrispondente ad E, e si ricorda che la rappresentazione di R su Ω è conforme, si perviene a concludere che *la somma degli angoli del poligono* K *nei vertici* (*accidentali*) *d' uno stesso ciclo è uguale a* 2π. La somma totale degli angoli di K è pertanto $2\pi v = 2\pi(s - 2p + 1)$.

Riprendiamo a considerare le sostituzioni S_1, S_2, ... S_s che al n.° prec. abbiam chiamate *generatrici* del gruppo Γ. La denominazione è giustificata da ciò che ogni operazione di Γ è esprimibile mediante le S_i; il che può stabilirsi sia restando nel campo Ω del gruppo, in base al fatto che ogni punto di quel campo appartiene ad un poligono K' equivalente a K, e che si può passare da K a K' mediante una *catena* costituita da un numero finito di poligoni (42),

(42) Per maggiori dettagli, anche sul seguito di questo n.° cfr. POINCARÉ, loco cit. (31) § III, IV, X, FRICKE - KLEIN, loco cit. (28) Bd I, Cap. 3° § 7, 8.

Digitized by Google

quanto ritornando alla R. Ivi la conclusione si trae da ciò che ogni cammino chiuso (relativo ad O) è equivalente ad una successione di cammini γ_i, che si dimostra come al n.° 1.

Le sostituzioni S_i son vincolate da un certo numero di relazioni (*identità fondamentali*) che possono dedursi, analogamente al n.° 2, dalla considerazione dei cappî di origine O che circondano i varî vertici E_h del complesso L. Ognuno di questi cappî è equivalente a zero, quindi ad esso è associata la sostituzione identica; d'altra parte la sostituzione stessa, è eguale al prodotto delle S_i relative ai lati λ_i attraversati dal cappio nel suo giro intorno al vertice E_h.

Allo stesso risultato si giunge partendo da un punto O_1 interno al poligono K e descrivendo un cappio circondante uno dei vertici V del ciclo associato ad E_h. Intorno a quel vertice si aggruppano μ poligoni fondamentali; e se, nell'ordine circolare legato al percorso del cappio, il primo poligono K_1 si ottiene da K colla sostituzione S_1, il secondo si otterrà da K_1 con una delle $S_1\ S_r\ S_1^{-1}$ (n.° prec.), quindi da K colla $S_1\ S_r\ S_1^{-1}\ S_1 = S_1\ S_r$ il terzo deriverà, sempre da K, colla $S_1\ S_r\ S_t$, ... ed infine il $\mu + 1$ — esimo, cioè di nuovo K, colla $S_1\ S_r\ S_t \ldots S_l$. Sarà pertanto $S_1\ S_r\ S_t \ldots S_l = 1$.

Il fatto che ogni altra relazione fra le S, è, nel senso del n.° 3, *conseguenza* di quelle così stabilite, si riduce a ciò che ogni cammino chiuso di Ω è quivalente ad una successione di cappî circondanti i vertici della rete costituita dai poligoni fondamentali.

21. *Genesi dei poligoni fondamentali. II. Caso generale.*

Andiamo ora al caso in cui l'uniformizzante η è diramata sulla R, nel solito gruppo Δ di punti D_i, comprendendo anche il caso $p = 0$, escluso al n.° 19.

Supponiamo come prima tracciato sulla R il complesso L, ma colla condizione di *includere tra i suoi vertici i punti* D_i senza però che a questi sia richiesto d'appartenere necessariamente come estremi a più d'un lato di L; ferme restando per il rimanente le condizioni *a*), *b*), *c*). Un vertice D_i che sia *estremo d'un sol lato* λ_i si dirà *isolato*, e quel lato si dirà un *lato libero* di L.

Digitized by Google

Anzitutto se il complesso L ha v vertici $E_1, E_2, \ldots E_v$ distinti dai D_i, si ha in luogo della (15) la relazione

$$s - v - m + 1 = 2p \; ; \tag{15'}$$

poi, se, come al n.° 19 si definiscono i cicli γ_i, sussiste ancora, con riferimento al gruppo fondamentale $\bar{G}$ della R diramata ai posti D_i, la proprietà che *nessuno dei cicli* γ_i *è equivalente a zero.* Ecco com' essa può stabilirsi:

Si osservi anzitutto che sopprimendo un lato libero su cui sia D il vertice isolato, resta un complesso L' dello stesso tipo di L. Dopo ciò potrà darsi che l' altro estremo del lato soppresso resti pure isolato; allora si sopprimerà un secondo lato rimasto libero, e così via. Procedendo il tal guisa alla soppressione dei lati liberi, si finirà col cadere sopra un complesso $\bar{L}$ del tipo considerato al n.° 19; ma per i cicli γ_i relativi ai suoi lati la proprietà affermata è vera di fronte al gruppo G della riemanniana non diramata, quindi lo è " a fortiori „ di fronte a $\bar{G}$.

Restano i cicli γ_i relativi ai lati λ_i soppressi. Ma poichè ognuno di tali lati fa parte d' una *catena*, per dir così, *sciolta*, che termina con un vertice isolato, così quei γ_i sono equivalenti a somme di cappî circondanti quei vertici D_i della catena che s' incontrano percorrendola (verso l' estremo isolato) a partire da un punto di λ_i; onde neppure tali γ_i posson risultare equivalenti a zero.

Dopo ciò la genesi dei poligoni fondamentali K avviene come precedentemente, e porta alle conclusioni seguenti:

a) K è un *poligono semplicemente connesso di* $2s$ *lati*, associati a due a due da operazioni di Γ (*generatrici* relative a K), quindi, di fronte alla metrica di Ω, *congruenti*;

b) I vertici di K si distribuiscono in $v + m$ cicli; di essi v son formati da vertici provenienti dai punti E_i che si dicono *accidentali*, gli altri da vertici, provenienti dai punti D_i, che si dicono *essenziali*;

c) La somma degli angoli (interni) di K nei vertici d' un ciclo del primo tipo, è eguale a 2π; mentre per un ciclo del secondo tipo è $\frac{2\pi}{\nu_i}$. Aggiungasi che, $\nu_i = \infty$ (nel qual caso quella somma è nulla) i vertici del ciclo cadono sul cerchio li-

Digitized by Google

mite k, ed i due lati che concorrono in un vertice lo raggiungono in *direzione ortogonale a* k [43] (sul piano iperbolico tendono all'infinito ed hanno uno stesso asintoto).

d) La somma α degli angoli di K è $2\pi v + \sum_{i=1}^{m} \frac{2\pi}{\nu_i}$. Poichè, come si vedrà, esistono sempre poligoni fondamentali i cui lati, nella metrica di Ω, sono *rettilinei*, così quella somma dovrà risultare $\lesseqgtr 2\pi(s-1)$ a seconda che la metrica di Ω è iperbolica, parabolica, od ellitica. E ciò effettivamente si verifica, perchè le alternative $\alpha \lesseqgtr 2\pi(s-1)$ equivalgono, in forza della (15') alle $H \gtreqless 0$ del n.° 13, delle quali resta così messo in vista il significato geometrico;

e) Se D (d'indice ν) è un *vertice isolato* di L, estremo del lato libero λ, il corrispondente ciclo *consta di un solo elemento* V. I due lati l', l'' di K concorrenti in V formano angolo di $\frac{2\pi}{\nu}$ e son trasformati uno nell'altro da una sostituzione ellittica di periodo ν, o parabolica ($\nu = \infty$), associata (n.° 15) al cappio semplice circondante D che ha per direttrice una linea non incontrante L. Più in generale tutti i vertici del ciclo corrispondente ad un punto D_i sono assieme ellittici o parabolici, e le sostituzioni relative son quelle associate ai cappî aventi per direttrici i cammini essenzialmente distinti tracciati da O a D_i senza incontrare L;

f) Le sostituzioni generatrici S_i relative a K son legate da un certo numero di relazioni (*identità fondamentali*) che si posson ricavare (cfr. n.° prec.) ricorrendo ai cappî di origine O circondanti i punti E_h, a cui si aggiungano i *cappî completi* circondanti i punti D_i d'indice finito. Nel campo Ω la genesi delle relazioni stesse mediante i cammini che circondano i vertici V di K è ancora quella del n.° prec.

L'aver assunto quale punto di partenza per la genesi dei poligoni fondamentali la riemanniana R, è strettamente rispondente al nostro piano espositivo, ma non ha alcun carattere di

---

[43] Cfr. la nota [34]. Quì si lasciano da parte i due ultimi casì della tabella (12) (gli unici in cui esistendo diramazioni d'indice ∞ non ha luogo il caso iperbolico) che non hanno interesse.

Digitized by Google

necessità; chè ai poligoni stessi si può anche pervenire direttamente partendo dal gruppo Γ (cfr. n.° 25). Viceversa a sua volta *il poligono fondamentale* K *individua il gruppo*, bastando perciò che si tratti d'un poligono con un numero pari di lati due a due congruenti (nella solita metrica) e che la somma degli angoli nei vertici d'uno stesso ciclo sia una parte aliquota di 2π (colle debite avvertenze se quella somma è zero). A tal conclusione fondamentale si perviene essenzialmente in base al fatto che un tale K individua una rete poligoni analoghi, ad esso congruenti, la quale ricopre per intero il campo Ω senza lacune nè sovrapposizioni (44).

22. *Poligoni canonici.*

Come al n.° 8 si traccino per un punto Q della R le $2p$ retrosezioni γ_i, δ_i e gli m cammini τ_i dal punto Q ai punti D_i. I poligoni fondamentali K generati a partire da un tal complesso Γ, diconsi, con FRICKE, *canonici.*

Dalle proprietà segnalate al n.° prec., tenendo conto che i vertici D_i sono ora tutti isolati, ed i lati τ_i liberi, risulta subito che:

Un poligono canonico K ha $4p + 2m$ lati, ed $m + 1$ cicli di vertici. Uno di questi consta di $4p + m$ vertici associati a Q, gli altri son costituiti ciascuno da un sol vertice V_i associato a D_i.

I vertici V_i sono ellittici o parabolici, ed i due lati c_i^-, c_i^+ concorrenti in V_i (immagini di τ_i) son mutati uno nell'altro da una sostituzione T_i ellittica (col periodo ν_i) o parabolica; quindi l'angolo del poligono K col vertice in V_i è eguale a $\frac{2\pi}{\nu_i}$.

I due cicli γ_i, δ_i dànno origine a quattro lati c_i^+, c_i^-, d_i^+, d_i^-, che, percorrendo in verso opportuno il perimetro di K (e ferme restando, circa i bordi di γ_i, δ_i le convenzioni dei n.i 2. 8)

---

(44) Per i particolari vedi POINCARÉ, loco cit. (31), § VI, FRICKE-KLEIN, loco cit. (28) Bd II, pag. 54. In entrambe le trattazioni è considerato contemporaneamente il caso dei gruppi fuchsiani per cui k non è cerchio limite (*Hauptkreisgruppen*).

Digitized by Google

s' incontrano nell' ordine $c_i^+ \; d_i^- \; c_i^- \; d_i^+$ e sono accoppiati da due sostituzioni U_i, V_i nel modo indicato dalla figura.

Tra due quaderne siffatte si possono intercalare una o più coppie $e_i^- \; e_i^+$; tracciando opportunamente le linee τ_i si può supporre che quelle coppie sian tutte consecutive, ed intercalate d_{2p}^+ e c_1^+ nell' ordine $e_1^+ \; e_1^- \ldots . e_m^+ \; e_m^-$. Allora le *relazioni fondamentali tra le generatrici* relative a K sono

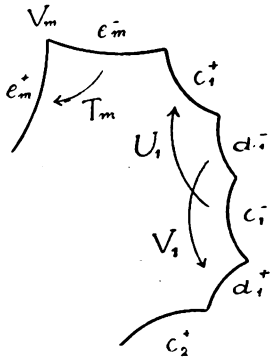


Fig. 1

$$V_p \, U_p \, V_p^{-1} \, U_p^{-1} \ldots .$$

$$(16) \quad \ldots . \, V_1 \, U_1 \, V_1^{-1} \, U_1^{-1} \, T_m^{-1} \ldots . \, T_2^{-1} \, T_1^{-1} = 1$$

$$T_1^{\nu_1} = 1 \, , \; T_2^{\nu_2} = 1 \, , \ldots . \, , \; T_m^{\nu_m} = 1 \, ,$$

mancando nel secondo gruppo quelle corrispondenti ai ν_i infiniti (45).

Quando Γ è un *gruppo puro* il poligono K ha $4p$ lati ed un solo ciclo di vertici accidentali.

Fermiamo infine un po' l' attenzione sulla *natura dei lati* del nostro poligono. In quanto il loro andamento dipende da quello delle linee γ_i, δ_i, τ_i, è chiaro che, di fronte alla metrica di Ω essi saranno in generale *curvilinei,* e non avranno forma prestabilita, nel senso che questa forma potrà, entro certi limiti, farsi variare, assoggettando il complesso L ad una variazione continua, il che corrisponde ad effettuare sul poligono K uno dei così detti *cambiamenti leciti* (46).

---

(45) La prima delle (16) corrisponde esattamente alla (6) del n.° 8 dalla quale si deduce sostituendo alle A_i, B_i, S_i, le U_i^{-1}, V_i^{-1}, T_i^{-1}. Si tenga in proposito presente che, a norma delle nostre convenzioni, l' isomorfismo tra Γ e il gruppo fondamentale G è *sghembo*, perchè è oloedrico quello tra Γ e Θ.

(46) Ricordiamo che per *cambiamento lecito* (*erläubte Abänderung*) s' intende l' operazione che consiste nell' *aggiungere* ad un campo fondamentale K un area H di Ω che non contenga coppie di punti equivalenti, *sopprimendo* contemporaneamente in K l' insieme H' dei punti equivalenti a quelli di H (coi debiti riguardi ai contorni). *Se* H *è semplicemente connessa e contigua esternamente a* K, *il nuovo campo* $K + H - H'$ *è ancora semplicemente connesso.*

Digitized by Google

In particolare si potrà sostituire ad un lato di K, p. es. a c_i^+ il *segmento rettilineo* che ne congiunge gli estremi; allora il suo trasformato mediante U_i^{-1} sarà ancora un *segmento rettilineo congruente* al primo (perchè U_i è un *movimento*): e se quei due segmenti non incontrano gli altri lati di K si avrà un nuovo poligono fondamentale con *due lati rettilinei* al posto di c_i^+, c_i^-, corrispondenti ad una nuova posizione di δ_i che può dedursi per continuità dalla prima.

Da ciò si è indotti a prevedere che, in tal guisa, K possa trasformarsi in un *poligono a lati rettilinei;* ma a confermare una tal previsione si richiede una più approfondita analisi, atta a mostrare che, nel passaggio, non si introducono *intrecci* fra i lati, ed inoltre, che come interessa, il nuovo poligono risulta *convesso*, cioè ha gli angoli interni tutti minori di π.

E l'analisi conferma la previsione, portando in modo preciso a concludere, che, *mediante trasformazioni le quali equivalgono ad una deformazione non essenziale del complesso* L, *un poligono canonico* K *può ridursi ad un poligono dello stesso tipo a lati rettilinei e convesso* ([47]).

Questo, nel caso dei gruppi puri di genere 1, è il solito *parallelogrammo dei periodi.*

23. *Poligoni tipici per i gruppi di genere zero.*

Nel caso del genere zero, un tipo assai semplice e notevole di poligoni fondamentali, la cui considerazione ricorre sistematicamente nello studio dei gruppi relativi, si ottiene formando il complesso L mediante gli m vertici D_i (del piano complesso z) ed $m-1$ lati $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_{m-1}$ che li colleghino *in un ordine assegnato*, p. es. nell'ordine $D_1, D_2, \ldots, D_m$ ($m=5$ nella figura), intendendosi che τ_1 colleghi D_1 con D_2, τ_2 colleghi D_2 con D_3, ecc. In generale si suppone che i lati τ_i siano linee analitiche,

---

([47]) Vedi FRICKE - KLEIN, loco cit. ([28]) Bd I, pag. 319. Per *deformazione non essenziale* intendiamo una siffatta per cui i γ_i, δ_i vengano sostituiti da *cicli* risp. *omologhi* uscenti da uno stesso punto Q_1 (talche il sistema di retrosezioni sostanzialmente non cambia) e l'ordine di successione dei lati γ_i, δ_i, τ_i intorno a Q si mantenga nel passaggio a Q_1.

Digitized by Google

dotate in ogni punto di tangente variabile con continuità; naturalmente i due lati concorrenti in un vertice potranno formare

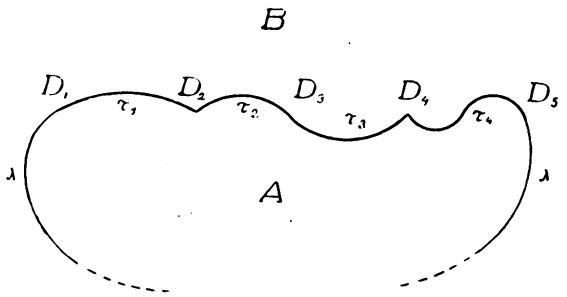


Fig. 2

ivi un angolo qualunque. Il cammino $\tau_1 + \tau_2 + \ldots + \tau_{m-1}$ risultante dalla successione dei lati s'indicherà con τ.

Manifestamente il complesso L ha due vertici isolati D_1, D_m e due lati liberi τ_1, τ_{m-1}; ed il relativo poligono K che diremo un *poligono tipico* (48) ha $2(m-1)$ lati e_i^-, e_i^+ due a due equivalenti ed altrettanti vertici ripartiti in m cicli, ciascuno di due

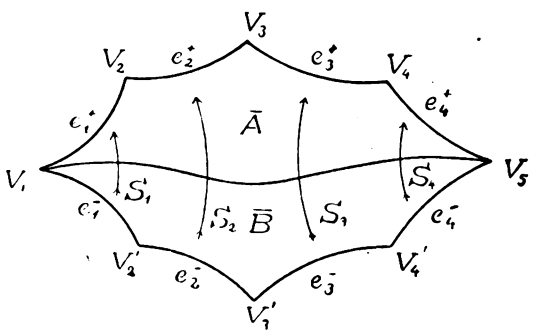


Fig. 3

vertici V_i, V_i' (immagini di D_i), meno il primo e l'ultimo che son cicli d'un sol vertice.

Gli angoli di K in V_1, V_m son risp. eguali a $\frac{2\pi}{\nu_1}$, $\frac{2\pi}{\nu_m}$,

(48) Non v'ha, nella letteratura dell'argomento, un nome speciale per questi poligoni. Nel trattato di FRICKE-KLEIN son chiamati *Doppel-n-ecke* con allusione allo sdoppiamento di cui sotto si discorre.

Digitized by Google

mentre la somma degli angoli in V_i, V_i' vale $\frac{2\pi}{\nu_i}$; se si suppone che la linea τ non presenti in D_i un punto angoloso, allora gli angoli in V_i, V_i' sono eguali tra di loro, e quindi ciascuno di essi vale $\frac{\pi}{\nu_i}$.

L'accoppiamento dei lati di K è quello indicato dalla figura; e le sostituzioni generatrici $S_1, S_2, \ldots, S_{m-1}$ son legate dalle relazioni

$$(17)\quad S_1^{\nu_1} = 1 \quad (S_2\, S_1^{-1})^{\nu_2} = 1\,, \quad (S_3\, S_2^{-1})^{\nu_3} = 1\,, \quad \ldots\,, \quad S_{m-1}^{\nu_m} = 1\,,$$

che si deducono facilmente, sia dal poligono K, come dal piano z, tenendo conto che, fissato il solito punto O, la S_i è associata ad un ciclo γ_i relativo ad O che attraversa τ_i in senso positivo, e non incontra altrove τ.

Immaginiamo ora di congiungere il punto D_m col punto D_1 mediante una linea λ priva di nodi e non intersecante τ, di guisa che dalla linea chiusa $\tau + \lambda$ il piano z (sfera complessa) resti diviso in due regioni semplicemente connesse A, B. È chiaro che a λ corrisponderà in K una linea l congiungente V_1 con V_m e suddividente K in due parti semplicemente connesse $\bar{A}$, $\bar{B}$; anzi se la linea $\tau + \lambda$ non ha punti angolosi nei D_i, la l dividerà ciascuno degli angoli $\widehat{V}_1$, $\widehat{V}_m$ per metà, ed $\bar{A}$, $\bar{B}$ saranno *poligoni di m lati cogli angoli ordinatamente eguali a* $\frac{\pi}{\nu_1}, \frac{\pi}{\nu_2}, \ldots, \frac{\pi}{\nu_m}$.

È chiaro però che, sempre con riferimento alla metrica di Ω, *quei lati saranno in generale curvilinei*, onde in proposito ha luogo a porsi una questione analoga a quella del n.° precedente. Anche ad essa ha risposto il FRICKE (49), mostrando che *per ogni assegnato ordinamento dei punti* $D_1, D_2, \ldots, D_m$ *si possono tracciare le linee* $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_{m-1}, \lambda$, *in modo che il poligono* K *risulti rettilineo e convesso*, ed inoltre sia pure rettilineo il segmento l corrispondente a λ. Non si potrà però in generale evitare che gli archi $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_m$ formino nei punti D_i angoli diversi da π,

(49) loco cit. (28) Bd I, pag. 299-305.

Digitized by Google

onde *in generale gli angoli di* K *nei punti* V_i, V_i' *non saranno eguali*, pur restando la loro somma eguale a $\frac{2\pi}{\nu_i}$.

24. *Continuazione: caso delle diramazioni reali, in particolare dei gruppi triangolari.*

I rapporti considerati al n.° precedente si lasciano meglio precisare in un caso particolare assai notevole, che presenta particolarità di saliente rilievo.

Si tratta del caso in cui *i punti di diramazione appartengono all' asse reale*, o più in generale ad una circonferenza che si può ricondurre all' asse reale mediante una sostituzione lineare sulla z. Supposto che, su quell' asse, ed in uno dei versi, i punti del gruppo Δ si succedano nell' ordine $D_1, D_2, \ldots, D_m$, vogliam provare che *se come linee* $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_m, \lambda$ *si scelgono i segmenti rettilinei* $D_1 D_2, \ldots, D_{m-1} D_m, D_m D_1$ *i lati del poligono* K *ed il segmento* l *risultano rettilinei*, onde, non essendovi angolosità nei punti D_i, K è diviso da l in *due poligoni rettilinei* $\overline{A}$, $\overline{B}$ di m lati, coi lati e gli angoli corrispondenti eguali, quindi *simmetrici rispetto alla retta che contiene il segmento* (50).

Perciò si consideri sul piano z la *simmetria* $z' = \overline{z}$ (coniugio) e si osservi ch' essa muta in sè ciascuno dei punti di diramazione; tanto basta perchè sia lecito affermare (n.° 18) che quella simmetria è rappresentata nel campo Ω da infinite sostituzioni (movimenti) di 2ª specie *permutabili col gruppo* Γ, le

---

(50) La dimostrazione che segue, conforme alla nostra posizione espositiva, e informata alle conclusioni del n.° 18, si scosta dall' indirizzo classico, nel quale, almeno generalmente, la proprietà di cui trattiamo si stabilisce partendo dal poligono A (cioè insomma dal gruppo Γ) per il tramite della sua rappresentazione conforme sul semipiano, *prolungata* mediante il *principio di riflessione di* SCHWARZ. Ciò può farsi *indipendentemente dal teorema fondamentale del n.° 13*, anzi, per il caso considerato ($p = 0$ e diramazioni reali) la prova di quel teorema può conseguirsi mostrando che mediante la rappresentazione conforme dei poligoni di tipo A si esauriscono tutti i possibili gruppi di diramazione dell' asse reale. Donde un *metodo di continuità*, per cui v. POINCARÉ, *Sur le groupe des equations linéaires* [Acta Math. Bd 4 (1884) pp. 201-311, Oeuvres II, pp. 300-401] segnatamente § X. Dal nostro punto di vista si pone invece lo SCHLESINGER al n.° 42 dell' op. cit. (2).

Digitized by Google

quali si ottengono tutte da da una fra esse moltiplicandola per le operazioni di Γ. Tra queste sostituzioni vi son tutte le simmetrie (ribaltamenti) rispetto alle rette di Ω immagini dell'asse reale (ramo λ del n.° 18).

Per precisar meglio le cose fissiamo nel segmento $\tau_i = D_i D_{i+1}$ un punto P del quale sia $\overline{P}$ l'immagine sul lato e_i^+ (oppure e_i^-), e ricordiamo che fra i movimenti immagini della simmetria $z' = \overline{z}$, ve n'ha uno col punto unito $\overline{P}$ ch'è una simmetria rispetto ad una retta r per $\overline{P}$ immagine dell'asse reale. Tanto basta per concludere che l'immagine e_i^+ di τ_i è un *segmento della retta* r, ecc.

Dalla proprietà dimostrata scende facilmente che se, alla guisa di K, ogni altro poligono della rete individuata da K si divide in due parti mediante il segmento interno ad esso ed equivalente ad l, il campo Ω resta diviso in poligoni congruenti di m lati, cogli angoli ordinatamente eguali a $\frac{\pi}{\nu_i}$; e da ognuno di tali poligoni si deducono gli adiacenti, mediante le simmetrie (riflessioni) rispetto ai suoi lati.

Ciascuno di quei poligoni è un campo fondamentale per il *gruppo ampliato* $\bar{\Gamma}$ dedotto da Γ coll'aggiunta d'una delle simmetrie immagini di $z' = \overline{z}$ (e quindi di tutte); e se i poligoni stessi si distinguono *alternativamente*, alla maniera di KLEIN, in *bianchi* e *tratteggiati*, l'insieme di due poligoni di contrassegno diverso (anche non adiacenti) è un campo fondamentale per Γ.

La situazione considerata si verifica sempre per $m = 3$, giacchè tre punti del piano z appartengono sempre ad una circonferenza e si possono trasformare linearmente in tre punti dell'asse reale. È il caso dei *gruppi triangolari*; allora K è un quadrangolo diviso da l in due triangoli rettilinei (sempre nella metrica di Ω), cogli angoli ordinatamente eguali a $\frac{\pi}{\nu_1}, \frac{\pi}{\nu_2}, \frac{\pi}{\nu_3}$. Viceversa partendo da un tale triangolo e associandolo al suo simmetrico rispetto ad un lato, si ha un quadrangolo K (poligono tipico) che genera un gruppo fuchsiano di genere zero e segatura (ν_1, ν_2, ν_3). In particolare fra le suddivisioni generate per riflessione da un triangolo siffatto, rientrano la *rete modulare*

Digitized by Google

(2, 3, ∞) (caso iperbolico) e tutte le *reti poliedriche* della sfera (caso ellittico) per i valori degl' indici ν_i dati dalla tabella (10).

25. *Poligoni normali.*

Un' altra categoria di poligoni fondamentali K a lati rettilinei, che nella teoria dei gruppi discontinui di sostituzioni lineari può assumere una funzione essenziale è quella dei *poligoni normali* [51].

La nozione di poligono normale è essenzialmente legata al gruppo Γ ed alla metrica del campo Ω. Perciò, nella genesi del concetto, la funzione direttiva attribuita fin quì alla riemanniana R dev' essere abbandonata.

Nel campo Ω, che, con riferimento al caso più generale, ma senza che ciò menomi la validità del discorso, identificheremo col *piano iperbolico*, si fissi in punto O che non sia vertice ellittico di Γ, e s' indichino con $O_1, O_2, \ldots, O_n, \ldots$ i suoi trasformati mediante le operazioni di Γ. Per la *discontinuità propria* di Γ (cfr. n.° 15, *b*) si potrà tracciare un circolo di centro O e raggio δ dentro al quale non cada alcuno dei punti O_i; quindi la *distanza* fra due qualunque dei punti O_i non potrà scendere al disotto di δ, giacchè se ad es. fosse $O_i\, O_k < \delta$, l' operazione di Γ che porta O_i in O porterebbe O_k dentro al circolo predetto. Segue che il gruppo dei punti considerati *non può ammettere punti limiti entro* Ω; quindi dentro ad un cerchio col centro in un punto A e raggio arbitrario ne cade sempre un numero finito. È pertanto finito anche il numero di quei punti del nostro insieme che hanno da A la distanza minima (anzi in generale ve ne sarà uno solo); e se O si trova tra essi, cioè se $OA \leq O_i A$ noi diremo che A *è prossimo al punto* O. Orbene l' insieme K dei punti A prossimi ad O è appunto un *campo fondamentale* per il nostro gruppo Γ, come ora proveremo.

Perciò notiamo anzitutto che, indicandosi con $A_1, A_2, \ldots A_n, \ldots$ i punti di Ω equivalenti ad A, K può anche esser definito come

---

[51] *Nel senso di* FRICKE, che ne ha posta ed elaborata la nozione. Cfr. l' op. cit. [28] Bd I_1, Cap. 2°, I_2, Cap. 1°. L' espressione "*polygone normal*" è usata da POINCARÉ in altro senso, meno specifico.

Digitized by Google

l' insieme dei punti di tutti i gruppi $(A, A_1, A_2, \ldots, A_k, \ldots)$ *che, in ciascuno, hanno da* O *la distanza minima.*

Ed invero se (per qualunque i) $OA \leq OA_i$, e l' operazione di Γ che porta A_i in A porta O in O_j, sarà (perchè quell' operazione è un movimento) $OA_i = O_j A$, quindi anche (per qualunque j) $OA \leq O_j A$. E reciprocamente.

Dalla seconda forma della definizione consegue, che per ogni punto A_i di Ω esiste in K almeno un punto equivalente A; e ne può esister più d' uno soltanto quando sia $OA = OA_i = OA_j = \ldots$, cioè quando O sia equidistante da più punti del gruppo individuato da A.

Ma se p. es. $OA = OA_1$ e la trasformazione di Γ che muta A_1 in A muta O in O_i (certo distinto da O) sarà anche $OA_1 = O_i A$ quindi $OA = O_i A$; onde la seconda circostanza può verificarsi solo quando A *cade sull' asse d' uno dei segmenti* OO_i, ed allora si verifica effettivamente.

Pertanto *in generale* un punto di Ω avrà uno ed un sol punto equivalente in K; quindi un punto *generico* di K non sarà equivalente ad altri punti dell' insieme. Si ha eccezione soltanto per *punti di contorno*, appartenenti ad opportuni segmenti presi sugli assi predetti.

Resta così acquisito a K l' asserito carattere di *campo fondamentale*, ed inoltre, coll' aiuto di facili osservazioni si vede ch' esso può così costruirsi:

Fissato in Ω il punto O e quindi i punti $O_1, O_2, \ldots, O_n, \ldots$ si immaginino tracciati gli assi di tutti i segmenti OO_i; essi determinano una decomposizione del piano iperbolico in poligoni semplicemente connessi, dei quali ve n' ha uno contenente il punto O. Esso è precisamente il nostro K che dicesi il *poligono normale di centro* O *relativo al gruppo* Γ [52].

Sia poi A un punto del contorno di K, quindi appartenente ad (almeno) uno fra gli assi predetti. Esisterà allora (almeno) un punto O_i tale che $OA = O_i A$; e se diciamo S l' operazione di Γ che muta O_i in O, posto $A_1 = S(A)$ risulterà $OA_1 =$

---

[52] Si badi che gli altri poligoni della decomposizione *non sono campi fondamentali* per Γ, e tanto meno quelli della *rete* individuata da K.

Digitized by Google

$= O_i A = OA$, onde A_1 sarà ancora un punto del contorno di K. Anzi se A non è un vertice di K cioè appartiene ad un solo asse, il punto A_1 sarà univocamente determinato da A, e, al variare di A sul lato a cui appartiene, descriverà un altro lato di K trasformato del primo mediante la sostituzione S. Si vede così che anche i lati dei poligoni normali sono associati a due da operazioni del gruppo Γ ed inoltre che:

Due punti equivalenti del perimetro d' un poligono normale sono equidistanti dal centro. In tal condizione si trovano quindi due lati equivalenti, e tutti i vertici d' uno stesso ciclo.

Nel caso iperbolico sussistono inoltre le proprietà seguenti:

a) *Se il centro* O *è generico*, ogni vertice accidentale di K è comune a due soli assi, e di conseguenza equivalente a due soli vertici dello stesso K; cioè *ogni ciclo di vertici accidentali è un ciclo di tre vertici* (teorema di FRICKE) (53).

b) Se i vertici ellittici e parabolici del gruppo Γ si distribuiscono in *classi*, ponendo in una medesima classe vertici tra di loro equivalenti, ogni poligono normale contiene almeno un vertice di ogni classe, e ne contiene uno solo se il centro O è generico, nel qual caso quel vertice forma ciclo da se stesso. Adunque quando Γ contiene sostituzioni paraboliche, il poligono K, considerato sul piano iperbolico possiede coppie di lati consecutivi paralleli, e quindi si estende all' infinito.

La proprietà *a*) è verificata anche nei casi ellittico e parabolico, salva l' eccezione seguente: Quando Γ è un *gruppo puro di genere* 1 (gruppo delle funzioni ellittiche) il poligono normale K è, in generale, un *esagono* (regolare nel caso equianarmonico); ma se il rapporto $\frac{\omega'}{\omega}$ dei periodi è immaginario puro (o a tale riducibile mediante una trasformazione del gruppo modulare) di guisa che come parallelogrammo dei periodi possa assumersi un rettangolo, anche *il poligono normale è un rettangolo* (quadrato nel caso armonico) *qualunque sia il centro* O *ed i quattro vertici formano un unico ciclo.*

---

(53) Vedi le interessanti considerazioni dell' A. nell' op. cit. (28) Bd I_2, Cap. 1°, §§ 10, 11, 12.

Digitized by Google

Anche la *b*) mantiene la sua validità nei casi predetti, ma solo per quel che riguarda i vertici ellittici.

Tornando al caso iperbolico, notiamo che se Γ è un gruppo puro (di genere > 1) e quindi tutti i vertici di K sono accidentali, il loro numero v è $\leq \frac{2s}{3}$ ($2s$ numero dei lati), onde, per la (15) si ha

$$2s \leq 12p - 6 \,, \tag{18}$$

l' eguaglianza valendo, per il teorema di FRICKE, quando il centro O è *generico*.

La considerazione dei poligoni normali suggerisce un interessante complemento alle osservazioni del n.° 18 *a*). Si è visto allora, che quale immagine d' una trasformazione birazionale s della curva C in sè, dotata di punti uniti, si può assumere una *rotazione* S d' egual periodo intorno ad un punto P_1 del piano iperbolico Ω. Tal rotazione è inoltre *permutabile col gruppo* Γ, cioè lo trasforma in sè medesimo; onde appena si tenga presente che *il poligono normale di centro* P_1 *è univocamente individuato* P_1 *e da* Γ, ne consegue che S *dovrà trasformare in sè stesso quel poligono normale*, rispettando l' associazione dei lati e la distribuzione dei vertici nei rispettivi cicli. Da ciò varie conseguenze specifiche di cui si discorrerà in altro lavoro.

NOTA AL N.° 19.

Per provare che il ciclo γ_i supposto *omologo a zero*, ed inoltre, come la questione consente, *semplice*, (cioè privo di punti multipli e di parti percorse più volte) non è equivalente a zero, dimostreremo che:

a) La riemanniana R tagliata lungo γ_i si spezza in due parti *nessuna delle quali è semplicemente connessa;*

b) Se si taglia R lungo un ciclo γ semplice ed equivalente a zero, *una delle due parti in cui resta divisa la* R *è semplicemente connessa* (intendasi *omeomorfa ad un' area circolare*).

a). Intanto poichè γ_i è omologo a zero e semplice, la R tagliata lungo γ_i si spezza in due parti R_1, R_2. Inoltre, tenuto conto della definizione di L e del fatto che dei suoi lati il solo λ_i incontra γ_i (in un punto) si costruisce subito, in una qualunque delle parti, p. es. in R_1, un cammino *chiuso* τ, semplice, e tutto formato da lati di L.

Digitized by Google

Ora la R_1 tagliata lungo τ *non si spezza* giacchè non si spezza neppure se la si taglia lungo il complesso L_1 formato da *tutti* i lati di L che appartengono totalmente ad R_1. A prova di ciò mostreremo che il punto O (il quale sta sull'orlo γ_i di R_1) può congiungersi con un punto qualunque P di R_1 mediante una linea tracciata in R_1 e che non incontra lati di L.

Difatti il taglio lungo L_1 non spezza certo la R_1 giacchè non la spezza neppure il taglio lungo tutto L; talchè su R si può andare da P ad O mediante un cammino l che non incontra L. Se M è, su l, la *prima* intersezione con γ_i il cammino formato da uno dei due archi OM di γ_i e dall'arco MP di l si comporta nel modo voluto.

Ed infine la R_1 non è semplicemente connessa perchè non è spezzata dal taglio lungo τ.

b). Fissato su γ il solito punto O, dicasi $\overline{O}$ una delle sue immagini nel campo Ω, che quì basta considerare quale *modello topologico* dell'universale U *non diramata* sulla R. Al cammino γ corrisponderà in Ω un ben determinato cammino $\overline{\gamma}$ di origine $\overline{O}$, il quale sarà chiuso, perchè γ è equivalente a zero, ed inoltre non conterrà coppie di punti equivalenti (rispetto a Γ) perchè descrivendo γ in un verso a partire da O, non si ripassa mai due volte per lo stesso punto di R.

Il ciclo $\overline{\gamma}$ divide Ω in due parti, delle quali una, V, è *semplicemente connessa*, data la natura di Ω. Proviamo che *entro* V *non esistono coppie di punti equivalenti.*

Ed in invero se tali fossero $\overline{P}$, $\overline{P}'$, detta S l'operazione di Γ che muta $\overline{P}$ in $\overline{P}'$, l'area $V' \equiv S(V)$ contenente $\overline{P}'$ dovrebbe essere tutta interna a V, giacchè in caso contrario il suo contorno $\overline{\gamma}' = S(\overline{\gamma})$ dovrebbe incontrare γ, mentre su $\overline{\gamma}$ non esistono coppie di punti equivalenti (nè S ha punti uniti in Ω). Ma allora anche i punti

$$\overline{P}'' = S(\overline{P}'),\ \overline{P}''' = S(\overline{P}''), \ldots\ldots$$

sarebbero interni a V.

Ora ciò è assurdo. Difatti, trattandosi di rappresentazione *non diramata*, la S, come tutte le operazioni di Γ, è *aperiodica*, onde i punti P, P', P'', ... sono *infiniti* e *distinti*, perchè nè S nè le sue potenze hanno punti uniti in Ω. Ciò porta ad affermare l'esistenza di almeno un *punto limite* dell'insieme, appartenente a V (contorno incluso) il quale, come si vede subito, dovrebbe esser unito per S: donde l'assurdo.

Si considerino infine le immagini dei punti di V su R. Esse riempiono un insieme R_2 ch'è in corrispondenza *biunivoca* e continua con V, ai punti di $\overline{\gamma}$ corrispondendo quelli di γ; dunque R_1 è una porzione *semplicemente connessa* di R, limitata dal contorno γ. c. d. d.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 1 luglio 1929*)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Ricerche sull'azione combinata dei farmaci convulsivanti

L. SCREMIN

(present. dal prof. V. Ducceschi, s. c., nell' ad. ordin. 14 aprile 1929)

Gli scopi e i risultati generali del presente lavoro furono raccolti e discussi in un articolo precedente (1).

Si trattava di studiare l'azione combinata dei farmaci convulsivanti che tra le azioni combinate è stata quasi per nulla considerata, e vedere se le conclusioni che se ne raccoglievano potevano indicare qualche legge o regola sull'azione combinata dei farmaci. Di tutte le combinazioni sperimentate solo di tre furono riferiti i risultati (stricnina-codeina; str.-narcotina; str.-caffeina) accennanti a diversi modi di azione combinata: potenziamento, degradazione, somma. Raccolgo qui i risultati di altre serie e perchè pare utile che questi documenti sperimentali non vadano perduti, e per presentare con maggior larghezza i risultati stessi particolari dai quali si ricavarono le conclusioni generali.

L'animale d'esperimento è sempre stato il coniglio, le iniezioni furono sempre contemporanee mescolando le due soluzioni ogni qualvolta non si avessero a sospettare incompatibilità chimiche, e fatte sempre nella vena auricolare. I risultati son raccolti in tabelle nelle quali son segnati i dati delle singole esperienze (2).

---

(1) Archivio Sc. Biolog., vol. XII, 1928, pp. 262 ss.

(2) Nelle tabelle sono segnate le dosi dei due farmaci adoperate in gr. mol. per Kg. (colonna *a*, *b*) nei singoli esperimenti; le dosi stesse calcolate facendo le dosi minime convulsivanti dell'uno e dell'altro eguali ad 1 (col. *c*, *d*); la differenza in più o in meno fra la somma

Digitized by Google

Passiamo all'esposizione dei risultati ottenuti nelle singole serie (1).

Fenolo e codeina

Il fenolo provoca convulsioni cloniche agendo sugli elementi motori spinali (2). La codeina provoca narcosi a dosi inferiori a gr. mol. 0,00008 per Kg. unita ad aumento della eccitabilità reflessa. Questo aumento culmina in un accesso tonico simile a quello stricnico il quale è immediato per dose di circa gr. mol. 0,00015 per Kg. e sopravviene a distanza di tempo per dosi più piccole. Tagliando il midollo spinale all'altezza della prima vertebra dorsale ho visto che le convulsioni toniche si hanno egualmente negli arti posteriori; invece le convulsioni cloniche che pure fan parte della sindrome da codeina si hanno in questo caso solo agli arti anteriori. Dall'analisi di questa sintomatologia si può arguire che le convulsioni cloniche da codeina hanno punto di partenza al disopra del midollo spinale e le toniche sono di origine spinale.

I risultati dell'azione combinata fenolo-codeina sono raccolti nella Tabella I^a, dove nella col. *f* sono segnati i risulati immediati.

---

delle dosi così calcolate e la dose 1 (col. *e*); finalmente il risultato della esperienza. Quando in una esperienza di queste tabelle si ottiene l'effetto convulsivante con una quantità minima di miscela delle due soluzioni che corrisponde alla somma dei valori $c + d = 1$, diciamo che le due sostanze si sono sommate nei loro effetti convulsivanti. Quando è $c + d > 1$, diciamo che si sono degradate; quando $c + d < 1$ vuol dire che si è avuto potenziamento della azione farmacologica loro.

(1) Le concentrazioni delle soluzioni delle singole sostanze adoperate sono in gr. mol. per L.: stricnina 0,000251; apomorfina 0,0479; idrastina 0,0259; caffeina 0,184; idrochinone 0,1818; fenolo 0,106; nicotina 0,0123; esetone 0,0655; narcotina 0,152; piramidone 0,1730; cocaina 0,049; tebaina 0,0115; picrotossina 0,00166; codeina 0,053.

(2) Morita, Archiv f. exp. Path. u. Pharm., Bd. 78, p. 190. Cfr. l'articolo riassuntivo di Baglioni, Dottrina fisiologica dei veleni eccitanti i centri nervosi. Atti R. Accad. Naz. Lincei, S. VI, Rendiconti Sc. fis., mat. e nat., 1927, vol. VI, f. 2, p. 562 ss.

Digitized by Google

TABELLA I.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol × 10^8 per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza in + o in − 1 − (c + d)	Risultato
	Fenolo	Codeina	Fenolo	Codeina		
	a	b	c	d	e	f
A	17000	0	1	0	0	convulsioni cloniche
1	10900	3710	0,641	0,246	— 0,113	aumento di eccitabilità
2	10600	4300	0,629	0,285	— 0,086	„ „
3	15700	4870	0,923	0,323	+ 0,246	„ „
4	10600	5380	0,623	0,357	— 0,020	„ „
5	14300	5650	0,841	0,375	+ 0,216	„ „
6	13900	6190	0,817	0,410	+ 0,227	convulsioni cloniche immediate
7	12700	6460	0,747	0,428	+ 0,175	aumento di eccitabilità
8	8300	7160	0,488	0,475	— 0,037	„ „
9	14700	7270	0,864	0,483	+ 0,347	„ „
10	15000	7570	0,882	0,502	+ 0,384	convulsioni cloniche immediate
11	7000	7690	0,411	0,510	— 0,079	aumento di eccitabilità
12	11800	8370	0,694	0,555	+ 0,249	„ „
13	4550	9200	0,267	0,610	— 0,123	„ „
14	11200	9500	0,659	0,630	+ 0,289	„ „
15	13400	10900	0,788	0,723	+ 0,511	convulsioni cloniche immediate
16	6900	10900	0,406	0,723	+ 0,129	aumento di eccitabilità
17	9900	11000	0,582	0,729	+ 0,311	„ „
18	10900	11100	0,641	0,736	+ 0,377	„ „
19	12300	12500	0,723	0,829	+ 0,552	„ „
20	10900	12900	0,641	0,855	+ 0,496	convulsioni toniche e cloniche
21	6000	13300	0,353	0,882	+ 0,323	aumento di eccitabilità
22	7300	13500	0,429	0,895	+ 0,324	„ „
23	13300	13700	0,782	0,909	+ 0,691	convulsioni cloniche immediate
24	4100	13700	0,241	0,909	+ 0,150	aumento di eccitabilità
B	0	15070	0	1	0	convulsioni toniche immediate

Digitized by Google

Tenendo la dose di fenolo vicino alla minima convulsivante, occorre crescere quella della codeina fino a gr. mol. 0,00006 per avere, ma non costantemente, un accesso convulsivo immediato con i caratteri delle convulsioni cloniche. Anche aumentando fortemente la codeina fino a 0,00011, l'accesso convulsivo immediato è clonico. Solo per dosi più alte di codeina, si può avere (esp. 20) un accesso immediato tonico e clonico con i caratteri misti dell'accesso da codeina e da fenolo. A lor volta anche dosi relativamente alte di fenolo (esp. 18, 19, 22), sono senza influenza sulla codeina: in questi casi l'accesso da codeina scoppia a distanza, come succederebbe senza introduzione subitanea di fenolo.

Fenolo e codeina iniettati contemporaneamente si degradano così ad ogni rapporto di dose: la degradazione è minima ai rapporti corrispondenti alle esperienze 6 e 10.

Fenolo e stricnina

Analoghi sono i risultati che si ottengono con la iniezione contemporanea di fenolo e stricnina.

Digitized by Google

TABELLA II.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol $\times 10^8$ al Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza in + o in $1-(c+d)$	Risultato
	Stricnina *a*	Fenolo *b*	Stric. *c*	Fenolo *d*	*e*	*f*
A	47	0	1	0	0	opistotono
1	42,5	6400	0,904	0,376	+ 0,280	„
2	37,5	8300	0,799	0,488	+ 0,287	aumento di eccitabilità
3	45	9700	0,957	0,570	+ 0,527	opistotono
4	11,7	10100	0,249	0,594	— 0,157	tremori diffusi
5	35,2	10400	0,749	0,611	+ 0,360	tremori e aumento di eccitabilità
6	14,6	10600	0,310	0,623	— 0,067	tremori diffusi
7	25	10600	0,532	0,623	+ 0,155	„ „
8	39,7	10600	0,863	0,623	+ 0,486	aumento di eccitabilità e tremori
9	19,6	11000	0,417	0,647	+ 0,064	tremori diffusi
10	30,8	11100	0,655	0,652	+ 0,307	opistotono e successive convulsioni cloniche
11	29	11300	0,617	0,664	+ 0,281	opistotono e successive convulsioni cloniche
12	27,6	11700	0,587	0,688	+ 0,275	tremori diffusi
13	25	11700	0,531	0,688	+ 0,219	convulsioni cloniche
14	21,1	11700	0,449	0,688	+ 0,137	tremori diffusi
15	22,3	11700	0,474	0,688	+ 0,162	„ „
16	36,5	12000	0,776	0,706	+ 0,482	opistotono
17	41	12600	0,872	0,740	+ 0,612	opistotono e successive convulsioni cloniche
18	27,1	12700	0,576	0,741	+ 0,317	opistotono e successive convulsioni cloniche
19	22,9	13400	0,487	0,788	+ 0,275	tremori diffusi
20	15,1	13800	0,321	0,811	+ 0,132	„ „
21	23,3	15100	0,495	0,889	+ 0,384	„ „
22	8,8	15100	0,187	0,889	+ 0,076	„ „
23	12,5	15400	0,266	0,906	+ 0,172	„ „
24	12,8	15900	0,272	0,935	+ 0,207	„ „
25	6,5	16500	0,138	0,970	+ 0,108	accenno a convulsioni cloniche
26	17,2	17000	0,366	1	+ 0,366	convulsioni cloniche
27	12,9	17100	0,274	1,006	+ 0,280	„ „
28	26	17200	0,553	1,011	+ 0,564	opistotono e successive convulsioni cloniche
29	15,6	18200	0,332	1,070	+ 0,402	convulsioni cloniche
B	0	17000	0	1	0	„ „

Digitized by Google

Questi due farmaci si degradano sempre: il minimo di degradazione si ha ai rapporti corrispondenti alle esperienze 10 e 11, dove la differenza in più rispetto alla dose è di $\frac{28}{100}$ e $\frac{30}{300}$, mentre nelle esperienze 8 e 21, dove la eccedenza è rispettivamente di $\frac{48}{100}$ (con forte prevalenza della stricnina) e di $\frac{38}{100}$ (con forte prevalenza del fenolo) è massima. Esiste dunque qualche relazione fra il rapporto delle dosi impiegate e l'effetto.

Tenendo ferma la dose di stricnina vicino alla minima convulsivante e aumentando progressivamente il fenolo, si ha l'accesso al rapporto indicato dall'esp. 17 con dose alta di fenolo; questa dose è sufficiente a provocare l'accesso anche con dosi di stricnina più basse (esp. 10, 11). Diminuendo di poco la dose di stricnina, la dose necessaria di fenolo per avere l'accesso corrisponde a quella minima che lo darebbe da sola (esp. 28).

Nelle esp. 1 e 3, dove l'accesso si ha con dosi di stricnina di poco inferiori alla minima convulsivante per azione di piccole dosi di fenolo, le contrazioni sono toniche. Aumentando il fenolo e diminuendo la stricnina fino a circa una metà della dose minima, le convulsioni hanno carattere misto, cioè nelle pause fra gli accessi tonici si ha il quadro dell'accesso fenolico, clonico. Dosi di stricnina inferiori alla metà della minima attiva sono senza influenza sulle convulsioni da fenolo: così le convulsioni delle esp. 26 e 27 sono esclusivamente cloniche.

Pare dunque che il fenolo influisca sull'insorgenza delle convulsioni stricniche e la stricnina sia senza effetto sull'insorgenza di quelle fenoliche.

Fenolo e piramidone

Analoghi sono i risultati che si ottengono con l'introduzione contemporanea di piramidone e fenolo.

Il piramidone, che a piccole dosi è lievemente narcotico, a dosi maggiori è convulsivante. Le contrazioni provocate sono toniche e l'accesso culmina in un opistotono che è simile a quello stricnico.

Digitized by Google

TABELLA III.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol $\times 10^8$ per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza in + o in $1-(c+d)$	Risultato
	Fenolo *a*	Piramidone *b*	Fenolo *c*	Piramidone *d*	*e*	*f*
A	17000	0	1	0	0	convulsioni cloniche
1	14000	10300	0,823	0,257	+ 0,080	„ „
2	14500	12100	0,853	0,302	+ 0,155	„ „
3	12700	12100	0,747	0,302	+ 0,049	aumento di eccitabilità
4	10600	17300	0,623	0,432	+ 0,055	„ „
5	13800	17300	0,811	0,432	+ 0,243	convulsioni toniche e cloniche
6	5600	18100	0,329	0,452	— 0,219	aumento di eccitabilità
7	11700	20300	0,688	0,507	+ 0,195	„ „
8	13500	21500	0,794	0,537	+ 0,331	convulsioni cloniche
9	12500	23600	0,735	0,590	+ 0,325	„ toniche
10	7900	25900	0,464	0,647	+ 0,111	aumento di eccitabilità
11	12200	26800	0,717	0,670	+ 0,387	convulsioni toniche incerte
12	11100	30900	0,653	0,772	+ 0,425	aumento di eccitabilità
13	11800	33700	0,694	0,817	+ 0,511	convulsioni cloniche
14	5300	34100	0,311	0,852	+ 0,163	aumento di eccitabilità
15	4100	35100	0,249	0,890	+ 0,139	„ „
16	6500	37000	0,382	0,925	+ 0,307	convulsioni toniche
B	0	40000	0	1	0	„ „

Dosi di piramidone corrispondenti a circa un quarto della dose minima convulsivante, associate a dosi di fenolo vicine alla minima convulsivante, provocano l'insorgenza di convulsioni cloniche; aumentando il piramidone, per le stesse dosi di fenolo si hanno convulsioni di carattere misto (esp. 5) o semplicemente clonico (esp. 8,13) o tonico (esp. 9) senza che si possa stabilire a quali rapporti si abbia più facilmente l'uno o l'altro tipo di convulsioni. Dosi alte di piramidone risentono poco dosi medie di fenolo (esp. 14 e 15); ad ogni rapporto si ha degradazione ma confrontando l'esp. 1 (eccedenza di $\frac{8}{100}$ sulla dose 1 e accesso)

Digitized by Google

con la esp. 12 (eccedenza di $\frac{42,5}{100}$ e mancanza di accesso) si nota che non la quantità assoluta ma il rapporto decide dell'insorgere delle convulsioni.

Fenolo e caffeina

La caffeina agisce essenzialmente come la stricnina (1). Secondo SCHOEN la eccitazione del midollo spinale è più accentuata con la caffeina che con la canfora (2). Associandola al fenolo non potremmo attenderci risultati diversi da quelli avuti con le serie precedenti. I dati sperimentali confermano questa previsione.

TABELLA IV.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol $\times 10^8$ per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza in + o in − $1-(c+d)$	Risultato
	Caffeina	Fenolo	Caffeina	Fenolo		
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
A	36000	0	1	0	0	convulsioni toniche
1	25700	7400	0,713	0,435	+ 0,148	agitazione
2	27600	7950	0,766	0,467	+ 0,233	„
3	19000	8200	0,527	0,482	+ 0,009	„
4	29500	8400	0,819	0,494	+ 0,313	convulsioni toniche e cloniche
5	35400	9200	0,983	0,541	+ 0,524	convulsioni toniche
6	22200	9600	0,617	0,564	+ 0,181	agitazione
7	12500	11700	0,347	0,689	+ 0,036	agitazione e tremori diffusi
8	12700	13600	0,352	0,800	+ 0,152	convulsioni cloniche
9	14000	15500	0,389	0,911	+ 0,300	„ „
B	0	17000	0	1	0	„ „

(1) MEYER u. GOTTLIEB, Die exper. Pharmak. Berlin, 1925, p. 29.
(2) Archiv f. Path. u. Pharm., Bd. 113, p. 272.

Digitized by Google

Fenolo e cocaina

La cocaina dà una sintomatologia complessa nei conigli e negli altri animali a sangue caldo: i primi sintomi sono corticali e consistono in forte agitazione; per dosi più alte si hanno convulsioni cloniche e toniche. Le prime, come la agitazione, non si osservano nei conigli privi di emisferi cerebrali; le convulsioni toniche, culminanti nell'opistotono, si hanno invece anche nei conigli privi di corteccia. Le cloniche sono di origine corticale, le toniche di origine spinale.

Facendo agire sul sistema nervoso fenolo e cocaina abbiamo quindi la possibilità di convulsioni da stimoli di tre ordini di centri. In particolare, quanto alle convulsioni cloniche, queste si avranno per stimolazioni di due centri diversi: corteccia e elementi motori spinali. Secondo la regola di Bürgi [1] potremmo aspettarci un potenziamento.

I dati sperimentali e i risultati delle esperienze sono raccolte nella Tabella.

(1) Bürgi, in Handbuch der praktischen Therapie als Ergebn. experim. Forschung von v. d. Velden u. Wolff. Leipzig, 1926, I, 201. Una esposizione critica della " regola di Bürgi „ sull'azione combinata dei narcotici è in Warburg, Die Narkose, Berlin, 1926, pp. 151-170.

Digitized by Google

TABELLA V.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol × 10^8 per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza in + o in − 1 − (c + d)	Risultato
	Fenolo *a*	Cocaina *b*	Fenolo *c*	Cocaina *d*	*e*	*f*
A	17000	0	1	0	0	convulsioni cloniche
1	15900	210	0,935	0,123	+ 0,058	agitazione e tremori diffusi
2	15400	440	0,906	0,258	+ 0,164	" " "
3	8400	530	0,494	0,311	— 0,195	" " "
4	15300	900	0,900	0,529	+ 0,429	convulsioni cloniche
5	15600	910	0,917	0,535	+ 0,452	agitazione e tremori diffusi
6	16100	910	0,947	0,535	+ 0,482	convulsioni cloniche incerte
7	13900	970	0,817	0,570	+ 0,387	" " "
8	9700	1000	0,570	0,588	+ 0,158	agitazione e tremori diffusi
9	11500	1110	0,676	0,652	+ 0,328	" " "
10	11600	1140	0,682	0,661	+ 0,343	convulsioni cloniche e toniche
11	15600	1190	0,917	0,700	+ 0,617	agitazione e tremori diffusi
12	9500	1200	0,559	0,706	+ 0,265	convulsioni cloniche incerte
13	5800	1240	0,341	0,729	+ 0,070	agitazione e tremori diffusi
14	3700	1300	0,217	0,764	— 0,019	" " "
15	6000	1300	0,353	0,764	+ 0,117	colvulsioni cloniche incerte
16	12000	1380	0,706	0,811	+ 0,517	agitazione e tremori diffusi
17	6300	1400	0,370	0,823	+ 0,193	convulsioni cloniche incerte
18	6600	1400	0,388	0,823	+ 0,211	convulsioni cloniche
19	16300	1410	0,959	0,829	+ 0,788	convulsioni toniche e cloniche
20	13900	1460	0,817	0,865	+ 0,682	agitazione e tremori diffusi
21	8500	1500	0,500	0,882	+ 0,382	convulsioni cloniche e toniche
22	9700	1500	0,706	0,882	+ 0,588	" " "
23	3900	1500	0,230	0,882	+ 0,112	agitazione e tremori diffusi
B	0	1700	0	1	0	convulsioni cloniche e toniche

La degradazione è costante, più o meno accentuata. È minima al rapporto di dosi corrispondente alle esperienze 15, 18 dove si avvicina alla somma, massima all'esperienza 7 e 11 dove tuttavia la quantità totale eccede di molto la dose 1.

Digitized by Google

È interessante notare i caratteri dell'accesso nelle singole esperienze. Nell'esperienza 19 con 96 % circa del fenolo e 83 % della cocaina, l'accesso è clonico; nella esp. 18 — 38 % di fenolo e 82 % di cocaina — è ancora clonico; nelle esp. 21 e 22 aumentando la cocaina a 88 % l'accesso è clonico e tonico; diminuendo il fenolo — esp. 23 a 23 % — non si hanno convulsioni.

La presenza di fenolo non potenzia dunque la cocaina; rende più facile la insorgenza di convulsioni cloniche solo a dosi pari circa a un terzo della minima convulsivante; a questa dose o a dosi superiori facilita assai poco l'insorgenza di convulsioni toniche da cocaina.

Questo comportamento è analogo a quello fenolo-stricnina.

*
* *

Nelle cinque serie precedenti il fenolo è stato associato a farmaci che determinano aumento di eccitabilità degli elementi coordinatori delle corna posteriori del midollo spinale. In nessun caso c'è stato potenziamento, ma in nessuna delle coppie considerate i due farmaci si sono mostrati del tutto indifferenti l'uno per l'altro e sempre si può dire che uno ha in diverse misure facilitato l'azione dell'altro. A seconda dei rapporti ai quali i farmaci sono adoperati, nella sindrome convulsiva o sono rappresentati i due tipi di convulsione — toniche e cloniche — o è rappresentato uno solo dei due.

Per interpretare questi fatti si può ammettere che col fenolo abbassandosi la soglia d'eccitabilità degli elementi centrali anteriori, la dose dei farmaci necessaria a dare l'accesso tonico (elevando l'eccitabilità degli elementi coordinatori delle corna posteriori) diventi minore per uno di quei fenomeni conosciuti in fisiologia col nome di " agevolazione „ (1). È facile vedere come questa ipotesi spieghi soltanto un numero limitato di fatti

(1) Questo dispensa dal ricorrere all'ipotesi che il fenolo aumenti anche l'eccitabilità degli elementi sensitivi midollari, come alcuni e più recentemente Ufland, hanno osservato portando a contatto con il midollo spinale di rana soluzioni di fenolo più concentrate di quelle adoperate nei classici esperimenti di Baglioni. Cfr. Archiv. f. exp. Pathol. u. Pharmakol. Bd. 122, p. 247.

Digitized by Google

osservati e cioè la insorgenza, per azione contemporanea del fenolo, di convulsioni toniche con dosi di farmaco inferiori alla minima attiva quando questo farmaco è iniettato solo. Così esaminando la Tabella IIª si può dire che una dose di fenolo pari a $\frac{62}{100}$ della minima attiva non agevola l'azione di $\frac{86}{100}$ della dose minima di stricnina (esp. 8); circa $\frac{65}{100}$ agevolano l'azione di dosi di stricnina pari a $\frac{65}{100} - \frac{61}{100}$. Infatti ai rapporti di queste esperienze (esp. 10, 11) insorgono anche convulsioni toniche.

L'ipotesi della " agevolazione „ non spiega l'insorgenza di convulsioni cloniche concomitanti e neppure spiega l'insorgere di sole convulsioni cloniche per dosi di fenolo inferiori alla minima, come abbiamo ottenuto in qualche esperienza con piramidone (2, 8, 13) e con caffeina (8, 9).

Fenolo e nicotina

Secondo LANGLEY, la nicotina agisce sulle cellule nervose motrici del midollo spinale (1). Nel coniglio essa dà convulsioni cloniche e il quadro è perfettamente simile a quello delle convulsioni fenoliche.

(1) DIXON V. E., in Handbuch d. exp. Pharmakol., herausg. von A. Heffter, Berlin, 1924, II, 666. Cfr. HOSKINS, Journal of Pharm. and exp. Therap., VII, 382, 1915.

Digitized by Google

TABELLA VI.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol × 10^8 per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza $\ln + o \ln - 1 - (c + d)$	Risultato
	Nicotina	Fenolo	Nicotina	Fenolo		
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
A	670	0	1	0	0	convulsioni cloniche
1	550	2400	0,821	0,141	— 0,038	„ „
2	460	2600	0,686	0,153	— 0,161	„ „
3	402	6000	0,600	0,353	— 0,047	tremori diffusi
4	450	6900	0,671	0,400	+ 0,071	convulsioni
5	361	8500	0,538	0,500	+ 0,038	„ cloniche
6	410	8500	0,612	0,500	+ 0,112	„ „
7	270	9400	0,403	0,553	— 0,044	tremori diffusi
8	280	11000	0,416	0,647	+ 0,063	convulsioni cloniche
9	390	11100	0,582	0,653	+ 0,235	„ „
10	196	11200	0,292	0,658	— 0,050	tremori
11	199	12100	0,297	0,712	+ 0,009	„
12	205	12300	0,306	0,723	+ 0,029	convulsioni cloniche
13	360	12700	0,537	0,741	+ 0,278	„ „
14	220	13500	0,328	0,790	+ 0,118	„ „
15	178	13500	0,265	0,794	+ 0,059	„ „
16	270	13800	0,403	0,811	+ 0,214	„ „
17	234	14100	0,349	0,829	+ 0,178	„ „
18	130	14200	0,194	0,835	+ 0,029	tremori diffusi
19	120	15400	0,179	0,906	+ 0,085	convulsioni cloniche
20	264	16700	0,394	0,982	+ 0,376	„ „
B	0	17000	0	1	0	„ „

È uno dei pochi esempi di associazione di convulsivanti che si degradano assai poco e quasi perfettamente si sommano, con accenno a potenziamento per piccole dosi di fenolo aggiunte a dosi piuttosto alte di nicotina. Avvicinando questo ai risultati della serie stricnina-caffeina e limitandoci a questo confronto, si potrebbe trovare in questo comportamento ragione di credere che come la sede del fenolo, così quella della nicotina sia nelle corna anteriori. Ma i risultati della serie che riporteremo più avanti sono sufficienti a togliere valore a questa interpretazione.

Digitized by Google

Fenolo e esetone

Questi due farmaci danno luogo a convulsioni cloniche di origine spinale per il fenolo e essenzialmente corticale per l'esetone (1) alle dosi da noi adoperate.

TABELLA VII.

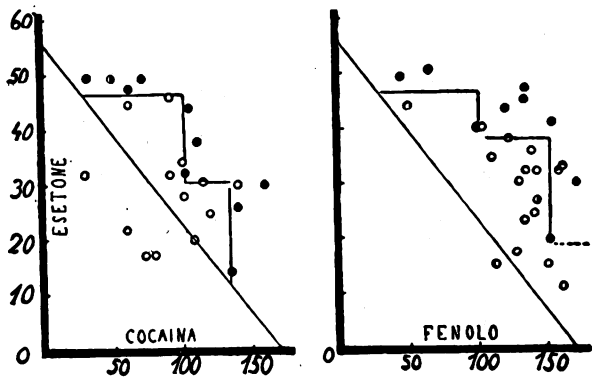
Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol $\times 10^8$ per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza in + o in − (c + d)	Risultato
	Esetone a	Fenolo b	Esetone c	Fenolo d	e	f
A	5600	0	1	0	0	convulsioni cloniche
1	4910	4400	0,867	0,259	+ 0,126	„ „
2	4380	5000	0,782	0,294	+ 0,076	agitazione e tremori diffusi
3	5100	6500	0,910	0,382	+ 0,292	convulsioni cloniche
4	4010	10000	0,716	0,588	+ 0,304	„ „
5	4000	10400	0,714	0,611	+ 0,325	agitazione e tremori diffusi
6	3410	11000	0,609	0,647	+ 0,256	„ „ „
7	1500	11300	0,268	0,664	− 0,068	„ „ „
8	4320	12000	0,771	0,706	+ 0,477	convulsioni cloniche
9	3800	12300	0,678	0,723	+ 0,401	convulsioni cloniche incerte
10	2300	12400	0,410	0,729	+ 0,139	agitazione e tremori diffusi
11	1700	12800	0,303	0,753	+ 0,056	„ „ „
12	3000	13000	0,535	0,764	+ 0,299	„ „ „
13	4510	13400	0,805	0,788	+ 0,593	convulsioni cloniche
14	3200	13500	0,589	0,794	+ 0,383	agitazione a tremori diffusi
15	4700	13500	0,839	0,794	+ 0,633	convulsioni cloniche
16	3580	13900	0,639	0,817	+ 0,456	agitazione e tremori diffusi
17	2400	14100	0,428	0,829	+ 0,257	„ „ „
18	3200	14300	0,571	0,841	+ 0,412	„ „ „
19	2620	14400	0,464	0,847	+ 0,311	convulsioni cloniche incerte
20	1500	15100	0,267	0,888	+ 0,155	agitazione e tremori diffusi
21	1900	15300	0,339	0,900	+ 0,230	convulsioni cloniche
22	4100	15400	0,732	0,906	+ 0,638	„ „
23	3200	15900	0,571	0,935	+ 0,506	„ cloniche incerte
24	3300	16200	0,589	0,952	+ 0,541	„ „ „
25	1080	16200	0,193	0,952	+ 0,145	agitazione e tremori diffusi
26	3000	17200	0,536	1,011	+ 0,547	convulsioni cloniche
B	0	17000	0	1	0	„ „

(1) SCHOEN, Arch. exp. Path. u. Pharmak., Bd. 113, p. 270.

Digitized by Google

Per una dose di esetone poco inferiore alla minima attiva, si ottengono convulsioni cloniche per dosi di fenolo pari a un terzo o metà della minima; diminuendo l'esetone fino a gr. mol. per Kg. 0,000032 — 0,000030, occorrono dosi relativamente alte di fenolo per avere l'accesso, come indicano le esp. 23, 24. Queste restano poi sufficienti a produrre l'accesso anche per dosi di esetone notevolmente inferiori, fino a gr. mol. 0,00002 (esp. 21). Al di sotto di questa dose d'esetone, l'aumento del fenolo fin quasi alla dose minima convulsivante non dà più luogo ad accessi.

Questo comportamento è rappresentato nella Fig. 1 *b*, dove sull'asse delle ascisse son segnate le dosi di fenolo e sulle ordinate quelle di esetone in gr. mol. $\times 10^6$ per Kg. (1).



a *b*

Fig. 1

Pur trattandosi di due farmaci che hanno la stessa azione e diversa sede di azione, a nessun rapporto si ha potenziamento

(1) Le figure rappresentano graficamente i risultati sperimentali. Cfr. LOEWE, Klin. Woch., 1927, p. 1077; Ergebnisse der Physiologie 1928, XXVII, pp. 180 ss.

La retta che unisce i due punti corrispondenti alle dosi minime convulsivanti delle due sostanze prese separatamente, rappresenta il luogo geometrico dei punti in cui concorrono le possibili coppie dei valori corrispondenti alla somma costante. Quando i punti che segnano la dose minima convulsivante cascano sulla diagonale si ha somma delle due sostanze, quando cascano al disotto si ha potenziamento, quando cascano al disopra degradazione.

Digitized by Google

o somma; il rapporto poi al quale i due farmaci sono introdotti ha importanza nel decidere dell'entità della degradazione; nella esp. 16 l'eccedenza rispetto ad 1 è $\frac{45,6}{100}$ e non si è avuto accesso; nell'esp. 21 l'eccedenza è di $\frac{23}{100}$, e si è avuto l'accesso.

I risultati di queste esperienze hanno qualche analogia con quelli delle esperienze di EXNER sull'agevolazione dei riflessi spinali. Stimolando contemporaneamente nel coniglio il centro corticale di un determinato muscolo della gamba e un punto della cute dell'arte che dava per reflesso la contrazione dello stesso muscolo, il movimento di questo era più energico di quando la sola corteccia o la sola cute si stimolavano separatamente. Se i due stimoli erano inefficaci, si rendevano reciprocamente efficaci quando erano applicati a distanza non maggiore di $\frac{1}{8}$ di secondo l'uno dall'altro (1). Analogamente nelle nostre esperienze abbiamo a che fare con due stimoli che modificano una funzione nello stesso modo, agendo uno direttamente sui centri motori spinali, uno sui centri corticali. I due stimoli inefficaci presi separatamente, data la dose adoperata nelle nostre esperienze, si rendono reciprocamente efficaci senza sommarsi. La contemporaneità degli stimoli è assicurata qui dalla contemporaneità della introduzione dei due farmaci in circolo.

Cocaina e esetone

La sede d'azione per la provocazione di convulsioni cloniche, è la stessa per l'uno e per l'altro farmaco, cioè la corteccia cerebrale, come già si è detto. Le convulsioni toniche da cocaina son dovute ad aumento di eccitabilità delle corna posteriori. Per l'insorgere di convulsioni cloniche si poteva attendersi, secondo la regola di BÜRGI una somma dell'azione dei due farmaci. La Tabella mostra che si è avuto sempre una degradazione.

---

(2) Pflüger Archiv, Bd. 28, p. 487.

Digitized by Google

TABELLA VIII.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol × 10^8 per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza in + o in − 1 − (c + d)	Risultato
	Esetone a	Cocaina b	Esetone c	Cocaina d	e	f
A	5600	0	1	0	0	convulsioni cloniche
1	3200	290	0,571	0,170	− 0,259	agitazione
2	4940	320	0,882	0,188	+ 0,070	convulsioni cloniche
3	4900	490	0,875	0,289	+ 0,164	„ incerte
4	2200	590	0,392	0,347	− 0,261	agitazione
5	4450	610	0,794	0,358	+ 0,152	„
6	4900	610	0,875	0,358	+ 0,233	convulsioni cloniche
7	4750	620	0,858	0,364	+ 0,222	„ „
8	1700	730	0,303	0,429	− 0,268	agitazione
9	1700	800	0,303	0,471	− 0,226	„
10	3200	910	0,571	0,535	+ 0,106	„
11	4600	910	0,821	0,535	+ 0,356	„
12	3400	1000	0,607	0,588	+ 0,195	„
13	3200	1020	0,571	0,600	+ 0,271	convulsioni cloniche
14	2800	1020	0,500	0,600	+ 0,100	agitazione
15	4340	1050	0,775	0,617	+ 0,392	convulsioni cloniche
16	2000	1080	0,357	0,635	− 0,008	agitazione
17	3800	1110	0,678	0,652	+ 0,330	convulsioni cloniche
18	3090	1150	0,551	0,676	+ 0,227	„ „ incerte
19	1400	1350	0,250	0,794	+ 0,044	„ „
20	2600	1400	0,464	0,823	+ 0,287	„ „ e toniche
21	3000	1400	0,536	0,823	+ 0,359	agitazione
22	3000	1600	0,536	0,941	+ 0,477	convulsioni cloniche e toniche
B	0	1700	0	1	0	„ „ „

Le convulsioni che si sono avute associando i due farmaci sono state esclusivamente cloniche fino al rapporto esetone gr. mol. 0,00003 per Kg. — cocaina gr. mol. 0,0000135 per Kg. Aumentando la dose di cocaina, l'esetone favorisce anche l'insorgenza di convulsioni toniche (esp. 20, 22).

È chiaro, come indica anche la Fig. 1 *a*, che non si ha mai

Digitized by Google

potenziamento e che la degradazione, allontanandosi dalle dosi estreme dell'uno e dell'altro farmaco, varia nella sua intensità con il rapporto al quale i farmaci sono iniettati (cfr. esp. 11 con l'esp. 13).

Cocaina e codeina

Tanto l'uno che l'altro farmaco provoca convulsioni toniche aumentando l'eccitabilità delle corna posteriori: mentre però la codeina è un narcotico, la cocaina è un eccitante corticale e produce agitazione intensa quando venga introdotta a dosi inferiori a quelle convulsivanti. La cocaina provoca anche convulsioni cloniche di origine corticale.

I risultati che si ottengono associando i due farmaci sono diversi molto da quelli già riferiti in un articolo precedente sulla associazione stricnina-codeina. In quella associazione si aveva a certi rapporti di dose uno spiccato potenziamento, che in questa manca costantemente. Questo risulta chiaramente dalla Tabella dove sono riuniti i risultati immediati dovuti alla introduzione contemporanea dei due farmaci.

Digitized by Google

TABELLA IX.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol × 10^8 per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza $\ln + o \ln \frac{1}{1-(c+d)}$	Risultato
	Codeina *a*	Cocaina *b*	Codeina *c*	Cocaina *d*	*e*	*f*
A	15070	0	1	0	0	opistotono
1	8870	570	0,588	0,335	— 0,077	aumento di eccitabilità
2	13100	650	0,869	0,382	+ 0,251	" "
3	8600	650	0,504	0,382	— 0,114	" "
4	10700	670	0,710	0,394	+ 0,104	" "
5	7800	730	0,517	0,429	— 0,054	" "
6	7200	750	0,477	0,441	— 0,082	" "
7	10700	810	0,710	0,476	+ 0,186	opistotono
8	11300	830	0,749	0,488	+ 0,237	aumento di eccitabilità
9	7320	940	0,485	0,553	+ 0,038	" "
10	8200	940	0,544	0,553	+ 0,097	convulsioni cloniche e toniche lievissime
11	7100	1120	0,471	0,658	+ 0,129	convulsioni cloniche e toniche
12	6490	1120	0,430	0,658	+ 0,088	aumento di eccitabilità
13	7400	1220	0,491	0,717	+ 0,208	convulsioni cloniche e toniche
14	5300	1220	0,351	0,717	+ 0,068	aumento di eccitabilità
15	10100	1260	0,670	0,741	+ 0,411	opistotono
16	6640	1400	0,440	0,823	+ 0,263	convulsioni cloniche e toniche
17	3630	1410	0,241	0,829	+ 0,070	aumento di eccitabilità
18	4580	1460	0,304	0,858	+ 0,162	convulsioni cloniche e toniche
19	2400	1500	0,158	0,882	+ 0,040	" " "
20	5500	1500	0,365	0,882	+ 0,247	convulsioni cloniche e toniche lievi
21	4890	1660	0,324	0,976	+ 0,300	convulsioni cloniche e toniche
22	6160	1280	0,408	0,988	+ 0,396	" " "
B	0	1700	0	1	0	" " "

Dosi di cocaina di circa gr. mol. 0,000065 per Kg. non favoriscono le convulsioni da dosi anche alte di codeina che scoppiano solo a distanza (esp. 2, 4) se la dose di codeina lo consenta, come succederebbe per la iniezione di sola codeina. Nel frattempo l'animale presenta reflessi fortemente aumentati, però

Digitized by Google

dorme. Aumentando la dose di cocaina si ha un accesso caratteristico da codeina anche per la introduzione di dosi di codeina che darebbero l'accesso a distanza di alcuni minuti (esp. 7, 15). Per dosi di codeina inferiori a quelle che generalmente non danno accesso convulsivo neppure a distanza di tempo, si ha sempre una degradazione e ogni qualvolta scoppia l'accesso le convulsioni sono toniche e cloniche e la sindrome non si può distinguere da quella dovuta a sola codeina. È anche da notare che generalmente l'effetto ipnotico dovuto a dosi di codeina inferiori a gr. mol. 0,00008 per Kg. è del tutto o in parte contrastata da piccole dosi di cocaina: queste rendono il sonno dell'animale meno profondo o lo tolgono completamente.

Codeina e apomorfina

La apomorfina, anche a dosi piccole, per via endovenosa o per altra via nei conigli dà luogo a fortissima agitazione che ha analogia con quella dovuta alla caffeina, unita al singolare fenomeno che l'animale morde e mastica rabbiosamente qualunque cosa sia a sua portata, i ferri della gabbia, gli orli del tavolo su cui si muove ecc. A dosi più alte si hanno convulsioni essenzialmente toniche. MORITA (1) ha visto nei conigli privati di corteccia mancano i fenomeni di eccitamento e AMSLER (2) nella cavia ha dimostrato che anche il punto di partenza dei crampi è corticale.

(1) Archiv. f. exp. Path. u. Pharmak., Bd. 78, p. 216.
(2) Ibidem, Bd. 97, p. 5 ss.

Digitized by Google

TABELLA X.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol × 10^8 per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza $\ln + o \ln - 1 - (c + d)$	Risultato
	Apomorfina *a*	Codeina *b*	Apomorf. *c*	Codeina *d*	*e*	*f*
A	13000	0	1	0	0	opistotono immediato
1	9000	4110	0,692	0,272	— 0,036	aumento di eccitabilità
2	12500	4480	0,961	0,297	+ 0,258	opistotono immediato
3	10400	4760	0,800	0,315	+ 0,115	„ „
4	7700	5220	0,592	0,346	— 0,062	aumento di eccitabilità
5	11200	6320	0,861	0,419	+ 0,280	opistotono immediato
6	9500	6460	0,730	0,428	+ 0,158	„ „
7	7700	8850	0,592	0,587	+ 0,179	aumento di eccitabilità
8	3200	9410	0,246	0,624	— 0,130	„ „
9	9800	9710	0,754	0,644	+ 0,398	opistotono immediato
10	5000	10000	0,384	0,663	+ 0,047	aumento di eccitabilità
11	8250	10000	0,634	0,663	+ 0,297	„ „
12	5500	11300	0,423	0,749	+ 0,172	opistotono incerto
13	6840	12900	0,526	0,856	+ 0,382	aumento di eccitabilità
14	3500	13100	0,269	0,862	+ 0,131	opistotono immediato
15	2350	13200	0,180	0,875	+ 0,055	aumento di eccitabilità
16	2600	13700	0,200	0,908	+ 0,108	„ „
17	7300	13700	0,561	0,908	+ 0,469	opistotono immediato
18	4200	13700	0,323	0,908	+ 0,231	„ „
19	3700	14600	0,284	0,968	+ 0,252	aumento di eccitabilità
B	0	15070	0	1	0	opistotono immediato

Come è chiaro dalla Tabella e dalla Figura *2* per tutti i rapporti sperimentati la degradazione è costante; a certi rapporti tuttavia (esp. 3, 6, 14) la degradazione è piccola. È da notare che anche quando la dose di codeina iniettata è alta e tale da provocare l'accesso convulsivo a distanza, la introduzione contemporanea di apomorfina anche a piccole dosi determina lo stato di agitazione caratteristico di questo farmaco. Poichè piccole dosi di codeina basterebbero a determinare il sonno, anche in questa serie come nella precedente siamo in presenza di un parziale antago-

Digitized by Google

nismo per cui l'azione ipnotica della codeina vien tolta dalla apomorfina, e dalla cocaina.

Nicotina e codeina

Abbiamo già parlato della sede di azione dei due farmaci.

TABELLA XI.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol × 10^8 per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza $\ln + 0 \ln \frac{1}{1-(c+d)}$	Risultato
	Codeina *a*	Nicotina *b*	Codeina *c*	Nicotina *d*	*e*	*f*
A	15070	0	1	0	0	opistotono immediato
1	13600	100	0,902	0,149	+ 0,051	„ „
2	8070	123	0,535	0,183	— 0,282	aumento di eccitabilità
3	8800	130	0,584	0,194	— 0,222	„ „
4	13000	175	0,862	0,261	+ 0,123	aumento di eccitabilità — opistotono a distanza
5	9150	180	0,606	0,268	— 0,126	aumento di eccitabilità
6	8300	190	0,551	0,283	— 0,176	convulsioni cloniche incerte
7	6780	190	0,449	0,283	— 0,268	aumento di eccitabilità
8	6350	200	0,421	0,297	— 0,282	„ „
9	5380	209	0,356	0,312	— 0,332	„ „
10	7300	210	0,484	0,313	— 0,203	convulsioni cloniche
11	7860	225	0,521	0,335	— 0,144	„ „
12	3110	240	0,206	0,358	— 0,436	aumento di eccitabilità
13	1610	247	0,106	0,369	— 0,530	convulsioni cloniche
14	6190	249	0,411	0,371	— 0,212	„ „
15	8900	257	0,590	0,384	— 0,026	opistotono immediato e convulsioni cloniche
16	3480	258	0,230	0,385	— 0,385	convulsioni cloniche incerte
17	6230	260	0,413	0,388	— 0,199	aumento di eccitabilità
18	5100	271	0,338	0,404	— 0,258	convulsioni cloniche
19	8650	275	0,574	0,412	— 0,014	convulsioni cloniche incerte
20	2650	275	0,175	0,412	— 0,413	aumento di eccitabilità
21	11800	277	0,783	0,413	+ 0,196	aumento di eccitabilità — opistotono a distanza

Digitized by Google

segue tabella XI.

Esperienza	Iniezione contemporanea di gr-mol $\times 10^8$ per Kg.		Dose iniettata per Kg. (posto A=B=1)		Differenza in + o in $-$ $1-(c+d)$	Risultato
	Codeina	Nicotina	Codeina	Nicotina		
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
22	4000	297	0,265	0,444	— 0,291	convulsioni cloniche
23	2150	298	0,142	0,445	— 0,413	„ „
24	5700	309	0,378	0,461	— 0,161	„ „
25	12900	309	0,856	0,461	— 0,317	opistotono e convulsioni cloniche
26	10400	310	0,690	0,462	+ 0,152	aumento di eccitabilità — opistotono a distanza
27	2800	330	0,186	0,492	— 0,322	convulsioni cloniche
28	9900	330	0,657	0,492	+ 0,149	„ „ incerte
29	12000	340	0,796	0,507	+ 0,303	„ „ „
30	8500	343	0,564	0,512	+ 0,076	„ „ „
31	4250	350	0,282	0,522	— 0,196	„ „
32	9400	352	0,623	0,525	+ 0,148	opistotono immediato
33	5380	370	0,357	0,552	— 0,091	convulsioni cloniche
34	6400	370	0,424	0,552	— 0,024	„ „
35	7100	370	0,471	0,552	+ 0,023	„ „
36	4570	370	0,303	0,552	— 0,145	„ „ „
37	11700	372	0,776	0,555	+ 0,331	opistotono immediato
38	2010	385	0,133	0,574	— 0,293	convulsioni cloniche
39	2800	470	0,185	0,701	— 0,114	„ „
B	0	670	0	1	0	„ „

Come si vede nella Tabella e chiaramente nella Figura 3, variando i rapporti delle dosi noi passiamo da una degradazione a un notevole potenziamento. L' accesso convulsivo nella zona di potenziamento è sempre clonico, pare cioè che la codeina potenzi la nicotina che dà sola a quelle dosi non sarebbe convulsivante; nella zona di degradazione l' accesso è tonico o tonico e clonico insieme. Le dosi stesse di nicotina che sono potenziate dalla codeina per dosi di questa inferiori a gr. mol. 0,0001 — 0,00012 non sono sufficienti a dare l' accesso quando si iniettino

Digitized by Google

contemporaneamente dosi di codeina più alte (esp. 21, 26) o danno solo un accesso incerto (esp. 28, 29) (degradazione).

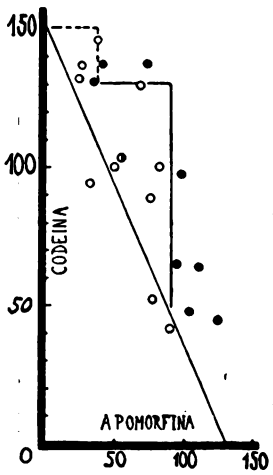


Fig. 2

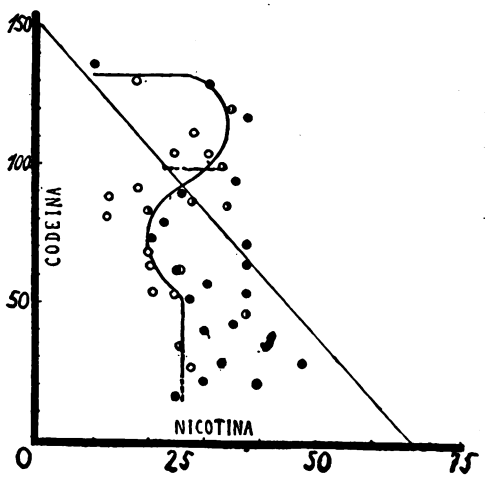


Fig. 3

Nella Fig. 3 la linea che separa tutti i valori sperimentali che danno l'accesso da quelli che non lo danno, passa sotto la diagonale per una dose di codeina fra gr. mol. per Kg. 0,00009 — 0,00010, dose vicina a quella per la quale dalla degradazione si passa al potenziamento anche nella associazione codeina-stricnina (1).

***

La codeina è stata associata a diversi farmaci convulsivanti: stricnina, nicotina, fenolo, cocaina, apomorfina. Ma solamente con stricnina e nicotina, a certi rapporti di dose, si è avuto un potenziamento. Per interpretare questo risultato abbiamo già accennato all'ipotesi che la codeina con la sua azione narcotica deprima i poteri inibitori corticali, cosicchè la eccitabilità reflessa spinale può più facilmente aumentare; se è così occorre una

(1) Archivio Scienze Biol., vol. XII. Il confronto fra la figura 3 di questo articolo e quella a pag. 272 dell'articolo precedente è suggestivo.

Digitized by Google

dose minore di farmaco agente sulle corna posteriori per avere l'accesso in confronto di quando non s'è iniettata la codeina e quella depressione non si è avuta. Per metter d'accordo i risultati ottenuti nelle altre serie con questa interpretazione, possiamo ammettere che con la cocaina — la quale pure come la stricnina agisce sugli elementi sensitivi del midollo — non si può avere potenziamento perchè questo alcaloide agisce contemporaneamente sulla corteccia antagonisticamente alla codeina e toglie quindi la inibizione a quella dovuta (1) ciò che s'accorda col fatto che la cocaina, come si è detto, impedisce ed attenua il sonno dovuto alla codeina. Le stesse considerazioni possono valere per la apomorfina: essa pure per l'antagonismo parziale esercitato sulla corteccia di fronte alla codeina, impedendo la depressione corticale dovuta alla codeina toglierebbe la condizione del potenziamento.

Più difficile riesce a spiegare il diverso comportamento della codeina di fronte alla nicotina e al fenolo: poichè se tutti e due agiscono aumentando la eccitabilità delle corna anteriori non si comprende perchè la codeina potenzi la prima e non il secondo. Si comprenderebbe invece la cosa assegnando alla nicotina per sede di azione gli elementi coordinatori posteriori come per la rana ha dimostrato recentemente MITOLO (2).

---

(1) Così la caffeina toglie nei gatti l'eccitamento da morfina dovuto a depressione dei centri inibitori provocata dalla morfina. Cfr. STARKENSTEIN, Prager Archiv, f. Tiermed. u. vergleichende Phatol., VI, Jahrg., 1926, Wissensch. Teil, H. 1, p. 63-64.

(2) Archivio di Fisiologia, 1927, p. 673 ss.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 11 luglio 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Sulle possibili applicazioni cinematiche di un teorema di geometria

NOTA DEL PROF. RENZO ZANETTI

(presentata dal prof. E. Laura, s. c., nell' adun. ord. del 19 maggio 1929)

SUNTO - *In questa nota si illustrano sotto il punto di vista geometrico e cinematico, due nuovi meccanismi che realizzano una camera chiusa tra pezzi fissi od esclusivamente rotanti e che possono sostituire il sistema cilindro - stantuffo delle macchine termiche alternative.*

È noto che la linea piana descritta da un punto P rotante di moto uniforme attorno ad un punto C che ruota a sua volta, nello stesso piano, di moto uniforme attorno ad un altro punto O fisso, è una *trocoide.*

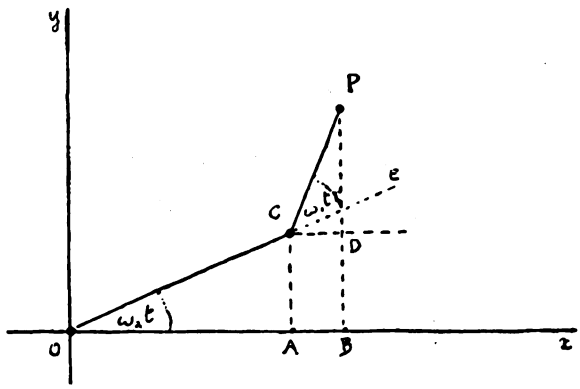


Fig. 1

Riferendosi ad un sistema di assi cartesiani ortogonali con l' origine in O (figura 1), se d è la distanza OC, r quella CP, ω_1 ed ω_2 le velocità angolari costanti dei due movimenti e sup-

Digitized by Google

ponendo che, per $t = 0$, C e P si trovino sull'asse x, le equazioni parametriche della curva saranno:

$$(1) \qquad \begin{cases} x = OA + AB = d \cos \omega_2 t + r \cos (\omega_2 + \omega_1) t \\ y = BD + DP = d \operatorname{sen} \omega_2 t + r \operatorname{sen} (\omega_2 + \omega_1) t \end{cases}$$

o meglio

$$(2) \qquad \begin{cases} x = d \cos \omega_2 t + r \cos \omega_2 \left(1 + \dfrac{\omega_1}{\omega_2}\right) t \\ y = d \operatorname{sen} \omega_2 t + r \operatorname{sen} \omega_2 \left(1 + \dfrac{\omega_1}{\omega_2}\right) t \ . \end{cases}$$

Come caso particolare osserviamo che se $\omega_1 = -\omega_2$, le (1) diventano:

$$(3) \qquad \begin{cases} x = d \cos \omega_2 t + r \\ y = d \operatorname{sen} \omega_2 t \ , \end{cases}$$

da cui, eliminando t, si ha

$$(X - r)^2 + y^2 = d^2$$

cioè l'equazione di un cerchio di raggio d ed il cui centro ha per coordinate $(r, 0)$.

Questa osservazione permette di trovare la forma che devono avere certi pezzi rotanti perchè, sotto determinate condizioni, racchiudano continuamente una cavità di volume pulsante, cioè variabile periodicamente tra zero ed un massimo e viceversa.

La cavità, se chiusa ermeticamente, potrà sostituire il sistema cilindro-stantuffo delle macchine motrici ed operatrici ed avrà il pregio di essere sprovvista di organi soggetti ad urti o vibrazioni come pistoni, bielle e manovelle.

In questa nota mi limiterò ad illustrare geometricamente e cinematicamente i più semplici meccanismi che soddisfano i criteri suddetti e che si possono distinguere coi nomi di *trirotore* e *tetrarotore.*

***

Trirotore — È costituito da almeno tre pezzi uguali (rotori) rotanti tra due piastre fisse e parallele, attorno ad assi paralleli, equidistanti tra loro e perpendicolari alle piastre stesse.

Digitized by Google

Mediante un semplice sistema di ingranaggi i tre rotori sono collegati in modo da ruotare sincronicamente e nello stesso senso.

Le basi e le sezioni rette, costanti, di ogni rotore sono figure convesse chiuse da tre archi di cerchio uguali, di 60° di apertura.

È facile riconoscere che tale figura piana (triarco) ha tre vertici disposti come i vertici di un triangolo equilatero, che sono i centri degli archi opposti. Le tangenti agli archi nei vertici formano un angolo di 120°.

Se R è il raggio del cerchio che passa per i vertici, il raggio degli archi è $R\sqrt{3}$. I rotori hanno dunque tre spigoli paralleli, equidistanti come quelli di un prisma triangolare regolare e sono limitati lateralmente da tre porzioni di superficie cilindrica, uguali, di 60° di apertura, i cui assi coincidono cogli spigoli opposti.

Inoltre, l'asse di rotazione di ogni rotore coincide con l'asse di figura del pezzo, equidista cioè, dagli spigoli, precisamente della

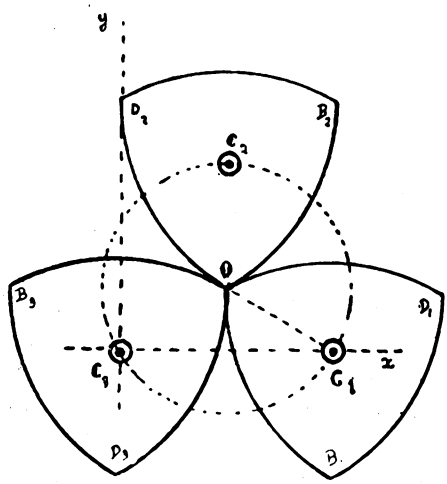


Fig. 2

lunghezza R, mentre i tre assi dei tre rotori equidistano proprio $R\sqrt{3}$.

Ora, disposti i rotori in modo che tre loro spigoli coincidano, (ciò che non può avvenire che nella posizione indicata in sezione

Digitized by Google

dalla figura 2) si facciano ruotare di un certo angolo α, ad esempio in senso sinistrorso, i rotori stessi. I tre spigoli primitivamente in contatto, si allontanano l'uno dall'altro mantenendosi equidistanti tra loro, ma ogni spigolo striscia, senza mai abbandonare il contatto, sulla superficie cilindrica di quello degli altri due rotori che precede, nel senso della rotazione fissata, il rotore di cui si considera lo spigolo (figura 3).

Infatti, riferendosi a questa figura, basta dimostrare che il punto A_1, cioè il vertice del triarco che ruota attorno a C_1, men-

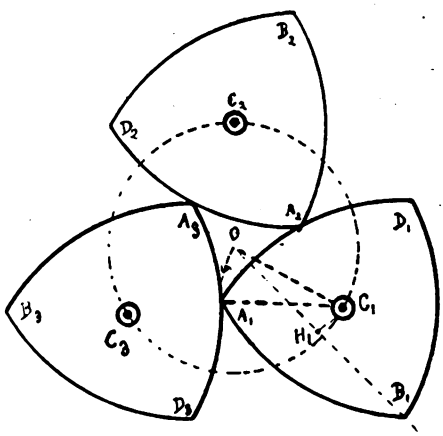


Fig. 3

tre descrive rispetto al piano della figura l'arco OA_1, traccia su di un piano rigidamente collegato col rotore rotante attorno all'asse che passa per C_3 (individuato dai punti A_3 B_3 C_3), l'arco di cerchio A_3 D_3. A tale scopo si pensi che, poichè la distanza C_1 C_3 è invariabile, tutto accade come se il pezzo di centro C_3 stesse fisso ed il punto C_1 ruotasse attorno a C_3 con velocità angolare uguale e contraria a quella fissata, mentre il pezzo di centro C_1 continua a ruotare attorno a C_1. Allora, cinematicamente, ci troveremo nel caso particolare del teorema citato: ai punti O, C, P, della figura 1, corrispondono quelli C_3, C_1, O della figura 3. Inoltre sarà: $d = R\sqrt{3}$, $r = R$; ed occorrerà tenere conto del fatto che, se si prende come origine del moto la posizione della fi-

Digitized by Google

gura 2, l'angolo PCE della figura 1 assumerà, per $t = 0$, il valore di 150° e le (1) diventeranno:

$$(4) \quad \begin{cases} x = d \cos \omega_2 t + R \cos 150^\circ = d \cos \omega_2 t - R\sqrt{3} \\ y = d \operatorname{sen} \omega_2 t + R \operatorname{sen} 150^\circ = d \operatorname{sen} \omega_2 t + R\,\frac{1}{2} \end{cases}$$

che danno come coordinate del centro del cerchio descritto da A_1 sul piano del rotore C_3, prendendo come asse X la retta $C_3 C_1$ e come origine il punto C_3,

$$X = -R\,\frac{2}{\sqrt{3}}, \qquad Y = R\,\frac{1}{2}$$

che sono appunto le coordinate di B_3 della figura 2.

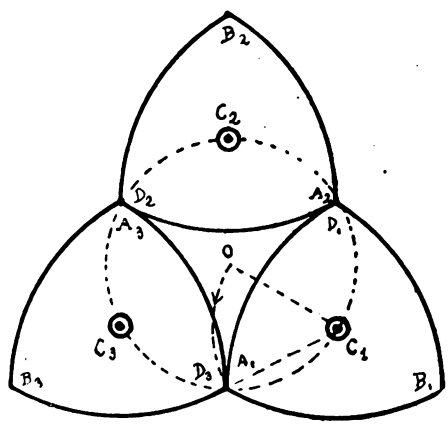


Fig. 4

Analogamente potrà dirsi dei punti A_2 ed A_3 della figura 3. Dunque fra i tre archi uguali $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $A_3 A_1$, resta chiusa una figura piana variabile di estensione e di forma che rappresenta la sezione di una camera racchiusa tra i pezzi rotanti e le due piastre fisse.

Quando i rotori hanno compiuto una rotazione di 60° gli archi descritti dai punti A hanno la stessa ampiezza di 60° e la sezione assume la forma indicata dalla figura 4 che corrisponde

Digitized by Google

al massimo volume della cavità. La figura di area massima è la *stella a 3 punte* della geometria elementare.

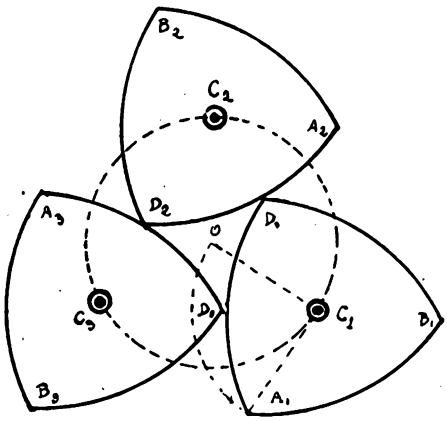


Fig. 5

Infine, se la rotazione dei rotori sorpassa la posizione indicata dalla figura 4, la cavità diminuisce di volume, ma sono i

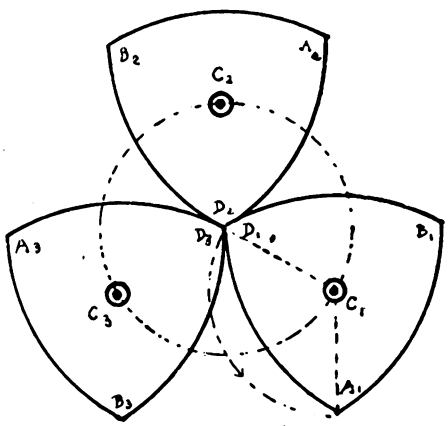


Fig. 6

vertici distinti colle lettere D che strisciano lungo gli archi dei rotori seguenti (figura 5). Per una rotazione di 120° (figura 6),

Digitized by Google

tutto ritorna in una posizione analoga a quella iniziale che può dirsi, perciò, di volume nullo. Dunque la cavità compie tre pulsazioni ritmiche ad ogni giro dei pezzi rotanti.

Il volume della camera è semplicemente proporzionale all' area della sezione. Se α è l' angolo della rotazione compiuta (inferiore a 60°) a partire dalla posizione di area nulla, l' area della sezione è

$$S_\alpha = \frac{3}{2}\left(3 \operatorname{sen}\alpha + \sqrt{3}\,(1 - \cos\alpha) - \frac{\alpha}{60}\,\pi\right) R^2$$

Per $\alpha = 60°$ si ottiene $S_{60°} = 0{,}4839\ldots\ R^2$.

Il diagramma dell' area, prendendo per ascisse le rotazioni, assomiglia molto ad una sinusoide della stessa ampiezza e dello stesso periodo. La massima differenza fra le ordinate, che si ha attorno al valore di 45° dell' argomento delle sinusoide, è dell' ordine di 1/100 dell' ordinata massima. Tra i valori $\alpha = 45°$ e $\alpha = 15°$ dell' angolo di rotazione dei pezzi, il diagramma può confondersi con una retta.

Se un gas compresso è contenuto nella camera ermeticamente chiusa, ogni rotore sopporta uno sforzo di rotazione dovuto alla risultante delle pressioni elementari gassose, che è proporzionale all' area premuta ed ortogonale coll' asse di rotazione. La linea di azione di detta forza è contenuta nel piano della sezione mediana (che può essere quello della figura 3) e coincide colla bisettrice dell' arco di rotore percorso sino ad allora, rappresentata dalla linea OB_1 della figura stessa.

Il braccio del momento è poi

$$C_1 H_1 = R \operatorname{sen}\left(30° - \frac{\alpha}{2}\right)$$

che si annulla per $\alpha = 60°$. La forza invece si annulla per $\alpha = 0°$.

Se la pressione del gas si mantiene costante il momento di rotazione è lievemente asimmetrico rispetto alla posizione $\alpha = 30°$.

***

Tetrarotore — È costituito da almeno quattro pezzi rotanti sincronicamente tra due piastre parallele attorno ad essi paral-

Digitized by Google

leli disposti come gli spigoli di un prisma quadrato. Ogni rotore ha per base, e per sezione retta costante, una figura chiusa da due archi di cerchio, uguali, di 90° di apertura (diarco). La figura ha due vertici equidistanti dal centro di rotazione della sezione: i centri degli archi si trovano sugli altri due vertici del quadrato che ha per diagonale la distanza dei due vertici del diarco. Se R è il raggio del cerchio minimo che passa per i vertici, i raggi degli archi sono $R\sqrt{2}$. Le tangenti agli archi nei vertici formano un angolo di 90°.

I rotori hanno dunque due spigoli paralleli e sono limitati lateralmente da due porzioni uguali di superficie cilindrica di 90° di apertura.

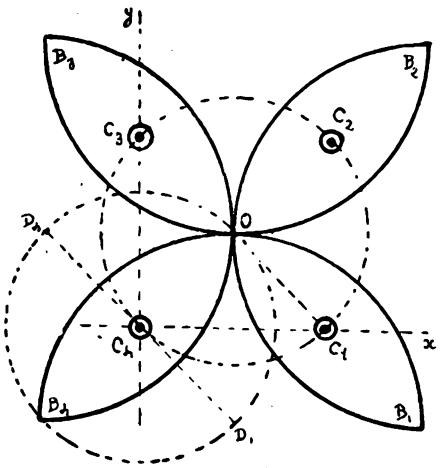


Fig. 7

Se i rotori sono disposti in modo che quattro loro spigoli si tocchino (ciò che non può avvenire che nella posizione indicata in sezione della figura 7) e se si fanno poi ruotare di un angolo α, gli spigoli primitivamente in contatto strisciano, come nel trirotore, sulla superficie cilindrica di uno dei rotori contigui. La dimostrazione è perfettamente analoga; qui però si ha $d = R\sqrt{2}$, e la posizione della figura 7 corrisponde ad un angolo di 135° del raggio $C_1 O$ rispetto all'asse X. Dunque, per le (1):

Digitized by Google

$$\begin{cases} x = d\cos\omega_2 t + \mathrm{R}\cos 135^\circ = d\cos\alpha - \mathrm{R}\,\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = d\,\mathrm{sen}\,\omega_2 t + \mathrm{R}\,\mathrm{sen}\,135^\circ = d\,\mathrm{sen}\,\alpha + \mathrm{R}\,\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

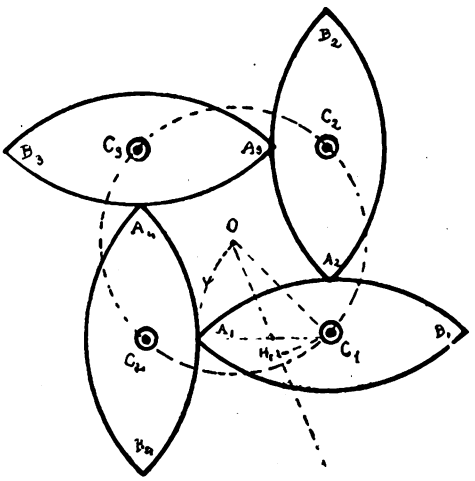


Fig. 8

cioè le coordinate del centro dell'arco descritto da A_1 sul piano

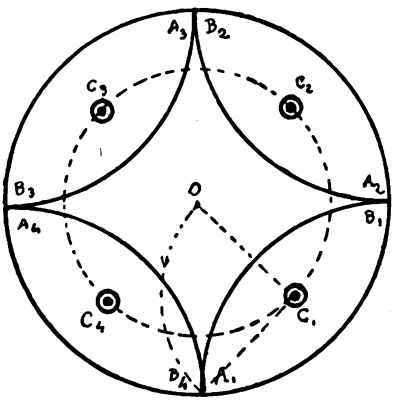


Fig. 9

della sezione del rotore C_4 sono quelle del punto D_4 della figura 7, c. v. d.

Digitized by Google

La figura racchiusa tra i quattro archi è dunque variabile di grandezza e di forma e rappresenta la sezione di una cavità

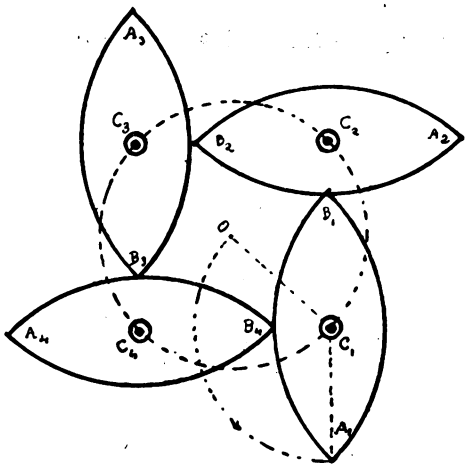


Fig. 10

compresa continuamente fra i pezzi. Passando per tutti i valori intermedi come quello della figura 8, la cavità raggiunge il vo-

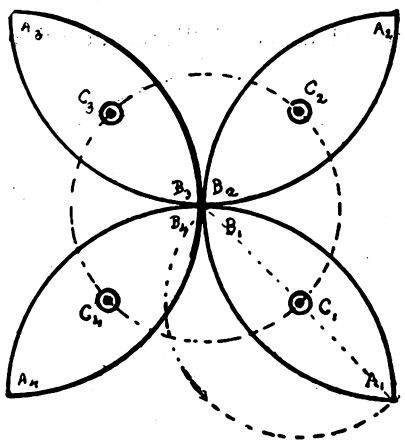


Fig. 11

lume massimo per una rotazione di 90°, (figura 9), ed al proseguire della rotazione si richiude fino a ridursi a volume nullo

Digitized by Google

per 180° di rotazione (figure 10 e 11). La cavità subisce dunque due pulsazioni ad ogni giro dei rotori. La sezione di area massima è la *stella a 4 punte* della geometria elementare.

L'area della sezione è data da:

$$S_\alpha = \left(4\,(1 + \operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha) - \pi\,\frac{\alpha}{45}\right) R^2$$

che per $\alpha = 90°$ dà: $S_{90°} = 1{,}7168\ldots\ R^2$.

L'azione di un gas compresso è analoga a quella agente sui rotori di un trirotore. Il braccio della rotazione, come si vede nella figura 8, è dato da $C_1 H_1 = R \operatorname{sen}\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)$ e si annulla per $\alpha = 90°$.

***

È impossibile con più di quattro pezzi rotanti nelle condizioni suesposte, costituire una camera continuamente chiusa.

Ma la combinazione di quattro o più pezzi di un trirotore o di un tetrarotore e l'applicazione di semplici considerazioni geometriche danno luogo ad altri meccanismi, di cui mi riserbo di trattare in ulteriori note.

Rovigo, gennaio 1929.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 12 luglio 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni

VITTORIO LAZZARINI, M. E.

(*Adunanza ordinaria del giorno 16 giugno 1929*)

Da quando Samuele Romanin (1) pubblicò la legge del marzo 1396 intorno alla protezione dei fanciulli e delle fanciulle nelle botteghe e nelle officine, tutti coloro che poi se ne occuparono, più o meno ampiamente, accennano a quella deliberazione come il ricordo più antico, tramandato da documenti, di quel paterno provvedimento (2). L'edizione dei capitolari delle arti veneziane dovuta alla silenziosa fatica ed al severo metodo di Giovanni Monticolo, ci permette ora di ritrovare già alla fine del Dugento il primo pubblico proposito di tutelare i garzoni, maschi e femmine, accolti da qualsivoglia abitante di Venezia, cittadino o forestiero, in casa e in bottega, a cagione di apprendere un mestiere. Fu un'ordinanza del maggio 1291, dei nobili giustizieri Giovanni Vioni, Marco da Canal e Piero Minio, che impose ai datori di lavoro di tutte le arti l'obbligo di far scrivere in un quaderno della Giustizia vecchia i fanciulli tolti con sè, con contratto scritto o senza, sotto pena di non essere ascoltati e di non ottenere ragione dal magistrato, se mai accadesse alcuna differenza o controversia tra loro e i garzoncelli (3). La Giustizia vecchia era un

(1) *Storia documentata di Venezia*, tom. III (1855) pp. 350 e 389.

(2) Cfr. SAGREDO A., *Sulle consorterie delle arti edificative in Venezia*, Venezia, 1856, p. 181; BERTANZA, *La protezione dei fanciulli in Venezia nei secoli XIV, XV, XVI*, in " La Scintilla „, anno VI (Venezia 1892), p. 119.

(3) Statuto dei pelliciai di vaio, cap. 68 in MONTICOLO-BESTA, *I capitolari delle arti veneziane*, vol. III (1914), p. 389 (nelle " Fonti edite

Digitized by Google

vero e proprio magistrato del lavoro; i tre giustizieri compilavano e davano alle arti i loro statuti o capitolari, invigilavano perchè fossero osservati, fissavano i prezzi delle mercedi, giudicavano le controversie che si riferivano alla disciplina dei sodalizi, alla tecnica delle industrie, le questioni non rare tra arte e arte, i litigi non meno frequenti tra maestri, lavoranti e garzoni. La competenza dei soprastanti all' arte fu limitata a liti di poca importanza, potendo essi infliggere multe di poche lire in giù; era riserbato al tribunale dei giustizieri il giudizio di prima e seconda istanza. Col mezzo del magistrato della Giustizia vecchia lo Stato regolava, vigilava, dominava le corporazioni, coll' intendimento sociale di assicurare la bontà dei prodotti, colla preoccupazione d' impedire le frodi nei pesi e nelle misure, nei prezzi e nella qualità (1).

In sulla fine del Dugento e per lunga parte del Trecento l' obbligo dei padroni si limitava all' inscrizione, in un quaderno della Giustizia, dell' accordo con gli adolescenti garzoni, avendo però libertà di convenire nella presenza del magistrato con un contratto già scritto o magari senza alcuna carta. I Giustizieri, secondo il rito del loro ufficio, prendevano in esame se il tempo del servizio convenuto rispondeva alla durata del garzonato stabilito diversamente nelle *mariegole* per ogni arte, e, volendo, tassavano e limitavano il prezzo della prestazione d' opera.

Avveniva naturalmente che padroni ingordi o pretenziosi ricusassero il salario proposto, per il garzone, dai Giustizieri,

---

dall' Istituto storico italiano). Il nome del Da Canale va corretto in Niccolò, secondo il capitolare di altre arti (MONTICOLO, *I capitolari* ecc. vol. II, p. 438; vol. III, p. 22). L' ordinanza contenuta nello statuto o capitolare dei *varoteri* è in volgare, e ritrovasi così, con leggere varianti, nei capitolari dei cristallai, dei remai, dell' arte delle faldelle (*I capitolari* cit., vol. III, pp. 142, 243, 337) e dei falegnami (SAGREDO, op. cit. p. 316); in forma latina nel capitolare dell' arte della pece (*I capitolari* ecc. vol. III, p. 217). Il cap. 39 dell' arte delle faldelle sembrerebbe riferirsi al 1289, più antico quindi del 1291, ma osservo che nello statuto delle faldelle ci sono varie aggiunte posteriori e che in ogni caso l'anno 1291 è confermato dal confronto colla serie dei giustizieri vecchi.

(1) MONTICOLO, *L' ufficio della Giustizia vecchia a Venezia... sino al 1330*, Venezia, 1892, in " Miscellanea della R. Deputazione ven. di St. patria „; *I capitolari delle arti* cit., vol. II, par. I, introd. *passim*.

Digitized by Google

ed, usciti dall' ufficio della Giustizia, conducessero il ragazzo da uno dei tanti notai pubblici, facendo rogare, " contra Deum et justitiam „ un contratto di lavoro a loro favorevole, senza alcun rispetto all' utile e al diritto del garzone. I Giustizieri proponevano perciò, nel marzo 1396, che i pubblici notari non dovessero in alcun caso accogliere tali accordi e dar loro forma legale, e che i giudici di qualsiasi Curia d' allora in avanti rifiutassero di render ragione alla presentazione di simili instrumenti (1). La parte proposta era presa nella Quarantia; ma poco dopo, nel settembre 1402, sorgeva il bisogno di far stridare sulle scale di Rialto e dove frequentavano i notari, a chiarimento e compimento della parte del '96, che nessun notaio, sia di autorità imperiale sia " veneta auctoritate „, osasse rogare istrumenti d'accordo per fanciulli o fanciulle tolti, come garzoni o servitori di famiglia, da veneziani o forestieri abitanti in Venezia, anche nel caso si dovessero condurre, a stare e a lavorare, fuori della città. Si confermava che all' officio della Giustizia vecchia erano fissate le mercedi " modo qui famuli et puellae ignorantes non decipiantur „, e con questa preoccupazione di difendere fanciulli e fanciulle dagli inganni dei datori di lavoro, si minacciava di colpire i notari contravventori con una multa di lire 10 di piccoli, ripetendo che il contratto notarile non avrebbe avuto alcun valore, anche se le parti, maliziosamente, si fossero recate a stipulare fuori di Venezia (2).

Ad un' altra astuzia ricorrevano i datori di lavoro. Invece che adire al magistrato della Giustizia vecchia, cui erano sottoposti quasi tutti i mestieri, non contentandosi de' salari che i Giustizieri fissavano per le fatiche dei minorenni tolti ad imparar un' arte, si recavano dai Capi di sestiere per farsi accordare i garzoni a loro modo ed utilità. Onde il Senato, con parte del 28 aprile 1444, deliberava che tutte le arti, pena la multa di lire

(1) Il doc. I era trascritto nel *Capitolar Rosso* della Giustizia Vecchia, codice che, forse alla caduta della repubblica, andò disperso. Mi valsi di copie del Settecento, da una delle quali lo trasse e pubblicò il ROMANIN, *Storia* cit. tom. III, p. 389.

(2) Doc. II, publ., con varie lacune, dal BIGAGLIA, *Capitulare legum notariis publicis Venetiarum*, Venezia, 1689, p. 18, e, soltanto una parte, dal ROMANIN, *Storia* cit. III, p. 390.

Digitized by Google

100, dovessero accordare i loro garzoni alla Giustizia Vecchia (1), fatta eccezione per l' arte della seta che fin dal 1350 era soggetta ai Consoli dei mercanti (2), ed eccetto i domestici di famiglie nobili e cittadinesche, accordati a tempo, secondo la consuetudine, presso l' ufficio dei Capi di sestiere.

Nel 1468 era ancora frequente il caso che padroni di bottega e maestri artigiani, " qui parum timent Deum et animan suam „, pretendessero far descrivere i loro garzoni con poco salario e per lunga durata di tempo, e, poichè trovavano opposizione nei Giustizieri che non permettevano si registrassero accordi di poveri fanciulli illeciti ed ingiusti, sceglievano la via di far un contratto di lavoro con scrittura di terza persona o di un notaro. A tutti era imposto, con parte gridata da pubblico comandador sulle scale di Rialto, di adire ed accordarsi alla Giustizia Vecchia, con la pena per i trasgressori di ducati 10 e con il toglier valor legale alla carta d' accordo (3). Così, siccome molte e continue liti si deferivano al magistrato, perchè non era ben chiaro se nella legge si trattasse tanto dei garzoni accordati per lungo tempo, quanto di quelli assunti annualmente, il 28 aprile 1485 il Collegio delle arti stabiliva che la legge contemplava gli uni e gli altri (4).

Poco abbiamo ritrovato, in tale materia, nei ricordi e documenti del Cinquecento. Soltanto nel 1544, il 7 novembre, il Collegio, probabilmente in seguito a qualche irregolarità, ordinava che i notai dell' ufficio non potessero notar garzoni senza licenza dell' illustrissimo Cassier ovvero di uno dei Signori, pena la privazione dell' incarico ed un mese di prigione (5). La mancanza di documenti può esser indizio, oltre ad altri motivi, di declino nell' istituto dei Giustizieri, onde la instituzione della nuova magistratura di controllo, i Provveditori sopra la Giustizia vecchia (6).

---

(1) Doc. III.

(2) MONTICOLO, *Spigolature d'archivio*, in " N. Arch. Veneto „ tom. III, p. II (1892), pag. 361.

(3) Doc. IV.

(4) Doc. V.

(5) *Sommario de' capitolari Antico, Rosso, Rosa et Orsa* in cod. Marciano, cl. VII ital. 1572, p. 171.

(6) Instituiti nel 1565 (SANDI, *Principi di storia civile*, P. III, vol. II, pp. 563-65).

Digitized by Google

Certo è che in sul finire del secolo vigeva un proclama " universale „ per tutte le Arti " che alcun Capo Maestro non possa tener nella sua bottega per più di un mese alcun Garzon senza esser annotato nelli Libri del Magistrato „ (1).

Rispetto al quesito se la repubblica veneta avesse fissato un limite minimo di età per l' ammissione dei fanciulli al garzonato, il Sagredo si contraddice. A p. 52 della sua opera egli scrive: " Nell' età per essere accettato come garzone ogni arte diversificava. Ma nessuna poteva accettare garzoni prima che avessero compiuto i dodici anni... „, mentre a p. 181 egli afferma: " Nessun' arte toglieva un garzone che non avesse compiuto tredici anni, e le più faticose, come vedremo, li volevano d' età maggiore „. Io non ho saputo trovare una disposizione generale, unica per tutte le arti, in tale materia, ed approfittando di trentadue registri, conservati nell' archivio della Giustizia Vecchia, nei quali sono inscritti, dal 1575 al 1772, gli accordi dei ragazzi che entravano garzoni nelle arti, coll' indicazione, tra altro, della loro età, volli verificare se quei contratti denunciati al magistrato confermassero o no le parole del Sagredo (2). Aprendo il più vecchio registro, ecco subito, alla data 23 giugno 1575, Baldissera, di Zanantonio barcaiolo, che dell' età di anni 8 all' incirca, si scrive per lavorar all' arte del depentore " da casse „ (3); scorrendo poi gli accordi del primo semestre 1653, ecco otto fanciulli d' anni 10 che intendono imparare l' arte del " fustagner „ dell' orefice, del barbiere, del burchiaio, del tagliapietra (4); infine consultando i contratti di un quinquennio del Settecento, dal 1736 al 1740, trovammo due fanciulli d' anni 8 (un tessitore di tela e

(1) Cod. Marciano, cl. VII ital. 1742, miscellanea.

(2) Archivio di Stato in Venezia (A. S. V.), *Archivio della Giustizia Vecchia*, buste 112-126, registri dal 9 giugno 1575 al 30 maggio 1772. Nei contratti registrati sono indicati il nome, l' età, la patria, la paternità dei giovanetti che si scrivevano quali garzoni, il nome de' maestri. le condizioni e la durata dell' accordo, il nome dei mallevadori; aggiungendosi poi se il contratto era sciolto, se il garzone, cosa non rara, fuggiva di bottega. Il doc. VIII presenta tre esempi di contratto, uno per secolo.

(3) *Giustizia Vecchia*, b. 112, reg. 151, c. 18.

(4) *Giustizia Vecchia*, b. 121, reg. 169.

Digitized by Google

un " baretter „), quattro di anni 9, quattordici di anni 10, per la metà sartori, venticinque di 11 anni (1). È pacifico dunque che non c' era un limite minimo, di 12 o 13 anni, eguale per tutte le arti, ma che nel periodo moderno dello Stato veneziano per molte arti fu stabilita, nelle matricole, un' età minima per iniziare il garzonato (2), e che le più faticose pretendevano un' età maggiore, come ad es. la consorteria dei fabbri che iniziava giovanetti di 16 anni compiuti, i terrazzeri che li ammettevano a 15 anni (3), l' arte dei " peateri „ che non poteva accettar garzoni di minor età d' anni 18 (4).

Per ragioni diverse, suggerite dall' esperienza, fu anche fissata l' età massima nella quale si poteva incominciare il garzonato.

Nel primo quarto del Seicento, quando ancora duravano le buone leggi ma i pubblici organi di sorveglianza e controllo peccavano d' inerzia, si andava introducendo il brutto uso di accordar come garzoni uomini maturi, a volte, come accadde per l' arte dei tintori, dell' età d' anni 40, 50, perfino 60. L' inconveniente derivava da ragioni dovute alla malizia degli uomini più forte di ogni buon provvedimento: l' arte dei muratori denunciava l' accortezza di garzoni, i quali, più vecchi de' maestri e poco disposti a star loro soggetti, finito il periodo di garzonato con un maestro, quand' erano obbligati dalla Scuola a notarsi come lavoranti ed a pagare le consuete gravezze, passavano ad accordo con un altro maestro: i " peateri „ si lagnavano che alcuni si scrivessero quali garzoni in età così matura che, terminato il tempo del contratto erano quasi vecchi, entrando poi nella Scuola per partecipare dei comodi e non degli incomodi; che altri avessero l' astuzia di mettersi tra i garzoni essendo già

(1) *Giustizia Vecchia*, b. 126, reg. 181.

(2) SAGREDO, op. cit., pp. 83, 97, 116, 130, 140. Così nella matricola dei mercanti d' olio era stabilito, il 25 settem. 1649, che non si potesse notar garzoni che non avessero almeno 12 anni, e nella matricola dei " gallineri „, il 31 gennaio 1655 *(m. v.)*, che i garzoni dovessero accordarsi dai 12 fino ai 20 anni (*Sommario di capitolari* cit., cod. Marciano, cl. VII ital. 1572, cc. 181 *v* e 125 *r*).

(3) SAGREDO, op. cit., pp. 116 e 97.

(4) *Giustizia Vecchia*, b. 223, reg. 291, c. 70 *v*; cap. del 2 agosto 1620.

Digitized by Google

ammogliati e ciò per ottenere che i loro figlioli potessero usufruire della condizione privilegiata spettante ai figli dei confratelli. In quel tempo la constatazione degli abusi e la proposta de' rimedi non veniva più, come una volta, dal pubblico magistrato di controllo, ma erano le arti stesse, nelle loro riunioni, a deplorare i malanni ed a fissare un limite massimo di età per l'inscrizione dei garzoni. Tra i venditori d'olio e sapone fu stabilito, nel 1617, che non si potesse nell'avvenire descriver garzoni di maggior età di anni 18 (1); i muratori, raccoltisi il 3 gennaio 1621 nella loro Scuola posta a S. Samuele, deliberavano che " nessuno ardisca accordar garzon che passi l'età di anni vinti „ (2); il 2 agosto 1620 i " peateri „ stabilivano per i garzoni l'età massima di 25 anni (3); il 14 maggio 1623 i tintori votavano di non accordar alcuno che oltrepassasse l'età d'anni 18 o 20 al più (4); il 7 luglio 1624 i " casseleri „ ponevano la multa di ducati 25 per il maestro che accordasse garzoni maggiori di anni 18, annullandosi nello stesso tempo il contratto (5).

Si chiudeva il secolo XVII, dopo che la repubblica s'era dissanguata e impoverita nelle lunghe guerre col Turco, e rivolgendosi nuovamente l'attenzione alle questioni interne della Dominante, la Giustizia Vecchia emanava, il 1° giugno 1693, un proclama col quale ordinava che, nel termine di otto giorni dalla sua pubblicazione, i datori di lavoro dovessero aver accordato presso il magistrato tutti i garzoni con le solite formalità, pena la multa di soldi 25, durando l'obbligo di fare e denunciare, nonostante la pena, gli accordi entro altri otto giorni, per non

---

(1) *Sommario di capitolari* cit., cod. Marciano, cl. VII it. 1572, c. 180 *v*.

(2) *Giustizia Vecchia*, b. 223, reg. 291, c. 40 *r*; parte approvata dai Provveditori alla G. V. l'8 di gennaio 1620 (*m. v.*).

(3) *Giustizia Vecchia*, b. 223, reg. 291, c. 70 *v*; parte presa nel Collegio delle arti il 26 genn. 1622 (*m. v.*).

(4) *Giustizia Vecchia*, b. 223, reg. 291, c. 83 *v*; parte approvata dal Collegio delle arti il 27 sett. 1623.

(5) *Giustizia Vecchia*, b. 223, reg. 292, c. 2 *v*; parte presa in Collegio il 30 gennaio 1624 (*m. v.*). Nella busta 31 della *G. V.* si conserva un proclama per l'arte dei venditori di stuoie, del maggio 1672, nel quale è comandato che nessuno possa esser descritto per garzone in maggior età d'anni 16.

Digitized by Google

essere, nel caso contrario, puniti una seconda volta con un'egual multa (1). E in quegli stessi anni, nel dicembre 1697, il Senato, preoccupato della purità spirituale dei ragazzi lavoranti, oltre che dei loro interessi materiali, provvedeva a mantener " illibata da ogni pericolo „ la loro fede cattolica, avendo gli Esecutori alla bestemmia segnalato " le perniciose conseguenze che derivano dal trovarsi figli di tenera età posti da loro padri a servire per garzoni nelle botteghe de luterani e calvinisti „ (2).

Cogli inizi del Settecento si ritrovano negli archivi frequenti le suppliche di garzoni che non s' erano ancora accordati alla Giustizia Vecchia, o per trascuraggine o per malizia de' loro padroni o per inavvertenza de' loro padri, e che avevano bisogno di giustificare le prove della servitù prestata per esser descritti come lavoranti e maestri, oppure per compiere il periodo di garzonato presso un altro maestro (3). I Giustizieri, data notizia della supplica al gastaldo od ai sindici dell' arte nel caso volessero tempestivamente far opposizione, esaminati i testimoni prodotti, visto il processo e le prove, di solito deliberavano che il petente fosse descritto nell' arte, ordinando al notaio cui spettava di rilasciargli il bollettino o fede del servizio. Alcuni tra i processi ci rivelano come i nobili patrizi della Giustizia Vecchia non dimenticassero, anche in tempi di decadenza dello Stato, il loro ufficio di proteggere i poveri garzoni. Gerolamo Tremori, dopo aver servito Zuan Maria Dal Pedro " marangon da case „ mesi sei prima dell' accordo presso il magistrato, era rimasto suo garzone anni tre e mesi quattro, soffrendo ingiurie e " strapazzi „ ; non potendo resistere, pensando di compiere il periodo del garzonato in altra bottega con un altro capo mastro, chiese invano al Dal Pedro la fede della servitù ed invano la fece ricercare da persone autorevoli. Nel ricorso faceva rilevare che nel margine del contratto di lavoro s' erano notati in un tempo stesso " due scampi „, col proposito di nuocergli, essendo già dal pa-

(1) Doc. VI. Il proclama fu stampato il 2 giugno e dato ai gastaldi e capi delle arti, affinchè ne rendessero consapevoli tutti i confratelli e in modo che nessuno potesse fingere ignoranza della legge.

(2) *Senato, Terra*, reg. 235, c. 597.

(3) Le suppliche de' garzoni sono nelle buste 91-94 della *Giustizia Vecchia;* le più recenti giungono al 1718.

Digitized by Google

drone minacciato con raggiri forensi o con violenze, adatte al carattere " fiero „ del Dal Pedro. I Giustizieri, in seguito alle risultanze del processo, riconoscevano buoni per il Tremori i tre anni e mesi 4 di servizio (1).

Ma ben più gravi denuncie furono presentate alla Giustizia Vecchia: un *putto*, Bartolomeo Fracasso, era garzone di Domenico Piasenti " petener „ ; il padrone bastonava, durante il lavoro, il povero ragazzo ; la moglie, degna consorte, faceva star alzato il garzoncello la notte per scaldare i ferri da stirare collari, e se il sonno lo coglieva lo percuoteva nelle mani e nella faccia, scottandogli perfino le mani col ferro. Il piccolo soffriva anche la fame, onde i vicini, impietositi, gli davano del pane o qualche soldo perchè si sfamasse (2). Nel caso di riprensioni un po' troppo manesche, i giustizieri volevano sapere per qual causa si correggesse il garzone, se si trattava di correzioni di parole o di fatti, se il ragazzo era battuto con le mani oppure con legni (3).

Non mancano però esempi di garzoni, non più fanciulli, prepotenti o peggio coi loro padroni. Uno tra questi è quel Ventura Frizier, il quale non solo rispondeva con " improprietà e con bestemie horende, con scandolo de' vicini „, allo speziale, padron di bottega, Paolo Lozza, ma, quasi minaccia continua, teneva attaccata allo scagno ov' era solito sedere una sciabola sfoderata. Il troppo mite speziale, inquieto per quell' arme fuori del fodero, si querelava alla Giustizia, dando in nota alcuni testimoni e citando la madre del Frizier che, alla vista della sciabola, si era stupita ricavandone " cattivo argomento „ (4).

Approfittando della generale rilassatezza nelle pubbliche cose, molti capi maestri, non ostante leggi e proclami, si facevano lecito di tener nelle loro botteghe de' garzoni senza curarsi di accordarli alla Giustizia Vecchia, onde un nuovo pubblico proclama dei Giustizieri, nel quale si faceva " intendere e sapere „ che tutti i capi maestri delle arti, soggette al Magistrato, doves-

(1) *Giustizia Vecchia*, b. 92 ; terminazione del 12 gennaio 1746 (*m. v.*).
(2) *Giustizia Vecchia*, b. 91 ; 1705, giugno.
(3) *Giustizia Vecchia*, b. 91 ; 1710, maggio 13.
(4) *Giustizia Vecchia*, b. 91 ; 1704, luglio 9.

Digitized by Google

sero far descrivere i garzoni non ancora accordati, nel termine di otto giorni, nel libro a ciò designato, restando per l'avvenire prescritto che più di un mese non si dovesse tenere un garzone in bottega senza il legale accordo. Il proclama fu stampato, pubblicato sulle scale di S. Marco e di Rialto il 25 agosto 1725, distribuito a tutti i gastaldi delle Arti (1): ma il Leone di San Marco ormai non aveva nè denti nè unghioni; si voleva prima proceder *gratiosamente;* poi, dovendo di necessità applicare un castigo ai renitenti od incuranti, in luogo delle forti multe inflitte nel Quattrocento, si lasciavan indeterminati il genere e l'entità della pena. Il proclama si ristampava e si ripubblicava dal comandador sulle solite scale, nell'agosto 1732, ripetendo gli stessi ordini con le precise parole, aggiungendo soltanto ch'esso fosse registrato in tutte le matricole delle Arti, per esser poi letto nelle prime riduzioni dei Capitoli od assemblee (2).

Il Senato veneziano, preoccupandosi di trovar pronto impiego per i propri sudditi nella loro adolescenza ed al fine di procurar loro nel seguito comodo mantenimento, conteso dalla concorrenza e dal numero de' lavoranti forestieri, con disposizioni protettive, contenute in vari decreti del 1767 e '68, distingueva le Arti in tre categorie: 1° mestieri in cui potevano nell'avvenire esser accordati e descritti per garzoni solo nativi veneti, cioè veneziani, esclusivamente; 2° mestieri nei quali il garzonato era riservato ai nativi veneti e agli altri sudditi dello Stato; 3° arti d'industria, che avevan rapporto col commercio esterno, mantenute libere ed aperte anche ai forestieri.

Il 2 ottobre 1767, riunitasi la conferenza dei Provveditori sopra la Giustizia Vecchia, dell'Inquisitor sopra le Arti e dei Giustizieri vecchi, si stabiliva quali arti spettassero alla prima categoria, quali alla seconda, quali alla terza, ed in un quarto articolo di tale terminazione si ribadiva ancora una volta: " Fatta che sia la descrizione del Garzone ne' libri dell'Arte doverà il Cappomestro produrre al Magistrato Ill.mo della G. V. in Rialto, giusto il prescritto dalle leggi, l'accordo del Garzone, la Fede del suo battesimo, il bollettino del Gastaldo dell'Arte che l'averà de-

(1) Doc. VII.
(2) Codice Correr 575, c. 136 *r* e *v*; 1732, agosto 8.

Digitized by Google

scritto, perchè segua ne' libri del Magistrato stesso la descrizione del Garzone mede.mo, conotando egualmente il nome e cognome del Cappomestro, quello del Garzone accordato, i patti dell' accordo, il tempo in cui sarà descritto, ed il luoco della sua nassita, per quegli riscontri che si rendessero necessari, e per i quali doveranno esser conservati in Filza gli accordi, Fedi e bollettini sopradetti. Dichiarando, che per d.a descrizione non possa da Ministri a quali spetta pretendersi ed esigersi altra mercede, che quella che viene loro assegnata dalle publiche Tariffe „ (1).

Ma ecco poco dopo, nel giugno 1771, i signori Giustizieri ordinare ancora una volta che fosse data piena esecuzione ai proclami del 1693 e del 1732, concedendo, per puro atto di grazia, ai capi maestri il termine di fine luglio, se dovevano mettersi in regola colla legge (2). I Giustizieri sospettavano che la malizia dei datori di lavoro tentasse deludere le recenti deliberazioni del Senato rispetto all' origine natale dei garzoni; un' inchiesta del 1772 aveva constatato che i capomaestri avevano non poca ripugnanza di ricever per garzoni i veneziani, i cui protettori rendevano vana la libertà di castigo o di disciplina (3). Di quegli anni 1772 e '73 rimangono alcune belle relazioni intorno al riordinamento delle Arti; i deputati straordinari Prospero Valmarana, Andrea Memmo e Gerolamo Diedo dichiaravano, nel settembre 1773, che ogni arte " cercò di restringersi nel numero coll' accrescere i periodi del garzonato e della lavoranzia, coll' aumentare gli esborsi delle bene intrate, onde tener chi non era figlio di capo mastro, il più possibilmente lontano „ (4), ed accennando alle difficoltà di fornire dei dati statistici sicuri, avendo ritrovato i registri delle Arti disordinati, confusi, deficienti, così precisano la loro affermazione: " I figli di capo mastro non sono registrati nei ruoli dei garzoni o dei lavoranti, perchè eglino non han bisogno di prove, nè di servitù. Alcuni altri garzoni non sono descritti perchè non notificati ai rispettivi

(1) *Giustizia Vecchia*, b. 23; terminazione approvata con decreto del Senato, 8 ottobre 1767.

(2) Doc. IX.

(3) SAGREDO, op. cit. pag. 206.

(4) SAGREDO, pag. 219.

Digitized by Google

magistrati o per indolenza o per mala fede dei loro principali. Molte arti tengono lavoranti e giovani a salario senza essere descritti .... „ (1).

In sul tramonto della Serenissima alcuni pochi patrizi, come Andrea Memmo e Andrea Tron, tentando infondere nuova vita nello Stato veneziano, proposero riforme che meriterebbero anche oggidì esser oggetto di studio; tra esse i vari progetti di riforma delle Arti (2). Ma che potevano ormai la visione lontana, l'acuto ingegno, l'autorità di quei pochi contro l'inerzia politica della massima parte dei nobili, il torpore del popolo, le tendenze meschine delle corporazioni, studiose dell'immediato, proprio interesse, incuranti del pubblico bene?

(1) SAGREDO, pag. 221.

(2) Cfr. le relazioni per la riforma delle Arti publ. dal SAGREDO, op. cit. pagg. 187-228. Studi fatti nel 1795 intorno all'iniziamento e all'educazione dei garzoni risultano dal cod. Marciano, cl. VII ital. 1742.

Digitized by Google

DOC. I

1396, 10 marzo in Consilio de XL.

Cum sepius et sepissime ad offitium nostrum Justitie Veteris accedant multe persone volentes obligare ac accomodare aliquos pueros et puellas utriusque sexus ad standum et morandum ad certum tempus cum aliquibus artificialibus huius civitatis diversarum artium, qui pueri et puelle presentantur predictis offitialibus J. V. de tempore in tempus; quibus offitialibus nostris, vigore sui officii quia sunt super omnibus artibus, pertineant pacta et condiciones inter discipulos seu discipulas et magistros tam in facto temporis accordationis dictorum puerorum et puellarum quam in facto eorum salariorum et ... seu eorum utilitatum, prout singula et particularia continentur in matriculis seu ordinibus dictorum artificialium, que matricule et ordines conservati sunt in libris et quaternis nostri offitii J. V., et quotidie occurrat quod volentibus nostris justiciariis predictis taxare et limitare pretium inter dictos magistros et discipulos juxta ritum officii et secundum Deum et justitiam, dicti magistri hoc recusant et recedunt ab offitio nostro predicto conducentes tali modo malo dictos pueros seu puellas ut in continenti ... vadant ad notarios publicos et ibidem dicti notarii accipiunt preces, obligationes inter tales discipulos seu discipulas et magistros illis salariis, modis, compositionibus, obligationibus quibus volunt, que obligationes dictorum puerorum et puellarum sepissime sunt contra Deum et justitiam et damni maximi dictorum puerorum seu puellarum, eo quia tales qui accordant dictos pueros et puellas nullum habent respectum ad eorum utilitatem, et quia cum majori ... fiant tales accordatus ad offitium nostrum J. V., que accordationes etiam patent per scripturas offitii prelibati. Id vero consulunt nostri J. V. omnes concordes quod, pro bono et utilitate dictorum puerorum et puellarum et ut justitia habeat rectum suum, sit ve-

Digitized by Google

titum omnibus notariis Venetiarum et quod addatur in eorum capitulariis quod nullactenus accipere valeant preces huiusmodi accordatus, et judices nostri curiarum Palatii de his similibus accordationibus per instrumenta si qua deinceps facta apparerent seu in futurum facerent nullam valeant reddere rationem.

Capitolare Rosso, c. 74.

Die primo maii 1396.

Capta in Cons. de Quaranta.

Tratta dal Capitolare Stella della Giustizia Vecchia, a carte n. 16.

A. S. V. *Compilazione leggi*, busta 49, *Arti* filza III; Museo civico Correr, *codice Correr 575 (Raccolta di leggi universali riguardanti la disciplina et economia delle Arti ad uso del N. H. Alessandro Priuli)*, tom. I, c. 1.

II.

1402, die 25 mensis septembris

Cum per formam unius partis capte in Consilio de 40 de anno 1396, die X martii sit prohibitum omnibus notariis Venetiarum de non possendo accipere aliquam precem (1) nec instrumentum aliquod componere de aliquo concordio seu pacto inter aliquos pueros et puellas utriusque sexus et artifices Venetiarum, prout plenius continetur in ea et ipsa pars nullatenus observari possit per dictos notarios, et ut plenius observetur ipsa pars ordinatum et stridatum fuit super scallas Rivoalti et ubi conversantur notarii quod a modo in antea dicta pars capta inviolabiliter observetur et executioni mandetur. Et quod de cetero nullus notarius cuiuscunque conditionis existat, tam per modum imperii quam per modum Venetiarum, audeat vel pressumat aliquo modo vel ingenio, per se vel per aliquem, accipere vel accipi facere aliquam precem nec instrumentum aliquod componere inter aliquos pueros et puellas, tam parvos quam magnos, famulos, servitores, servitrices, laboratores et familiares cuiuscunque condi-

(1) Altre copie: *pacem* oppure *partem*.

Digitized by Google

tionis, temporis et etatis et aliquos magistros et artifices, mercatores, ministeriales seu alios quoscunque cuiuscunque conditionis existant, et tam terrigenos quam forinsecos, tam in civitate Venetiarum habitantes, quam pro portando et conducendo eos extra ad standum, laborandum et commorandum secum, seu sibi perserviendum aliquo quocunque modo. Et quia nulla gratia habeatur notario contraffacienti per dominos J. V. tunc existentes, scilicet si pacta facere voluerint partes, scribantur et scribi facere debeant pacta sua ad offitium J. V. ordinate. Et hoc quia ad dictum offitium sunt limitata et limitantur pretia modo quo famuli et puelle ignorantes non decipiantur, et similiter nullum instrumentum extra Venetias factum nullius sit vigoris atque momenti si notentur ad dictum offitium illa talia pacta ut debent postquam fuerunt aplicate partes Venetiis, ut illi tales famuli et puelle non decipiantur, nec simili modo ire malitiose extra civitatem Venetiarum pro faciendo similes conditiones, accordationes, instrumenta, nec alias huiusmodi preces de accordiis seu pactis iuxta formam dicte partis et additionis facte, sub pena librarum X parvorum pro quolibet notario et qualibet vice, tam per modum imperii quam Venetiarum, et illud tale instrumentum sive preces nullius sint valoris prout supra in prima parte distincte continetur.

Dal Capitolar Rosso G. V., c. 75 *t.*

A. S. V. *Compilazione leggi*, *Arti*, filza III; Museo Correr, *cod. Correr 575*, c. 2.

III.

[1444] Die XXVIII° Aprilis. Ser Alexander Basilio, ser Petrus de la Fontana, ser Johannes de Mula capita de XL.

. . . . . .

Preterea conçosia che a l' officio de la Justixia Vechia tuti i mestieri sono sotoposti, al qual officio se die acordar tuti i fameii de chadaun mestier et arte: e perchè i Justixieri Vechi i tansa i suo salarii e fadige, et algune volte non contentandosse, o veramente per che chaxon se voia, i recore ai Chavi de sextier, e questo per farse acordar i fameii a so modo: vada parte

Digitized by Google

che da mo' ananti algun officio de Veniexia non possa accordar algun fante ad algun mestier de Veniexia soto pena de l. cento, ma solamente i officiali de la Justixia i debia acordar sì chomo l' ordene del so officio rechiede, excepti ampuo i fameii de l'arte de la seda i qual se acorda ai Consoli di mercadanti. Veramente i chavi de sextier possa et debia acordar i fameii de i zintilomeni et altri citadini a tempo, segondo uxança del so officio, ma non ad artesani che i tolesse per insignarli arte, soto la pena predicta. Et hoc notificetur officiis ad quos spectat.

De parte: — omnes alii. Non sinceri: — 1. De non: — 1.

A. S. V. *Senato*, *Terra*, reg. I, c. 126.

IV.

1468, 1 Aprile

Cum ab antiquo semper contentum et a legibus nostris institutum sit quod omnes appotecarii et artifices huius urbis qui volunt scribere famulos suos illos scribere debent ad offitium Justicie Veteris, et hoc quod ipsi justiciarii tenent rationes pauperum famularum et illos accordant cum suis magistris, cum pactis et conditionibus justis, licitis et honestis et sæpius occurrat quod aliquis hypothecarius et artifices huius urbis nostrae qui parum timent Deum et animam suam, veniunt ad ipsum officium J. V. pro scribendo famulos suos et volunt illos scribere pro minimis pretiis et per longa tempora in prejuditium ipsorum pauperum puerorum, et ipsi d. d. J. V. nolunt illos scribere facere quoniam ipsi appotechari et artifices nollunt se ponere ad res aequas et justas et recedunt ab ipso offitio dicendo quod nollunt se ponere illos pueros sive famulos pro illo pretio, et postmodum dicti appothecari et artifices querunt illos variis modis et viis subducere et illos accordant per scriptum tertiae personae aut per cartam notariorum quod nullo pacto ob onorem et reverentiam Dei tollerandum est — Vadit pars, quod de caetero ordinetur et firmiter statuatur quod aliquis appothecarius sive artifex huius nostrae urbis non possit ullo modo vel ingenio accordare aliquem famulum cujuscunque conditionis existat per scriptum tertiae personae

Digitized by Google

aut per cartam notariorum aut per aliquem alium modum nisi per hoc offitium. Et si aliquis temerarius presumpserit facere contra hanc nostram deliberationem cadat de ducatis X, et scripturam quam fieri fecisset per tertiam manum aut per cartam notariorum, aut per aliam viam, nullius sit valoris vel momenti. Cujus paenae medietas sit accusatoris, si fuerit, et altera medietas sit offitii J. V.

Proclamatum in scallis Rivoalti die 12 Aprilis 1468 per publicum praeconem.

Dal Cap[itolare] *Rosso G. V.*, c. 85.

Museo civico Correr, *cod. Correr 575*, c. 14.

V.

1485, die 28 Aprilis, in Collegio.

Nel 1468, a dì primo Aprile fo prexo parte in questo Collegio circa el scriver et accordar di fanti et garzoni alla G. V., como in essa se contien. Et perchè in l'anema di essa leze non è dechiarido che i garzoni et fanti preditti se intenda tanto quelli accordadi ad anno quanto a longo tempo, unde el ne rissulta in ditto offitio tante et sì continue lite che in quali se puol resister. Pertanto, a remuover in futurum ogni richiamo et discordia, volemo sia dechiarido et per dechiarido s' intenda che de cetero sottoposti s' intenda a dicta lege non solamente i garzoni scripti, ma ancora quelli accordadi ad anno ovvero a raxon de anno. Et siano tenuti et obbligati i maistri di quelli vegnirli a scriver al ditto offitio della G. V., aliter non el facendo vaia per niun modo, pacto ne accordo algun, come in essa se contien, et caxa a quella instessa pena.

Caplr. G. V., c.te 88 t.

Museo civico Correr, *cod. Correr 575*, c. 21.

VI.

[S. Marco]

Il Ser.mo Principe fa sapere et è per ordine degl'Ill.mi Sig.ri alla G. V.a ch' essendo raccomandato al Mag.to della G.a V.a l'ac-

Digitized by Google

cordo delli garzoni di tutte le Arti e professioni di questa Città, eccettuati li soli testori da seda, essendo anche proibito fare in qualsisia modo alcun accordo dei garzoni se non nel Mag.to sudetto, fanno con il presente Proclama intendere a chi si sia che, nel termene de giorni otto dalla pubblicazione del presente, debbano aver accordato nel Mag.to loro li garzoni che fossero ad imparare et esercitare le Arti e professioni dei medesimi, con le solite formalità praticate in detto off.o, passato il qual termene nè avendo fatto detti accordi, si intendino incorsi deti patroni dei garzoni in pena de s. 25 da esser applicati giusto alle leggi, da esserli irremissibilmente levata, e non ostante siino obbligati a fare detti accordi. E perchè la malizia o trascuratezza dei patroni a praticare detti accordi con le formalità necessarie in detto Off.o nel termene però di altri giorni 8, oltre li sudetti, altrimenti s' intendono incorsi nella pena sopra espressa. E perchè il presente abbia la sua pontuale esecuzione sarà pubblicato e stampato a chiara intelligenza di cadauno, e fatto avere a tutti li gastaldi e capi delle professioni tutte della Città, perchè *illico* ne facino consapevoli tutti li loro confratelli, niuno eccettuato, in pena come di sopra, e questa li sarà levata tante volte quanti confratelli non fossero stati da essi loro gastaldi e capi avvisati del presente Proclama, acciò nessuno ne possi professar ignoranza.

Dat. dal Mag.to della G.a V.a li primo Giugno 1693.

M. Ant.o Zorzi
Dom.co Gritti
Niccolò Badoer
Bembo Valier
} G. G. V. V.

Adì 2 giugno 1693, publ. stampato.

Museo civico Correr, *Codice Correr*, *575* c. 113 *r*.

VII.

IL SERENISSIMO PRENCIPE
FA' SAPER
Et è d' ordine de gl' Illustrissimi Signori
GIUSTITIERI VECCHI

Chiamata a forti e vigorosi compensi la vigilanza più attenta degl' Illustrissimi signori Giustitieri Vechi, affine di togliere la

Digitized by Google

simulata ignoranza di alcuni capi maestri delle Arti al loro Illustrissimo Magistrato soggette, quali in onta a quanto restò prescritto dalle leggi, e particolarmente del proclama de' loro precessori 1693, primo Zugno, e si fanno lecito di tener nelle loro botteghe, garzoni senza esser accordati nel magistrato medesimo, con sommo pregiudicio delli stessi, come s' è scoperto in questi ultimi tempi, inclinando però sempre Sue Signorie Illustrissime, prima di devenire alle pene cominate, proceder gratiosamente che, salve e riservate tutte le leggi in tal proposito e particolarmente il proclama sopradetto, fanno con il presente publico proclama intendere e sapere, che tutti li capi maestri dell' Arti ad esso Magistrato sogette, nel termine di giorni otto, debbano venire ad accordare, nel libro a ciò deputato, li loro garzoni che non fossero stati accordati con le formalità solite del Magistrato medesimo; passato il qual tempo, e trovando Sue Signorie Illustrissime garzoni non accordati nelle loro botteghe, deveniranno a quelli castighi, secondo la qualità delle trasgressioni, come pure per l' avvenire resti regolato che cadaun capo maestro non possi tenire il garzone non accordato nella sua bottegha più d' un mese, in pena giusto il proclama sopradetto.

Et il presente sia stampato e publicato sopra le scalle di San Marco e Rialto per la sua inviolabile esecutione, dovendone esser data una copia a tutti li gastaldi dell' Arti perchè li medesimi incitino li loro fratelli, acciò d' alcuno non possi fingersi ignoranza.

Dat. dal Magistrato Illustrissimo della Giustitia Vechia li 23 Agosto 1725.

Giacomo Pasqualigo G. V.
Francesco Corner G. V.
Zan Battista Badoer G. V.

Gerolemo Venturini Nod.

Adì 25 Agosto 1725

Publicato sopra le scale di S. Marco e di Rialto per Girolamo Ziani comandador publico.

Stampata per Z. Antonio et Almorò Pinelli stampatori ducali.

A. S. V. *Compilazione leggi*, busta 55, *Arti in genere*, filza IX.

Digitized by Google

VIII.

ESEMPI DI CONTRATTI DI GARZONI

a

1575, giugno 14.

Lucietta fia de ser Cristophoro da Grizzo, bastaso alli Frari, presente, d' ettà d' ani 15 in circa se scrive a star e lavorar all' arte de far bottoni e altro farà bisogno, con ser Zambattista de Cabriel mercante de seda, per anni cinque prencipia adì ditto, e falendo alcun zorno sia obligada refar; qual Zuan se offerse farla docile di tal profession, li fa le spese sana e inferma, li dà l' albergo e la tien monda e netta, e li dà per suo salario in ditto tempo ducati dodese, cioè duc. 12, a vestir d' essa Lucietta. Ser Cristophoro padre della ditta romase piezo d' ogni dano, interesse *iuxta morem officii.* [*in margine*] 1578, adì 7 marzo. Costituido in officio m. Paulo Lombardo, per nome del contrascrito patron et dise la contrascrita puta esser da lui fuzita zà un mese in circa.

Giustizia vecchia, b. 112, reg. 151, c. 10 *v.*

b.

1621, maggio 19.

Bortolo de ser Zuane Bertoloti trentin, de anni 14 in circa, se scrive a star per garzon con ser Zan Battista Da Larese calegaro a S. Lio a l' insegnia de Anversa, per anni sei che sono prencipiatto (*sic*) a dì detto, et se falerà alcun giorno sia tenuto di rifar; et detto patron promete insegnarli l' arte sua, tenerlo in casa sano et infermo, tenerlo mondo et netto, fargli le spese, et per suo salario li dà le scarpe per suo uso, et la festa mandarlo alla scola, et ciò senz' altro obligo.

Ser Pietro trentin, serve in fontego di Todeschi, se constituise piezo in forma del oltra scrito garzon suo nepote. [*in mar-*

Digitized by Google

gine] 1627, 26 Maggio. Li contrascritti patron et garzon ricercarono che el contrascrito accordo sia dipenato, chiamandosi l'uno dell' altro sodisfatti.

Giustizia vecchia, b. 117, reg. 162, c. 158.

c.

1736, 7 marzo.

Domenico Zacarioto di Domenico da Conegian, d' anni 10 in circa, s' accorda per garzon con m.° Domenico de Vicenzi tesser da tella, per anni cinque principiati hoggi, e fallando alcun giorno sii tenuto reffar, qual patron s' offerse insegnarli l' arte, lo tien in casa, mondo e netto, li fa le spese san et infermo, e di salario li dà ducati due all' anno.

Giustizia vecchia, b. 126, reg. 181, c. 2 *v.*

IX.

Adì 10 Giug.° 1771

Gli ILLmi Signiori Giustizieri Vecchi

Osservate le Salutari Providenze replicatamente stabilite dai loro Predecessori a tutela dei poveri Pupilli, i quali vanno ad esercitarsi in figura de' Garzoni sotto i Capo Maestri delle Arti, dalla malizia dei quali vengono omesse le descrizioni di detti Garzoni, per la quale non solo ne ridonda un sommo pregiudizio a detti Garzoni, ma anche ne potrebbero proceder dannate delusioni alle Sovrane recenti Leggi in proposito della diversità prescritta per l' Arti nell' accettazione di Persone Venete, Suddite o Forestiere —

Hanno ordinato, ed ordinando comandato, che tanto il Proclama 1693, 1 Giugno, che l' altro 8 ag.° 1732, siano ristampati, e republicati per la loro intiera essecuzione, concedendo però per puro atto di grazia il termine del Mese presente, e futuro Luglio alli Capi Maestri, che averanno Garzoni non accordati per

Digitized by Google

accordarli colle solite formalità, spirato il quale saranno irremissibilmente levate le comminate pene suddette. Aggiongendo, e comandando risolutamente, che non si possa accordar alcun Garzon, se non porterà al Mag.° il Bolletin dell'Arte, e la Fede del suo Battesimo, quali Fedi dovranno esser custodite in Filza unite al Bolletin dell' Arte.

Mandantes :

(Girolamo Marcello G. V.
(Z. Battista Semenzi 3.° G. V.
(Giulio M.ª Soderini G. V.

Michiel Mascopulo Nod.°

Adì 19 Giug.° 1771 republicati.

Tratta da simile Stampa.

Museo civico Correr, *cod. Correr 575,* c. 136 *v*-137 *r*.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 20 luglio 1929*)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Sull' equilibrio di una porzione di superficie rigata sviluppabile

DOTT. BRISEIDE BARONI

(pres. dal prof. E. Laura, s. c., nell' ad. ord. 19 maggio 1929)

Il VOLTERRA (1) in due importanti Note dell' Accademia dei Lincei sull' equilibrio delle superficie flessibili ed inestendibili, seguendo un metodo che si distingue nettamente da quello adottato dal BELTRAMI (2) nella classica memoria riflettente lo stesso argomento, dimostrò un teorema valido per le superficie a curvatura positiva.

Nella presente Nota, dato l' interesse che presentano i risultati ottenuti dal Volterra, mi è sembrato utile il riprendere la questione per le superficie rigate sviluppabili.

Il metodo da me seguito si riattacca alla Memoria del Beltrami e l' estensione del teorema di Volterra a queste superficie discende nel modo più spontaneo.

1. — *Equazioni parametriche di una superficie sviluppabile.*

Il punto P, funzione di due parametri u e v, descrive una rigata per la quale le equazioni delle generatrici sono $v = \text{cost}$, se esso ha l' espressione seguente:

$$P = O + u\,\mathbf{a} + \mathbf{b}, \qquad (1)$$

dove O è un punto fisso ed $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ sono due vettori funzioni della sola v.

Il vettore $\mathbf{a}$ può essere inoltre supposto unitario (sicchè

(1) V. VOLTERRA, Atti R. Acc. Lincei. Transunti. Serie III. Volume VIII, 1884 pag. 214 - 218; 244 - 246.

(2) L. BELTRAMI, Accademia di Bologna III, 1882.

Digitized by Google

$\mathbf{a}^2 = 1$); esso rappresenta allora il versore della generatrice generica $v = \text{cost}$.

Se vogliamo inoltre che le linee $u = \text{cost}$ siano le traiettorie ortogonali delle generatrici si avrà

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b}' = 0$$

dove l'accento, come nel seguito, indicherà la derivata rispetto a v della funzione a cui è apposto.

Il parametro v può essere inoltre scelto in modo che risulti verificata la relazione:

$$\mathbf{a}'^2 = 1 \ .$$

Il significato geometrico del parametro v è allora ovviamente il seguente: esso è l'arco della curva intersezione del cono direttore della data superficie con una sfera di raggio 1 e centro nel vertice del cono direttore.

Si ricava poi facilmente che la condizione che assicura che la data superficie è sviluppabile è

$$\mathbf{b}' = \mathbf{a}' V \ , \tag{2}$$

dove V è uno scalare pure funzione della sola v.

Possiamo quindi assumere come equazione parametrica di una sviluppabile un'equazione del tipo:

$$P = 0 + u\,\mathbf{a} + \int_0^v \mathbf{a}'\, V\, dv \ , \tag{3}$$

il vettore $\mathbf{a}$ soddisfacendo alle condizioni:

$$\mathbf{a}^2 = \mathbf{a}'^2 = 1 \tag{4}$$

Poniamo ora, il che sarà utile in seguito:

$$\mathbf{a}''^2 = h^2 \ . \tag{5}$$

Possiamo allora dimostrare che, nota la h, il vettore $\mathbf{a}$, tenendo presenti pure le condizioni precedenti, è determinato a meno di due costanti arbitrarie.

Invero la linea:

$$Q = 0 + \mathbf{a} \tag{6}$$

Digitized by Google

è sferica ed il parametro v ne è l'arco; la h è allora la sua prima curvatura.

La seconda curvatura, per il fatto che questa linea è sferica, si può determinare con sole operazioni di derivazione.

Della linea (6) sono allora note le sue curvature e la sua determinazione dipende dall' integrazione di un' equazione di Riccati.

Possiamo infine notare che l' equazione:

$$u + \mathrm{V} = 0 \tag{7}$$

è quella dello spigolo di regresso.

Inoltre si ha:

$$d\,\mathrm{P} = \mathbf{a}\,du + \mathbf{a}'\,(u + \mathrm{V})\,dv\ ,$$

da cui

$$ds^2 = d\,\mathrm{P}^2 = du^2 + (u + \mathrm{V})^2\,dv^2\ ; \tag{8}$$

l' elemento d' area racchiuso da due elementi di linee coordinate sarà inoltre:

$$d\sigma = (u + \mathrm{V})\,du\,dv\ .$$

2. — *Equazioni indefinite dell' equilibrio.*

Consideriamo ora una porzione di superficie flessile ed inestendibile il cui elemento lineare sia:

$$ds^2 = \mathrm{E}\,du^2 + \mathrm{G}\,dv^2\ .$$

I suoi punti siano sollecitati da forze di massa e da tensioni al contorno.

Un elemento $d\sigma = \sqrt{\mathrm{E}\,\mathrm{G}}\,du\,dv = \mathrm{H}\,du\,dv$ sia sollecitato dalla forza

$$\mathbf{F}\,d\sigma\ ,$$

ed un elemento di linea dalla forza

$$\mathbf{T}_n\,ds\ ,$$

dove n è la normale alla linea giacente sulla superficie.

Una porzione finita della data superficie, la quale è sollecitata dalle forze di massa $\mathbf{F}$ (riferite all' unità di superficie) e dalle tensioni al contorno $\mathbf{T}_n$ (riferite all' unità di lunghezza),

Digitized by Google

dove n è la normale rivolta verso l'interno e giacente nel piano tangente, è in equilibrio quando in ogni punto di questa porzione di superficie è verificata l'equazione vettoriale:

$$\mathbf{H}\,\mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial u} + \mu\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\mu\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial u} + \nu\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial v}\right), \qquad (9)$$

ed in ogni punto della linea contorno è verificata l'altra equazione

$$\mathbf{H}\,\mathbf{T}_n = \mathrm{E}\frac{\partial u}{\partial n}\left(\lambda\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial u} + \mu\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial v}\right) + \mathrm{G}\frac{\partial v}{\partial n}\left(\mu\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial u} + \nu\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial v}\right) \qquad (10)$$

Queste, in veste vettoriale, costituiscono le equazioni di equilibrio nella forma ad esse data dal Betrami.

Applichiamo la (9) e la (10) ad una rigata sviluppabile.

Dovremo porre in queste equazioni per P, l'espressione prima trovata:

$$\mathrm{P} = \mathrm{O} + u\,\mathbf{a} + \int_0^v \mathbf{a}'\,dv\ .$$

Con calcoli facili si ottiene allora:

$$\left.\begin{aligned}(u+\mathrm{V})\,\mathbf{F} &= \frac{\partial}{\partial u}\left[\lambda\,\mathbf{a} + \mu\,\mathbf{a}'(u+\mathrm{V})\right] + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial v}\left[\mu\,\mathbf{a} + \nu\,\mathbf{a}'(u+\mathrm{V})\right] \\ (u+\mathrm{V})\,\mathbf{T}_n &= \frac{\partial u}{\partial n}\left[\lambda\,\mathbf{a} + \mu\,\mathbf{a}'(u+\mathrm{V})\right] + \\ &\quad + (u+\mathrm{V})^2\frac{\partial v}{\partial n}\left[\mu\,\mathbf{a} + \nu\,\mathbf{a}'(u+\mathrm{V})\right]\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Sviluppando la prima equazione di questo sistema si ha:

$$\mathbf{a}\left(\frac{\partial\lambda}{\partial u} + \frac{\partial\mu}{\partial v}\right) + \mathbf{a}'\left[2\mu + (u+\mathrm{V})\left(\frac{\partial\mu}{\partial u} + \frac{\partial\nu}{\partial v}\right) + \nu\,\mathrm{V}'\right] + \\ + \mathbf{a}''\nu(u+\mathrm{V}) = (u+\mathrm{V})\,\mathbf{F}\ . \qquad (12)$$

Dimostreremo che *questa equazione ci permette di determinare le espressioni di* λ, μ, ν *a mezzo di due funzioni arbitrarie di* v.

Digitized by Google

Ricordando le (4) e (5) e notando che da esse discende $\mathbf{a} \times \mathbf{a}'' = -1$, si ottiene moltiplicando successivamente la (12) per $\mathbf{a}$, $\mathbf{a}'$, $\mathbf{a}''$:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial u} + \frac{\partial \mu}{\partial v} - \nu (u + V) = (u + V)\, \mathbf{a} \times \mathbf{F}$$

$$2\mu + (u + V)\left(\frac{\partial \mu}{\partial u} + \frac{\partial \nu}{\partial v}\right) + \nu V' = (u + V)\, \mathbf{a}' \times \mathbf{F}$$

$$-\left(\frac{\partial \lambda}{\partial u} + \frac{\partial \mu}{\partial v}\right) + h^2 \nu (u + V) = (u + V)\, \mathbf{a}'' \times \mathbf{F}$$

dalle quali, poichè $h \neq 1$, si ha facilmente:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \lambda}{\partial u} + \frac{\partial \mu}{\partial v} &= \frac{(u + V)}{h^2 - 1}(\mathbf{a}\, h^2 + \mathbf{a}'') \times \mathbf{F} \\ (u + V)\left(\frac{\partial \mu}{\partial u} + \frac{\partial \nu}{\partial v}\right) + 2\mu + \nu V' &= (u + V) \cdot \mathbf{a}' \times \mathbf{F} \\ \nu &= \frac{u + V}{h^2 - 1}(\mathbf{a} + \mathbf{a}'') \times \mathbf{F} \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

L' ultima equazione di questo sistema ci determina direttamente la ν; potremo perciò in seguito considerare la ν come nota quando siano note le forze di massa che sollecitano la porzione di superficie di cui studiamo l' equilibrio.

La seconda equazione del sistema (13), nota la ν, diviene allora un' equazione differenziale ordinaria di primo ordine suscettibile d' integrazione per quadrature.

Poniamo perciò:

$$\mu = \frac{\mu_1}{(u + V)^2};$$

la seconda delle (13) diviene allora:

$$(u + V)\left[\frac{1}{(u + V)^2}\frac{\partial \mu_1}{\partial u} - \frac{2\mu_1}{(u + V)^3} + \frac{\partial \nu}{\partial v}\right] + \\ + \frac{2\mu_1}{(u + V)^2} + \nu V' = (u + V)\, \mathbf{a}' \times \mathbf{F}$$

Digitized by Google

da cui:

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial u} = -\frac{\partial \nu}{\partial v}(u+V)^2 - \nu V'(u+V) + (u+V)^2 \mathbf{a}' \times \mathbf{F}$$

quindi

$$\mu_1 = \int (u+V)\left\{-\frac{\partial \nu}{\partial v}(u+V) - \nu V' + (u+V)\mathbf{a}' \times \mathbf{F}\right\} du + f(v) .$$

Si avrà infine:

$$\mu = \frac{1}{(u+V)^2}\int (u+V)\left\{-\frac{\partial \nu}{\partial v}(u+V) - \nu V' + (u+V)\mathbf{a}' \times \mathbf{F}\right\} du + \frac{f(v)}{(u+V)^2} .$$

Introducendo tale valore di μ nella prima equazione del sistema (13) dedurremo ancora:

$$\lambda = \int\left[-\frac{\partial}{\partial v}\left\{\frac{1}{(u+V)^2}\int (u+V)\left(-\frac{\partial \nu}{\partial v}(u+V) - \nu V' + (u+V)\mathbf{a}' \times \mathbf{F}\right) du + \frac{u+V}{h^2-1}(\mathbf{a}h^2 + \mathbf{a}'') \times \mathbf{F}\right] du + \frac{f'(v)}{u+V} - f(v)\frac{V}{(u+V)^2} + \varphi(v) ,$$

dalle quali si vede che le λ e μ vengono determinate a meno di due funzioni arbitrarie $f(v)$ e $\varphi(v)$ della v.

Porremo queste espressioni di λ, μ, ν in forma più concisa indicando con A, B, C i gruppi dei termini che non contengono $f(v)$ e $\varphi(v)$:

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= A(u, v) + \frac{f'(v)}{u+V} - f(v)\frac{V'}{(u+V)^2} + \varphi(v) \\ \mu &= B(u, v) + \frac{f(v)}{(u+V)^2} \\ \nu &= C(u, v) . \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Digitized by Google

3. — *Estensione di un teorema di Volterra.*

Il Volterra ha dimostrato nelle due Note citate per le superficie a curvatura positiva il seguente teorema:

" *Una superficie a curvatura positiva può stare in equilibrio sotto l' azione di forze arbitrariamente applicate nei punti interni. Per mantenerla in equilibrio bisogna applicare delle forze al contorno. Delle tre componenti di queste forze due possono scegliersi arbitrariamente purchè verifichino alle condizioni cui dovrebbero soddisfare nell' ipotesi della superficie rigida, l' altra componente risulta determinata in modo unico* ".

Vogliamo dimostrare che questo teorema è ancora valido per le superficie a curvatura nulla.

Questa dimostrazione è implicitamente contenuta nell' osservazione fatta al paragrafo precedente secondo la quale l' equazione indefinita, valida in ogni punto di una porzione di superficie a curvatura nulla in equilibrio in virtù di assegnate forze, è risolubile rispetto alle λ, μ, ν.

Infatti sostituiamo le espressioni di λ, μ, ν fornite dalle (14) nell' equazione di equilibrio (in forma vettoriale) valida nei punti del contorno:

$$(u + \mathrm{V})\,\mathbf{T}_n = \frac{\partial u}{\partial n}\left[\lambda\,\mathbf{a} + \mu\,\mathbf{a}'\,(u + \mathrm{V})\right] + \\ + (u + \mathrm{V})^2\,\frac{\partial v}{\partial n}\left[\mu\,\mathbf{a} + \nu\,\mathbf{a}'\,(u + \mathrm{V})\right],$$

avremo:

$$(u+\mathrm{V})\mathbf{T}_n = \frac{\partial u}{\partial n}\left[\left(\mathrm{A}\,(u, v) + \frac{f'(v)}{u + \mathrm{V}} - f(v)\frac{\mathrm{V}'}{(u+\mathrm{V})^2} + \varphi\,(v)\right)\mathbf{a} + \right. \\ \left. + \left(\mathrm{B}\,(u\,,\ v) + \frac{f(v)}{(u + \mathrm{V})^2}\right)\mathbf{a}'\,(u + \mathrm{V})\right] + \qquad (15) \\ + (u + \mathrm{V})^2\,\frac{\partial v}{\partial n}\left[\left(\mathrm{B}\,(u\,,\ v) + \frac{f(v)}{(u + \mathrm{V})^2}\right)\mathbf{a} + \mathrm{C}(u, v)\,\mathbf{a}'(u+\mathrm{V})\right].$$

Moltiplichiamo i due membri della (15) rispettivamente per $\mathbf{a}$ e per $\mathbf{a}'$.

Digitized by Google

Otterremo:

$$\left.\begin{aligned}(u+\mathrm{V})\,\mathbf{T}_n \times \mathbf{a} &= \left[\mathrm{A}(u,v) + \frac{f'(v)}{u+\mathrm{V}} - \right.\\ &\qquad \left. - f(v)\frac{\mathrm{V}'}{(u+\mathrm{V})^2} + \varphi(v)\right]\frac{\partial u}{\partial n} + \\ &+ (u+\mathrm{V})^2\left[\mathrm{B}(u,v) + \frac{f(v)}{(u+\mathrm{V})^2}\right]\frac{\partial v}{\partial u}\\ (u+\mathrm{V})\,\mathbf{T}_n \times \mathbf{a}' &= \left[\left(\mathrm{B}(u,v) + \frac{f(v)}{(u+\mathrm{V})^2}\right)(u+\mathrm{V})\right]\frac{\partial u}{\partial n} + \\ &+ (u+\mathrm{V})^2\,\mathrm{C}(u,v)\,\frac{\partial v}{\partial n}\,.\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Nei punti del contorno (supposto che di esso non facciano parte tratti di generatrice rettilinea) la u si può pensare come funzione di v e così pure la $\frac{\partial u}{\partial n}$ e la $\frac{\partial v}{\partial n}$. Allora è ovvio che possono essere scelte arbitrariamente la $\mathbf{T}_n \times \mathbf{a}$ e la $\mathbf{T}_n \times \mathbf{a}'$, componenti della $\mathbf{T}_n$ secondo la generatrice e secondo la direzione normale alla generatrice giacente nel piano tangente alla superficie.

La seconda delle (16) invero determina la $f(v)$ e la prima di suddette equazioni determina la $\varphi(v)$.

Il teorema del Volterra, enunciato al principio di questo paragrafo, è dunque valido ancora nel caso di una porzione di superficie a curvatura nulla, con la limitazione da noi posta circa il suo contorno.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 23 luglio 1929)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Sulla forma F_2 del Fubini - Vitali

NOTA di RITA LICENI

(presentata dal prof. G. Vitali, s. c., nell'adun. ord. 19 maggio 1929)

In un recente lavoro (1) il Vitali ha segnalata per ogni varietà ad n dimensioni il cui σ_2 è ad $\frac{n(n+3)}{2} - 1$ dimensioni una forma differenziale quadratica (che ha indicato con F_2) e che ha carattere proiettivo. Questa forma per $n = 2$ era già stata incontrata dal Fubini (2).

Il Fubini per dare rilievo al carattere proiettivo della sua forma aveva dimostrato che le direzioni che la soddisfano godono di una certa proprietà di contatto. Il Vitali (3), per mettere in evidenza l'equivalenza della sua forma, per $n = 2$, con quella del Fubini, ha mostrato che la sua forma ha quella stessa proprietà di contatto (4).

In questa nota dimostrerò che un'analoga proprietà di contatto è goduta dalla forma F_2 del Vitali per qualunque valore di n.

Poniamo $\mu = \binom{n}{2}$ e diciamo che uno spazio $S_{n+\mu}$ a $n + \mu$

(1) G. Vitali, " Sopra alcuni invarianti associati ad una varietà e sopra i sistemi principali di normali di superficie „. Extrait des Annales de la Société polonaise de Mathématique T. VII, Année 1928, pp. 52-53.

(2) G. Fubini - E. Cech, " Geometria proiettivo differenziale „, (Bologna, Nicola Zanichelli), T. II, pp. 631-633.

(3) G. Vitali, l. c., pp. 53-55.

(4) In un mio recente lavoro, (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XI, serie 6ª, I° sem. fasc. 2) ho dimostrato per via analitica questa equivalenza.

Digitized by Google

dimensioni è *tangente* in un punto P alla varietà, se esso è contenuto nello spazio σ_2 della varietà e contiene lo spazio tangente.

Se d è una direzione tangente a V_n, tale che tutti gli S_2 osculatori alle curve di V_n tangenti a d giacciono in un dato $S_{n+\mu}$ tangente a V_n, diremo che questo $S_{n+\mu}$ incontra la V_n lungo d. Si dimostra che $S_{n+\mu}$ generico incontra la V_n in 2^{n-1} direzioni.

Fra gli $S_{n+\mu}$ tangenti ne esistono di quelli per cui le 2^{n-1}, direzioni si riducono a 2^{n-2}, ciascuna contata due volte, un tale spazio si dirà *bitangente.*

Io dimostro in questa nota che *condizione necessaria e sufficiente affinchè una direzione tangente a* V_n *annulli la* F_2, *è che essa determini una geodetica la cui normale principale appartenga ad almeno un* $S_{n+\mu}$ *bitangente.*

Nel caso di $n > 2$, *per una direzione di* $F_2 = 0$, *vi saranno infiniti di detti* $S_{n+\mu}$ *bitangenti.*

1. — Consideriamo dunque una varietà ed n dimensioni, il cui σ_2 sia $\frac{n(n+3)}{2} - 1$ dimensioni.

Sia

$$f = f(t\,;\ u_1\ u_2 \ldots . u_n) \tag{1}$$

l' equazione di V_n.

Siano poi

$$\underset{i}{X} \qquad (i = 1,\ 2 \ldots . \nu) \tag{2}$$

$\left[\text{dove } \nu = \frac{n(n+1)}{2} - 1\right]$ ν parametri normali di direzione ortogonali tra loro, situati nello spazio lineare S_ν (a ν dimensioni) che appartiene a σ_2 ed è normale a V_n.

Indichiamo con τ lo spazio tangente a V_n in un punto P e $du_1\ du_2 \ldots . du_n$ individuino una direzione di τ.

La normale principale alla geodetica, che ha per tangente questa direzione è data dal parametro

$$\sum_1^n{}_{rs}\ f_{r,s}\ du_r\ du_s \tag{3}$$

Digitized by Google

ossia da

$$\sum_{1}^{\nu}{}_{i}\ \lambda_{i}\ X_{i} \tag{4}$$

dove

$$\lambda_{i} = \Sigma_{rs}\ x_{r,s}\ du_{r}\ du_{s} \tag{5}$$

Come si sa, se essa non svanisce, essa è una retta di S_ν uscente da P.

Consideriamo nello spazio S_ν uno spazio S_μ a μ dimensioni $\left[\text{dove } \mu = \nu - (n-1) = \binom{n}{2}\right]$ uscente da P e vogliamo vedere a che condizioni devono soddisfare le du_r, perchè la direzione i cui coseni direttori sono proporzionali alle λ_i date dalla (5), ossia la normale principale della geodetica corrispondente, appartenga a questo S_μ.

Fissato S_μ in S_ν potremo trovare nello spazio normale S_ν $n-1$ parametri

$$Z_1\ Z_2 \ldots . Z_{n-1} \tag{6}$$

indipendenti ed ortogonali ad S_μ.

Sarà

$$Z_{j} = \sum_{1}^{\nu}{}_{i}\ \beta_{ji}\ X_{i} \qquad (j = 1,\ 2, \ldots . n-1)$$

dove

$$\beta_{ji} = \int_{g} Z_{j}\ X_{i}\ dt\ . \tag{7}$$

Per esprimere che la direzione i cui coseni direttori sono proporzionali alle λ_i è in S_μ, basta scrivere che questa direzione è ortogonale alle direzioni di parametri (6) e che quindi

$$\sum_{1}^{\nu}{}_{i}\ \lambda_{i}\ \beta_{ji} = 0 \qquad (j = 1,\ 2, \ldots ,\ n-1) \tag{8}$$

ossia

$$\sum_{1}^{n}{}_{rs}\ \left(\sum_{1}^{\nu}{}_{i}\ x_{r,s}\ \beta_{ji}\right)\ du_{r}\ du_{s} = 0 \quad (j = 1,\ 2, \ldots ,\ n-1) \tag{9}$$

Le du_r appartengono al sistema (9) di $(n-1)$ quadriche n — arie.

Digitized by Google

Queste $n-1$ quadriche hanno in generale 2^{n-1} punti in comune. Ciò mette in evidenza che, se noi consideriamo lo spazio tangente $S_{n+\mu}$ determinato dallo spazio S_μ considerato e dallo spazio τ tangente alla V_n in P, questo spazio incontra la V_n in 2^{n-1} direzioni.

Infatti agli 2^{n-1} punti comuni alle quadriche del sistema (9) corrispondono 2^{n-1} direzioni della V_n in P. Queste sono le direzioni di V_n (di cui ho parlato nella prefazione) secondo le quali lo $S_{n+\mu}$ tangente, che contiene il nostro S_μ, incontra la V_n.

Questo $S_{n+\mu}$ sarà *bitangente*, cioè queste direzioni si riducono a 2^{n-2}, ciascuna contate due volte, se al sistema di quadriche

$$\sum_1^n{}_{r,s} \left[\sum_1^\nu{}_i \left(\sum_1^{n-1}{}_j \, q_j \, \beta_{ji} \right) x_{i}^{r,s} \right] du_r \, du_s = 0 \tag{10}$$

che si ottiene dal sistema (9), appartiene un iperpiano doppio.

Questo avviene quando si possono determinare delle q_j (non tutte nulle) tali che la (10) risulti (identicamente rispetto alle du_r) eguale a

$$\left(\sum_1^n{}_r \, \rho_r \, du_r \right)^2 ,$$

dove le ρ_r sono delle costanti convenienti.

Dovranno sussistere allora $\nu + 1$ relazioni

$$\sum_1^\nu{}_i \, x_{i}^{r,s} \left(\sum_1^{n-1}{}_i \, q_j \, \beta_{ji} \right) = \rho_r \, \rho_s \tag{11}$$

e quindi deve essere nullo il determinante di ordine $\nu + 1$:

$$\begin{vmatrix} x_1^{1,1} & x_2^{1,1} & \cdots & x_\nu^{1,1} & \rho_1^2 \\ x_1^{1,2} & x_2^{1,2} & \cdots & x_\nu^{1,2} & \rho_1 \, \rho_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1^{n,n} & x_2^{n,n} & \cdots & x_\nu^{n,n} & \rho_n^2 \end{vmatrix} = 0 \tag{12}$$

D'altra parte (1) le $x_i^{r,s}$ sono legate da ν relazioni:

(1) G. Vitali, l. c., pp. 53, numero [11].

Digitized by Google

$$\sum_{1}^{\nu}{}_{hk} \; x_{h,k} \; c^{hk} = 0 \; .$$

Le c^{hk} sono quindi proporzionali ai complementi algebrici di $\rho^h \; \rho^k$ nella (12), divisi per il numero delle permutazioni distinte degli indici h, k e avremo:

$$\sum_{1}^{n}{}_{hk} \; \rho_h \; \rho_k \; c^{hk} = 0 \qquad (13)$$

e se du_r è una soluzione del sistema (10), dovrà anche essere

$$\sum_{1}^{n}{}_{r} \; \rho_r \; du_r = 0 \; . \qquad (14)$$

Le ρ_r si possono interpretare come coordinate omogenee di un iperpiano in uno spazio lineare a $n-1$ dimensioni. Allora la (13) rappresenta un inviluppo quadrico.

Il luogo quadrico avrà l'equazione

$$F_2 = \sum_{1}^{n}{}_{rs} \; c_{r,s} \; du_r \; du_s = 0 \qquad (15)$$

dove con $c_{r,s}$ indichiamo il complemento algebrico di c^{rs} in

$$\begin{vmatrix} c^{11} & c^{12} & \ldots & c^{1n} \\ c^{21} & c^{22} & \ldots & c^{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ c^{n1} & c^{n2} & \ldots & c^{nn} \end{vmatrix}$$

La (15) è la F_2 del Vitali, all'infuori di un fattore finito, e si ha il teorema.

" *Una direzione, la cui normale principale alla geodetica corrispondente appartiene ad uno spazio* $S_{n+\mu}$ *bitangente, appartiene al cono* $F_2 = 0$ ".

Viceversa io dico che *una generatrice di questo cono determina una direzione che appartiene ad almeno uno spazio* $S_{n+\mu}$ *bitangente.*

Infatti se le du_r soddisfano alla $F_2 = 0$, esse individuano una generatrice del cono e se ρ_i sono le coordinate omogenee dell'iperpiano tangente al cono lungo questa generatrice, si hanno le (14) e (13) e quindi le (12).

Digitized by Google

Il sistema

$$\sum_{1}^{n}{}_{i} \; x_{r,s}{}_{i} \; a_i = \rho_r \; \rho_s \qquad (r,s = 1, \; 2, \ldots . \; n) \tag{16}$$

ha una soluzione (bisogna osservare che per l'ipotesi fatta che σ_2 sia a $\dfrac{n\,(n+3)}{2} - 1$ dimensioni la caratteristica è ν). Per questa soluzione, moltiplicando le (16) per $du_r \; du_s$ e sommando, quando si ponga

$$\lambda_{i} = \sum_{1}^{n}{}_{rs} \; x_{r,s}{}_{i} \; du_r \; du_s$$

e si tenga conto della (14) si ha:

$$\sum_{1}^{\nu}{}_{i} \; \lambda_{i} \; a_i = 0$$

Dunque la direzione, che ha i coseni direttori proporzionali alle a_i, è ortogonale alla normale principale della geodetica tangente alla direzione considerata.

È evidente che ogni $S_{n+\mu}$ tangente passante per la normale λ_{i} corrispondente alla direzione considerata e perpendicolare alla direzione a_i, è tale che al sistema delle corrispondenti quadriche (10) appartiene un iperpiano doppio

$$(\sum_{1}^{n}{}_{r} \; \rho_r \; du_r)^2 = 0 \; .$$

Dunque questo $S_{n+\mu}$ è *bitangente.*

Così è dimostrata completamente la proposizione enunciata.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 25 luglio 1929*)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Sui moti spontanei di particolari sistemi a vincoli anolonomi

NOTA DI ERNESTO LAURA S. C. I.

(*Adunanza ordinaria del giorno 16 giugno 1929*)

Dirò varietà anolonoma con due gradi di mobilità una varietà definita nel modo seguente.

Le u, v, w rappresentino coordinate curvilinee di una V_3 qualsiasi (in particolare di uno spazio euclideo). Lo spostamento infinitesimo che fa passare da un punto P (u, v, w) al punto P $+ dP$ $(u + du, v + dv, w + dw)$ non è qualunque, ma soddisfa sempre alla relazione differenziale:

$$U\,du + V\,dv + W\,dw = 0 \qquad (1)$$

non illimitatamente integrabile. La considerazione di queste varietà è dunque strettamente collegata allo studio dei moti di sistemi materiali a vincoli anolonomi e forse dallo studio di queste varietà (con due o più gradi di mobilità) è lecito attendere, come le ricerche del WRANCEANO, del CARTAN, dello SCHOUTEN lasciano sperare, quel prezioso aiuto atto a vincere le difficoltà che quei moti presentano.

La presente Nota vuole nel semplice caso sopra considerato di varietà anolonome portare un piccolo contributo, usando in luogo di variabili u, v, w qualunque, un sistema di coordinate riducente a forma canonica il 1° membro della 1).

Le nuove coordinate permettono di dare una semplice e caratteristica proprietà delle traiettorie spontanee (1).

(1) Per uno studio geometrico delle proprietà delle linee appartenenti a varietà anolonome dello spazio ordinario si può consultare la

Digitized by Google

1. — Sia (u_1, u_2, u_3) un sistema di coordinate che riduce il 1° membro della 1) alla forma canonica:

$$u_1\, du_2 + du_3 = 0 \ . \qquad 2)$$

Sia inoltre:

$$ds^2 = \sum_{(i,k)} a_{ik}\, du_i\, du_2 \qquad 3)$$

l'espressione del ds^2 che compete all'elemento ds^2 dello spazio in cui è immersa la varietà anolonoma considerata.

Diremo *traiettorie spontanee* quelle di un punto obbligato a muoversi nella data varietà solo in virtù di una velocità iniziale. Esse di fronte alla V_2^3 considerata tengono il luogo delle geodetiche di una V_2 ordinaria.

Se poniamo:

$$2\,T = \sum_{(i,k)} a_{ik}\, \dot{u}_i\, \dot{u}_k \ , \qquad 4)$$

il punto sopra una lettera avendo il significato di derivata rispetto a t, discende dagli elementi della Meccanica che le equazioni differenziali del moto spontaneo assumono la forma:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_1} - \frac{\partial T}{\partial u_1} &= 0 \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_2} - \frac{\partial T}{\partial u_2} &= \lambda\, u_1 \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_3} - \frac{\partial T}{\partial u_3} &= \lambda \\ u_1\, \dot{u}_2 + \dot{u}_3 &= 0 \ . \end{aligned}\right\} \qquad 5)$$

Si ponga:

$$\left.\begin{aligned} u_3 &= \varphi\,(u_2) \\ u_1 &= -\varphi'(u_2) \end{aligned}\right\} \qquad 6)$$

dove φ' è la derivata della funzione φ (per ora supposta arbitraria, continua e derivabile), allora la 4ª delle 5) riesce verificata identicamente. Come equazioni differenziali delle traiettorie

---

Memoria recente del Sig. D. Sintzow — " Zur Krümmung Theorie der Integral curven der Pfaffschen Gleichung „ — Math. Annalen, 101 Bd. 1929 [pag. 253-261].

Digitized by Google

spontanee si possono quindi assumere le prime tre delle equazioni 5) e le equazioni 6).

Se d'altronde associamo alle equazioni 5) poste sotto la forma:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{u}} - \frac{\partial T}{\partial u_1} &= 0 \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{u}} - \frac{\partial T}{\partial u^2} &= -\lambda\varphi'(u_2) \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_3} - \frac{\partial T}{\partial u_3} &= \lambda \end{aligned}\right\} \qquad 7)$$

la 1ª delle 6):

$$u_3 - \varphi(u_2) = 0\ , \qquad 8)$$

le 7) rappresentano le geodetiche della superficie di equazione 8); quindi si conclude: *ogni traiettoria spontanea della data varietà anolonoma è geodetica per la superficie generata dalle linee* u_1 *(linee di equazione* $u_2 = cost$, $u_3 = cost$*) passanti per i suoi punti.*

2. — Sia

$$d\sigma^2 = \sum_{(i,k)}^{2} b_{ik}\, du_i\, du_k$$

l'elemento lineare della superficie 8).

Sarà:

$$b_{11} = \bar{a}_{11} \quad b_{12} = (\bar{a}_{22} + \bar{a}_{13})\,\varphi'(u_2) \quad b_{22} = \bar{a}_{22} + 2_{23}\,\bar{a}\,\varphi' + \bar{a}_{33}\,\varphi'^2$$

dove il tratto sopra le a indica che u_3 è stato costituito con $\varphi(u_2)$.

Posto

$$2\,T_0 = \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^2$$

le tre equazioni 7) e le 8) si riducono alle due equazioni:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\frac{\partial T_0}{\partial \dot{u}_1} - \frac{\partial T_0}{\partial u_1} &= 0 \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T_0}{\partial \dot{u}_2} - \frac{\partial T_0}{\partial u_2} &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad 9)$$

Digitized by Google

e le equazioni differenziali delle traiettorie spontanee saranno le 9) cui si associa l' equazione

$$u_1 = -\varphi'(u_2) \ . \tag{10}$$

Da queste non è difficile ricavare un' equazione differenziale del 3° ordine cui deve soddisfare la φ. Poichè invero dalla 10) discende:

$$\dot{u}_1 = -\varphi''(u_2)\,\dot{u}_2$$
$$\ddot{u}_1 = -\varphi'''(u_2)\,\dot{u}_2\,\dot{u}_2 - \varphi''(u_2)\,\ddot{u}_2 \ ,$$

e i primi membri della 9) sono lineari nelle $\ddot{u}_1$, $\ddot{u}_2$ e quadratici nolle $\dot{u}_1$, $\dot{u}_2$, le equazioni 9) si ridurranno ad equazioni del tipo:

$$A_1\,\dot{u}_2\,\dot{u}_2 + B_1\,\ddot{u}_2 = 0$$
$$A_2\,\dot{u}_2\,\dot{u}_2 + B_2\,\ddot{u}_2 = 0$$

dove le A_1 A_2 B_1 B_2 dipendono della φ e dalle sue derivate sino alla terza inclusa. L' equazione:

$$A_1\,B_2 - A_2\,B_1 = 0$$

è dunque un' equazione differenziale del 3° ordine nella funzione incognita φ.

La ricerca delle traiettorie spontanee della data varietà anolonoma dipendono pertanto dall' integrazione di questa equazione differenziale del 3° ordine. Integrata questa equazione, le equazioni 6) forniranno le espressioni delle u_1 u_3 in funzione della u_2.

3. — Le u_1 u_2 u_2 rappresentino ad esempio coordinate cartesiane; le $a_{ik} = \bar{a}_{ik}$ sono allora quantità costanti. Supposto più particolarmente che esse sieno coordinate ortogonali ed indicate con x y z, si ha, mantenendo le precedenti notazioni:

$$2\,T = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2$$
$$2\,T = \dot{x}^2 + (1 + \varphi'^2)\,\dot{y}^2 \ .$$

Si trova agevolmente che la funzione φ soddisfa all' equazione di 3° ordine:

$$\frac{\varphi'''}{\varphi''} - \frac{\varphi'\,\varphi''}{1 + \varphi'^2}$$

Digitized by Google

il cui integrale generale è:

$$\varphi = \frac{1}{c_1} \operatorname{Cosh}\,(c_1 y + c_2) + c_3 \ .$$

Le equazioni delle traiettorie spontanee sono poi:

$$z = \frac{1}{c_1} \operatorname{Cosh}\,(c_1 y + c_2) + c_3 \ (1)$$
$$x = -\operatorname{Senh}\,(c_1 y + c_2$$

ed agevolmente si dimostra che questa linea è geodetica per il cilindro

$$z = \frac{1}{c_1} \operatorname{Cosh}\,(c_1 y + c_2) + c_3 \ .$$

---

(1) Con Cosh, Senh si vogliono indicare rispettivamente il coseno ed il seno iperbolico.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 26 luglio 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

506.5
V46
I9a

REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ATTI

(ANNO ACCADEMICO 1928-29)

TOMO LXXXVIII

DISPENSA NONA (ed ultima)

VENEZIA

PRESSO LA SEDE DEL REALE ISTITUTO VENETO

PALAZZO LOREDAN (CAMPO F. MOROSINI)

Digitized by Google

In esecuzione dell'art. 25 dello Statuto e dell'art. 50 del Regolamento, si dichiara che delle opinioni e dei fatti esposti nei loro scritti rispondono gli autori che ne conservano la proprietà letteraria.

INDICE

PARTE I[a]

Adunanza ordinaria del 7 Luglio 1929 . . . . . Pag. 85
Catalogo dei libri ed opuscoli pervenuti alla biblioteca dell'Istituto dal 2 luglio 1928 al 7 luglio 1929 . . . „ 93

PARTE II[a]

R. Cessi, s. c. — Il Costituto di Costantino. (Il testo) . . Pag. 915
C. Marchesi, s. c. — Questioni arnobiane . . . . . „ 1009
L. Simeoni — Rapporti tra le opere dei due eruditi veronesi Lodovico Perini e G. B. Biancolini . . . . . „ 1033
G. Dolfini — Ricerche sul ricambio delle Cellule Cordali del digiuno . . . . . „ 1049
Zanon S. F. — Osservatorio Geofisico del Seminario Patriarcale di Venezia. Bollettino mensile. Gennaio, Febbraio, Marzo 1929 . . . . . „ 1061
E. Fabris — Sul potere rifrangente del ioduro di Cadmio. Nota . . . . . „ 1087
G. Oselladore — Il "tessuto viscicoloso glicogenico„ nell'intossicazione fosforica . . . . . „ 1103
G. Gerola, m. e. — Alcuni documenti sul paese dei Mòcheni „ 1119
R. Brenzoni — Francesco Lorenzi e uno dei suoi gioielli d'arte "Il Trionfo dell'Aurora„ nel Palazzo dei Conti Giusti del Giardino in Verona . . . . . „ 1193
N. Tamassia, m. e. — Gregorio di Tours e Omero . . . „ 1209
A. Levi-Cases — Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano Barsanti-Matteucci . . . . . „ 1237
G. Coen — Sulla pretesa presenza nel Mediterraneo del genere "Hindsia„ H. & A. Adams e di due rarissime forme tirrene di "Pseudomurex„ . . . . . „ 1279
P. Zancan — Il diagramma di Cyrene . . . . . „ 1291
A. Comessatti, s. c. — Studî sulle equazioni differenziali fuchsiane di genere zero . . . . . „ 1307
G. Boaga — Sopra una formula trinomia considerata come ipotesi relativa alla distribuzione della densità nell'interno della terra . . . . . „ 1399

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno Accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Il Costituto di Costantino
(IL TESTO)

ROBERTO CESSI, s. c.

(*Adunanza ordinaria del giorno 25 novembre 1928*)

SOMMARIO: 1. Il problema del testo. — 2. Testo latino e testo greco. — 3. Lo schema della prima redazione del Costituto. — 4. Rapporti fra la versione latina e quella greca. — 5. Analisi del testo greco nei suoi rapporti col latino: a) la prima redazione del Costituto. — 6. b) la seconda redazione della *confessio*. — 7. c) la seconda redazione della *donatio*. — 8. Conclusione.

1. I problemi fondamentali, che s'impongono nell'esame del testo del tanto discusso Costituto costantiniano a favore della Chiesa di Roma in persona di papa Silvestro, quando si prescinda dall'originaria autenticità, sulla quale è superfluo indugiare, si possono ridurre a due:

1.° se sia da dare la precedenza di composizione al testo greco od alla versione latina;

2.° se il testo del Costituto, quale a noi è pervenuto nell'una o nell'altra versione, presenti o no unità di composizione.

Risoluti senza dubbio di equivoco tali quesiti e chiarita la natura e la composizione del testo, riesce assai più semplificata la ricerca dell'epoca di compilazione del documento e la sua valutazione politica.

2. Com'è noto il testo del Costituto è pervenuto in due versioni: l'una latina, l'altra greca. La prima è conservata in due redazioni diverse: l'una, integra, rappresentata dal così detto testo franco e dalla lezione isidoriana *maior*, a quello

Digitized by Google

coerente(1); l'altra, parziale, secondo la lezione isidoriana *minor*, che comprende solo la cosidetta *confessio*(2), e secondo la lezione di Leone IX, nella lettera a Michele Cerulario del 1054, che riferisce la seconda parte, più o meno propriamente designata come *donatio*(3). Va detto però subito che tutte queste redazioni, per quanto la loro genealogia sia un po' complessa, si possono comunque ricondurre ad un apografo comune, anche se abbastanza remoto. Invece la versione greca(4) offre due recensioni, le quali sono fra

---

(1) Così detto perchè fa capo all'esemplare conservato nel monastero di S. Denis e trascritto sulla fine del sec. VIII od al principio del sec. IX nel cod. Parigino 2777. Si cfr. l'edizione, oltre quella dell'Hinschius, del **Grauert** *Die Konstantinische Schenkung*, in «Histor. Jahrbuch. der Görres-Gesellschaft», III, 15 sgg., dello **Zeumer**, *Der älteste Text des Constitutum Constantini*, in «Festgabe für Rudolf von Gneist», Berlin, 1888, p. 39 sgg., del **Friedrich**, *Die Constantinische Schenkung*, Nördlingen, 1889, p. 179 sgg.: secondo la lezione dello Zeumer fu riprodotto dal Haller, dal Mirbt, dal Eichmam, dal Galante e dal Gaudenzi.

(2) Ed. **Hinschius**, *Decretales pseudo-isidorianae*, Lipsia, 1863, p. 252.

(3) Su esso (cfr. **Mansi**, *Sacr. concilior. nova et amplissima collectio*, XIX, 643 sgg.) ha giustamente richiamato l'attenzione il **Gaudenzi** (*Il Costituto di Costantino*, in «Bollett. dell'Ist. Stor. Ital.», n. 39, p. 10 sgg), mettendo in rilievo la maggior bontà di lezione rispetto al testo franco, almeno in molti casi. In ogni modo esso rappresenta una tradizione diversa da quella, donde è proceduto il testo franco, e non può esser trascurata, anche a prescindere da ogni altra deduzione, che il Gaudenzi volle trarre, per la restaurazione della lezione del testo.

(4) La conobbe e la utilizzò lo **Steuco** (*De falsa donatione Constantini libri duo*, Lugduni, 1547), che pubblicò il testo greco della prima parte del Costituto, ma conobbe anche le redazioni vaticane della seconda parte, e sul materiale dello Steuco il **Biener** (*De collectionibus canonum ecclesiae Graecae schediasmata litterarium*, Berolini, 1827, p. 81 sg.) asserì la precedenza del testo greco, perchè le sue osservazioni cadevano a proposito su passi, nei quali tale rapporto fra il testo latino e quello greco è verosimile. Ma dopo di lui, il Döllinger, il Grauert, lo Zeumer ed il Friedrich e tutti gli altri critici, fino ai più recenti, o non conobbero il testo greco, o non ne tennero conto. Solo il Gaudenzi (op. cit., p. 12 sgg.) molto acutamente ha riproposto il problema, riesumando le versioni greche, che pubblica integralmente, e prospettandone l'importanza. Pur non condividendo le conclusioni dell'illustre storico, dobbiamo a lui riconoscere il merito di aver riportato la discussione sulla retta via, da cui era uscita.

Digitized by Google

loro assolutamente indipendenti: l'una (β) è una traduzione letterale della seconda parte del testo latino (la *donatio*); l'altra (α) riproduce la struttura del testo isidoriano (*minor*) — leonino (1), e, come questo, perpetua la separazione fra le due parti del testo costantiniano.

Nessun dubbio sussiste sull' origine della prima; essa è traduzione della *donatio* (2), compiuta giusta il testo integro latino per completare la preesistente versione della *confessio* (lezione α), dopo che era stata staccata dalla *donatio*.

Il Gaudenzi peccò di unilateralità, fermando la sua attenzione su alcuni passi e da essi traendo conclusioni generali: perciò hanno avuto buon gioco i contradditori attingendo a passi, che in realtà s' oppongono alla tesi del Gaudenzi (cfr. «Neues Archiv.», 39, 227 e **Levison**, *Konstantinische Schenkung und Silvester – Legende*, in «Miscell. Ehrle», II, 160 sgg.) Anch'essi però hanno avuto il torto di generalizzare in senso opposto. L'esame per essere conclusivo deve esser esteso a *tutto* il testo e solo così si potrà ritrarre utile insegnamento. Ma è perfettamente vera l'asserzione del Gaudenzi che il testo greco, al pari della lezione latina di quello leonino, sono due elementi importantissimi, dai quali non si può in nessun caso prescindere.

(1) Il **Gaudenzi**, op. cit., p. 36, ha adottato una classificaziene dei codici greci vaticani, in due categorie, non troppo esatta. Nella categoria A) ha collocato quelli che contengono la versione condotta sull' ultima redazione latina, in quella B) il presunto originale greco. Orbene l'opinione gaudenziana vuole essere sensibilmente modificata in questo senso:

I. cod. gr. 1416, p. 127, contiene solo la *confessio*, e su esso lo Steuco eseguì la sua edizione.

II. gr. 81, p. 1; gr. 606, p. 302; gr. 1115, p. 1, recano il testo greco, redatto secondo la lezione che per brevità chiamiamo leonina: (i codd. 848-849-850 danno il medesimo brano secondo il compendio inserto nell'*Hexabiblos* di Costantino Armenopulo).

III. gr. 614, p. 76; gr. 778, p. 567; gr. 789, p. 185; gr. 273, p. 39, conservano il testo greco integro, quale risulta dall' unione della versione greca della *confessio* secondo la lezione, di cui al n. I°, colla nuova traduzione (β) del testo latino integro della *donatio*.

Orbene, questa migliore discriminazione introduce elementi di giudizio, che spostano sensibilmente l'opinione del Gaudenzi e consentono di stabilire l'esistenza di due versioni greche, l' una integra (α), ad un certo momento, come vedremo, spezzata parallelamente alle lezioni isidoriana *minor* e leonina, l'altra più recente, fatta probabilmente per integrare qualche esemplare mutilo della versione α.

(2) **Gaudenzi**, op. cit., p. 36.

Digitized by Google

Ben diversamente si prospetta la valutazione della versione α: ed a questo proposito fu avanzato il sospetto che non possa esser considerata una traduzione del testo latino, ma rappresenti invece il testo originario, dal quale fu tratto il testo latino, così come alla lezione leonina di questo si vorrebbe accordare una superiorità, rispetto a quella franca, anche se questa è tramandata da codici di notevole antichità.

In questo asserto, a mio avviso, è qualche cosa di vero, ma, costrutto com' è in sistema troppo rigido, presenta un vizio di unilateralità, che non lo rende persuasivo ed accettabile. D'altronde muove da promesse assai fragili, perchè s'appella ad accidentalità esteriori, qual' è lo sdoppiamento fra la *confessio* e la *donatio* e l'aderenza della versione greca (α) di quest'ultima alla lezione leonina, che non hanno nulla a che vedere colla costruzione primitiva del Costituto.

Che il testo leonino conservi lezioni migliori di quello franco, non contestiamo. Ma anche su questo argomento è prudente fare le dovute riserve, perchè si prospetta fondato sospetto che la lezione sia stata corretta, rispetto a quella franca, col sussidio del testo greco, come vedremo, al tempo di Leone IX. A smentire che esso rispecchi il testo originario, sta il fatto che papa Leone si serviva non già di una redazione latina mutila, ma di una integra, identica nella sua struttura a quella franca, tanto è vero che al brano da lui riferito fa precedere questa nota riassuntiva: *isdem gloriosus princeps in jam dicto privilegio, post christianae fidei claram perfectamque confessionem et baptismatis sui enucleatam commendationem, specialem sanctae Romanae ecclesiae dignitatem sic promulgavit dicens* etc., con chiara allusione al testo della *confessio* omesso.

D'altronde il fatto che la redazione isidoriana abbreviata s'arresti esattamente al punto medesimo, dove si inizia il testo leonino sta a dimostrare una circostanza notevole, che l'autonomia fra le due parti non proviene da originaria indipendenza, ma da arbitrario spezzamento di un unico testo (e lo smembramento cade a metà di periodo), operato da molto tempo. Con tutta probabilità papa Leone usu-

Digitized by Google

fruiva di un esemplare, nel quale le due parti del testo erano separate, pur riconoscendo l'unità di materia.

Che infatti si tratti di una separazione materiale fatta alquanto grossolanamente risulta dalla circostanza che nello sdoppiamento il protocollo del Costituto è rimasto unito alla *confessione* e l'escatocollo alla *donazione*. D'altronde che il frammento leonino fosse un estratto del testo completo risulta chiaro da due passi, dove il testo leonino riassume la materia dei corrispondenti paragrafi franchi. Il paragrafo *Et nosse volumus*, omesso nel testo leonino, è sostituito colle parole: *Et succincte commemorato suo studio et devotione in costruendis basilicis, imperialium donationum magnificentia abundanter ditatis, Constantinus ait*. La formula finale di sanzione poi è riassunta nella lezione leonina con queste frasi: *Deinde, facta obtestatione coram Deo vivo et terribili eius iudicio et imprecatione aeternae condemnationis temeratori vel contemptori ipsius sui privilegii, secutus idem venerabilis Constantinus ait*, mentre il testo franco al luogo corrispondente riferisce integralmente la formula di sanzione.

Orbene mi par strano che di fronte a questa condizione di cose si possa dire che una redazione di questo genere rappresenti un testo *più antico*(1), mentre essa presuppone l'esistenza di un testo integro, quale è nella redazione franca, riassunto per comodità dell'estensore della lettera leonina. Infine è omessa la sottoscrizione e la datazione.

Certamente la lezione delle due redazioni non deriva da

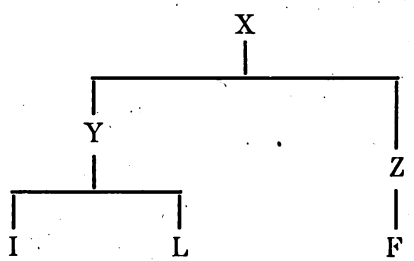
---

(1) Questa è l'opinione del **Gaudenzi**, op. cit., 20 sg., ma il suo ragionamento pecca non poco di artificio. D'altronde posto il problema su basi radicalmente diverse, torna superfluo ribattere le argomentazioni del Grauert, del Friedrich, del Lamprecht, del Schoeffer-Boichorst, del Löning, fino alle ultime del Schonegger, che dà un esatto ragguaglio delle molteplici e disparate opinioni fino ad ora espresse (cfr. **Schonegger**, *Die kirchenpolitische Bedentung des «Constit. Constant.» in frühern Mittelalter*, in «Zeitsch. f. Kath-Theol.», 42, 337 sgg.), infine del Levison e del Gaudenzi (cfr. **Fedele**, in «Riv. Stor. Ital.» N. S. vol. I. p. 41 sg.), relative alla costituzione del testo. Sulla tesi del Gaudenzi, che tuttavia racchiude un nocciolo di verità, e su altre ritorneremo, quando esamineremo le fonti del Costituto e delle sue integrazioni.

Digitized by Google

un medesimo esemplare, perchè la mutilazione iniziale nel testo leonino e la diversità di lezioni tra i due testi latini, sono documenti sicuri di diversità di esemplari usufruiti; ma tutto questo non permette di asserire che il testo leonino rappresenti una diversità organica di composizione del Costituto.

Il rapporto che intercede fra le due lezioni, benchè mediato, è invece di stretta parentela, ed ambedue derivano da un medesimo apografo, modificato da interposti esemplari, che di quello tuttavia riproducono o ricordano l'originaria struttura organica:



Ciò posto, anche prescindendo dalle considerazioni che in seguito faremo e tali da escludere che qualche parte della versione greca α possa godere di diritto di precedenza sul testo latino, a maggior ragione è difficile, anzi impossibile stabilire un rapporto di integrale dipendenza del corrispondente testo latino da quella. La redazione β, traduzione di quello, non insinua alcun dubbio(1). La posizione invece del testo greco parallelo alla lezione isidoriano-leonina, è assai diversa.

Il Gaudenzi sostenne la priorità del primo sul secondo, appellandosi anche ad alcune varianti, che pur meritano ogni attenzione; se non che sulla base di queste troppo facilmente generalizzò.

Una volta interpretate erroneamente le postille leonine sopra ricordate, della presenza di queste anche nel testo

(1) Di essa perciò per il momento non mi occupo, e l'esame che qui svolgo si riferisce esclusivamente alla versione greca α in rapporto al testo latino.

Digitized by Google

greco si avvalse per convalidare la sua tesi a favore della precedenza di esso.

Si noti che la lezione greca della *donatio,* com'è giunta a noi, segue strettamente lo sviluppo del testo leonino, e con esso omette i due passi ricordati, ma laddove omette la prima postilla leonina, riproduce integralmente la seconda. Riuscirebbe proprio strano che, se il testo greco, mutilo com'è, fosse il progenitore del testo latino, in questo fosse stata introdotta una postilla che in quello non figurava, mentre è più spiegabile l'omissione nel caso inverso di una postilla che, com'è concepita nel testo latino, non offriva alcun elemento concreto.

La prima come la seconda sono della stessa natura, dello stesso stile, ambedue compilate con medesimo intelletto: chi ha steso la prima è autore anche della seconda, perchè e l'una e l'altra hanno la stessa funzione riassuntiva con riferimento ad un testo più ampio, da cui sono stralciate le parti considerate superflue all'attuale esposizione. La presenza di ambedue nel testo leonino è espressione della peculiare originalità del testo stesso: la presenza, in quello greco, della seconda soltanto è riprova del contrario, anche se non è lecito concludere che la versione greca sia tutta traduzione del testo latino.

Con ogni verosimiglianza, il redattore leonino, mentre aveva conoscenza di ambedue le parti del Costituto nella versione latina, disponeva soltanto del testo greco della *donatio:* ed è presumibile che questo fosse non ultimo motivo, per cui fu indotto a riprodurre integralmente il testo di questa, alla quale poteva senza fatica allegare per miglior conoscenza del destinario anche la versione greca.

Infatti non par dubbio che il testo leonino fu migliorato per suggestione del testo greco.

Se talune lezioni del testo leonino rappresentano una tradizione indiscutibilmente migliore rispetto a quella franca, non tutte le varianti di quello in confronto di questa meritano identico apprezzamento. Lo stesso Gaudenzi, che a buon diritto richiama l'attenzione sulle prime, sorvola, ignorandole, sulle seconde, nelle quali chiaramente è manifesta

Digitized by Google

l'opera di recente correzione ispirata dal confronto colla lezione greca.

Si può convenire col Gaudenzi che le lezioni *beatus Petrus* al c. V, omesso dalla redazione franca; *excubitorum* per *excubiarum*, *ornatur* per *ornatu* del c. IX; *apostolum* per *apostolatus*, *humi prostrati* per *humiliati* del c. VI; *Romanam urbem* per *Romæ urbis* del c. XII; *equorum* per *equitum*, *cuncta signa* per *conta atque signa* del c. VIII, costituiscano altrettanti esempi di maggior fedeltà al testo originario: e si potrebbero anche aggiungere varianti minori. Ma in altri passi, sui quali il distacco dalla lezione franca è più sensibile, non si riflette che lo sforzo cosciente del correttore, intenzionato a meglio adeguare il testo latino a quello greco. L'omissione di *praecipuas* al c. VI, e l'aggiustamento dell'ordine delle sedi metropolitane secondo la versione greca è una trasfigurazione del significato del primitivo testo latino, rispettato nella lezione franca: altrettanto si dica dei passi del c. VI, *ubi sanctum doctoris quiescit corpus*, corretto: *ubi sanctorum doctorum quiescunt corpora;* c. IX, *et sicut imperialis militia*, corretto: *et sicut imperialis extat decorata militia;* c. IX, *eorum decorari equos et ita equitari* corretto: *decoratos equos equitent;* c. IX, *et sicut noster senatus calciamenta uti cum udonibus, idest candido linteamine inlustrari,* corretto: *et ut noster senatus calciamentis utitur cum udonibus, idest candido linteamine inlustratis, sic utantur clerici;* c. IX, *et sicut celestia, ita et terrena = et ita celestia sicut et terrena;* al c. XII, *divalem sacram = divalem iussionem disponendam; — permanendam = disponenda — permansura;* al c. XIV, *permanenda = permansura,* le quali tutte, nella presunzione di migliorare il testo latino su una lezione greca corretta, piuttosto ne peggiorano il significato. Tuttavia i rilievi del Gaudenzi non vanno trascurati; soltanto è da osservare che essi cadono proprio su passi e della *confessione* e della *donazione*, fortemente sospetti di interpolazione sul testo primitivo.

Abbandoniamo per il momento le prime, sulle quali ritorneremo più avanti, tanto più che talune lezioni greche suggeriscono giusti emendamenti latini: soffermiamoci invece

Digitized by Google

sui secondi, sui quali vi è da ridire assai più di quanto abbia rilevato il Gaudenzi.

Egli ha perfettamente ragione, quando rileva lo svarione del testo latino, in mandatis, nelle formule di sanzione, in confronto della lezione greca corretta δι' ἐντελοῦς = in perpetuo(1): ed ha perfettamente ragione di incriminare il passo (c. IX) relativo agli ornamenti accordati ai chierici, che nel testo latino è mostruosamente raffazzonato, non solo rispetto alla più corretta lezione greca, com'egli rileva, ma anche rispetto allo stesso costrutto latino:

καὶ τοῦτο διατασσόμεθα, [τὸ τοὺς κληρικοὺς τῆς αὐτῆς ἁγίας Ῥωμαϊκῆς ἐκκλησίας σκεπάσμασιν ἐκ σινδόνων λευκότητι χροιᾶς περικεκαλυμμένοις ἵπποις ἱππάζεσθαι, καὶ καθάπερ ἡ ἡμετέρα γερουσία χρῆται, ὑποδήμασιν μετὰ οὐδόνων (χρῆσθαι)· ἤτοι λευκῇ σινδόνι περικυκλοῦσιν αὐτούς].

Decernimus et hoc [ut clerici eiusdem ecclesiæ mappulis ex linteaminibus, idest candidissimo colore, eorum decorari equos et ita equitari et sicut noster senatus calciamenta uti cum udonibus, idest candido linteamine illustrari].

Convengo pienamente colle osservazioni del Gaudenzi(2), che nel testo latino vede una grossolana e spropositata interpretazione di quello greco, ed aggiungo che la stessa lezione latina è supremamente sgrammaticata, solo che si pensi all'uso del costrutto infinitivo (*decorari - equitari -*

---

(1) **Gaudenzi**, op. cit., p. 37.

(2) **Gaudenzi**, op. cit. p. 38. Forse il processo, che egli escogita per giustificare l'erronea interpretazione latina del corrispondente passo greco, è troppo complesso, ma in sostanza egli ha ragione, perchè l'inciso ἤτοι λευκῇ etc. è certamente un glossema riferito a ἵπποις, introdotto per successive trascrizioni nel testo greco fuori di luogo e male interpretato dal traduttore, il quale ha reso περικεκαλυμμένοις (= coperti) come se fosse περικεκαλλωπισμένοις (= decorari), e περικυκλοῦσιν (= ricingono), come se fosse περικλυτοῦσιν (= illustrari). Faccio riserve sulla correzione proposta dal Gaudenzi λευκοτάτῃ per λευκότητι, tanto più che χροιᾶς è genitivo e non dativo. Forse è da correggere σινδόνων λευκῶν, ἤτοι χροιᾶς, con chiaro valore di glossema in quest'ultimo inciso.

Digitized by Google

uti – illustrari), dove si prosuppone un costrutto finito (*ut clerici; sicut noster senatus*)

Che si vuole di più in un passo, che anche per altri motivi, e più forti, dovremo contestare?

Alla stessa stregua non si può però giudicare l'altro passo (c. IX), perfettamente corretto nel testo latino, nella prima parte, non nella seconda.

'Αλλὰ καὶ τοὺς εὐλαβεστάτους ἄνδρας, (τοὺς κληρικοὺς δηλαδή), τοὺς ἐν οἱᾳδήτινι τάξει ἐν αὐτῇ τῇ ἱερᾷ καὶ ἁγίᾳ ῥωμαϊκῇ ἐκκλησίᾳ δουλεύοντας [ἐκεῖνο] τὸ ὕψος τῆς μόνης καὶ ὑψηλοτάτης ἐξουσίας ἔχειν θεσπίζομεν, [οὗ τῇ δόξῃ ἐγκαλλωπίζεσθαι φαίνεται ἡ ἡμετέρα εὐρεῖα γερουσία, ἤτοι γένεσθαι πατρικίους καὶ κουνσούλους, ναὶ μὴν καὶ ταῖς λοιπαῖς βασιλικαῖς ἀξίαις φημιζομένους καθωραΐζεσθαι].

Viris enim reverentissimis, (clericis), diversis ordinibus eidem sacrosanctae Romanae ecclesiae servientibus [illud] culmen singularis potentiae et praecellentiae habere sancimus, cuius amplissimus senatus videtur gloria adornari, idest patricios atque consules effici, nec non et ceteris dignitatibus imperialibus eos promulgantes decorari].

Il Gaudenzi(1) ha di che ridire sull'inciso τῆς μόνης καὶ etc. e fa un sottile lavoro ermeneutico per ristabilire

(1) **Gaudenzi**, op. cit., p. 38 sg. È bene osservare che l'inciso κληρικοὺς δηλαδή è certamente un'aggiunta che modifica il senso del primo testo, poichè la disposizione in parola si riferisce agli εὐλαβεστάτους ἄνδρας = *viris reverentissimis*, che servono la chiesa, e più oltre il *clero* è parificato alla *militia* imperiale. Si tenga presente che essa ha aspetto di glossema, ma di origine diversa da quelli introdotti con la particella ἤτοι. Essa è dovuta al primo revisore, come vedremo, del testo del Costituto, perchè ricorre la medesima formula δηλαδή nelle parti di sua fattura (cfr. nell'invocazione τοῦ πατρὸς δηλαδή). *Promulgantes* deriva da φημιζονένους del testo greco, ma per processo diverso da quello supposto dal Gaudenzi, tanto più che ἤτοι γένεσθαι ecc. doveva essere un glossema marginale posteriore alla redazione del testo greco. Il traduttore latino ha reso φημιζομένους (= predetti) con *eos promulgantes*. Il rimaneggiamento poi del periodo, nel testo greco, proposto dal Gaudenzi, è inutile, perchè il vero senso è: *Ordiniamo che le persone che servono la chiesa di Roma abbiano alto posto* (culmen = ὕψος) *di singolare*

Digitized by Google

il testo greco: ma è gioco artificioso, quando il testo latino nella prima parte ha una lezione chiara e non incriminabile, ed al pari della lezione greca, a questa si collega un brano di più tarda inserzione, infiorato di glossemi.

Il termine promulgantes è cattiva interpretazione di una migliore lezione del testo greco: e certamente *clerici,* era un glossema come l'inciso *idest patricios et consules effici,* che si può metter allo stesso livello di altri analoghi.

Pertanto gli esempi citati mettono in luce, a differenza di quanto pensa il Gaudenzi, un fatto importantissimo, che non si può fissare una priorità assoluta del testo greco, rispetto a quello latino, ma questa si alterna caso per caso a favore dell'uno o dell'altro, ed è la chiave di volta per spiegare il segreto della genesi del Costituto.

Ma prima di affrontare direttamente il grosso quesito è necessario chiarire l'enigma dei testi, quali sono a noi pervenuti, perchè ad ostacolare il cammino non risorga il dubbio, che si può avanzare, circa la loro composizione. Le osservazioni premesse consentono di fissare in proposito i seguenti punti:

1.° Il testo franco dà la struttura definitva del Costituto secondo l'ultima redazione, alterata da glossemi;

2° Il testo leonino è un estratto di questa versione, su esemplare più corretto, e ricorretto col sussidio del testo greco;

3° La versione greca β è traduzione letterale della redazione latina franca;

4° La versione greca α presenta argomenti, che la fanno apparire in parte traduzione del testo latino, in parte progenitore di questo.

(μόνης = singolaris, ove si rivela l'inferiorità del traduttore greco) *ed eccellente* (ὑψηλοτάτης = praecellentiae) *potenza* (nel testo latino: di singolare potenza ed eccellenza, dacchè *singularitatem, potentiam et praecellentiam* è un errore di amanuense, che i codd. A3 e B2 ed in parte B1 smentiscono). La ricostruzione del Gaudenzi è arbitraria, tanto più che non rileva il valore di glossema dell'inciso ἤτοι ecc. Ma sulla esatta interpretazione di questo passo ritorneremo più avanti.

Digitized by Google

Quest' ultima circostanza investe in tutta la sua estensione il problema fondamentale della composizione originaria e della genesi del Costituto, perchè l'ipotesi di preesisteza di un testo greco o latino agli attuali, assunta con unilaterale rigidezza, è insufficiente a spiegare la strana posizione della versione greca α, che appare ora beneficiare di un diritto di priorità sul testo latino ed ora no.

3. Siamo dunque ricondotti ad esaminare il problema della composizione del testo, prescindendo per un momento dalla questione della lingua e delle lezioni particolari, perchè l'una e l'altra sono riassorbite nel quesito più comprensivo della struttura generale del testo.

Contro l'unità iniziale di composizione taluni critici si sono nettamente pronunciati: le loro opinioni però non riescono troppo convincenti, quando dalla formulazione di principio si passi a considerare la determinazione dei limiti concreti, entro i quali possono essere individuate le varie parti, applicando criteri di notomizzazione incerti ed inadeguati (1).

---

(1) Contro l'unità di composizione del testo del Costituto più d'ogni altro (cfr. **Schonegger**, op. cit., p. 331 sgg.) si è pronunciato il **Friedrich**, op. cit., p. 27 sgg., seguito dal **Lamprecht**, *Die röm. Frage v. K. Pippin bis auf K. Ludwig d. Fr.*, Leipzig, 1889, p. 130 sgg, limitando l'esame al solo testo latino, giusta la lezione franca: ma per la preoccupazione di trovare nelle fonti contemporanee una giustificazione della propria tesi, egli non ha fissato la sua attenzione sulle incongruenze interne, che pure affiorano nello stesso testo latino. Perciò egli ha messo in opera una discriminazione empirica fra la parte più antica e la più recente, che (anche senza tener conto di svarioni di singole lezioni) il confronto colla versione greca α rende insostenibile. Fu facile pertanto al Scheffer-Boichorst ed al Löning sorprendere l'egregio critico in contraddizione, rilevando elementi, che nettamente s'oppongono alla sua tesi: anch'essi però non riusciroro a trarre argomenti persuasivi, perchè schiavi del pregiudizio unitario non meno di quanto fosse il Friedrich di una dicotomia estremamente rigida. Il Gaudenzi ebbe il merito di rimettere in valore il testo greco: ma una erronea interpretazione dello sdoppiamento occorso fra la *confessio* e la *donatio* lo ha fuorviato ed indotto a proporre un'ipotesi audace e in più punti contradditoria. Egli in sostanza afferma che prima di esser redatto diplomaticamente il Costituto fu esteso come appendice dalla *Vita Silvestri*, il cui nucleo fondamentale era costituito dalla *confessio*, ed a suo avviso, riconosciuta la precedenza del

Digitized by Google

Io credo che la fragilità dei risultati dipenda da errore di metodo. Prima che a circostanze collaterali ed estranee al testo, come fino ad ora si è fatto, si deve far appello al testo medesimo e ricercare in esso, indipendentemente da ogni altra considerazione, i motivi di concordanza e di discordanza per far balzare fuori il nucleo primitivo.

Che cosa era il disputato documento?

Era una costituzione imperiale, che come tale riproduceva i lineamenti del documento pubblico imperiale ed era composto sulla struttura formale di questo. Ma prima che un falso diplomatico, osserva il Gaudenzi, esso era una falsificazione storica(1). Sia pure; ciò riguarda però la preparazione intellettuale e letteraria, che prelude e prepara la formulaziore del falso diplomatico e può influire sul problema del *tempo*, in cui il falso è attuato, non sul *modo* di attuazione del falso stesso. A noi, pur ora, è necessario partire dal momento, in cui il falso diplomatico ha attuazione e considerare *come* è attuato. Su questo punto non vi è dubbio, che esso è attuato colla forma di una *costitutio* del buon tempo antico, secondo lo stile diplomatico di esso.

Ciò posto, risulta subito evidente che nella massima parte il brano della *confessione* è ad esso estraneo, perchè non solo non ne rispetta la struttura, ma anche è in piena antitesi alle forme diplomatiche messe in uso nelle varie parti del Costituto. Essa ha forma di una *narratio*, diretta *ad agnitionem omnium populorum in universo orbe terrarum*, con tutte le caratteristiche convenienti ad un testo agiografico, anzichè ad un testo giuridico, e con tutte le disarmonie, che emergono da una non felice combinazione

---

testo greco e per la *confessio* e per la *donatio*, la lezione leonina rappresenterebbe il nucleo originario del Costituto, accodato alla *confessio:* dall'unione di questa e di quella nacque la falsificazione diplomatica, com'è espressa nel testo franco. Il processo ideato dal Gaudenzi, che tuttavia richiama elementi di indiscutibile verità, è assai complesso ed offre il fianco ad obbiezzioni assai gravi, e sopratutto è contradetto dal confronto, che si può istituire fra il testo greco e quello latino.

(1) **Gaudenzi**, op. cit., p. 20 sgg.

Digitized by Google

dei due tipi di scritture, tanto da far risaltare la preesistenza del secondo, sul quale è stato innestato il primo. Nella *confessio* si pressuppone il Costituto: *Sicut per anteriorem nostram sacram pragmaticam iussionem significamus*(1), annuncia Costantino, con evidente riferimento, come vedremo, al Costituto, perchè non era posto in circolazione altro documento che questo.

Evidentemente il compilatore della *confessio* avea notizia, mentre compiva la sua opera, di un documento, che non era altro che il testo originario del Costituto.

Non basta: il compilatore della *confessio*, sia che si dimentichi dello stile, sia per suggestione delle fonti diverse, di cui si serve, ad un certo momento muta la persona del soggetto e passa dalla forma maiestatica in prima persona plurale a quella singolare, accentuando nettamente il distacco dalla forma del Costituto e sviluppando il racconto proprio della *Vita Silvestri*. Così la *confessio* non è più soltanto professione di fede, ma uno svolgimento dei *Gesta Silvestri*, appropriato per la *Vita*, non per il *Constitutum*(2).

Facciamo qualche altro rilievo stilistico. Nel protocollo il Costituto è diretto: *sanctissimo et beatissimo patri patrum Silvestro*(3) *urbis Romae episcopo et papae;* e così nei capitoli di antica fattura si ripete: *sanctissimo patri nostro*

---

(1) Da porsi in relazione col passo: *per hanc nostram imperialem sacram et per alia divalia decreta statuimus* ecc. della sanzione.

(2) Perciò nell'asserto del **Gaudenzi**, op. cit., p. 21 sgg., di un presunto iniziale distacco della *confessio*, è qualche cosa di vero: non è però una buona ragione per far precedere questa al Costituto e subordinare la redazione diplomatica di questo al processo genetico di quella. Credo sia l'inverso: la *confessio* si innesta sul Costituto precostituito, desumendo la materia fra le altre fonti dalla *Vita*. Ne riparleremo perciò a proposito delle fonti delle varie parti del Costituto.

(3) Seguo la lezione *Silvestro*, come giustamente rileva il **Gaudenzi**, op. cit., p. 12 sg., perchè data dal testo leonino e da gran parte dei codd. del testo franco, salvo A 1, 2, che danno *Silvestrio* per una erronea interpretazione della forma greca Σιλβέστρῳ e forse per suggestione dello ι sottoscritto, tanto più che deriva da una forma *Silvester*, e non *Silvestrius*, arbitrariamente sostituita dal Friedrich.

Digitized by Google

Silvetro urbis Romae episcopo et papae. Invece nei capitoli di posteriore inserzione della *confessio* e della donazione: *patri nostro Silvestro summo pontifici et universali papae; patre et oratore nostro Silvestro universali pontifice; Silvester beatissimus pater noster universalis pontifex; beatissimo pontefici patri nostro Silvestro universali papae.* Una sola volta è detto: *Silvester pater noster urbis Romae episcopus,* ma esso cade in un passo, che abbiamo motivo di ritenere appartenente al testo primitivo del Costituto. Dove poi si ha un punto di sutura fra il testo originale e la posteriore inserzione, la formula rimaneggiata conserva le tracce del vecchio e nuovo stile raccostati. Il passo, come vedremo, è caratteristico; per ora basti rilevare la strana funzione della formula di intitolazione pontificia: *beato Silvestro patri nostro summo pontifici et universali urbis Romae papae.* La differenza di linguaggio, che è sistematica e non accidentale, è netta rivelazione di mani e di tempi diversi, giusta la quale si possono fissare i primi elementi di discriminazione fra le varie parti.

Anche il protocollo ha subìto qualche ritocco, se non altro per l'interpolazione *et individuae; Patris scilicet et filii et Spiritus Sancti*(1) e l'aggiunta *in universo — constitutis,* assai tardiva(2) quest'ultima, perchè non è nemmeno inclusa nel testo greco. Ma più grave è lo sconvolgimento della *narratio,* per l'interpolazione della così detta *confes-*

---

(1) Anche il **Friedrich**, op. p. 133 e 178, espunge dal testo primitivo questi passi, muovendo in parte dal giusto rilievo, che nel testo si parla solo di *sanata trinitas*, non *individua*, ma in parte erroneamente dallo schema diplomatico, cui egli crede di potersi riferire, cadendo in un circolo vizioso. Invece dovea rilevarsi che la formula stessa ha in sè gli elementi che mettono in rilievo l'interpolazione: *scilicet;* ed il testo greco ha δηλαδή, secondo la forma propria dell'interpolatore ben distinta da quella del glossatore (ἤτοι).

(2) Analoga è la formula del c. 14 *in toto orbe terrarum nunc et in posterum cunctis retro temporibus* etc. che è della stessa origine. Con ciò cade ogni discussione sul valore del termine *retro* (**Friedrich**, op. cit., p. 34 sgg.; **Gaudenzi**, op. cit., p. 31 sg.), trattandosi di un passo di tardiva interpolazione e solo nel testo latino.

Digitized by Google

sio. Le visibili contraddizioni, che dipendono evidentemente dall'innesto del racconto silvestriano in brani del proemio del Costituto stesso, operato meccanicamento, permettono di scindere gli uni dall'altro.

Infatti nella *fides*, è pur qualche cosa che ha sapore di antichità. È il brano: *Nos Patrem — potestas*, che come vedremo, è formula nettamenta distinta da quella utilizzata dal redattore successivo(1). Sotto altra forma e con altro stile la medesima professione è ripetuta nel brano che a questa precede e segue, evidentemente desunta da una fonte diversa e secondo questa ripetuta più oltre. La loro coesistenza è inamissibile, perchè dà luogo ad una inutile ed incoerente duplicazione. D'altronde la professione di nuova inserzione non è una *fides*, ma una *expositio fidei*, e se si toglie il passo discusso (come pure l'altro *non sapiens — mysterio*, di più tarda inserzione sull'ultima redazione latina, perchè anche in quella greca non se ne conserva traccia) il racconto dell'*expositio* si svolge con continuità di pensiero e di forma. È però pure certo che, poichè si parla di *fides*, la quale doveva esser il presupposto del Costituto, proprio con quella formula dovesse iniziarsi il testo del documento. Fra i travestimenti postumi del Costituto si rilevano ben chiari i lineamenti del testo primitivo:

Primum quidem fidem nostram nosse volumus: «Nos Patrem et filium et Spiritum sanctum confitemur, ita ut in trinitate perfecta et plenitudo sit divinitatis et unitas potestatis. Pater Deus, Filius Deus et Spiritus sanctus Deus et tres unum sunt: tres itaque formae, sed una potestas.

Nè questo è un brano isolato del vecchio testo sommerso nella congerie della succesiva rielaborazione. L'unità di quello si può organicamente ricostruire, liberando i singoli frammenti più o meno felicemente rifusi nell'esposizione, che risulta dal posteriore rimaneggiamento. Così l'enunciazione della *fides* propriamente detta dovea esser logicamente con-

(1) Su questo punto ritorneremo studiando le fonti del Costituto.

Digitized by Google

clusa con una formula dichiarativa, che è stata conservata, nonostante le deformazioni, cui il testo fu sottoposto, e si può agevolmente isolare.

Haec est enim fides nostra orthodoxa, exhortantes idcirco omnem populum et diversas gentium nationes hanc fidem tenere, colere et praedicare et in sanctae Trinitatis nomine baptismi gratiam consequi.

Ed è agevole rilevare come tale formula s'armonizzi all'espressione della *fides* sopra enunciata e di quella sia il più vero completamento, mentre mal s'adatta all'*expositio* successivamente introdotta.

Della *fides* altrettando logico ed immediato corollario è la *poenitentia,* amalgamata nel complesso racconto della leggenda silvestriana con un ricollegamento formale non meno infelice di quello concettuale.

Fra l'altro il ricordo del palazzo del Laterano, non conciliabile con quello che ricorre altrove, è significativo. Il passo illustra la penitenza imposta da Silvestro *beatissimus pater noster urbis Romae episcopus* a Costantino *intra palatium Lateranense*; altrove si parla della costruzione della chiesa *intra palatium nostrum Lateranense eidem Salvatori nostro domino Deo Jesu Christo.... a fondamentis cum baptisterio;* infine più sotto della donazione del *palatium imperii nostri Lateranense, quod omnibus.... praecellit palatiis* al papa. Orbene mentre il costrutto dei primi due passi citati rivela, ove si tolga nel primo l'inciso *in cilicio,* una stessa mano, il terzo è sensibilmente diverso, e concettualmente non è conciliabile coi primi due. Mentre è logica la connessione fra l'erezione della basilica, là dove l'imperatore ha compiuto la penitenza, ed il ricordo di questa, l'atto di donazione ignora l'esistenza della basilica, e contraddice alla presenza imperiale nel *palatium* ammessa dalla prima. La donazione, che non ha neppur rapporto colla leggenda silvestriana, segue uno sviluppo concettuale ben distinto dalla penitenza e dalla costruzione della basilica, che rientrano in altro disegno.

Sta il fatto che il passo *Ad haec beatissimus* ecc. assai

Digitized by Google

male si riconnette con quanto immediatamente precede e quanto segue sia grammaticamente, sia stilisticamente, sia concettualmente. L'improvviso ritorno al *nos* maiestatico, la precisione di linguaggio tecnico, la formula *Silvester beatissimus* ecc., la penitenza, che appena apparentemente si ricollega in nesso logico al resto del racconto, sono elementi, che staccano il brano dalla *confessio* e lo accostano piuttosto al nucleo primigenio del Costituto. Esso è pure in relazione alla *fides* secondo la formula testè enunciata ed alla sua proclamazione; è poi la necessaria premessa dei concetti svolti nel Costituto secondo l'originaria lezione.

Altrettanto si può dire per il brano: *Quantam potestatem — salutem esse*, che fissa il presupposto ideale di quanto doveva sancire il Costituto. Anch'esso male si ricollega al precedente racconto: anzi presenta un improvviso passaggio da uno ad un altro sviluppo logico di pensiero. Anch'esso infine, come vedremo, usa la terminologia del Costituto.

Vi è connessione con esso di pensiero e di forma, mentre è altrettanto chiaro il distacco dal resto della *confessio*, alla quale è riattaccato con un passaggio che si accontenta di ristabilire la continuità grammaticale del testo, spezzando però la continuità logica. Il testo primitivo era: Quantam potestatem isdem Salvator noster suo apostolo beato Petro contulerit in coelo ac terra, lucidissime edixit, dum, fidelem eum in sua interrogatione inveniens, ait: «Tu es Petrus etc. Come questo brano non ha nessuna relazione colla professione di fede immediatamente precedente, cui è insensatamente congiunto, così l'interpolazione *nobis isdem venerabilis pater* è indice luminoso di un rimaneggiatore, assai devoto al suo eroe, Silvestro, il cui nome vuol far ripetutamente figurare, anche a sproposito, ma poco scrupoloso dell'esatto significato del costrutto. Mutando il soggetto del periodo, ed attribuendo a S. Silvestro, anzichè al Salvatore, la rivelazione delle fatidiche parole, tutto il periodo non ha più senso e risulta abbondantemente sgrammaticato. E, per riattaccare questo brano alle disposizioni del Costituto, si introduce: *Et dum haec predicante*, redatto ancora in prima persona singolare,

Digitized by Google

cui subito segue il testo del Costituto in prima persona plurale, ribadendo il concetto della riacquistata salute.

Ciò dimostra che la *confessio* propriamente detta era estranea al primitivo disegno del *Constitutum*, nonchè per la materia, anche per la forma.

Forse per questo il Gaudenzi, ponendo quella a base di questo e ricollegandola alla *Vita*, concepì, per suggestione dello sdoppiamento verificatosi nel testo ultimo, l'idea del falso storico, del quale la *confessio* doveva essere il nucleo primigenio precedente al falso diplomatico.

Non è così: la *confessio* è estranea al *Constitutum*; non lo precede, bensì segue ad esso; non è il nucleo originario, ma un ulteriore sviluppo, che allarga l'orizzonte di quello, inserendo in esso una successiva elaborazione della leggenda silvestriana. Lo sdoppiamento, attuato nel testo, è posteriore a questa inserzione, e non è testimonio di un momento di preparazione, durante il quale le due parti fossero separate.

Ma di ciò più avanti: per ora prendiamo atto di questo fatto, che la parte sostanziale della *confessio* non trovava posto nella prima stesura del documento.

Ma procediamo. Il testo del Costituto cominciava là dove fu operato tardivamente il distacco fra le due parti nei codici. La pretesa acefalia però non sussiste, perchè il proemio, la cui funzione nella forma attuale del testo è adempita dalla *confessio*, ed in modo molto disarmonico, era costituito dai tre brani citati, che proponevano i tre concetti fondamentali: la *fides*, la *poenitentia*, la *potestas*.

Comunque, colle parole *Utile iudicavimus* cominciava il testo del Costituto e di lì iniziava la materia, propria di una *constitutio*. Dobbiamo subito riconoscere che non tutta egualmente si appropria ad un medesimo stile, nè per il contenuto, nè per la forma; vi hanno parti che sotto ambi gli aspetti si staccano da altre di diversa fattura.

Il paragrafo *utile iudicavimus* (c. V), a prescindere dal primo periodo introdotto per collegare il Costituto alla *confessio* novellamante interpolata, e da qualche lieve integrazione, si può considerare come appartenente al nucleo principale. Di certo l'inciso *una cum nostris omnibus satrapibus* –

Digitized by Google

subiacenti è significativa contaminazione, d'altronde preziosa come elemento di valutazione della genesi del *Constitutum*. Se si toglie, ritorna la semplicità della formula primitiva: *utile indicavimus ut* etc., perchè l'intervento dei satrapi, del senato, degli ottimati e del popolo non entra nello stile e nello spirito di un Costituto, le cui forme nel disegno originario sono rispettate, tanto è vero che lo stesso documento dà esempi espliciti che la formula non poteva essere diversa: *decernentes sancimus ut; nosse volumus — construxisse; concedimus beato Silvestro,* che mostrano la verità dell'interpolazione. Ed è poi svolta con piena logicità e coerenza la dottrina politico-religiosa, che è il motivo essenziale, per il quale il Costituto è costrutto, i limiti, l'estensione e la dignità della podestà pontificia, giusta un determinato sviluppo del pensiero politico, non difficile ad individuasi ed a fissarsi nel tempo.

Il paragrafo seguente (c. VI), che non sembra esser rimasto immune dall'opera contaminatrice di mano estranea, se si tolga l'elencazione della quattro sedi metropolitane, contiene l'applicazione pratica del principio affermato nel paragrafo precedente.

Una volta affermata l'equiparazione della dignità della sede episcopale romana a quella imperiale, si desume, come logico corollario, la legittimità di esercizio di un diritto primaziale su tutte le chiese, con facoltà di dettar le norme per loro governo e per la restaurazione della fede, come conseguenza dell'apostolicità della sede romana, derivata a S. Pietro direttamente dal Salvatore.

D'un tratto lo sviluppo logico è mutato per l'introduzione del martirio di S. Pietro e S. Paolo a suffragare la legittimità del *principatus* ecclesiastico di Roma con assurdo abbinamento di due concetti ben diversi e antitetici.

Nel primo caso l'apostolo (e si parla solo di S. Pietro) è *princeps* e *vicarius* per definizione della volontà divina, e da questa condizione i successori ripetono il diritto primaziale; nell'altro si introduce un fatto umano posteriore all'istituto della mente divina, quale è il martirio, con evidente contraddizione fra le due concezioni. E l'evidenza dell'interpolazione è messa in rilievo dall'incongruenza dell'ultimo

Digitized by Google

periodo, che riconnettendosi apparentemente per forma e concetto all'affermazione dell'apostolicità della chiesa di Roma, e nel testo latino *(gentes — proni)* e nel testo greco τὰ ἔθνη - προκυλινδούμενοι), si collega assai male grammaticalmente con quanto procede, ed è una cattiva duplicazione del concetto espresso più avanti al c. XIII.

Con analogo processo è stato contaminato il capitolo seguente (c. VII), la cui originalità è rivelata dalla formula *Nosse volumus,* parallela a quella che introduce la enunciazione della *fides:* in ambedue, con perfetta identità stilistica e di concezione, la formula iniziale è stata manipolata con l'introdurre un destinatario diverso da quello, cui era diretto il Costituto. Come è facile in esse isolare la forma originaria del costrutto, così non è difficile scindere nel dispositivo le singole parti e discernere quanto è di composizione primitiva da quanto è più recente. Si parla della costruzione della basilica lateranense, di quella degli apostoli, dei doni a questa offerti e dei possessi assegnati alle chiese. Orbene mentre il paragrafo relativo alla basilica lateranense sta in diretto rapporto colla penitenza costantiniana nel palazzo stesso, quello relativo alle basiliche apostoliche si riconnette al martirio degli apostoli. Non solo: ma poichè quella è proclamata *caput et vertix omnium ecclesiarum in universo orbi terrarum,* la coesistenza originaria colla costruzione delle basiliche apostoliche è inamissibile, poichè, se mai, a queste non a quella sarebbe spettata la precedenza. Così, mentre il costrutto *quam sacrosanctam ecclesiam* si ricongiunge direttamente alla basilica lateranense ed induce ad eliminare l'inciso *et duodecim nos sciatis-humeris,* parimenti il paragrafo *quibus pro concinnatione luminariorum,* si riferisce immediatamente alle *omnes ecclesiae,* di cui la basilica lateranense è *caput* e *vertix,* riconoscendo ad esse la capacità di possessi patrimoniali, da essere amministrati dal papa. Ciò che sta in mezzo, turba forma e concetto del disegno primitivo, come pure la individuazione dei beni patrimoniali modifica la concezione originaria e la destinazione di questi. Se si tolgono tutte queste aggiunte *(sicut per alia - confiximus; nostras imperialium -*

Digitized by Google

largitatem) balza chiaro il pensiero del primitivo testo: abbiamo costrutto nel palazzo lateranense una basilica con battistero che è capo e vertice di tutte le chiese, alle quali abbiamo assegnato un patrimonio da governarsi dal papa e dai suoi successori.

Analogamente risulta estranea l'invocazione conclusiva, che esalta la bontà divina ed esorta a render grazie a Dio e che riprende forma e concetti della *confessio* col riproporre l'idea della salute del corpo e dell'anima dominante nella leggenda silvestriana.

Il cap. VIII ha subito anch'esso, in quest'opera di contaminazione, notevoli alterazioni. Si interpolano così, i nomi degli apostoli, ed al nome di Silvestro s'accoppia una intitolazione, che come già sopra si disse, mescola il vecchio al nuovo: *patri nostro summo pontifici et universali urbis Romae papae*, con altre mende (*atque de praesenti contradimus*, etc.), tolte le quali tutte, ritorna il perfetto stile del Costituto, coerente alle altre parti esaminate. Ed il concetto non è disforme.

Posto il principio dell'equiparazione della *potestas* e della *potentia* del *pontifex* a quelle imperiali, in virtù delle quali nell'ambito spirituale il suo *principatus* ha la medesima estensione universale che quello dell'*imperator* nella sfera delle cose terrene, discende come inevitabile corollario, a complemento dell'equiparazione ideale, anche quella materiale espressa nei simboli e nell'uso di tutte le insegne imperiali. La donazione del *palatium* lateranense è una impropria diversione dal concetto dominante, di inserzione posteriore, com'è nella logica sintattica del periodo: *Pro quo concedimus — atque de praesenti contradimus* etc.

Il primo periodo (*Pro quo concedimus* etc) è illogicamente spezzato e se *concedimus* si deve accoppiare con *contradimus*, com'era nella mente del correttore (resta in ogni modo inconsueta la distanza fra i due verbi), si deve rilevare che *concedimus* è appropriato alle insegne, di cui si accorda l'uso, quanto *contradimus* al possesso del *palatium*, ma è assurda una attribuzione inversa. Anche il *deinde* è altro elemento surretizio, introdotto per collegare il su-

Digitized by Google

perstite brano al proprio soggetto, dopo l'avvenuta interpolazione. Per questo ed anche per altre considerazioni, su cui torneremo più avanti, il passo è da togliere dal disegno primitivo, mentre la concessione è limitata all'uso delle insegne imperiali, la cui elencazione è stata impinguata in non piccola misura, creando incongruenze formali e sostanziali anche troppo visibili. Come logica conseguenza deriva l'equiparazione dei *viri reverentissimi diversis ordinibus eidem sacrosanctae Romanae ecclesiae servientibus* agli ordini civili; il clero è equiparato alla *militia imperialis,* gli *officia* ecclesiastici a quelli imperiali, *et sicut caelestia, ita et terrena ad laudem Dei decorentur.*

Qui occorre necessariamente una parentisi. Anzitutto, oltre il glossema, *idest patricios* ecc., è da rilevare l'incoerenza dell'accoppiamento nelle persone dei *viri reverentissimi* della dignità senatoria e di quella imperiale(1).

Ma vi è di più: a breve distanza da questo inciso ricorre un capoverso, che, come dissi in precedenza, merita seria attenzione. Esso specifica le insegne, di cui il clero romano può far uso. Il periodo sintatticamente è sgrammaticato, concettualmente si regge assai male, e la versione greca concorre a metter in rilievo i controsensi, ch'esso

---

(1) Il termine *clerici* è una evidente interpolazione per specificare restrittivamente il valore di *viri reverentissimi*, come chiaramente il testo greco indica: κληρικοὺς δηλαδή. Quanto poi all'inciso, che equipara i *viri reverentissimi*, identificati nei *clerici*, all'ordine senatorio e contemporaneamente conferisce le *dignitates imperiales*, è non meno evidente la sua posteriore inserzione, e per la forma, appiccicato com'è alla fine del periodo precedente (cfr. *amplissimus* = εὐρεῖα, mentre più sotto *amplissime* = ἐπὶ πλέον), e pel concetto, perchè, se il clero è poi subito equiparato alla *militia imperialis*, era assurdo fosse equiparato contemporaneamente ad un ordine diverso. Si dice che i *viri reverentissimi* sono i titolari delle chiese di Roma (cardinali), il *clerum* ogni altro ordine: la distinzione è arbitraria. Secondo il concetto primitivo, per elevare la dignità di quanti servono alla chiesa (*viri reverentissimi*), si equiparano i singoli ordini, laici ed ecclesiastici, ai rispettivi ordini civili. Il criterio restrittivo di *clerici* sta in relazione forse alla riforma di Agatone che, allargando l'ordine ecclesiastico (*Lib. Pontif.*, ed. **Duchesne**, I, 350), ne accentuò il distacco da quello laico.

Digitized by Google

accumula: in relazione al resto del paragrafo è una ripetizione del primo capoverso, peggio che inutile, dannosa, perchè, collocata fuori di posto, interrompe l'euritmia della sistematica elencazione delle equiparazioni gerarchiche degli ordini della chiesa a quelli civili.

Per tutti questi motivi il capoverso in parola, analogamente all'inciso summenzionato, vuol essere radiato dal quadro del testo primitivo, che senza essi ritorna perfettamente armonico nelle sue parti, colla clausola finale [a riserva di qualche inciso (*qui — advenerint; nullum — agere*) di posteriore interpolazione], che riconosce al *sanctissimo patri nostro Silvestro urbis Romae episcopo et papae* ed a tutti i vescovi la facoltà di consacrare nell'ordine religioso membri dell'ordine laico soggetti a vincoli civili.

Da questo punto alla fine, altri rilevò la recenziorità di composizione rispetto al nucleo fondamentale del Costituto (1).

Certamente in questi capitoli affiorano non poche anomalie, che possono, e giustamente, sollevare dubbi e sospetti, ma queste devono renderci circospetti prima di condannare tutto il blocco, tanto più che le anomalie fanno meglio risaltare l'originalità e la purezza delle parti primitive. Anche le contraddizioni concettuali, oltre quelle formali, rispetto alle parte precedente, vengono meno, ove si selezioni la parte originaria dalla posteriore correzione.

Il cap. XI, *Decrevimus — ad imitationem imperii nostri* è certamente di posteriore aggiunta, poichè riprende, illustra e sviluppa il significato ed il valore del *diadema* e del *frigium*, ed è duplicazione contradditoria al concetto del precedente cap. VIII. Ivi non si solleva eccezione o non si fa distinzione circa l'uso di queste insegne imperiali; qui invece, sotto l'evidente influsso di una dottrina diversa, si distingue, e quasi si contropone il *diadema* al *frigio*, istituendo fra essi un'antitesi di valori ideali.

Per questi motivi, e per altre considerazioni, che poi

(1) **Friedrich.**, op. cit., p. 27 sgg; 134 sgg.

Digitized by Google

esporrò, sono anch'io d'avviso di espungere il capitolo dal quadro primitivo del Costituto. Non così per i due seguenti.

Non sono anch'essi immuni da mende, ma vi è qualche cosa che si salva; ed il testo latino con suprema ingenuità ha conservato meravigliosamente la traccia della vecchia sotto la veste nuova: *Unde ut pontificalis apex vilescat.... ecce palatium nostrum ut prelatum est, quamque Romanam urbem et omnes Italiae seu occidentalium regionum provincias loca et civitates.... Silvestro contradentes et relinquentes.... decernimus disponendam atque iuri sanctae Romanae ecclesiae concedimus permanendam.* È chiaro che il costrutto gerundivo disponendam, permanendam, presumeva un soggetto femminile singolare, Romanam urbem; tutto il resto è di evidente ulteriore inserzione. Se liberiamo la lezione da questa, il testo ritorna in perfetta armonia: *Ut non pontificalis apex vilescat, sed amplius quam terreni imperii dignitas et gloriae potentia decoretur, Romanam urbem beatissimo patri nostro Silvestro papae per pragmaticum constitutum decernimus disponendam et iuri sanctae Romanae Ecclesiae concedimus permanendam.*

Il presupposto ideale, che giustifica la concessione, è in giusta armonia col concetto teorico del c. V: l'*imperii dignitas* e la *gloriae potentia;* ed il discorso si riannoda a quanto è detto nel c. X, improvvisamente alterato dall'inopportuna inserzione del c. XI.

Il capitolo seguente, XIII, *Unde congruum*, liberato anch'esso di ciò che ha di superfluo, sta in esatta correlazione logica con la precedente concessione. L'interpolatore ha voluto rendere esplicito il concetto del trasferimento della sede dell'impero con erronea esegesi dell'inciso *nostrum illic constitutum imperium,* attribuendo alla fondazione della città una interpretazione non conforme alla lettera ed allo spirito del Costituto, e d'origine più tarda. Ma se si tolga quella, il capitolo sviluppa un ordine concettuale, che è anche in stretta correlazione col cap. VI.

Dove è la cattedra di Pietro, è il centro della cristianità *(caput principatus);* dove ha sede, per istituto celeste il

Digitized by Google

principato divino, non può permanere quello terreno. L'inciso *nostrum imperium — optimo loco,* modificando il concetto essenziale del capitolo, che profila la necessità di una differenziazione di sedi, non di trasferimento di podestà, è inutile ed assurdo, perchè intende a decurtare l'impero del suo territorio ed istituisce una contrapposizione fra le due somme dignità, laddove lo spirito del Costituto ribadisce il concetto di universalità per entrambe, e di stretta equipollenza fra l'una e l'altra.

Analoghe osservazioni si possono estendere alle formule della *conclusio.* Delle tre parti, che la compongono, la *sanctio,* la *minatio,* e la *roboratio — traditio,* non tutte sono della stessa origine, perchè mentre la prima segue uno stile, che è coerente alla diplomatica delle costituzioni imperiali, le altre due meglio convengono a quella dei documenti pubblici e privati medioevali. Infatti, ove si tolga l'interpolazione, evidente nella prima, *quae per hanc nostram divalem sacram et per alia divalia decreta statuimus atque confirmavimus,* ed introdotta per adattare quella preesistente alle altre due (ed *alia decreta* presuppone già il Costituto), la formula stessa ha funzione di dar valore esecutivo alle norme fissate ed è la conclusione naturale della costituzione, cui faceva seguito immediatamente la *subscriptio*(1), che nel nostro documento è riprodotta secondo il tipo dei rescritti imperiali. L'interpolatore fra questa e quella ha introdotto tutto il formulario di un costume diplomatico più recente, nel quale subito risaltano le tracce di una mano diversa da quella che ha steso il primo Costituto. Così nella *minatio:* gli incisi *qui nos regnare praecepit; per hoc nostrum imperiale constitutum* (sopra *per pragmaticum constit.*); *omnes nostros successores imperatores vel cunctos optimates, satrapes etiam, amplissimum senatum et universum populum in toto orbe terrarum, nunc et in posterum cunctis retro temporibus imperio nostro subiacenti* (cfr. sopra proem. e

(1) Su quest'argomento ritorneremo nell'esame della forma diplomatica del Costituto. Si cfr. per ora **Brünner**, op. cit., p. 6. sgg.

Digitized by Google

cap. V), ed ancora il richiamo agli apostoli Pietro e Paolo, illogicamente detti *principes apostolorum*.

La *roboratio* e la *traditio* seguono lo stesso stile della *minatio*(1); ad. es: *huius imperialis decreti nostri paginam*; *et nostris successoribus*, ripetendo concetti, che già erano espressi nella precedente formula esecutiva, ma resi coerenti ai motivi di una tradizione diplomatica assai diversa.

4. Ricondotto il testo primitivo del Costituto in uno schema assai semplice, facilmente si spiegano le presunte incongruenze fra il testo latino e quello greco nella versione α, dal momento che quella β é pregiudizialmente fuori di discussione, e si possono chiarire e precisare i rapporti esistenti fra i due primi.

Instituendo fra essi uno stretto parallelo mi pare si possano desumere, prescindendo per un momento dal testo della *fides*, le seguenti proposizioni fondamentali:

1.° il testo greco (versione α) della parte originale del Costituto è traduzione della lezione latina;

2.° viceversa il testo latino della parte interpolata su quella primitiva è traduzione della lezione greca (versione α).

Infatti, mentre nel primo caso il testo greco segue quello latino, facendo risentire il costrutto di questo, nel secondo il testo latino appare una versione più libera di quello greco, riproducendo forme e caratteristiche di tale costrutto.

5. Cominciamo dal primo. Il protocollo, dove pure è introdotto qualche elemento tardivo, nel testo greco è esatta traduzione del testo latino, letteralmente trasportato in veste greca, con espressioni che ne rilevano il diretto influsso:

τῷ ἑνὶ τῆς αὐτῆς ἁγίας Τριάδος, σωτῆρι, δεσπότῃ, καὶ Θεῷ ἡμῶν, πιστός, πρᾷος, εὐεργέτης	uno ex eadem sancta Trinitate salvatore domino Deo nostro, fidelis, mansuetus, maximus, benevolus

ove è da rilevare non solo l'estrema fedeltà del traduttore greco, ma anche l'imperfetta nozione del testo, che dovea

(1) **Brunner**, op. cit., p. 5 sgg.

Digitized by Google

tradurre: *dominus* non è più appellativo di *Deus noster*, ma figura per se stante, per cui è nettamente staccato dal soggetto principale, ed è voltato con δεσπότης, anzichè, come sempre nei passi di originaria stesura greca, con κύριος: anche l'omissione di *maximus* è significativa, siccome attributo connesso alla persona dell'*imperator*.

Ancora: πατρὶ πατέρων Σιλβέστρῳ ἐπισκόπῳ καὶ πάπᾳ τῆς μεγάλης πόλεως Ῥώμης = *patri patrum Silvestro urbis Romae episcopo et papae,* dove il μεγάλης è un'aggiunta che turba la limpida struttura della formula; comunque un traduttore latino non l'avrebbe omessa.

Καθολικοῖς ἐπισκόποις = catholicis episcopis, mentre nelle altre parti καθολικός è reso per *universalis*: il latino *catholicus* è a questo luogo appropriato, quanto non lo è nel corrispondente passo greco.

τοῖς ταύτῃ τῇ ἱερᾷ καὶ ἁγίᾳ Ῥωμαϊκῇ ἐκκλησίᾳ διὰ ταύτης τῆς ἡμετέρας βασιλικῆς καταστάσεως ὑποκειμένοις	eidem sacrosanctae Romanae ecclesiae per hanc nostram imperialem constitutionem subiectis [in universo orbe terrarum nunc et in posteris retro temporibus constitutis]

L'inciso *in universo orbe* etc. è certamente un glossema più recente, ed è per questo che il testo greco non ne può tener conto, ed è anche certo che il testo primitivo, come suggerisce la versione greca, si arrestava a *subiectis*: ma va rilevato che *constitutio* è reso con καταστάσις, dove nelle parti di originale fattura greca è reso con la forma διατάξις.

E veniamo ai brani del proemio del Costituto riassorbiti nella *confessio.*

Il testo greco traduce: Πρῶτον μὲν τὴν ἡμετέραν πίστιν = *primum quidem fidem nostram;* ma poi ἔπειτα καὶ il traduttore latino rende *et ita demum.* Segue: *nosse enim vos volumus* = εἰδέναι γὰρ ὑμᾶς πάντας βουλόμεθα, dove è evidente l'interferenza fra due redazioni diverse, originariamente espresse in lingua diversa, la prima in latino, la seconda in greco. Così nel testo della *fides:* καὶ οἱ τρεῖς ἓν εἰσι = *et tres unum sunt in Jesu Christo;* δύναμις = *potestas.*

Digitized by Google

Nella stessa guisa che il testo latino primitivo della proclamazione della *fides* reca l'inpronta della sua originalità, altrettanto si può ripetere per la *poenitentia.*

Ad haec beatissimus etc. non ha proprio nulla a che vedere col racconto precedente: in greco *ad haec* è reso πρὸς ταῦτα. Ma vi è di più: il traduttore greco non era suggestionato da alcuna interpolazione:

χρόνον ἡμῖν ὥρισε μετανοίας (ἐν ἑνὶ σάκκῳ) ἔνδον τοῦ ἡμετέρου τῆς Λατερανῆς παλατίου	indixit nobis penitentiae tempus intra palatium nostrum Laterenense in uno cilicio(1)

Chi ha steso il testo greco avea una guida sicura nel testo latino, seguito con fedeltà. Invece l'espressione ἐν ἑνὶ σάκκῳ, che sconvolge grossolanamente l'euritmia concettuale in ambedue le versioni, ed è di sicura, come vedremo, successiva interpolazione, non poteva essere suggerita dalla lessi latina *in uno cilicio,* che è una approssimazione di quella greca. A rilevare ancora l'espressione, con cui è reso *palatium* = παλατίου, assai poco greca: ed anche qui *dominum Deum* è reso con δεσπότῃ Θεῷ, con una mutilazione assai significativa:

παρὰ τῷ δεσπότῃ Θεῷ καὶ σωτῆρι ἡμῶν	apud dominum Deum nostrum Jesum Christum salvatorem

Rilievi della medesima natura si possono fare sull'altro brano della *confessio,* che doveva appartenere al Costituto.

Anche in esso fra il testo greco e quello latino si riscontra un rapporto di priorità a favore di questo, che è indubbio. L'estrema fedeltà letterale, lessicale e di costrutto, della versione greca alla latina, il tecnicismo di questa rispetto quella, la miglior impostazione sintattica, quale può

(1) Gli editori danno *intra pal. n. Lat. in nostro cubiculo in cilicio,* che non ha senso; il Friedrich, accettando la lezione sopra proposta, giudica *in nostro cubiculo* una tarda inserzione. In realtà A 1 ha *culicolo* ed A 3 *cubiculo in cilicio.*

Digitized by Google

esser quella di un compositore rispetto ad un traduttore: *potestas* = ἐξουσία; *contulerit* = παρέσχετο; *lucidissime* = σαφῶς; *edixit* = ἐξέθετο; *potentes* = δυνασταί; *aurem cordis intendite* = τοῖς ὠσὶ τῆς καρδίας προσέχετε; *magister et dominus* = διδάσκαλος καὶ δεσπότης.

Questo linguaggio, che nel rimanente della *confessio* è inusitato, e, se mai dà luogo proprio ad una inversione di rapporti fra i due testi, dimostra chiaramente che il testo greco è posteriore a quello latino, permettendo meglio l'individuazione dei brani pertinenti al testo primitivo del Costituto. Bisogna però fare qualche riserva: l'inciso *venerabilis pater*, cui corrisponde ὁ τίμιος πατήρ, come poi nei brani di originaria composizione greca è assurdo, perchè, come è stato detto sopra, altera grossolanamente il valore dell'intero periodo, sì da renderlo inintelligibile.

Il dispositivo del Costituto si trova nelle stesse condizioni. *Utile iudicavimus* [*una cum omnibus nostris satrapibus et universo senatu, optimatibus etiam et cuncto populo Romano, gloriae imperii subiacenti*], è detto nel testo latino: ed ho già rilevato che i *satrapi* e gli *ottimati* e tutti gli altri sono intrusi. Il testo greco è meno assurdo: [σὺν πᾶσι τοῖς σατράπαις καὶ ἐλλογίμοις ἀπάσης τῆς γερουσίας, μεγιστᾶσί τε καὶ παντὶ τῷ δήμῳ τῷ τῇ δόξῃ τῆς Ῥωμαικῆς βασιλείας ὑπείκοντι]. I *satrapes nostri,* rendono i σάτραπαι e gli ἐλλογίμοι dell'intero senato, diventano *l'universus senatus,* che non è espressione affatto propria. Sono trasposizioni di forma e di pensiero suggerite da cattiva interpretazione, che presumono un processo di travestimento dal greco al latino, non viceversa.

Verissimo: subito dopo il testo greco dà: ὁ μακάριος Πέτρος, ὁ ἐν τῇ γῇ τοποτηρητῆς τοῦ Υἱοῦ etc., mentre il testo latino omette il nome dell'apostolo e dice: *vicarius filii Dei* etc. Il testo greco segnala una lezione, che serve ad emendare il confratello latino. Ma la colpa dell'omissione non è dell'ipotetico traduttore latino, ma del tardo amanuense, tanto è vero che il testo leonino rettifica egregiamente. E poichè il tradutture non sa rendere in greco la formula *qui ipsius principis apostolorum gerunt vices,* come poi sa-

Digitized by Google

prà fare l'integratore (cfr. c. XIV, κορυφαίου τῶν ἀποστόλων), ripete καὶ οἱ προσώπῳ τοῦ ἀποστόλου Πέτρου ὄντες ἀρχιερεῖς. Da questa non poteva trarsi quella latina, tecnicamente assai corretta, bensì il contrario, con un costrutto, che è un ripiego, ma sacrifica il concetto incluso nella formula latina. Anche il costrutto di tutto il periodo nel testo greco ha subito rispetto a quello latino una notevole alterazione determinata da una semplificazione del costrutto latino per l'impossibilità di renderlo nella sua maggior complessità: l'ἐπέκεινα τῆς πάρ' ἡμῶν γαληνότητος κατεχομένης non rende tutto il senso della frase *amplius quam terrena imperialis nostrae serenitatis mansuetudo habere videtur*, perchè è eliminato il concetto fondamentale, *terrena*. Inoltre se κατεχομένης ben corrisponde ad *habere videtur*, meno lo stesso verbo conviene ad *obtineant*, nè la frase κατέχοιεν δωρηθεῖσαν καὶ στερχθεῖσαν può suggerire la corrispondente latina *concessam — obtineant*: se mai è proprio il contrario.

Proseguiamo: ancora *ipsum principem apostolorum*, che non è introdotto a caso, ma in stretta e logica connessione col concetto di *principatus*, illustrato nel capitolo, è reso τὸν μακάριον Πέτρον, che spoglia l'espressione del suo vero significato, così come la circonlocuzione καὶ τοὺς τὸν τόπον ἐκείνου ἐπέχοντας per rendere *eius vicarios*. Come dianzi ὁ τοποτηρητής, neppur questo giro di parole poteva suggerire il termine *vicarius*, dove è evidente lo sforzo del traduttore di ricercare un sostituto, che più s'avvicinasse al termine latino: poi più semplicemente renderà *patronos* con πατρώνας. Notiamo poi che con lo stesso termine ἐξουσίαν rende i due termini *potestatas* e *potentia*, intenzionalmente usati per esprimere due concetti ben diversi, l'uno l'esercizio del potere, l'altro la dignità della persona. Al parallelismo concettuale espresso nei due termini *potestas* e *potentia*, che nel testo greco scompare, inducendo quasi il lettore a presumere una inutile ripetizione, perchè è eliminata la distinzione dei due concetti, corrisponde quello del costrutto. Lo stesso costrutto, usato nel testo latino, per la definizione della *potestas*, è ripetuto per quella della *potentia*, che è *gloriae dignitas* (ut - sicut - amplius quam; eligentes - tribuentes). Orbene

Digitized by Google

nel testo greco, al pari della deformazione concettuale, anche il parallelismo del costrutto non è rispettato, e dove *l'amplius quam* del primo capoverso è stato ben altrimenti reso, nel secondo è rispettato (μᾶλλον τοῦ etc.). Se confrontiamo pertanto il tecnicismo del testo latino, con la famigliare libertà del testo greco, non è possibile certo desumere che questa abbia suggerito quello, mentre il rapporto inverso non ha bisogno di troppe giustificazioni. Si aggiunga:

μᾶλλον τοῦ ἡμετέρου βασιλικοῦ θρόνου	amplius quam imperium nostrum et terrenum thronum

con la fusione dei due termini, che è concepibile in un traduttore, e sopratutto con l'eliminazione del termine più importante *terrenum,* che è quello, sul quale riposa il presupposto ideale di tutta la concezione, ed è il contrapposto della *sedes sacratissima.* Nel testo greco ad ἁγίαν è contrapposto invece βασιλικοῦ, ma impropriamente, perchè non l'*imperium,* che è anch'esso per sua natura divino, è l'antitesi, della *sedes sacratissima,* ma il *trono terreno.* Impropria è anche la versione di *sedes sacratissima* con ἁγίαν καθέδραν, perchè il concetto è ben diverso. Nel testo latino *sedes* sta giustamente a confronto del binomio *imperium et tronum,* che riassume i simboli ideali e materiali della podestà imperiale, perchè l'*ecclesia* non è di essi ancora in possesso, ma è solo una espressione immateriale, che si localizza indefinitamente: è proprio una *sedes,* e la καθέδραν è un simbolo, che ne restringe il concetto materializzandola. Soppresso l'*imperium* e ristretto il binomio al *thronum,* la mente del traduttore ricorre per analogia al concetto di καθέδρα; rivela però un profondo mutamento concettuale nell'apprezzamento dei termini.

Da ciò deriva il conferimento della *potestas et gloriae dignitas.* Il tardo interpolatore ha appiccicato al testo latino: *atque vigorem et honorificentiam imperialem,* che altera il concetto della *potestas* e della *potentia* sopra espresso: il testo greco è testimone di questa arbitraria interpolazione e traduce: ἐξουσίαν καὶ δόξης ἀξίαν.

Digitized by Google

Il testo greco poi ricongiunge il capitolo successivo come diretta conseguenza, anche grammaticale, del precedente: ὅθεν καί; più correttamente il testo latino mantiene ad esso la sua autonomia sintattica: *Atque decernentes sancimus*. Invece *praecipuas sedes* è reso, e semplicemente, con καθεδρῶν, e l'ordine delle quattro sedi è diverso nei due testi: Antiochia, Alexandria, Costantinopoli, Hierusalem, nel latino; Alexandria, Antiochia, Hierusalem, Kostantinopoli, nel greco. È inutile ricercare se in ciò si riproduca il riflesso di momenti diversi, se cioè l'ordine di precedenza adottato nella successione gerarchica sia o meno connesso alla presunzione di un ordine alfabetico. Nei riguardi della redazione primitiva del Constituto la questione è oziosa, perchè, presumendo un apprezzamento sensibilmente posteriore, l'elencazione resta ad essa estranea. In ogni modo l'ordine del testo greco risponde ad una tradizione più coerente, che quello latino(1). Nel resto il traduttore greco si mantiene assai fedele al testo latino, e non saprei vedere come dal semplice κατὰ καιρούς possa derivare la tecnicissima formula *qui pro tempore — extiterit,* e come da πρὸς τὴν τῶν χριστιανῶν πίστιν καὶ ἑδραιότητα φροντίζεσθαι ἄξια derivi *vel fidei Christianorum stabilitate procuranda fuerint,* col solito sdoppiamento (πίστις ed ἑδραιότητα) nella versione greca, che non dà alcun significato, com'è invece nell'unità concettuale del testo latino.

Anche il concetto del valore apostolico del diritto primiziale è affermato con analoghi termini: τὴν κεφαλὴν τῆς

(1) Il **Gaudenzi**, op. cit., p, 41, trae da ciò argomento per dedurre la priorità del testo greco. Veramente la precedenza accordata ad Antiochia potrebbe far pensare il contrario, nella presunzione di onore accordato alla prima sede vescovile dell'apostolo Pietro, giusto lo spirito che informa il Costituto. Nella versione greca, destinata all'Oriente, si tenne conto invece del fatto di non urtare la suscettibilità greca con una questione di precedenza, mantenendo lo stretto ordine alfabetico. Per i costantinopolitani la precedenza antiochena non poteva avere lo stesso valore che per i Romani. Ma non si deve esagerare il valore di un fatto, che può dipendere da pura accidentalità della tradizione manoscritta.

Digitized by Google

ἀρχῆς = *caput principatus,* ed in analogo passo, che posteriormente riprende il medesimo concetto, è detto ἡ ἱερατικὴ ἀρχὴ τῆς τῶν χρ. λογάδος = *principatus sacerdotum et christianae religionis caput;* ὁ δημιουργὸς τῶν ἱερῶν νόμων = *sanctarum legum institutor;* τὴν καθέδραν κατέχειν διωρίσατο = *obtinere praecepit cathedram.* Il traduttore greco rende *sedes* per καθέδρα: ma è da notare che, laddove *cathedra* per *sedes* è improprio, qui invece il termine latino *cathedra* è appropriatissimo, ed il traduttore greco non rileva la differenza fra *sedes* e *cathedra,* che nella versione latina, siccome originaria, è posta assai bene in rilievo.

Vedremo poi come nel brano paolino si verifichi invece proprio un rapporto inverso. Ho già notato la sconcordanza grammaticale dell'ultimo periodo e nel testo latino e nel testo greco rispetto a quanto procede, perchè *proni et humi prostrati*(1) male si accorda a *gentes* del periodo precedente, come προκυλινδουμένοι a τὰ ἔθνη. Questo brano sta in corrispondenza ad un'altro, che poi esamineremo: l'uno investe il valore etico e politico del centro religioso romano, l'altro l'importanza religiosa. Ma per ora basti rilevare il parallelismo delle espressioni: τοῦ οὐρανίου βασιλέως = *caelestis regni;* ὀφφικίῳ = *officio;* τῷ κράτει τοῦ ἐπιγείου βασιλέων = *terreni regis imperio,* dove va notato la impropria versione di βασιλέυς per *rex,* mentre nell'altro passo farà esatto riscontro il termine *imperator.*

Nel c. VIII ritorna la stessa alternativa. La parte originale di tale paragrafo, come fu detto, è molto ristretta, ma la falcidia è necessaria: *Concedimus beato Silvestro Urbis Romae papae et omnibus eius successoribus pontificibus, qui usque in finem mundi in sede beati Petri erunt sessuri, diadema, simulque frigium, nec non et superhumeralem simulque et cuncta signa et diversa ornamenta imperialia et omnem processionem imperialis culminis et gloriam potestatis nostrae.*

Non solo i nomi degli apostoli, che stanno in relazione

---

(1) Secondo la lezione leonina (cfr. **Gaudenzi,** op. cit., p. 14) ribadita dalla versione greca.

Digitized by Google

ai capitoli espunti, vanno radiati (anche perchè ritorna la forma *dominis meis*, che nel testo greco è resa κυρίοις ἡμῶν); non solo, per quanto è stato detto, l'intitolazione papale vuol esser decurtata di titoli impropri; non solo va tolto il passo della donazione del palazzo lateranense; ma anche l'elenco deve esser oggetto di una accurata revisione, perchè, se si accettasse l'elencazione, come è, non si capirebbe come mai, dopo enumerate tutte le insegne, si aggiunga *et cuncta signa*(1), e dopo aver incluso nell'elenco la *dignitas imperialium praesedentium equitum*(2), si ripeta *et omnem processionem imperialis culminis* etc. Sono inutili ripetizioni, o meglio patenti contraddizioni, che vogliono esser tolte, ed il testo greco ci aiuta in quest'opera selettiva, perchè mentre segue pedestremente nella parte, che abbiamo isolata, il testo latino, nella parte interpolata acquista, per la perfettibilità tecnica dei termini, diritto di priorità sul testo latino.

Le postille apposte al *diadema* ed al *superhumeralis* sono glossemi(3), che non hanno significato in chi parla di cose che conosce, ma diventano necessarie per chi non ha più una nozione esatta del loro uso: ed esse sono introdotte per spiegare o con termine latino quello greco o viceversa (*diadema* = *corona capitis; superhumeralis* = *lorum*). Stilisticamente poi si rileva l'uso di due forme ben distinte: *simulque, nec non et*, pel polisindeto nel testo antico; *verum etiam, banda etiam, conferentes etiam* (invece di *tribuentes*, com'è nel testo antico) nella parte interpolata.

---

(1) Giustissima la correzione del **Gaudenzi**, op. cit., p. 11, giusta la lezione leonina.

(2) Vedi la correzione *equorum* invece di *equitum*, **Gaudenzi**, op. cit., p. 16.

(3) Che siano glossemi più tardivi si rileva dall'uso di ἤτοι, e precisamante sono tali le espressioni ἤτοι τὸ στέμμα ecc. come al c. XI, ἤτοι τὸν λῶρον, ὃς τῷ βασιλικῷ τραχήλῳ εἴωθε περιελίττεσθαι. Infatti le analoghe forme esegetiche, fatte sul testo primitivo dal primo revisore, sono introdotte colla particella δηλαδή.

Digitized by Google

Il testo greco sta in diretta relazione con queste varietà: e in rapporto alla parte più antica presenta le consuete anomalie rispetto al testo latino, che s'incontrano nel resto in una relazione inversa. Così traduce *in sede beati Petri* = ἐν τῇ καθέδρα τοῦ μακαρίου Πέτρου: e così forse è nato un altro equivoco. Il traduttore greco ha reso *cuncta signa et diversa ornamenta imperialia* con τὰς σημαίας πάσας καὶ τὰ βανδία, che poi nel riassetto del testo latino su quello greco è diventato *et cuncta signa, banda etiam et diversa ornamenta,* non altrimenti spiegabile che per un sifatto gioco di versioni e retroversioni da una lingua ad un'altra da un testo ad un altro.

Altrettanto si dica per il capitolo relativo all'equiparazione dei dignitari della chiesa di Roma all'ordine senatorio. Come si è già detto, alcune osservazioni del Gaudenzi sono fondate, altre no. Verissimo quanto egli osserva su φημιζομένους, tradotto nel testo latino per *promulgantes,* ma la genesi è forse diversa, perchè non può collegarsi all'introduzione di altra postilla, certo successiva(1), ἤτοι γίνεσθαι πατρικίους καὶ κουνσούλους. L'integratore del testo greco per miglior intelligenza avea richiamato il termine di riferimento (ἄνδρας) con φημιζομένους, i nominati, cioè gli ἄνδρας, non i *patricii* ed i *consules.* Il traduttore inesperto completò assurdamente *eos promulgantes.*

Ma tutto l'altro ragionamento del Gaudenzi per riassettare il periodo secondo una presunzione, che suona assai d'artificio, non regge. Il difetto del testo greco non emerge da stravaganti contaminazioni di amanuensi, bensì dalla pedissequa imitazione del costrutto latino (rettificato nella lezione, come s'è detto), reso più oscuro dall'inserzione degli accennati glossemi. La lezione τὸ ὕψος τῆς μόνης καὶ ὑψηλοτάτης ἐξουσίας consente la restaurazione del testo latino:

(1) Proprio in questo capitolo stanno di fronte due formule esegetiche di mano e tempo diverso κληρικοὺς δηλαδή ed ἤτοι γίνεσθαι. Ciò posto, tutto il ragionamento, architettato dal Gaudenzi, cade, perchè vien meno la premessa principale.

Digitized by Google

culmen singularis potentiae et praecellentiae, ma dipende da questo, come l'ἔχειν θεσπίζομεν è la versione di *habere sancimus*. Attribuiamo a mero errore di amanuense la lezione Ῥωμαϊκῇ ἐξουσίᾳ invece di ἐκκλησίᾳ; ma tutto il resto (tolta l'equiparazione alla dignità senatoria; tolto il glossema, che identifica il senato nei consoli e nei patrizi; e tolto l'inciso, che accoppia assurdamente le *dignitates imperiales* a quelle senatorie), è versione letterale del testo latino reso in termini non appropriati: p. es. στρατία = militia; *sacrosantae Romanae Ecclesia* e non semplicemente τῆς ἁγίας ἐκκλησίας; quemadmodum = ὃν τρόπον; diversis officiis cubicolariorum nempe et ostiariorum atque omnium excubitorum(1) = ποικίλοις ὀφφικίοις ἤγουν παρακοιμωμένων, ὠστιάρων, ἐξκουβίτων.

Ha perfettamente ragione il Gaudenzi di dar la preferenza pel brano *ut clerici eiusdem - inlustrari* al testo greco, anzichè a quello latino: forma e contenuto, come fu detto, consigliano ad espungerlo dal disegno primitivo. Tutto il capitolo è stilisticamente costrutto tal quale quello del c. V (et sicut - ita et; et quemadmodum - ita et; licentiam tribuentes). Proprio in questo inciso l'ordine stilistico (oltre il grossolano errore sintattico del testo latino) è improvvisamente alterato (et ut - decernimus ut - et sicut), il che, oltre tutto, sta a dimostrare l'interpolazione fatta, come appare evidente sul testo latino, più che su quello greco.

Quello riprende: ut sicut celestia ita et terrena ad laudem Dei decorentur, riallacciandosi al concetto di contropposizione fra l'aspetto divino e quello umano delle due podestà. Ed il testo greco concettualmente e letteralmente riproduce: οὕτω καὶ τὰ οὐράνια καθὼς καὶ τὰ ἐπίγεια εἰς δόξαν Θεοῦ καλλωπισθήσονται, e così sino alla fine del capitolo (ove si tolgano le interpolazioni, che rileveremo), con qualche

(1) Per la correzione della lezione vedi **Gaudenzi**, op. cit., p. 12. Si rilevi la forma esegetica colla particella ἤγουν (= *nempe*), che mostra una mano diversa dalle altre.

Digitized by Google

trasposizione meno propria che nel testo latino: p. es. ex nostro synclitu, quem placatus – clericare voluerit etc. = ὃν ἂν ἀπὸ τῆς ἡμετέρας συγχλήτου ἵλεως – καθιερῶσαι θελήσῃ; in numero *religiosorum* clericorum = τῷ ἀριθμῷ τῶν εὐλαβεστάτων κληρικῶν.

Nella stessa guisa nel c. XII, dove è intervenuta l'opera contaminatrice di inserzione, si verifica ed è evidente il medesimo processo. Il testo greco è fedelissimo al testo latino, che traduce, nella parte originale, quello latino incoerente nelle parti, che derivano da inserzione greca:

[ὅθεν καὶ] ὡς μήποτε ἡ ἀρχιερατικὴ ὑψηλότης ἐξουδενωθῇ, ἵνα δὲ μᾶλλον ὑπὲρ τὴν ἐπίγειον etc.	unde ut non pontificalis apex vilescat sed amplius quam(1) terreni imperii dignitas... decoretur.

da mettersi a paragone dell'improvviso mutamento che segue nella struttura dei due testi:

[ἰδοὺ τοῦτο μὲν τὸ παλάτιον ἡμῶν, ὡς ὑπερέχον, καὶ] τὴν Ῥωμαικὴν πόλιν, [τοῦτο δὲ καὶ πάσας τὰς ἐν τῇ Ἰταλίᾳ καὶ τῶν δυτικῶν χωρῶν περιχώρους, τοὺς τόπους καὶ τὰς πόλεις etc.]	[ecce tam palatium nostrum, ut prolatum est quamque] *Romam urbem*(2) [et omnes Italiae seu occidentalium regionum provincias, loca et civitates]

ove è da rilevare la cattiva alterazione del costrutto greco.

Così a πολλάκις ῥηθέντι corrisponde *sepefato,* a τῷ οἰκου-

---

(1) La lezione *magis amplius*, accolta dagli editori, è un errore di amanuense: D 3 ha *amplius etiam*, il testo leonino *magis*. E se è giusto il rifiuto opposto dal **Gaudenzi**, op. cit., p. 11, alle fantasticherie del Friedrich su *magis amplius*, non è più legittima la preferenza alla lezione *magis:* la tradizione del testo consente una più esatta reintegrazione *amplius quam*, dove *magis* è tardivo glossema.

(2) Giusta correzione offerta dalla lezione leonina rispetto a *Romae urbis* di A 1. Del resto B 1, 2 e D 1, 2 hanno *Romanae urbis*, D 3 *urbem Romam.*

Digitized by Google

μενικῷ πάπᾳ = *universali papae,* ed a ἐξουσίᾳ καὶ δόγματι ἀρραγεῖ τῆς βασιλικῆς διατάξεως διὰ τοῦδε τοῦ ἡμετέρου θείου προστάγματος = *potestati et ditioni firma imperiali censura per hanc nostram divalem sacram.* Per contrario *pragmaticum constitutum* = τῆς πραγματιχῆς ἀποκαταστάσεως, ove in un punto di sutura di due stadi di compilazione spicca caratteristico contrasto di termini; da un lato: ἐξουσίᾳ καὶ δόγματι = *potestati et ditioni;* ἀρραγεῖ τῆς βάσιλ. διατάξεως = *firma imperiali censura;* προστάγματος = *divalem;* dal l'altro lato: ἀποκαταστάσεως = *constitutum,* anche a prescindere dal fatto dell'improprietà stilistica della forma participiale, mercè la quale l'interposto inciso è inserito.

Così *iuri sanctae Rom. Eccl.* è reso τῷ δικαίῳ τ. Ῥ. ἐ., come se fosse *iustitiae.*

Anche nel capitolo seguente (c. XIII) si rileva lo stesso processo di interpolazione: *Congruum prospeximus* è reso συμφέρον διέγνωμεν; *constitui* = ἀποκαταστῆσαι (e così sopra e anche più sotto); *principatus sacerdotum et Christianae religionis caput* = ἱερατιχὴ αρχὴ τῆς τῶν χριστιανῶν λογάδος. Al contrario, nello stesso brano, nell'inciso di posteriore inserzione si rileva un rapporto inverso: τοῦ κράτους ἐξουσίαν = *regni potestatem;* ἀνατολικοῖς μέρεσι = *orientalibus regionibus;* ἐν τῇ περιχωρῷ (come sopra) τοῦ B. = *in B. provincia;* ἐν ἀγαθῷ τόπῳ = *in optimo loco.* Analogamente si riscontra nel breve tratto superstite della *conclusio* nel testo greco; a διὰ τῆς βασιλικῆς ἱερωσύνης καὶ δι' ἑτέρων θείων διατάξεων = *per hanc nostram imperialem sacram et per alia divalia decreta,* si contrappone μέχρι τέλους τῷ κόσμῳ = *usque in finem mundi;* κελεύομεν = *decernimus,* dove si riflettono in due stili, due forme e due tempi diversi.

Della *minatio,* per influsso del testo leonino, non è stata conservata la versione greca secondo la lezione β. Ma come non si può dubitare della sua esistenza, così i rilievi sin qui fatti consentono di rilevare sulla versione latina motivi di tardiva interpolazione, come sopra è stato detto. D'altronde la *traditio,* che è coerente alla *minatio* che la precede, può esser una riprova, perchè in essa la precedenza spetta al testo greco.

Digitized by Google

Pertanto da questa analisi mi pare risulti chiaro che la versione greca della parte primitiva del Costituto non precede, ma è successiva alla stesura della lezione latina, non è il testo originario, ma una traduzione di questo, molto fedele e latinizzante, non senza spropositi ed inadatte interpretazioni, che hanno spesso alterato la forma più che lo spirito, del primitivo Costituto.

5. Di tutto ciò dà non meno eloquente riprova il rapporto inverso, che si deve istituire fra il testo greco e quello latino nella parte che fu introdotta nel Costituto in momenti successivi alla prima stesura.

Nell'invocazione: ἀδιαιρέτου = *individuae,* e meglio δηλαδή = *scilicet,* e nell'intitolazione: παντοδυνάμου Θεοῦ καὶ Πατροῦ = *Deo Patre omnipotente,* come nella *confessio.*

L'inizio della *confessio* mette dinanzi ad un nuovo stile: *dominus* è κύριος, e così sempre, quando occorrerà trovare tale termine, e l'intitolazione di Cristo:

(τὰ ὑπὸ τοῦ λυτρωτοῦ καὶ σωτῆρος ἡμῶν κυρίου Ἰησοῦ Χριστοῦ, ὅς ἐστιν υἱὸς τοῦ Ὑψίστου πατρός)	(ea quae salvator et redemptor noster dominus Jesus Christus, *altissimi Patris filius*)

e segue:

(παραδόξως περὶ ἡμᾶς οἰκτιρμοῖς ἐκείνου γενόμενα, ἀριδήλῳ διηγήσει)	(ea quae - mirabiliter operari dignatus est, liquida enarratione)

Abituati, come fino ad ora occorse vedere, ad una fedeltà quasi letterale, questa libertà di interpretazione sorprende, o meglio testifica una cosa, che il metodo è diverso e che qualche cosa è profondamente mutato, ma a favore del testo greco. Infatti difficilmente dal costrutto latino si poteva ricavare l'ispirazione ad un costrutto greco così elaborato: e così l'espressione διὰ τῆς βασιλικῆς ταύτης ἡμετέρας γραφῆς τοῖς καθεξῆς ἅπασιν (*a tutti successivamente*) dal traduttore latino, forse per errore dell'esemplare, come ricorda

Digitized by Google

qualche manoscritto (τῆς καθεξῆς), non è stata affatto capita: *per huius nostrae imperialis institutionis paginam.* Il mutamento poi di soggetto porta alla seguente eccezionale contraffazione:

(ἐσπουδάσαμεν παραδοῦναι πρὸς ἐπίγνωσι πάντων — τῆς πραοτάτης ἡμῶν ἐπιφανείας ἔνδοθεν καὶ ἀπ'αὐτῆς τῆς καρδίας προϊούσῃ ὁμολογίᾳ), πρῶτον μὲν τὴν ἡμετέραν πίστιν (προενεγκούσης, ἣν ὑπὸ τοῦ – Σιλβέστρου – δεδιδάγμεθα πρὸς οἰκοδομὴν τῆς διανοίας ἡμῶν πάντων, ἔπειτα καὶ τὸν ἐφ'ἡμᾶς ἐκχυθέντα τοῦ Θεοῦ ἔλεον πᾶσι διαγγελλούσης)

(ad agnitionem omnium – nostra studuit propagare mansuetissima serenitas), primum quidem fidem nostram, (quam a – Silvestro – edocti sumus, intima cordis confessione ad instruendas omnium vestrum mentes proferentes, et ita demum misericordiam Dei super nos diffusam adnuntiantes).

Una cosa è ben certa, che il testo greco non può esser derivato in nessun caso e per nessun motivo dal testo latino. Fra i due esiste una strettissima parentela, e diretta ed immediata, ma essa è tale da far apparire il testo latino, più che una libera versione del testo greco, una mal sentita e peggio informata riduzione di esso. Infatti nell'assommare per amor di brevità concetti diversi, ne ha diminuito il valore, seminando l'eloquio di qualche fiorellino scorretto: προειρημένου = *praelato;* εὐχετοῦ = *oratore;* ἡμῶν πάντων = *omnium vestrum;* ἔπειτα καί = *et ita demum*, dove è manifesta nella lessi latina l'opera di un traduttore.

Ma anche dove questo non usa di tanta libertà e si mantiene fedele al testo, non è meno manifesta la dipendenza del testo latino dal greco.

Nell'annuncio della professione di fede il testo greco giustamente usa il seguente costrutto: εἰδέναι... βουλόμεθα... (ἡμᾶς... ἀποπηδήσαντας καὶ... μετελθόντας... εἰς Θεὸν πατέρα,... πιστεύειν), usando la costruzione partecipiale per i concetti subordinati e quella infinitiva per il principale. Il testo latino fa l'inverso: *nosse... volumus...* (*nos... recessisse et... pervenisse, credentes*). Ma, giunta a questo punto, la fatica

Digitized by Google

di traduttore è alleggerita, potendo utilizzare, per la *fides*, la stessa fonte latina, di cui si è valso il compilatore greco. Ma, prescindendo dalla *fides*, che deve essere considerata separatamente, nel brano, che la introduce, si riscontrano visibili i segni dell'opera di un traduttore latino, anche troppo fedele alla lettera: ὑμᾶς πάντας = *vos;* καθὼς = *sicut* (mentre il traduttore greco usa καθάπερ); διατάξεως = *iussionem;* ὑμῖν ἐδηλώσαμεν = *significamus;* διαβολικῶν συνθηκῶν = *diabolicis compositionibus;* πομπῆς = *pompis;* καθὼς ἡμᾶς αὐτὸς ὁ ὑψοποιὸς... διδάσκαλος... ἐνουθέτησεν = *iuxta id quod nos isdem almificus... doctor... instruxit pontifex.*

Son tutti dettagli, che non possono esser valutati come semplici accidenti, bensì sono espressione di un determinato ordine mentale, qual'è quello di un traduttore più o meno esperto di fronte al testo originale.

Sorpassiamo per ora la *fides*(1), e riprendiamo il racconto ove l'autore ritorna al proprio stile. La disparità fra le due forme di composizione è chiara: *Haec est fides nostra – exhortantes idcirco* ecc. = Αὕτη ἐστὶν ἡ ἡμετέρα πίστις - νουθετοῦμεν τοίνυν etc.; *tenere, colere, praedicare* = κατέχειν, σέβειν, κηρύττειν. Ma al contrario: παρὰ τοῦ μακαριωτάτου τοῦ πατρὸς ἡμῶν Σιλβέστρου ἡμῖν etc. = *a beatissimo patre nostro Silvestro summo pontifici;* κύριον = *dominum;* βασιλεύοντα = *vivit et regnat;* καθολικός = *universalis.*

---

(1) Il **Levison** (op. cit., p. 163) per contrastare la tesi del Gaudenzi cita un passo della *fides*, dal quale appare ben chiaro che il testo latino non può derivare da quello greco: *ita verum hominem et verum Deum* = τὸν λόγον ἄνθροπον καὶ Θεὸν λόγον, dove evidentemente il testo usato dal compilatore greco avea *verbum* invece di *verum*. Il testo greco è dunque una traduzione: e siamo d'accordo. Se non che non bisogna trascurare la genesi dell'inserzione della *fides* nel Costituto, per spiegare il giusto valore della sua posizione. E però il quesito relativo alla *fides* vuol esser esaminato separatamente, perchè segue un processo, che si differenzia da quello di tutto il rimanente testo. Le sole varianti di alcuni manoscritti del testo latino (cfr. **Zeumer**, op. cit., p. 39) non sono sufficienti a spiegare il fatto, perchè sembrano piuttosto ricorrezioni sul testo greco.

Digitized by Google

Suggellata così la *fides,* segue l'*enarratio* della conversione, che è dello stesso stile: muta il numero della persona, forse per suggestione della fonte, che il compilatore usufruisce, ma non si riscontrano nei due testi elementi che possano modificare il rapporto fra essi istituito.

È appena rilevabile la variante Αὐτὸς – ὁ κύριος = *ipse dominus Deus,* che nel testo greco è riferita a Cristo, ed in quello latino a Dio (padre). Ma poi, per seguire il costrutto greco, il costrutto latino è assai discutibile. Rende τῷ φωτὶ... ἡμᾶς περιήστραψε con *lumen... nobis infulsit,* e il traduttore, non rendendosi esatto conto della costruzione partecipiale che segue, τοῦ σκότους ἐφελκύσας, la riduce in un ablativo assoluto, *abstracto a tenebris,* con strano mutamento di soggetto e di significato:

(πρὸς τὴν τῆς ἀληθείας ἐπίγνωσίν με μετελθεῖν κατηξίωσεν)	(ad veram lucem et agnitionem veritatis me pervenisse gratulamini)

Il traduttore non ha capito, od ha mal capito, il testo greco e l'ha reso siffattamente da alterarne il senso in modo assurdo, perchè non s'intende il motivo del compiacimento universale della conversione, mentre si espone il modo della conversione stessa.

Conseguente è la narrazione del testo greco, che afferma la degnazione concessa da Dio alla conversione, non di quello latino. Questo poi segue con un periodo, che pur non meritando l'aspra censura mossa dal Gaudenzi ed appoggiata ad erronea lezione degli editori, non è tuttavia immune da anomalie. Corretto sulla fede di lezioni più sicure(1), non mancano tuttavia elementi, che danno ragione al

(1) Il **Gaudenzi,** op. cit., p. 31, corregge: *ne unius quidem promerui studio invenire salutem.* D'accordo che la lezione *promerui saluti* di A 1, accolta dagli editori, non regge: però A 3, C 3, 4, D danno *salutem,* A 2 B 1, D, *in salutem;* C. 5, *ad salutem;* D agg. *cura* ommesso dagli altri. A me sembra che anche il testo greco non giustifichi in tutto la correzione del Gaudenzi, ed al più questa vuol essere limitata ad integrare

Digitized by Google

Gaudenzi: dum multorum convenientium medicorum cura adhiberetur, nec unius quidem cura promerui salutem = πολλῶν τε ἰατρῶν συνιόντων ἐπιμέλειά μοι προσήγετο καὶ τούτων οὐδενὸς σπουδῇ τυχεῖν ὑγείας οἷός τ' ἐγενόμην.

Si accordi pure che il difetto dell'edizione corrente del testo latino si deva imputare agli amanuensi e sia caduta qualche parola, (*cura* = σπουδῇ), che taluni codici mantengono; sta il fatto, che il traduttore ha reso assai oscuratamente con *promerui salutem* il limpido concetto di τυχεῖν ὑγείας etc.

Sopravvengono i sacerdoti capitolini e danno consiglio al malato di lebbra δεξαμενὴν γενέσθαι (= *fieri fontem*), καὶ ταύτην ἀθῴου αἵματος καὶ θερμοῦ πληρωθῆναι, ἐκεῖ τε λουσάμενον οὕτω καθάρσεως δυνηθῆναι τυχεῖν. Ed il traduttore latino rende: *et complere hunc innocentium infantium sanguine et calente in eo loto me posse mundari.* Non mi pare occorrano troppe parole per dimostrare come il testo latino sia versione e contaminazione di quello greco, in parte per suggestione di quanto segue. Infatti dopo si parla di νηπίων ἀκάκων (*innocentibus infantibus*) e del predisposto loro sacrificio (si noti: αἵματος πληροῦν τὴν δεξαμενήν = *sanguine fontem repleri*). Ma, a parte l'impropria lessi *complere* per *replere*, il distacco di θερμοῦ da αἵματος per unirlo alla frase seguente altera e non poco il senso. Ciò avviene sempre quando il traduttore per amore di concisione si stacca dal costrutto greco, e lo abbrevia fondendo concetti di proposizioni diverse. Tuttavia, anche quando è fedele, l'improprietà del linguaggio lo tradisce, com'è ὑποθήκας = *dicta.*

L'imperatore commosso dalle lagrime materne abborrì dal delitto, e liberò i prescelti al sacrificio: ma anche qui,

---

σπουδῇ reso con *cura* da *D*, sebbene potesse presumersi che il traduttore abbia fatto dipendere i due genitivi dal medesimo termine *cura* della proposizione precedente. Comunque tutto ciò dimostra che il testo latino dipende da quello greco.

Digitized by Google

disponendo di un esemplare scorretto (ἔφριξα invece di ἔφριξε), il traduttore latino ha offerto una lezione tutt'altro che giustificabile: *cernens serenitas nostra lacrimas matrum eorum ilico exhorrui facinus,* al confronto della più esatta greca: τοῖς δάκρυσι... ἡ ἡμετέρα προσχοῦσα γαληνότης παραυτίκα τὸ ἀθέμιτον ἔφριξε. Così successivamente ὕπνου εὐκαιρίας = *somni tempus;* οὐ συνεχώρησας προελθεῖν = *posuisti terminum;* τὴν ἐκχυσιν ἐβδελύξω τῶν ἀθῴων αἱμάτων = *effusionem sanguinis innocentis horruisti* (sopra *exhorrui facinus* = τὸ ἀθέμιτον ἔφριξε); βουλήν, καθ'ἣν τὴν ὑγείαν ἐπαναλήψῃ = *sanitatis* (sopra *salutem*) *recuperandae consilium;* παραγγελίας = *monita;* τῆς πόλεως ταύτης ἐπίσκοπος = *civitatis* (altrove sempre *urbis*) *Romanae episcopus.*

Ed il periodo, relativo alla fuga di Silvestro sul monte Soratte, non regge nel testo latino per maldestre trasposizioni:

(Σίλβεστρος - φεύγων, ἐν ταῖς ὀπαῖς - κρύπτεται ἐν τῷ ὄρει Σορρέπτει).

(Silvester – ad montem Seraptem – fugiens in cavernis – latebram fovet).

Merita attenta considerazione, anche per fissare con maggior precisione il metodo seguito dal traduttore, il periodo del discorso apostolico, che suggerisce il modo più appropriato pel risanamento:

(τοῦτον [Σίλβεστρον] πρὸς ἑαυτὸν μεταπαλεσάμενος, ὑποδείξαντος ἐκείνου, μαθήσῃ τὴν αληθῆ τῆς εὐσεβείας δεξαμενήν, ἐν ᾗ etc).

(Hunc cum ad te adduxeris, ipse tibi piscinam pietatis ostendet, in qua etc).

Il traduttore ha notevolmente ridotto il testo greco, e per ottenere tanta concisione ha modificato il costrutto, non senza alterare il senso. Così la *vera fonte della pietà* è diventata una *piscinam pietatis;* ed invece che: *apprenderai, mostrandola quello,* sostituisce: *egli ti mostrerà,* materializzando l'alto concetto ideale e morale del testo greco. Così

Digitized by Google

pure ἡ τῆς λέπρας ἰσχύς, è diventato *valitudo leprae;* ἀμοιβὴν ἀντιμέτρησον = *vicissitudinem.... compensa;* τὸν μόνον ζῶντα καὶ Θεὸν ἀληθινόν = *Deum vivum et verum;* ὃς μονός ἐστι Θεὸς ἀληθής = *qui solus est et verus;* καὶ τὴν ἐκείνου πληροῖς θέλησιν = *ut ad eius voluntatem adtingas.*

La lessi, *praecipuo, almifico, inluminatore,* indica lo sforzo, non sempre ben riuscito di accostarsi alla locuzione greca corrispondente: ἐξαίρετον, μεγαλοπρεπῆ, φωτίσαντα; così λόγους ἐδήλωσα = *edixi verba.* Omette καλούμενοι, come pure nella risposta di Silvestro manca il verbo principale. E sia una forma elittica o errore di amanuense, in ogni modo i due verbi ἔφασκε, διισχυρίζετο, furono ridotti ad uno solo.

L'imperatore chiede: εἴ τινες φανεραὶ τούτων τῶν ἀποστόλων εἶεν εἰκονες; il testo latino traduce: *utrum istorum apostolorum imaginem expressam haberet* (Silvester); δυνηθείημεν διαγνῶναι, εἰ δυνατον, semplicemente con *discere-mus;* ὁ πάσης αἰδοῦς ἄξιος = *venerabilis* (altrove τίμιος); τῶν θείων τούτων ἀποστόλων = *eorundem apostolorum;* οὓς ὄναρ ἑωράκει = *quos in somno videram figuratos.*

Compiuta la penitenza, *per manus impositionem clericorum usque ad ipsum presulem veni.* Nel testo greco: τῶν κληρικῶν ἐπιθέντων μοι τὰς χεῖρας μέχρι καὶ τοῦ ἀρχιερέως αὐτοῦ ἀφικόμην. E nella professione fatta davanti a Silvestro: εἰς ἕνα Θεόν = *in Deum;* εἰς ἕνα κύριον Ἰ. Χ. τὸν υἱὸν τοῦ Θεοῦ, τὸν μονογενῆ, τὸν κύριον ἡμῶν = *in I. C. filium eius unicum, dominum nostrum;* κολυμβήθρας = *fonte;* σωτηριῶδες ὕδωρ = *unda salutis;* ἐμαυτὸν ἔγνων κεκαθαρμένον = *me... mundatum agnoscite;* σεπτῆς = *venerabili.*

E ben a ragione al Gaudenzi ripugna ricondurre σημεῖον τοῦ ἁγίου σταυροῦ a *vexillum sanctae crucis.* Tutta la descrizione della funzione della sacra unzione nel testo latino è male annotata:

(τήν τε ἑπτάμορφον τοῦ ἁγίου Πνεύματος σφραγῖδα παρέσχετο τῇ τοῦ μακαρίου χρίσματος ἀλοιφῇ)	(septemformis sancti Spiritus in me consignatione adhibuit beati chrismati unctionem)

Digitized by Google

come pure τῷ ἐμῳ μετώπῳ ἐχάραξεν non mi pare sia troppo coerente colla forma latina: *in mea fronte linivit,* che, al pari di *consignatione,* non ha senso. Σφραγῖδα anche più sotto è *signum* o *sigillum;* ed il testo latino nella formula sacramentale introduce una anomalia assai curiosa:

(σφραγίζει σε ὁ Θεὸς τῇ τῆς πίστεως αὐτοῦ σφραγῖδι εἰς τὸ ὄνομα τοῦ Πατρὸς καὶ τοῦ Υἱοῦ καὶ τοῦ ἁγίου Πνεύματος)	(signat te Deus sigillo fidei suae in nomine Patris et Filii et Spiritus sancti in consignatione fidei)

Cosa è quest'ultimo inciso, che non ha senso? L'enigma non è troppo oscuro: o *sigillo fidei* o *in consignatione fidei,* è intruso, e certamente glossema di qualche correttore, che o ha rettificato l'errore del primo traduttore, o per suggestione del precedente *consignationem* ha preteso correggere il secondo σφραγῖδι. Resta in ogni modo certo che nel passo precedente σφραγῖδα è interpretato colla massima grossolanità.

Più oltre sconfessando i vecchi dei: ἔργα χειρῶν ἀνθρώπων σαφῶς ἀποδείκνυνται = *opera hominum manufacta comprobantur.* Manufacta serve al traduttore a volgere χειροποιετή.

Improvvisamente il testo muta pensiero e forma passando ad un altro ordine di idee, alla determinazione cioè dall'apostolicità dell'origine della chiesa di Roma. Ma è già stato detto che il brano, che immediatamente succede appartiene ad una redazione diversa, appena corretta di qualche interpolazione, o dannosa come *nobis idem venerabilis pater* (e si noti τίμιος), che sconvolge insensatamente il valore del periodo, od interposta per adattare il vecchio al nuovo racconto. Il piccolo inciso infatti tra questo brano ed il dispositivo del Costituto ha duplice funzione, di far rientrare l'enunciato apostolico nel quadro della *confessio* e di ricollegare questa alla *donatio,* mettendo in evidenza una maggior coerenza nel testo greco. Infatti le forme διδάσκοντος = *praedicante;* ἀκεραιότατα τῆς ὑγείας αἰσθόμενος ἐπανελθούσης τῷ σώματι = *integre me sanitati comperi restitutum,*

Digitized by Google

mentre riaffermano la priorità del testo greco, non sono che un meschino ed improprio espediente per stabilire un punto di sutura fra le due parti, malamente operato nel testo greco, peggio interpretato in quello latino: quello coll'uso della forma partecipiale, se non ha eliminato la stridente sconcordanza del numero di persona fra queste poche righe ed il testo, cui s'innestava, l'ha almeno attenuato, l'altro col costrutto finito l'ha messo più nettamente in evidenza.

Forma e contenuto sono ben associati per una chiara espressione della rispettiva individualità.

6. Quanto sopra accade nell'ambito della *confessio*, e può avere anche una facile giustificazione. Lo stesso processo però si verifica anche nei riguardi della così detta *donatio:* ed anche nel corso di questa, come nei brani pertinenti all'antico testo la versione latina ha precedenza su quella greca, secondo è già stato detto, così quelli di inserzione più recente presentano le caratteristiche opposte.

Leggiamo infatti nel brano relativo al martirio di S. Paolo: πάθος = *patibulum;* πόμα = *poculum;* κυρίου = *domini;* ἔθνη = *gentes;* τοὺς τραχήλους κλινοῦσιν = *colla flectant;* τοῦ ὀνόματος... ἀνομολογήσει = *nominis confessione;* διδάσκαλος = *doctor* (poco più sopra *magister*); τὸν τράχηλον ἐκτείνας = *extenso collo.;* ἐκεῖσε = *illic* (sopra ibi); τῶν ἁγίων διδασκάλων.... τὰ σώματα = *sanctum doctoris.... corpus;* τῇ γῇ ἑαυτοὺς ὑποστρωννύοντες = *humi prostrati;* ἐκδουλεύσουσιν ὀφφικίῳ = *famulentur officio.*

Sono tutte particolarità, che, se, come vedremo, escludono nell'estensore del testo greco una mentalità greca (fra l'altro il soggetto neutro plurale col verbo plurale; ἠρεμοῦσι τὰ σώματα; ὀφφικίῳ ecc.), dimostrano altresì che il compilatore del testo latino aveva tra mano un testo greco: così *patibulum* invece di *martyrium* ed il *santo corpo del maestro* invece dei *corpi dei santi maestri*, mutando radicalmente il concetto, e così via: improprietà di linguaggio, cattiva scelta di lessi, astrusità di interpretazione dipendono dalla preoccupazione di restar il più possibile fedele alla lettera del testo greco.

La caduta del capitolo seguente nella versione greca per

Digitized by Google

influsso del testo leonino, non permette di compiere un identico lavoro di analisi. Ma poichè il testo latino di questo presenta la stessa alternativa di stile e di pensiero, come fu detto sopra, rilevata nelle altre parti, non abbiamo ragione di metter in dubbio l'esistenza di una medesima genesi anche in rapporto al testo greco, che non dovea mancare, dal momento che non siamo presenza di una semplice traduzione del testo leonino.

E veniamo all'ultima parte, sulla quale non meno si è esercitata l'opera di correzione. Come ho già detto, i cc. VIII–X lasciano trasparire nitidamente l'estensione del lavoro di revisione, cui furono sottoposti; ed in questi evidente si vede l'opera del correttore greco. I beati Pietro e Paolo sono indicati κύριοι ἡμῶν dove il traduttore latino usa *dominis meis,* nonostante la proposizione sia in prima persona plurale; τοῖς μακαρίοις = *beatissimis;* τῷ ὑπερέχοντι ἀρχιερεῖ καὶ οἰκουμενικῷ.... πάπᾳ = *summo pontifici et universali.... papae;* ἀπὸ τῆς παρούσης ἡμέρας παραδιδόαμεν αὐτοῖς = *de praesenti contradimus;* (ἤτοι τὸ στέμμα τῆς κεφαλῆς ἡμῶν) = *videlicet coronam capitis nostri;* (ἤτοι τὸν λῶρον) = *videlicet lorum;* ναὶ μήν = *verum etiam;* κόκκινον ἱματισκόν = *tunicam coccineam;* τὰ τῆς αὐτοκρατορίας ἐνδύματα = *imperialia indumenta;* τὴν ἀξίαν τῶν προοδευόνων βασιλικῶν ἱππέων = *dignitatem imperialium praesedentium equitum;* συναποδιδόντης αὐτῷ = *conferentes;* τὰ αὐτοκρατορικὰ σκῆπτρα = *imperialia sceptra;* (ἤτοι γίνεσθαι πατρικίους καὶ κουνσούλους) = *idest patricios atque consules effici;* φημιζομένους = *eos promulgantes;* ἐγκαλλωπίζεσθαι = *adornari,* καθωραΐζεσθαι = *decorari,* mentre più avanti: καλλωπισθήσονται = *decorentur.*

Incontriamo poi un passo supremamente caratteristico, nel quale la scarsa prudenza del traduttore latino è stata fuorviata dalla presenza di taluni glossemi introdotti nel testo greco.

καὶ οὕτως ἐπὶ πλέον ἡ ἱερατικὴ ὡραιότης φαιδρύνεται, καὶ τοῦτο διατασσόμεθα [τὸ τοὺς κληρικοὺς

et ut amplissime pontificale decus praefulgeat, decernimus et hoc, [ut clerici eiusdem

Digitized by Google

τῆς – ἐκκλησίας σκεπάσμασιν ἐκ σινδόνων λευκότητι κροιᾶς περικεκαλυμμένοις ἵπποις ἱππάζεσθαι, καὶ καθάπερ ἡ ἡμετέρα γερουσία χρῆται, ὑποδήμασι μετὰ οὐδόνων (χρῆσθαι)· ἤτοι λευκῇ σινδόνι περικυκλοῦσιν αὐτούς].

sanctae Romanae Ecclesiae mappulis ex linteaminibus, idest candidissimo colore, eorum decorari equos et ita equitari, et sicut noster senatus calciamenta uti cum udonibus, idest candido linteamine inlustrari.]

dove il traduttore greco per falsa interpretazione rende *amplissime* con ἐπὶ πλέον, e *decus* con ὡραιότης, quello latino per analogo processo inverso σκεπάσμασιν = *mappulis* e poi si concede una soverchia libertà, che modifica sensibilmente il senso. Quando il testo greco suonava: cavalchino su cavalli ricoperti di gualdrappe di lini dal bianchissimo colore (o meglio forse: dal candore dei lini(1)), il traduttore latino rende: decorino i loro cavalli di mappule di lino, cioè di bianchissimo colore e così cavalchino. Non vi ha dubbio che, a parte la sgrammaticatura, già rilevata (*ut* con l'infinito), del testo latino, la dizione di questo assai mal regge di fronte alla corretta forma greca.

Di questa poi, per l'interposizione del glossema ἤτοι etc., ha sensibilmente corrotta l'interpretazione dell'ultimo inciso, che nel testo greco suonava: e come il nostro senato usa, (adoperino) calzari, con gambali. Il traduttore latino, che non ha inteso il valore del glossema riferito ai

(1) Più sopra rilevai l'errore della lezione manoscritta ἐκ σινδόνων λευκότητι κροιᾶς. La correzione proposta dal Gaudenzi non è accettabile; forse è da leggere: ἐκ σινδόνων λευκῶν ἤτοι κροιᾶς, ma forse anche con maggior probabilità ἐκ σινδόνων λευκότητι ἤτοι κροιᾶς, la qual lezione meglio giustifica, anche nell'errore, quella latina: *ex linteaminibus, idest candidissimo* (come se fosse λευκοτάτης) *colore*. Appar in ogni modo chiaro il valore di glossema da attribuirsi a κροιᾶς, non rilevato dal traduttore, e da quello tratto in errore. Come κροιᾶς è glossema, che intende spiegare λευκότητι, così il successivo ἤτοι λευκῇ etc. è glossema esegetico relativo a ἵπποις, poichè αὐτούς non può riferirsi ad altro termine.

Digitized by Google

cavalli, (cioè li ricingono di bianco lino), rende: e, come il nostro senato, usino dei calzari (si noti, *uti* con l'accusativo) con gambali, cioè li adornino di candidido lino.

E rileviamo un'altra interpolazione nell'ultimo capoverso. Il testo originario era certamente: *omnibus beatissimis pontificibus,* perchè la concessione sancita, per sua natùra, non era limitata alla sola sede romana, ma estesa, com'è detto, alla *magna Dei catholica et apostolica Ecclesia* (nel testo greco: ἐν τῇ μεγάλῃ τοῦ Θεοῦ καὶ ἀποστολικῇ ἐκκλησίᾳ), e la variante, che si introduce, trasformando i *pontifices* nei successori di Silvestro, importa una assurda limitazione, che non ha senso. Corrispondentemente la lessi del testo primitivo riserva la precedenza, come si è gia visto, alla lezione latina; quella dell'interpolazione prospetta un rapporto inverso:

τοῖς [μετ' αὐτὸν διαδόκοις καὶ εἰστομετέπειτα ἐλευσομένοις]	[qui posterun in successum et perpetuis temporibus advenerint]

La formula del testo più antico, ove occorra analogo concetto, è ben diversa: *qui in sede beati Petri usque in finem saeculi sessuri sunt; qui usque in finem mundi in sede beati Petri erunt sessuri:* e la versione greca usa la dizione normale: ai successori che saranno scelti in futuro, rispetto alla bizzarra preziosità della versione latina.

Anche l'ultimo inciso vuol esser tolto dal testo primitivo per esser restituito all'opera dell'emendatore. Col verbo *connumerare* il senso è compiuto e l'aggiunta sta assai a disagio: μηδένα τῶν ἁπάντων παρεκβαίνοντα ἀλαζονεύσασθαι, appiccicato al periodo senza nemmeno un piccolo termine di collegamento (καί). Ma almeno il testo greco significa qualche cosa: quello latino traducendo letteralmente quello greco, anch'esso senza particella congiuntiva, non ha senso alcuno: *nullum ex omnibus praesumentem superbe agere.*

Il capitolo seguente di evidente posteriore inserzione ci mette di fronte allo stesso stile ed al medesimo metodo. Togliamo pure qualche glossema ἤτοι τῷ στέμματι = *videli-*

Digitized by Google

cet coranam: sta il fatto che questo capitolo presuppone il Costituto, e serve di illustrazione ad esso. Ed in questa inoppugnabile ipotesi, in esso il testo greco conserva tutti gli elementi propri per fissare un diritto di priorità su quello latino:

θεσπίζομεν = *decrevimus* (e non *sancimus*); τὸν ὑπέρτατον ἀρχιερέα = *summus pontifex;* τῷ ἀπὸ τῆς κεφαλῆς ἡμῶν παραχωρηθέντι = *quam ex capite nostro illi concessimus;* τιμιώτατον πατέρα = *venerabilis pater;* τιμιωτάτων λίθων = *gemmis pretiosis;* αἶνον = *laudem;* φορεῖν = *gestare;* πάπας Σίλβεστρος = *papa;* τῷ στέμματι τῆς ἱερωσύνης = *coronam clericatus;* κατηξίωσε = *passus est;* ὄθεν = *vero;* εἰς δεῖγμα = *designans;* κυριακῆς = *dominicam;* κορυφῇ = *vertici;* ἰδίαις = *nostris;* ὀφφίκιον στράτορος = *pro reverentia beati Petri stratoris officium;* αὐτῷ ἀπεπληρώσαμεν = *illi exhibuimus;* ἰδιαιτάτως = *singulariter.*

Abbiamo già visto come nel c. XII si alterni l'opera del primo compilatore e quella del successivo rimaneggiatore ed abbiamo già visto come coerentemente a questa alternativa si alterni pure la precedenza del testo latino o di quello greco. A maggiormente avvalorare il diverso valore dell'uno rispetto all'altro concorre anche il cap. XIII, in cui è consacrata la teorica del trasferimento dell'impero. Accanto all'opera del traduttore spicca in analoga forma l'originalità della nuova composizione: τὴν βασιλείαν = *imperium;* τὴν τοῦ κράτους ἐξουσίαν = *regni potestatem;* ἀνατολικοῖς μέρεσι = *orientalibus regionibus.*

Nelle formule poi della *conclusio* al vario comportamento già notato delle singole parti corrisponde, colla diversità concettuale, anche rilevabile varietà lessicale: ed esempi caratteristici offre anche la *traditio:* τῆς βασιλικῆς.... διατάξεως φραφήν = *imperialis decreti... paginam;* ὡσαύτως διαφυλάττεσθαι = *conservanda;* δι' ἐντελοῦς κατελίπομεν = *in mandatis relinqui* (invece che in perpetuum) τοῦ κυρίου = *domino;* τῷ τιμίῳ = *venerandum;* οἰκουμενικῷ = *universali;* κορυφαίου τῶν ἀποστόλων = *principis apostolorum;* ἀμείωτα = *inviolabiliter* (sopra inlibata).

8. Da questa lunga analisi, sulla quale abbiamo indu-

Digitized by Google

giato per trarre i maggiori elementi di giudizio, credo si possa ricavare qualche legittima conclusione, e cioè:

1.° l'esistenza di un testo più antico del Costituto, di impeccabile forma diplomatica, steso in lingua latina e da questa tradotto in greco.

2.° la revisione, in un tempi successivi, dell'antico Costituto, sul testo greco, con l'introduzione degli elementi dedotti dalla leggenda silvestriana e da una diversa interpretazione politica, e redatta in greco.

3.° il coordinamento del vecchio testo latino col nuovo testo greco.

Ma è lecito anche precisare: il traduttore greco del primitivo testo del Costituto non si può identificare coi rimaneggiatori ed integratori di esso. La diversità di costrutto, che si riscontra nel testo greco fra l'una e l'altra parte, e più ancora la differenza di lessi insinuano diversità di tempo.

Ma vi è di più: la diversità di lessi lascia adito anche ad un altro accertamento, e cioè che l'integrazione non è opera di un solo recensore, ma di due mani distinte in due tempi diversi.

Si possono rilevare esempi significantissimi: così *dominus* = δεσπότης - κύριος; *in finem saeculi* (*mundi*) = μεχρὶ τοῦ αἰώνος (κοσμοῦ) συντελείας - μεχρὶ τήλους τοῦ κοσμοῦ; *costitutum* = καταστάσις - διατάξις (*decretum*); *edixi* = ἐρωτήσει - ἐδήλωσα; καθολικός = *catholicus* - *universalis*. Gli esempi si potrebbero moltiplicare e tutti mostrano un netto distacco fra l'opera di traduzione e quella di integrazione. A sua volta quest'ultima non è tutta di una stessa mano: *universalis* = καθολικός - οἰκουμενικός; *venerabilis* = πάσης αἰδοῦς ἄξιος - τίμιος; *decretum, iussio* = καταστάσις - διατάξις ecc., dove è chiaro che non si può parlare di un solo autore. A suo luogo sarà dimostrato come in linea generale l'integrazione della *confessio* appartenga ad un momento diverso di quella della *donatio;* per ora basti rilevare che la differenziazione lessicale, sopra rilevata, coincide esattamente con tale dicotomia.

Perciò non pare arrischiato presumere che all'atto della prima stesura del Costituto, del testo latino sia stata fatta

Digitized by Google

una versione greca, e, a distanza di tempo, su questa da altri sia stato manipolato un primo rimaneggiamento in greco, per introdurre nel documento le ultime cognizioni della leggenda silvestriana, e correlativamente sia stato aggiornato il testo latino. E non a caso ho detto che il testo latino fu *aggiornato* su un *esemplare* greco così integrato, perchè la versione latina a noi pervenuta non è la ritraduzione del testo greco integrato, ma, accanto alla versione della parte nuovamente introdotta nel testo greco, conserva la lezione latina originaria. Successivamente con altra finalità fu operata una seconda revisione sul testo greco per introdurre i risultati di una esperienza politica più recente, e col nuovo testo fu operato il coordinamento nella versione latina, ma utilizzando un esemplare arricchito di glosse, che hanno fuorviato il traduttore dalla retta interpretazione del testo greco, rispetto al quale apportò ulteriori aggiunte rimaste in esso senza riscontro. Si rilevano infatti due ordini di glosse, l'uno introdotto colla particella δηλαδή, l'altro con ἤτοι: orbene, mentre il primo, la cui paternità spetta al primo revisore, cade a giusto proposito, il secondo, che è penetrato nel corpo del testo dalla sua posizione marginale, è assai spesso per inabilità di amanuense collocato fuori di luogo perfino su periodi dettati nella seconda revisione.

Tutto questo va detto a prescindere dal testo della *fides:* un'analisi comparativa su questo brano fra la versione greca e quella latina sarebbe riuscita inconcludente, perchè, se per avventura si potesse dimostrare che esso deriva (a parte il testo già riferito nella redazione primitiva del Costituto), da una fonte autonoma, che il compilatore greco ha tradotto, ma il coordinatore latino ha ripreso nella lezione originaria, ai fini della chiarificazione dei rapporti fra versione greca e lezione latina, non si potrebbe trarre alcun elemento giovevole. E su ciò ritorneremo a proposito delle fonti del Costituto. Sta però il fatto che anche la *fides,* come tale, nella sua stesura più ampia fu introdotta nel Costituto attraverso la revisione greca, anche se il coordinatore latino s'avvalse della fonte originale, nelle parti non modificate dal redattore greco.

Digitized by Google

Ma ancora sarà bene metter in rilievo un'altra circostanza: e cioè che nè la traduzione nè le integrazioni greche furono stese da greci, bensì da latini: i costrutti lasciano talora a desiderare, lo stile non è certo sempre il più proprio e qualche volta lo scrittore, chi esso sia, ha rivestito di lettere greche, parole latine: παλάτιον = *palatium;* ὀφφίκιον = *officium;* ὠστιάροι = *ostiarii;* ἐξκουβίτοι = *excubitores;* πατρίκιοι = *patricii;* κουνσοῦλοι = *consules;* ἐπωμίδα (che il glossatore corresse o spiegò τὸν λῶρον) = *superhumeralem* ecc. Tutto ciò mostra, che e traduzione e ricompilazione sono uscite da fucina latina, e sono state preparate nell'ambiente romano e non in quello greco-bizantino. La qual cosa, come vedremo, non è senza importanza.

Un'ultima osservazione, infine, per rimuovere la difficoltà che sembra opporre la strana forma, attraverso la quale soltanto è pervenuto il testo greco (a differenza di quello latino), smembrato in due parti, e mutilo nella seconda. A questa circostanza non si deve dare soverchia importanza, perchè, dato il modo, nel quale la separazione e la mutilazione sono avvenute, danno l'impressione di una volgarissima materialità: e cioè, si deve ritenere che per necessità plausibili i due esemplari, greco e latino, siano stati spezzati, e proprio col taglio della pergamena, per trarre copia di una delle due parti indipendentemente dall'altra (1). Questa circo-

---

(1) **Gaudenzi,** op. cit., p. 42. Anch'egli si domanda come mai sia avvenuto il distacco della prima dalla seconda parte e la sostituzione di questa nel testo greco con una retroversione dal testo latino integro. Partendo dal presupposto che la prima stesura sia stata compiuta in greco, egli suppone che al momento della traduzione latina sieno state introdotte variazioni in quella, specialmente nel dispositivo (e si riferisce ai capitoli omessi nella lezione leonina), tali da rendere necessaria una retroversione greca della seconda parte, separando questa da quella. A prescindere da ogni altra considerazione, si deve riflettere che nella prima parte non apparisce traccia di ulteriori variazioni nel testo latino giusta la lezione franca (salvo in due punti) rispetto a quello greco, supposto originario; che la seconda parte non differisce per metodo dalla prima; che pare infine strano, come per *semplificare il lavoro,* al dire del Gaudenzi, si spezzasse il testo per ritradurre la seconda parte, mentre

Digitized by Google

stanza ha dato vita alla tradizione, secondo la quale ed il testo greco e quello latino sono stati conservati con identità di smembramento, e da vecchia data, come dimostrano la redazione abbreviata pseudo-isidoriana e quella leonina, ed i codici greci vaticani: anzi questi dimostrano che ad un certo momento proprio nella Curia Romana fu compiuta questa operazione, che, dando indipendenza materiale alle due parti, fissava una tradizione, cui attinsero per i loro usi gli esemplatori di Curia o da questa derivati. Così nacque la lezione abbreviata pseudo-isidoriana: il compilatore copiò quello che trovò. Così pure ebbe origine il testo leonino. Frugando fra le vecchie carte d'archivio forse si rinvennero i due pezzi del testo latino, e, pur riconoscendo la connessione fra essi esistenti, papa Leone utilizzò solo la seconda parte, sopprimendo e riassumendo alcuni capitoli, che egli riteneva al caso suo inutili. Poichè l'esemplare era destinato all'Oriente, com'era consueto, occorreva accoppiare al testo latino, il testo greco, a quello certamente abbinato, confezionandolo coi medesimi criteri, perchè servisse a più facile interpretazione del testo, che inviava. È naturale che i due testi dovessero essere paralleli. Questa mutilazione però doveva esser fatale, perchè, perduto l'apografo greco, da cui l'esemplare leonino era derivato, questo servì per le ulteriori trascrizioni: ma ormai il sacrificio dei capitoli omessi era irrimediabilmente compiuto. Altrettanto sarebbe avvenuto del testo latino, se non fosse stato conservato l'esemplare franco. In Occidente, e specialmente in Francia, doveva conservarsi, qualche esemplare latino completo ed alla sua esistenza fuori di curia si deve la fortunata salvezza della lezione integra, che del resto non differisce dalle mutile se

---

sarebbe stato più *semplice* completare il presunto testo greco traducendo le supposte aggiunte latine. La nuova retroversione invece presume l'ignoranza completa di una versione greca dell'intero brano, in presenza della versione della prima parte. È sintomatico infatti che quella non si trovi mai nei codici separata da questa, mentre la versione β della prima e della seconda parte si ritrovano isolate, l'una sempre, l'altra quando non sia completata dalla nuova retroversione.

Digitized by Google

non per la materiale unione originaria delle parti. Può essere che in Oriente sia stato parimenti conservato il testo greco nella sua integrità: in Occidente, eccetto che in curia, non se ne conservava traccia, perchè qui valeva la lezione latina.

Ma, dopo la sorte toccata all'esemplare di curia, veniva a mancare un testo corrispondente a quello franco: ond'è che al momento, in cui questo era riesumato per trasportarlo in Oriente faceva difetto il fratello gemello, di cui era perduta ogni nozione, e si dovette sostituirlo con una retroversione greca della parte mancante, cioè del brano conservato nell'esemplare greco, cui avea attinto papa Leone, e più non si rinveniva. Infatti le versioni greche dell'ultima famiglia, integrando la *confessio* della prima versione, fanno capo direttamente al testo franco, al quale, nonostante l'inferiorità di lezione, era necessario risalire per l'uso di una versione completa, poichè esso solo la conservava.

Frattanto nella genesi del testo del Constituto possiamo fissare lo sviluppo seguente(1): e cioè dall'originale latino (A') è derivata la corrispondente traduzione greca (β'); da questa il primo rimaneggiamento greco (β'') con l'introduzione di nuovi elementi, parallela al quale è la retroversione delle parti aggiunte ed il loro coordinamento all'originale latino (A''); da β'' derivò il secondo rimaneggiamento greco (β'''), sul quale fu condotto il definitivo coordinamento (β), donde ebbe origine quello latino (A) riprodotto dalle redazioni franca ed isidoriana *maior*. Dopo lo smembramento, β servì alla trascrizione delle due parti separate: β_I che comprende la *confessio*, β_{II} che comprende la *donatio* parallela alla lezione leonina; dal testo latino (A) derivarono il testo pseudo-isidoriano minore ed il testo leonino. Infine dal testo franco la nuova versione greca (α).

(1) Nell'edizione del testo del Costituto, che segue in appendice, opportunamente rettificata nella lezione latina ed in quella greca, indico A' e β' in carattere tondo spaziato a tutta pagina, A'' e β'' in carattere tondo non spaziato in colonna, A''' e β''' egualmente in carattere tondo non spaziato in colonna, ma fra parentesi [ ]. Le glosse a β''' sono indicate in tondo spaziato, le aggiunte latine di A''' in corsivo.

Digitized by Google

APPENDICE

In nomine sanctae |

et individuae

Trinitatis |

Patris scilicet et Filii et Spiritus Sancti

Imperator Caesar Flavius Constantinus in Christo Jesu, uno ex eadem sancta Trinitate salvatore domino Deo nostro, fidelis, mansuetus, maximus, beneficus, Alamannicus, Gothicus, Sarmaticus, Germanicus, Brittannicus, Hunicus, pius, felix, victor ac triumphator, semper augustus, sanctissimo et beatissimo patri patrum Silvestro, urbis Romae episcopo et papae atque omnibus eius successoribus, qui in sede beati Petri usque in finem saeculi sessuri sunt, pontificibus nec non et omnibus reverentissimis et deo amabilibus catholicis episcopis, eidem sacrosanctae Romanae ecclesiae per hanc nostram imperialem constitutionem subiectis |

in universo orbe terrarum nunc et in posteris cunctis retro temporibus constitutis

gratia, pax, caritas, gaudium, longanimitas, misericordia |

a Deo Patre omnipotente et Jesu Christo filio eius et Spiritu Sancto cum omnibus vobis.

I. Ea quae salvator et redemptor noster dominus Jesus Christus, altissimi Patris filius, per suos sanctos apostolos Petrum et

Digitized by Google

Ἐν τῷ ὀνόματι τῆς ἁγίας |

καὶ ἀδιαιρέτου

Τριάδος |

τοῦ Πατρὸς δηλαδὴ καὶ τοῦ Υἱοῦ καὶ τοῦ ἁγίου Πνεύματος.

Βασιλεὺς Καῖσαρ Φλάβιος Κωνσταντῖνος ἐν Χριστῷ Ἰησοῦ, τῷ ἑνὶ τῆς αὐτῆς ἁγίας Τριάδος, σωτῆρι, δεσπότῃ καὶ Θεῷ ἡμῶν, πιστός, πρᾷος, εὐεργέτης, Ἀλαμαννικός, Γοτθικός, Σαρματικός, Γερμανικός, Βριτανικός, Οὐννικός, εὐσεβής, εὐτυχής, νικητής, θριαμβευτής, ἀεὶ αὔγουστος, τῷ ἁγιωτάτῳ καὶ μακαριωτάτῳ πατρὶ πατέρων Σιλβέστρῳ, ἐπισκόπῳ καὶ πάπᾳ τῆς μεγάλης πόλεως Ῥώμης, καὶ πάσι τοῖς αὐτοῦ διαδόχοις ἀρχιερεῦσι τοῖς ἐν τῇ καθέδρᾳ τοῦ μακαρίου Πέτρου μέχρι τῆς τοῦ αἰῶνος συντελείας καθεδουμένοις, ἔτι τε πᾶσι τοῖς αἰδεσιμωτάτοις καὶ θεοσεβέσι καθολικοῖς ἐπισκόποις τοῖς ταύτῃ τῇ ἱερᾷ καὶ ἁγίᾳ Ῥωμαικῇ ἐκκλησίᾳ διὰ ταύτης τῆς ἡμετέρας βασιλικῆς καταστάσεως ὑποκεινένοις,

χάρις, εἰρήνη, ἀγάπη, εὐφροσύνη, μεγαλοψυχία, ἔλεος |

παρὰ τοῦ παντοδυνάμου Θεοῦ καὶ Πατρὸς καὶ Ἰησοῦ Χριστοῦ τοῦ Υἱοῦ αὐτοῦ καὶ τοῦ ἁγίου Πνεύματος μετὰ πάντων ὑμῶν.

I. Τὰ ὑπὸ τοῦ λυτρωτοῦ καὶ σωτῆρος ἡμῶν κυρίου Ἰησοῦ Χριστοῦ, ὅς ἐστιν υἱὸς τοῦ Ὑψίστου πατρός, διὰ τῶν ἁγίων ἀποστόλων αὐτοῦ

Digitized by Google

Paulum, interveniente patre nostro Silvestro, summo pontifici et universali papa, mirabiliter operari dignatus est, liquida enarratione per huius nostrae imperialis institutionis paginam ad agnitionem omnium populorum in universo orbe terrarum nostra studuit propagare mansuetissima serenitas,

primum quidem fidem nostram |

quam a praelato beatissimo patre et oratore nostro Silvestro universali pontifice edocti summus, intima cordis confessione ad instruendas omnium vestrum mentes proferentes et ita demum misericordiam Dei super nos diffusam adnuntiantes.

nosse |

enim vos

volumus |

[sicut per anteriorem nostram sacram pragmaticam iussionem significavimus], nos a culturis idolorum, simulacris mutis et surdis manufactis, diabolicis compositionibus atque ab omnibus satanae pompis recessisse et ad integram Christianorum fidem, quae est vera lux et vita perpetua, pervenisse, credentes, iuxta id quod nos isdem almificus summus pater et doctor noster Silvester in-

Digitized by Google

Πέτρου καὶ Παύλου, μεσιτεύοντος τοῦ πατρὸς ἡμῶν Σιλβέστρου τοῦ ἄκρου ἀρχιερέως καὶ καθολικοῦ πάπα, παραδόξως περὶ ἡμᾶς οἰκτιρμοῖς ἐκείνου γενόμενα, ἀριδήλῳ διηγήσει διὰ τῆς βασιλικῆς ταύτης ἡμετέρας γραφῆς τοῖς καθεξῆς ἅπασιν ἐσπουδάσαμεν παραδοῦναι πρὸς ἐπίγνωσιν πάντων τῶν ἐν τῇ οἰκουμένῃ λαῶν, τῆς πραοτάτης ἡμῶν ἐπιφανείας ἔνδοθεν καὶ ἀπ' αὐτῆς τῆς καρδίας προϊούσῃ ὁμολογίᾳ,

πρῶτον μὲν τὴν ἡμετέραν πίστιν |

προενεγκούσης, ἣν ὑπὸ τοῦ προειρημένου μακαριωτάτου πατρὸς καὶ εὐχετοῦ ἡμῶν Σιλβέστρου τοῦ καθολικοῦ ἱεράρχου δεδιδάγμεθα, πρὸς οἰκοδομὴν τῆς διανοίας ἡμῶν πάντων, ἔπειτα καὶ τὸν ἐφ' ἡμᾶς ἐκχυθέντα τοῦ Θεοῦ ἔλεον πᾶσι διαγγελλούσης.

εἰδέναι |

γὰρ ὑμᾶς πάντας

βουλόμεθα |

[καθὼς διὰ τῆς προλαβούσης ἱερᾶς ἡμῶν πραγματικῆς διατάξεως ὑμῖν ἐδηλώσαμεν], ἡμᾶς τῆς τῶν εἰδώλων λατρείας τῶν ἀφώνων καὶ κωφῶν καὶ χειροποιήτων τῶν διαβολικῶν τε συνθηκῶν καὶ πάσης τῆς τοῦ σατανᾶ πομπῆς ἀποπηδήσαντας καὶ πρὸς τὴν ἀκέραιον τῶν χριστιανῶν πίστιν, ἣ φῶς ἀληθινόν ἐστι καὶ ζωὴ αἰώνιος, μετελθόντας, καθὼς ἡμᾶς αὐτὸς ὁ ὑψοποιὸς καὶ ἄκρος πατὴρ ἡμῶν καὶ διδάσκαλος ἡμέτερος Σίλβεσ-

Digitized by Google

struit pontifex, in Deum patrem omnipotentem, factorem caeli et terrae, visibilium omnium et invisibilium, et in Jesum Christum, filium eius unicum, dominum Deum nostrum, per quem creata sunt omnia, et in Spiritum Sanctum, dominum et vivificatorem universae creaturae.

Nos Patrem et Filium et Spiritum Sanctum confitemur, ita ut in Trinitate perfecta et plenitudo sit divinitatis et unitas potestatis. Pater Deus, Filius Deus et Spiritus Sanctus Deus et tres unum sunt | in Jesu Christo:

tres itaque formae, sed una potestas |

Nam sapiens retro semper Deus edidit ex se, per quod semper erant gignenda saecula, verbum, et quando eodem solo suae sapientiae verbo universam ex nihilo formavit creaturam, cum eo erat, cuncta suo arcano componens mysterio.

Igitur perfectis caelorum virtutibus et universis terrae materiis, pio sapientiae suae nutu ad imaginem et similitudinem suam primum de limo terrae fingens hominem, hunc in paradyso posuit voluptatis; quem antiquus serpens et hostis, invidens, diabolus, per amarissimum ligni vetiti gustum exulem ab eisdem efficit gaudiis, eoque expulso, non desinit sua venenosa multis modis protelare iacula, ut a via veritatis hu-

Digitized by Google

τρος ἐνουθέτησεν, εἰς Θεὸν πατέρα, παντοδύναμον ποιητὴν οὐρανοῦ καὶ γῆς, ὁρατῶν τε πάντων καὶ ἀοράτων καὶ εἰς Ἰησοῦν Χριστὸν τὸν υἱὸν αὐτοῦ, τὸν μονογενῆ, τὸν κύριον ἡμῶν, δι' οὗ τὰ πάντα δεδημιούργηται, καὶ εἰς Πνεῦμα ἅγιον, τὸν κύριον καὶ ζωοποιὸν πάσης τῆς κτίσεως παραγγείλας πιστεύειν.

Ἡμεῖς τὸν Πατέρα, τὸν Υἱὸν καὶ τὸ ἅγιον Πνεῦμα οὕτως ὁμολογοῦμεν, ὡς ἐν τῇ τελείᾳ Τριάδι καὶ πλήρωμα θεότητος εἶναι καὶ μονάδα δυνάμεως. Θεὸς ὁ Πατήρ, Θεὸς ὁ Υἱός, Θεὸς τὸ Πνεῦμα τὸ ἅγιον, καὶ οἱ τρεῖς ἕν εἰσι |

Τρεῖς τοίνυν αἱ μορφαί, ἀλλὰ μία ἡ δύναμις |

συντελεσθεισῶν τοίνυν τῶν οὐρανίων δυνάμεων καὶ πασῶν τῶν γηίνων ὑλῶν φιλανθρώπῳ νεύματι τῆς αὐτοῦ σοφίας, πρῶτον ἐκ τοῦ τῆς γῆς χοὸς τὸν ἄνθρωπον πλάσας κατ' εἰκόνα καὶ ὁμοίωσιν ἑαυτοῦ, ἐν τῷ παραδείσῳ τοῦτον ἔθετο τῆς τρυφῆς. ᾧ φθονήσας ὁ ὄφις ὁ ἀρχαῖος ἐχθρὸς καὶ διάβολος τῇ πικροτάτῃ γεύσει τοῦ ἀπειρημένου ξύλου ἐξόριστον τῆς εὐφροσύνης ἐκείνης πεποίηκεν, ἐκεῖνόν τε ἐξώσας οὐ παύεται τοῖς ἑαυτοῦ δηλητηριώδεσι βέλεσι πολυτρόπως τοὺς

Digitized by Google

manum abstrahens genus idolorum culturae, videlicet creaturae et non creatori, deservire suadeat, quatenus per hos eos, quos suis valuerit inretire insidiis, secum aeterno efficiat concremandos supplicio. Sed Deus noster, misertus plasmae suae, dirigens sanctos suos prophetas, per quos lumen futurae vitae, adventum videlicet filii sui, domini Dei et salvatoris nostri Jesu Christi, adnuntians, misit eundem unigenitum suum filium et sapientiae verbum. Qui descendens de caelis propter nostram salutem, natus de Spiritu sancto et Maria virgine, verbum caro factum est et habitavit in nobis. Non amisit, quod fuerat, sed coepit esse, quod non erat, Deum perfectum et hominem perfectum, ut Deus mirabilia perficiens, ut homo humanas passiones sustinens. Ita verum hominem et verum Deum, praedicante patre nostro Silvestro summo pontifice, intelligimus, ut verum Deum verum hominem fuisse nullo modo ambigamus; electisque duodecim apostolis, miraculis coram eis et innunerabilis populi multitudine choruscavit. Confitemur eundem dominum Jesum Christum adimplesse legem et prophetas, passum, crucifixum, secundum scripturas tertia die

Digitized by Google

ἄλλους κατατοξεύων, ἵν' ἀφελκύσας τῆς τῆς ἀληθείας ὁδοῦ τὸ ἀνθρώπινον γένος τῇ τῶν εἰδώλων λατρεία, τουτέστι τῇ τῆς κτίσεως ἀλλ'οὐ τῇ τοῦ κτίστου, δουλεύειν ἀναπείσειε πάντας, ὅπως οὓς οἷός τ'ἐγένετο ταῖς ἑαυτοῦ μηχαναῖς συμποδίσαι, τούτους τῇ αἰωνίᾳ παραδῷ βασανισθησομένους κολάσει. ἀλλ' ὁ Θεὸς τοῦ ἰδίου πλάσματος οἶκτον λαβών, ἀποστείλας τοὺς ἁγίους αὐτοῦ προφήτας καὶ διὰ τούτων τὸ τῆς ζωῆς φῶς, τὴν παρουσίαν δηλαδὴ τοῦ υἱοῦ αὐτοῦ, κυρίου δὲ ἡμῶν καὶ σωτῆρος καὶ Θεοῦ Ἰησοῦ Χριστοῦ καταγγείλας, ὕστερον ἀπέστειλε καὶ τὸν μονογενῆ αὐτοῦ υἱὸν καὶ Λόγον τῆς σοφίας. ὃς κατελθὼν ἐκ τῶν οὐρανῶν διὰ τὴν ἡμετέραν σωτηρίαν καὶ γεννηθεὶς ἐκ Πνεύματος ἁγίου καὶ Μαρίας τῆς παρθένου Λόγος σὰρξ ἐγένετο καὶ ἐσκήνωσεν ἐν ἡμῖν, οὐκ ἀποβαλὼν ὅπερ ἦν, ἀλλ' ἀρξάμενος εἶναι ὅπερ οὐκ ἦν. Θεὸς τέλειος καὶ ἄνθρωπος τέλειος, ὡς Θεὸς θαύματα ἐπιτελῶν καὶ ὡς ἄνθρωπος ἀνθρώπινα πάθη φέρων. οὕτω τὸν λόγον ἄνθρωπον καὶ Θεὸν λόγον νοοῦμεν ταῖς διδασκαλίαις τοῦ ἡμετέρου πατρὸς Σιλβέστρου τοῦ ἄκρου ἀρχιερέως, ὥστε Θεὸν ἀληθῆ καὶ ἄνθρωπον ἀληθῆ τὸν αὐτὸν ὑπάρξαι καὶ μηδαμῶς ἀμφιβάλλειν. προελόμενος τοίνυν δώδεκα ἀποστόλους, τούτων τε καὶ ἀναριθμήτων λαῶν ἔμπροσθεν ὑπερφυέσι

Digitized by Google

a mortuis resurrexisse, adsumptum in coelis atque sedentem ad dexteram Patris, inde venturum iudicare vivos et mortuos, cuius regni non erit finis.

II. Haec est enim fides nostra orthodoxa | a beatissimo patre nostro Silvestro summo pontifice nobis prolata,
exhortantes idcirco omnem populum et diversas gentium nationes hanc fidem tenere, colere ac predicare et in sanctae Trinitatis nomine baptismi gratiam consequi | et dominum Jusum Christum salvatorem nostrum, qui cum Patre et Spiritu sancto per infinita vivit et regnat saecula, quem Silvester beatissimus pater noster universalis predicat pontifex, corde devoto adorare. Ipse enim dominus Deus noster, misertus mihi peccatori, misit sanctos suos apostolos ad visitandum nos, et lumen sui splendoris infulsit nobis et abstracto a tenebris ad veram lucem et agnitionem veritatis me pervenisse gratulamini. Nam dum valida squaloris lepra totam mei corporis invasisset carnem et multorum medicorum convenientium cura adhiberetur,

Digitized by Google

θαύμασιν ἔλαμψεν. ὁμολογοῦμεν τὸν αὐτὸν κύριον ἡμῶν Ἰησοῦν Χριστὸν ἀποπληρῶσαι τοὺς νόμους καὶ τοὺς προφήτας, παθεῖν καὶ σταυρωθῆναι κατὰ τὰς γραφάς, τῇ τρίτῃ ἡμέρᾳ ἐκ τῶν νεκρῶν ἀναστῆναι, ἀναληφθῆναι εἰς τοὺς οὐρανούς, καθῆσθαι ἐκ δεξιῶν τοῦ πατρός, ἐκεῖθεν ἥξοντα κρῖναι ζῶντας καὶ νεκρούς, οὗ τῆς βασιλείας οὐκ εἶναι τέλος.

II. Αὕτη ἐστὶν ἡ ἡμετέρα ὀρθόδοξος πίστις | παρὰ τοῦ μακαριωτάτου πατρὸς ἡμῶν Σιλβέστρου ἡμῖν προενεχθεῖσα.

νουθετοῦμεν τοίνυν πάντα λαὸν καὶ τὰ διάφορα τῶν ἐθνῶν γένη ταύτην τὴν πίστιν κατέχειν, σέβειν, κηρύττειν, καὶ ἐν τῷ τῆς ἁγίας Τριάδος ὀνόματι τυγχάνειν τῆς τοῦ βαπτίσματος χάριτος, |

καὶ τὸν κύριον ἡμῶν καὶ σωτῆρα Ἰησοῦν Χριστὸν τὸν μετὰ τοῦ Πατρὸς καὶ τοῦ ἁγίου Πνεύματος εἰς ἀπείρους αἰῶνας βασιλεύοντα προσκυνεῖν εὐλαβεῖ καρδίᾳ, ὃν ὁ μακαριώτατος πατὴρ ἡμῶν Σίλβεστρος ὁ καθολικὸς ἱεράρχης κηρύττει.

Αὐτὸς γὰρ ὁ κύριος ἡμῶν ἐμὲ τὸν ἁμαρτωλὸν ἐλεήσας ἀπέστειλε τοὺς ἁγίους αὐτοῦ ἀποστόλους ἐπισκεψομένους ἡμᾶς, καὶ τῷ φωτὶ τῆς αὐτοῦ λαμπρότητος ἡμᾶς περιέστραψε καὶ τοῦ σκότους ἐφελκύσας πρὸς τὴν τῆς ἀληθείας ἐπίγνωσίν με μετελθεῖν κατηξίωσεν. ἐπεὶ γὰρ ἰσχυρὸν αἶσχος λέπρας ἐπεπήδησεν ὅλῃ τῇ τοῦ σώματός μου σαρκί, πολλῶν τε ἰατρῶν συνιόντων ἐπιμέλειά μοι προσήγεσι

Digitized by Google

nec unius quidem cura promerui salutem. Ad haec advenerunt sacerdotes Capitolii, dicentes mihi debere fieri fontem in Capitolio et complere hunc innocentium infantium sanguine calente et in eo loto me posse mundari. Et secundum eorum dicta aggregatis plurimis innocentibus infantibus, dum vellent sacrilegi paganorum sacerdotes eos mactari et ex eorum sanguine fontem repleri, cernens serenitas nostra lacrimas matrum eorum, ilico exhorrui facinus, misertusque eis, proprios illis restitui precipimus filios suos, datisque vehiculis et donis concessis, gaudentes ad propria relaxavimus. Eadem igitur transacta die, nocturno nobis facto silentio, dum somni tempus advenisset, adsunt apostoli, sanctus Petrus et Paulus, dicentes mihi: « Quoniam flagitiis posuisti terminum et effusionem sanguinis innocentis horruisti, missi sumus a Christo domino Deo nostro, dare tibi sanitatis recuperandae consilium. Audi ergo monita nostra et fac quodcumque indicamus tibi. Silvester episcopus civitatis Romae ad montem Seraptem persecutiones tuas fugiens in cavernis petrarum cum suis clericis latebram fovet. Hunc cum ad te

Digitized by Google

καὶ τούτων οὐδενὸς σπουδῇ τυχεῖν ὑγείας οἷός τ'ἐγενόμην. ἐπι τούτοις προσῆλθόν μοι καὶ ἱερεῖς τοῦ Καπιτωλίου δεῖν λέγοντες δεξαμενὴν ἐν τῷ Καπιτωλίῳ γενέσθαι καὶ ταύτην ἀθῴου αἵματος καὶ θερμοῦ πληρωθῆναι, ἐκεῖ τε λουσάμενον οὕτω καθάρσεως δυνηθῆναι τυχεῖν. κατὰ τὰς ὑποθήκας τοίνυν αὐτῶν πολλῶν νηπίων ἀκάκων συναθροισθέντων, καὶ βουλομένων τῶν ἀσεβῶν καὶ ἱεροσύλων ἱερέων αὐτοὺς ἀποσφάττειν καὶ τοῦ ἐκείνων αἵματος πληροῦν τὴν δεξαμενήν, τοῖς δάκρυσι τῶν μητέρων ἐκείνων ἡ ἡμετέρα προσχοῦσα γαληνότης παραυτίκα τὸ ἀθέμιτον ἔφριξε, ἐκείνας τε ἐλεήσας ταῖς μητράσι ἐπετάξαμεν ἀποδοθῆναι τὰ τέκνα, ὀχήματά τε δοὺς καὶ δῶρα προσπαρασχόμενος χαιρούσας εἰς τὰ ἴδια ἀπεπέμψαμεν. ταύτης τῆς ἡμέρας παρελθούσης καὶ νυκτερινῆς ἡσυχίας ἡμῖν ἐπιγενομένης καὶ πρὸς ὕπνον εὐκαιρίας ἐπελθούσης, πάρεισιν οἱ ἅγιοι ἀπόστολοι Πέτρος καὶ Παῦλος ἐμοὶ λέγοντες· «Ἐπεὶ ταῖς ἁμαρτίαις οὐ συνεχώρησας προελθεῖν καὶ τὴν ἔκχυσιν ἐβδελύξω τῶν ἀθῴων αἱμάτων, παρὰ Χριστοῦ τοῦ κυρίου καὶ Θεοῦ ἡμῶν ἀπεστάλημεν δώσοντές σοι βουλήν, καθ'ἣν τὴν ὑγείαν ἐπαναλήψῃ. ἄκουσον τοίνυν τῆς ἡμετέρας παραγγελίας καὶ ποίησον ὅ σοι ὑποτιθέμεθα. ὁ τῆς πόλεως ταύτης ἐπίσκοπος Σίλβεστρος, τοὺς σοὺς

Digitized by Google

adduxeris, ipse tibi piscinam pietatis ostendet, in qua dum te tertio merserit, omnis te valitudo ista deseret leprae. Quod dum factum fuerit, hanc vicissitudinem tuo salvatori compensa, ut omnes iussu tuo per totum orbem ecclesiae restaurentur, te autem ipsum in hac parte purifica, ut, relicta omni superstitione idolorum, Deum vivum et verum, qui solus est et verus, adores et excolas, ut ad eius voluntatem adtingas». Exsurgens igitur a somno protinus iuxta id, quod a sanctis apostolis ammonitus sum, peregi, advocatoque eodem praecipuo et almifico patre et inluminatore nostro Silvestro universali papa, omnia a sanctis apostolis mihi praecepta edixi verba, percunctatique eum sumus, qui isti dii essent Petrus et Paulus. Ille vero, non eos deos vere dici, sed apostolos salvatoris nostri domini Dei Jesu Christi. Et rursum interrogare coepimus eundem beatissimum papam, utrum istorum apostolorum imaginem expressam haberet, ut ex pictura disceremus hos esse, quos revelatio docuerat. Tunc isdem venerabilis pater imagines eorundem apostolorum per diaconem suum exhiberi praecepit, quas dum aspicerem et eorum, quos in

Digitized by Google

διαγμοὺς φεύγων, ἐν ταῖς ὀπαῖς τῶν πετρῶν μετὰ τῶν ἰδίων κρύπτεται κληρικῶν ἐν τῷ ὄρει Σορρέπτει. τοῦτον πρὸς ἑαυτὸν μεταλεσάμενος, ὑποδείξαντος ἐκείνου, μαθήσῃ τὴν ἀληθῆ τῆς εὐσεβείας δεξαμενήν, ἐν ᾗ τρίτον σου βαπτισθέντος πᾶσα ἡ τῆς λήπρας ἰσχὺς καταλείψει σε. οὗ γενομένου, ταύτην ἀμοιβὴν ἀντιμέτρησον τῷ σωτῆρί σου, ὥστε σοῖς προστάγμασι τάς ἐν τῇ οἰκουμένῃ πάσας ἐκκλησίας ἀνακαινίζεσθαι. καὶ σὺ δὴ σαυτὸν ἐν τούτῳ τῷ μέρει καθάρισαν, ἵνα πάσαν δεισιδαιμονίαν εἰδώλων καταλιπὼν τὸν μόνον ζῶντα καὶ ἀληθινὸν Θεόν, ὃς μόνος ἐστὶ Θεὸς ἀληθής, σέβῃς καὶ προσκυνῇς καὶ τὴν ἐκείνου πληροῖς θέλησιν». Ἀφυπνισθεὶς τοίνυν, κατὰ τὰ διατεταγμένα παρὰ τῶν ἀποστόλων διεπραξάμην. προσκαλεσάμενός τε τὸν ἐξαίρετον καὶ μεγαλοπρεπῆ πατέρα τὸν καθολικὸν πάπαν τὸν ἡμᾶς φωτίσαντα Σίλβεστρον, πάντας αὐτῷ τοὺς παρὰ τῶν ἁγίων ἀποστόλων ἐντεταλμένους μοι λογους ἐδήλωσα, ἀνεζητησάμην τε παρ' αὐτοῦ οἵτινες εἶεν θεοὶ Πέτρος καὶ Παῦλος καλούμενοι. ἔφασκέ τε ἐκεῖνος, οὐκ ἀληθῶς θεοὺς τούτους λέγεσθαι, ἀποστόλους δὲ τοῦ Σωτῆρος ἡμῶν καὶ κυρίου Ἰησοῦ Χριστοῦ εἶναι διισχυρίζετο. πάλιν ἠρξάμην ἐρωτᾶν τὸν μακαριώτατον πάπαν εἴ τινες φανεραὶ πούτων τῶν ἀπσστόλων εἶεν εἰκόνες, ἵν' ἐκ τῆς γραφῆς γοῦν δυ-

Digitized by Google

somno videram, figuratos in ipsis imaginibus cognovissem vultus, ingenti clamore coram omnibus satrapibus meis confessus sum eos esse, quos in somno videram.

III. Ad haec beatissimus isdem Silvester pater noster, urbis Romae episcopus, indixit nobis poenitentiae tempus intro palatium nostrum Lateranense
in uno cilicio
ut omnia, quae a nobis impie peracta atque iniuste disposita fuerant, vigiliis, ieiuniis atque lacrimis et orationibus apud dominum deum nostrum Jesum Christum salvatorem impetraremus. |

Deinde per manus impositionem clericorum usque ad ipsum presulem veni, ibique abrenuntias satanae pompis et operibus eius vel universis idolis manufactis, credere me in Deum patrem, omnipotentem factorem coeli et terrae, visibilium et invisibilium, et in Jesum Christum filium eius unicum, dominum nostrum, qui natus est de Spiritu sancto et Maria virgine, spontanea voluntate coram omni populo professus sum, benedictoque fonte illic me trina mersione unda salutis purificavit. Ibi enim, me posito fontis

Digitized by Google

νηθείημεν διαγνῶναι, εἰ δυνατόν, ἐκείνους εἶναι οὓς παρὰ τῆς ἀποκαλύψεως δεδιδάγμεθα. τότ' ἐκεῖνος ὁ πάσης αἰδοῦς ἄξιος πατὴρ τὰς τῶν θείων τούτων ἀποστόλων εἰκόνας ἐνεχθῆναι διὰ τοῦ ἰδίου διακόνου ἐπέταξεν. ἃς προσιδὼν καὶ τὰς ὄψεις ἐκείνων, οὓς ὄναρ ἑωράκει, ἐν ταῖς εἰκόσι καταμαθών, μεγάλῃ φωνῇ τῶν ἐμῶν σατραπῶν ἔμπροσθεν ὡμολόγησα τούτους ἐκείνους εἶναι τοὺς ἐν τοῖς ὕπνοις ὀφθέντας μοι.

III. Πρὸς ταύτα ὁ μακαριώτατος οὗτος πατὴρ ἡμῶν Σίλβεστρος ὁ τῆς πόλεως Ῥώμης ἐπίσκοπος χρόνον ἡμῖν ὥρισε μετανοίας |

ἐν ἑνὶ σάκκῳ

ἔνδον τοῦ ἡμετέρου τῆς Λατερανῆς παλατίου, ἵνα πάντα τὰ ὑφ' ἡμῶν ἀνοσίως διαπραχθέντα καὶ ἀδίκως διῳκημένα νηστείαις, ἀγρυπνίαις, δάκρυσι καὶ προσευχαῖς παρὰ τῷ δεσπότῃ καὶ Θεῷ καὶ σωτῆρι ἡμῶν ἐξιλεωσώμεθα. |

εἶτα τῶν κληρικῶν ἐπιθέντων μοι τᾶς χεῖρας μέχρι καὶ τοῦ ἀρχιερέως αὐτοῦ ἀφικόμην, αὐτόθι τε ἀποταξάμενος ταῖς τοῦ σατανᾶ πομπαῖς καὶ τοῖς ἔργοις αὐτοῦ καὶ πᾶσι τοῖς χειροποιήτοις εἰδώλοις, πιστεύειν εἰς ἕνα Θεὸν πατέρα παντοχράτορα ποιητὴν οὐρανοῦ καὶ γῆς ὁρατῶν τε πάντων καὶ ἀοράτων καὶ εἰς ἕνα κύριον Ἰεσοῦν Χριστὸν τὸν υἱὸν τοῦ Θεοῦ τὸν μονογενῆ τὸν κύριον ἡμῶν τὸν γεννηθέντα ἐκ Πνεύματος ἁγίου καὶ Μαρίας τῆς παρθένου ἑκουσίᾳ γνώμῃ παντὸς ἔμπροσθεν τοῦ λαοῦ ὡμολόγησα. εὐλογηθείσης δὲ τῆς κολυμβήθρας, ἐκεῖ με τριττῇ κα-

Digitized by Google

gremio, manu de coelo me contingente propriis vidi oculis, de qua mundus exsurgens, ab omni me leprae squalore mundatum agnoscite. Levatoque me de venerabili fonte, indutus vestibus candidis, septemformis sancti Spiritus in me consignatione adhibuit beati chrismatis unctionem et vexillum sanctae crucis in mea fronte linivit, dicens: «Signat te Deus sigillo fidei suae in nomine Patris et filii et Spiritus sancti in consignatione fidei». Cunctus clerus respondit: «Amen». Adiecit presul: «Pax tibi».

IV. Prima itaque die post perceptum sacri baptismati mysterium et post curationem corporis mei a leprae squalore agnovi non esse alium Deum, nisi Patrem et Filium et Spiritum sanctum, quem beatissimus Silvester papa predicat, Trinitatem in unitate, unitatem in Trinitate. Nam omnes dii gentium, quos usque actenus colui, demonia, opera hominum manufacta comprobantur. Etenim

quantam potestatem isdem Salvator noster suo apostolo beato Petro contulerit in coelo et terra lucidissime

[nobis isdem venerabilis pater]

Digitized by Google

ταδύσει τὸ σωτηριῶδες ὕδωρ ἐκάθηρεν. ἐν δὲ τῷ κόλπῳ τῆς κυλυμβήθρας τεθείς, χεῖρα ἁψαμένην μου ἐκ τοῦ οὐρανοῦ τοῖς ἰδίοις εἶδον ὀφθαλμοῖς. ὑφ' ἧς καθαρὸς ἀναστὰς παντὸς τοῦ ἀπὸ τῆς λέπρας αἴσχους, ἐμαυτὸν ἔγνων κεκαθαρμένον. ἐκκομισθέντα δέ με τῆς σεπτῆς κολυμβήθρας λευκοῖς ἱματίοις ἐνέδυσαν, τήν τε ἑπτάμορφον τοῦ ἁγίου Πνεύματος σφραγῖδα παρέσχετο τῇ τοῦ μακαρίου χρίσματος ἀλοιφῇ, καὶ τὸ σημεῖον τοῦ ἁγίου σταυροῦ τῷ ἐμῷ μετώπῳ ἐχάραξεν εἰπών· «Σφραγίζει σε ὁ Θεὸς τῇ τῆς πίστεως αὐτοῦ σφραγῖδι εἰς τὸ ὄνομα τοῦ Πατρὸς καὶ τοῦ Υἱοῦ καὶ τοῦ ἁγίου Πνεύματος». πᾶς τε ὁ κλῆρος ἀπεκρίνατο. «Ἀμήν». καὶ προσέθηκεν ὁ ἀρχιερεύς. «Εἰρήνη σοι».

IV. Τῇ πρώτῃ τοίνυν ἡμέρᾳ μετὰ τὸ λαβεῖν τὸ μυστήριον τοῦ θείου βαπτίσματος καὶ μετὰ τὴν ἀπὸ τῆς λέπρας θεραπείαν τοῦ ἐμοῦ σώματος ἐπέγνων μὴ εἶναι Θεὸν ἕτερον πλὴν τοῦ Πατρὸς καὶ τοῦ Υἱοῦ καὶ τοῦ ἁγίου Πνεύματος, ὃν ὁ μακαριώτατος πάπα Σίλβεστρος κηρύττει, τριάδα ἐν μονάδι, μονάδα ἐν τριάδι. πάντες γὰρ οἱ θεοὶ τῶν ἐθνῶν, οὓς ἄνωθεν ἔσεβον, δαιμόνια ἔργα χειρῶν ἀνθρώπων σαφῶς ἀποδείκνυνται. Πρὸς τούτοις πόσην ἐξουσίαν αὐτὸς ὁ Σωτὴρ ἡμῶν τῷ ἰδίῳ ἀποστόλῳ τῷ μακαρίῳ Πέτρῳ παρέσχετο ἔν τε τῷ οὐρανῷ κἀν τῇ γῇ, σαφῶς·

[ἡμῖν αὐτὸς ὁ τίμιος πάτηρ]

Digitized by Google

edixit, dum fidelem eum in sua interrogatione inveniens ait: «Tu es Petrus et super hanc petram aedificabo ecclesiam meam, et portae inferi non praevalebunt adversus eam». Advertite potentes et aurem cordis intendite, quid bonus magister et dominus suo discipulo adiunxit inquiens: «et tibi dabo claves regni coelorum; quodcumque ligaveris super terram, erit ligatum et in coelis, et quodcumque solveris super terram, erit solutum et in coelis». Mirum est hoc valde et gloriosum in terra ligare et solvere, et in coelo ligatum et solutum esse. |

V. Et dum haec predicante beato Silvestro agnoscerem et beneficiis ipsius beati Petri integre me sanitati comperi restitutum,

utile iudicavimus |

[cum omnibus nostris satrapibus et universo senatu, optimatibus etiam et cuncto populo, gloriae imperii nostri subiacenti],

ut, sicut in terris beatus Petrus vicarius filii Dei esse videtur constitutus, etiam et pontifices, qui ipsius principis apostolorum gerunt vices, principatus potestatem, amplius quam terrena imperialis nostrae serenitatis mansuetudo habere videtur concessam, a nobis nostroque imperio obtineant, eligentes nobis ipsum principem apostolorum vel eius vicarios firmos apud Deum adesse patronos. Et sicut nostra est terrena imperialis potentia, eius sacrosanctam Romanam ecclesiam decrevimus veneranter honorare et amplius quam nostrum imperium et terrenum thronum sedem sacratissimam beati Petri gloriose exaltari, tribuentes ei potestatem et gloriae dignitatem |

Digitized by Google

ἐξέθετο, ὅτε ἐκεῖνον πιστὸν εὑρὼν ἐν τῇ ἐρωτήσει εἶπε· «Σὺ εἶ Πέτρος καὶ ἐπὶ ταύτῃ τῇ πέτρᾳ οἰκοδομήσω μου τὴν ἐκκλησίαν, καὶ πύλαι Ἅιδου οὐ κατισχύσουσιν αὐτῆς». Κατανοήσατε, δυνάσται, καὶ τοῖς ὠσὶ τῆς καρδίας προσέχετε, τί ὁ ἀγαθὸς διδάσκαλος καὶ δεσπότης τῷ ἰδίῳ μαθητῇ συνῆψεν εἰπών· «Καὶ δώσω σοι τὰς κλεῖς τῆς βασιλείας τῶν οὐρανῶν, καὶ ὃ ἐὰν δήσῃς ἐπὶ τῆς γῆς, ἔσται δεδεμένον καὶ ἐν τοῖς οὐρανοῖς, καὶ ὃ ἐὰν λύσῃς ἐπὶ τῆς γῆς, ἔσται λελυμένον καὶ ἐν τοῖς οὐρανοῖς». Παράδοξος λόγος καὶ ἔνδοξος καὶ ἐπὶ τῆς γῆς δεσμεῖν τι καὶ λύειν κἀν τοῖς οὐρανοῖς δεδεμένον εἶναι καὶ λελυμένον.

V.

Ταῦτα τοίνυν τοῦ μακαρίου Σιλβέστρου διδάσκοντος γνούς, καὶ ταῖς εὐεργεσίαις αὐτοῦ τοῦ μακαρίου Πέτρου ἀκεραιότατα τῆς ὑγείας αἰσθόμενος ἐπανελθούσης τῷ σώματι,

ὠφέλιμον ἔγνωμεν εἶναι |

[σὺν πᾶσι τοῖς σατράπαις καὶ ἐλλογίμοις ἁπάσης τῆς γερουσίας, μηγιστᾶσί τε καὶ παντὶ τῷ δήμῳ τῷ τῆς δόξῃ τῆς Ῥωμαϊκῆς βασιλείας ὑπείκοντι]

ὡς ἂν καθάπερ ὁ μακάριος Πέτρος ὁ ἐν τῇ γῇ τοποτηρητὴς τοῦ Υἱοῦ τοῦ Θεοῦ ἀποκαταστῆναι φαινόμενος, οὕτω καὶ οἱ προσώπῳ τοῦ ἀποστόλου Πέτρου ὄντες ἀρχιερεῖς ἐξουσίαν ἀρχῆς ἐπέκεινα τῆς παρ' ἡμῶν γαληνότητος κατεχομένης κατέχοιεν δωρηθεῖσαν καὶ στερχθεῖσαν αὐτοῖς παρ' ἡμῶν τε καὶ τῆς ἡμῶν βασιλείας, προκρίνοντες τὸν μακάριον Πέτρον καὶ τοὺς τὸν τόπον ἐκείνου ἐπέχοντας πρὸς Θεὸν ἡμετέρους εἶναι πατρώνας, καὶ καθάπερ τὴν ἡμετέραν ἐπίγειον βασιλικὴν ἐξουσίαν, οὕτω καὶ τὴν ἱερὰν καὶ ἁγίαν Ῥωμαϊκὴν ἐκκλησίαν δέον ἐκρίναμεν τιμᾶσθαι καὶ μᾶλλον τοῦ ἡμετέρου βασιλικοῦ θρόνου τὴν ἱερὰν καὶ ἁγίαν καθέδραν τοῦ μακαρίου Πέτρου ἐντίμως ὑψοῦσθαι, δίδοντες αὐτῇ ἐξουσίαν καὶ δόξης ἀξίαν.

Digitized by Google

[atque vigorem et honorificentiam imperialem]

VI. Atque decernentes sancimus, ut principatum teneat, |

[tam super quattuor precipuas sedes Antiochenam, Alexandrinam, Constantinopolitanam et Hierosolimitanam, quamque etiam]

super omnes universo orbe terrarum Dei ecclesias, et pontifex, qui pro tempore ipsius sacrosanctae Romanae ecclesiae extiterit, celsior et princeps cunctis sacerdotibus totius mundi exsistat, et eius iudicio, quaeque ad cultum Dei vel fidei Christianorum stabilitate procuranda fuerint, disponantur. Iustum quippe est, ut ibi lex sancta caput teneat principatus, ubi sanctarum legum institutor, Salvator noster, beatum Petrum apostolatus obtinere precepit cathedram, |

[ubi et crucis patibulum sustinens beatae mortis sumpsit poculum suique magistri et domini imitator apparuit; et ibi gentes pro Christi nominis confessione colla flectant, ubi eorum doctor beatus Paulus apostolus pro Christo extenso collo martyrio coronatus est; illic usque in finem quaerant doctorem, ubi sanctum doctoris corpus quiescit corpus; et ibi proni et humi prostrati coelestis regis, Dei salvatoris nostri Jesu Christi, famulentur officio, ubi superbi terreni regis serviebant imperio.]

Digitized by Google

VI. [Ὅθεν] καὶ διακρίνοντες θεσπίζομεν ἐπεξουσιάζειν |

[τοῦτο μὲν τῶν τεσσάρων καθεδρῶν Ἀλεξανδρείας, Ἀντιοχείας, Ἱεροσολύμης, καὶ Κωνσταντινουπόλεως, τοῦτο δὲ καὶ]

πασῶν τῶν ἐν πάσῃ τῇ οἰκουμένῃ τοῦ Θεοῦ ἐκκλησιῶν. καὶ ὁ κατὰ καιροὺς ἀρχειρεὺς αὐτῆς τῆς ἱερᾶς καὶ ἁγίας τοῦ Θεοῦ Ῥωμαϊκῆς ἐκκλησίας ὑψελότερος καὶ ἄρχων τῶν ἱερέων παντὸς τοῦ κόσμου ἐσεῖται, καὶ τῇ κρίσει αὐτοῦ τὰ πρὸς λατρείαν τοῦ Θεοῦ καὶ πρὸς τὴν τῶν χριστιανῶν πίστιν καὶ ἑδραιότητα φροντίζεσθαι ἄξια διοικηθήσεται. δίκαιον γάρ ἐστιν ἐκεῖσε τὸν ἅγιον νόμον τὴν κεφαλὴν τῆς ἀρχῆς ἔχειν, ἔνθα ὁ δημιουργὸς τῶν ἱερῶν νόμων καὶ Σωτὴρ ἡμῶν τῷ μακαρίῳ ἀποστόλῳ Πέτρῳ τὴν καθέδραν κατέχειν διωρίσατο, |

[καὶ ἔνθα τὸ τοῦ σταυροῦ ὑπέμεινε πάθος καὶ τὸ τοῦ μακαρίου θανάτου προσελάβετο πόμα μιμητὴς τοῦ διδασκάλου αὐτοῦ καὶ κυρίου ἀναφανείς· ἐκεῖσε τὰ ἔθνη τοὺς τραχήλους κλινοῦσι τῇ τοῦ ὀνόματος τοῦ Χριστοῦ ἀνομολογήσει, ἔνθα ὁ διδάσκαλος αὐτῶν ὁ μακάριος ἀπόστολος Παῦλος τῷ ὑπὲρ Χριστοῦ μαρτυρίῳ τὸν τράχηλον ἐκτείνας ἐστέφθη· ἐκεῖσε μέχρι τέλους ζητήσουσι τὸν διδάσκαλον, ἔνθα Τῶν ἁγίων διδασκάλων ἠρεμοῦσι τὰ σώματα· ἐκεῖσε προκυλινδούμενοι καὶ τῇ γῇ ἑαυτοὺς ὑποστρωννύοντες τῷ τοῦ οὐρανίου βασιλέως καὶ σωτῆρος ἡμῶν Ἰησοῦ Χριστοῦ ἐκδουλεύσουσιν ὀφφικίῳ, ἔνθα οἱ ἀλαζόνες τῷ κράτει τοῦ ἐπιγείου βασιλέως ἐδούλευον].

Digitized by Google

VII. [Interea]
nosse volumus |

[omnem populum universarum gentium ac nationum per totam orbem terrarum]

construxisse nos intra palatium nostrum Lateranense eidem Salvatori nostro domino Deo Jesu Christo ecclesiam a fundamentis cum baptisterio |

et duodecim nos sciatis de eius fundamentis secundum numerum duodecim apostolorum cofinos terra onustatos propriis asportasse humeris,

quam sacrosanctam ecclesiam caput et verticem omnium ecclesiarum in universo orbe terrarum dici, coli, venerari ac predicari sancimus, |

[sicut per alia nostra imperialia decreta statuimus. Construximus itaque et ecclesias beatorum Petri et Pauli, principum apostolorum, quas auro et argento locupletavimus, ubi, et sacratissima eorum corpora cum magno honore recondentes, thecas ipsorum ex electro, cui nulla fortitudo prevalet elementorum, construximus et crucem ex auro purissimo et gemmis preciosis per singulas eorum thecas posuimus et clavis aureis confiximus,]

quibus pro concinnatione luminariorum possessionum praedia contulimus et rebus diversis eas ditavimus et |

[per nostras imperialium iussionum sacras tam in Orienti quam in Occidenti vel etiam

Digitized by Google

Digitized by Google

septentrionali et meridiana plaga, videlicet in Judea, Graecia, Asia, Thracia, Africa et Italia vel diversis insulis nostram largitatem]

eis concessimus, ea prorsus ratione, ut per manus beatissimi patris nostri Silvestri pontificis successorumque eius omnia disponantur. |

Gaudeat enim una nobiscum omnis populus et gentium nationes in universo orbe terrarum, exortantes omnes, ut Deo nostro et Salvatori Jesu Christo inmensas una nobiscum referatis grates, quoniam ipse Deus in coelis desuper et in terra deorsum, qui nos per suos sanctos visitans apostolos sanctum baptismatis sacramentum percipere et corporis sanitate dignos efficit.

VIII. [Pro quo concedimus |

[ipsis sanctis apostolis, dominis meis, beatissimis Petro et Paulo et per eos etiam]

beato Silvestro patri nostro |

[summo pontifici ac universali]

urbis Romae papae et omnibus eius successoribus pontificibus, qui usque in finem mundi in sede beati Petri erunt sessuri, |

[atque de praesenti contradimus palatium imperii nostri Lateranense, quod omnibus in toto orbe terrarum praefertur ac praecellit palatiis, deinde]

diadema, |

Digitized by Google

VIII. Παραχωροῦμεν οὖν |

[αὐτοῖς τοῖς ἁγίοις ἀποστόλοις καὶ κυρίοις ἡμῶν τοῖς μακαρίοις Πέτρῳ καὶ Παύλῳ καὶ δι' αὐτῶν]

τῷ μακαρίῳ Σιλβέστρῳ πατρὶ ἡμῶν τῷ |

[ὑπερέχοντι ἀρχιερεῖ καὶ οἰκουμενικῷ]

τῆς πόλεως Ῥώμης πάπᾳ καὶ πᾶσι τοῖς διαδόχοις αὐτοῦ ἀρχιερεῦσιν, οἳ μέχρι τῆς συντελείας τοῦ κόσμου ἐν τῇ καθέδρᾳ τοῦ μακαρίου Πέτρου καθιοῦνται |

[καὶ ἀπὸ τῆς παρούσης ἡμέρας παραδιδόαμεν αὐτοῖς τὸ Λατέρνων παλάτιον τῆς ἐμῆς βασιλείας, τὸ πάντων τῶν ἐν τῇ οἰκουμένῃ παλατίων ὑπερέχον τε καὶ ὑπερβάλλον· πρὸς τούτοις]

τὸ διάδημα, |

Digitized by Google

[videlicet coronam capitis nostri,]
simulque frigium, nec non et superhumeralem, |
[videlicet lorum, qui imperiale circumdare adsolet collum, verum etiam et clamidem purpuream atque tunicam coccineam et omnia imperialia indumenta seu et dignitatem imperialium praesedentium equitum, conferentes etiam et imperialia sceptra,]
simulque et cuncta signa, |
[banda etiam]
et diversa ornamenta imperialia et omnem processionem imperialis culminis et gloriam potestatis nostrae.

IX. Viris enim reverentissimis |
clericis
diversis ordinibus eidem sacrosanctae Romanae ecclesiae servientibus [illud] culmen singularis potentiae et praecellentiae habere sancimus, |
[cuius amplissimus noster senatus videtur gloria adornari, idest patricios ac consules effici, nec non et ceteris dignitatibus imperialibus eos promulgantes decorari;]
et sicut imperialis militia, ita et clerum sacrosanctae Romanae ecclesiae ornari decernimus; et quemadmodum imperialis potentia officiis diversis, cubiculariorum nempe et ostiariorum atque omnium excubitorum ornatur, ita et sanctam Romanam ecclesiam decorari volumus.

X. Et ut amplissime pontificalis decus praefulgeat, decernimus et hoc |
[ut clerici eiusdem sanctae Romanae ecclesiae mappulis ex

Digitized by Google

[ἤτοι τὸ στέμμα τῆς κεφαλῆς ἡμῶν],

ὡσαύτως καὶ τὸ φρύγιον καὶ τὴν ἐπωμίδα, |

[ἤτοι τὸν λῶρον, ὃς τῷ βασιλικῷ τραχήλῳ εἴωθε περιελίττεσθαι, ναὶ μὴν καὶ τὴν πορφυρᾶν χλαμύδα καὶ τὸν κόκκινον ἱματισμὸν καὶ πάντα τὰ τῆς αὐτοκρατορίας ἐνδύματα, ἀλλὰ καὶ τὴν ἀξίαν τῶν προσδευόντων βασιλικῶν ἱππέων, συναποδίδοντες αὐτῷ καὶ τὰ αὐτοκρατορικὰ σκῆπτρα],

ὡσαύτως καὶ τὰς σημαίας πάσας,

καὶ τὰ βανδία, καὶ παντοίαν στολὴν τῆς βασιλικῆς μεγαλειότητος, καὶ τὴν δόξαν τῆς ἡμέτερας ἐξουσίας.

IX. Ἀλλὰ καὶ τοὺς εὐλαβεστάτους ἄνδρας, |

τοὺς κληρικοὺς δηλαδή,

τοὺς ἐν οἱᾳδήτινι τάξει ἐν αὐτῇ τῇ ἱερᾷ καὶ ἁγίᾳ Ῥωμαϊκῇ ἐκκλησίᾳ δουλεύοντας [ἐκεῖνο] τὸ ὕψος τῆς μόνης καὶ ὑψηλοτάτης ἐξουσίας ἔχειν θισπίζομεν, |

[οὗ τῇ δόξῃ ἐγκαλλωπίζεσθαι φαίνεται ἡ ἡμετέρα εὑρεῖα γερουσία, ἤτοι γίνεσθαι πατρικίους καὶ κουνσούλους, ναὶ μὴν καὶ ταῖς λοιπαῖς βασιλικαῖς ἀξίαις φημιζομένους καθωραΐζεσθαι]·

καὶ καθάπερ ἐστὶν ἡ βασιλικὴ στρατιὰ κεκοσμημένη, οὕτω καὶ τὸν κλῆρον τῆς ἁγίας ἐκκλησίας κεκοσμῆσθαι κελεύομεν· καὶ ὃν τρόπον ἡ βασιλικὴ ἐξουσία ποικίλοις ὀφφικίοις, ἤγουν παρακοιμωμένων, ὠστιάρων, ἐξκουβίτων λαμπρύνεται, οὕτω καὶ τὴν ἁγίαν Ῥωμαϊκὴν ἐκκλησίαν λαμπρύνεσθαι θέλομεν.

X. Καὶ οὕτως ἐπὶ πλέον ἡ ἱερατικὴ ὡραιότης φαιδρύνεται, καὶ τοῦτο διατασσόμεθα |

[τὸ τοὺς κληρικοὺς τῆς αὐτῆς ἁγίας Ῥωμαϊκῆς ἐκκλησίας σκεπάσμασι

Digitized by Google

linteaminibus, idest candidissimo colore, eorum decorari equos et ita equitari, et sicut noster senatus calciamenta uti cum udonibus, idest candido linteamine illustrari,]

ut, sicut caelestia, ita et terrena ad laudem Dei decorentur, prae omnibus autem licentiam tribuentes ipso sanctissimo patri nostro Silvestro urbis Romae episcopo et papae et omnibus, |

[qui post eum in successum et perpetuis temporibus advenerint,]

beatissimis pontificibus pro honore et gloria Christi Dei nostri in eadem magna Dei catholica et apostolica Ecclesia ex nostra synclitu quem placatus proprio consilio clericare voluerit, et in numero religiosorum clericorum connumerare, |

[nullum ex omnibus praesumentem superbe agere.]

XI. [Decrevimus itaque et hoc, ut isdem venerabilis pater noster Silvester, summus pontifex, vel omnes eius successores pontifices diadema, videlicet coranam, quam ex capiti nostro illi concessimus, ex auro purissimo et gemmis pretiosis uti debeant et eorum capite ad laudem Dei pro honore beati Petri gestare. Ipse vero sanctissimus papa super coronam clericatus, quam gerit ad gloriam beati Petri, omnino ipsa ex auro non est passus uti corona, frygium vero candido nitore splendidam resurrectionem dominicam designans eius sacratissimo ver-

Digitized by Google

ἐκ σινδόνων λευκότητι χροιᾶς περικεκαλυμμένοις ἵπποις ἱππάζεσθαι, καὶ καθάπερ ἡ ἡμετέρα γερουσία χρῆται, ὑποδήμασι μετὰ οὐδόνων χρῆσθαι· ἤτοι λευκῇ σινδόνι περικυκλοῦσιν αὐτούς]. οὕτω καὶ τὰ οὐράνια καθὼς καὶ τὰ ἐπίγεια εἰς δόξαν Θεοῦ καλλωπισθήσονται. [Ἐπὶ πᾶσιν τούτοις] παραχωροῦμεν ἔτι αὐτῷ τε τῷ ἁγιωτάτῳ πατρὶ ἡμῶν Σιλβέστρῳ, τῷ τῆς Ῥωμαϊκῆς πόλεως ἐπισκόπῳ καὶ πάπᾳ καὶ πᾶσι τοῖς |

[μέτ' αὐτὸν διαδόχοις καὶ εἰστομετέπειτα ἐλευσομένοις]

μακαριωτάτοις ἀρχιερεῦσιν ὑπὲρ τῆς τιμῆς καὶ τῆς δόξης τοῦ Χριστοῦ καὶ Θεοῦ ἡμῶν ἐν αὐτῇ τῇ μεγάλῃ τοῦ Θεοῦ καὶ ἀποστολικῇ ἐκκλησίᾳ, ὃν ἂν ἀπὸ τῆς ἡμετέρας συγκλήτου ἵλεως ἰδίᾳ βουλῇ καθιερῶσαι θελήσῃ, καὶ τῷ ἀριθμῷ τῶν εὐλαβεστάτων κληρικῶν συναριθμῆσαι |

[μηδένα τῶν ἁπάντων παρεκβαίνοντα ἀλαζονεύσασθαι.]

XI. [Πρὸς τούτοις θεσπίζομεν τὸ τὸν αὐτὸν τιμιώτατον πατέρα ἡμῶν Σίλβεστρον τὸν ὑπέρτατον ἀρχιερέα καὶ πάντας τοὺς αὐτοῦ διαδόχους ἀρχιερεῖς διαδήματι, ἤτοι τῷ στέμματι τῷ ἀπὸ τῆς κεφαλῆς ἡμῶν παραχωρηθέντι, ἐκ καθαρωτάτου χρυσίου καὶ τιμιωτάτων λίθων χρῆσθαι καὶ τῇ κεφαλῇ αὐτῶν εἰς αἶνον τοῦ Θεοῦ ὑπὲρ τῆς τιμῆς τοῦ μακαρίου Πέτρου φορεῖν. αὐτὸς δὲ ὁ μακαριώτατος πάπας Σίλβεστρος, ἐπὶ τῷ στέμματι τῆς ἱερωσύνης, ὃ φορεῖ εἰς δόξαν τοῦ μακαρίου Πέτρου, οὐ κατηξίωσε χρήσασθαι τῷ ἐκ χρυσίου στέμματι, ὅθεν τὸ φρύγιον ἐν λευκῇ λαμπρότητι εἰς δεῖγμα τῆς

Digitized by Google

tici manibus nostris posuimus, et tenentes frenum equi ipsius pro reverentia beati Petri stratoris officium illi exhibuimus; statuentes, eundem frygium omnes eius successores pontifices singulariter uti in processionibus ad imitationem imperii nostri.]

XII. [Unde]
ut non pontificalis apex vilescat, sed amplius quam terreni imperii dignitas et gloriae potentiae decoretur, |

[ecce tam palatium nostrum, ut praelatum est, quamque]

Romanam urbem |

[et omnes Italiae seu occidentalium regionum provincias, loca et civitates sepefato]

beatissimo |

[pontifici,]

patri nostro Silvestro |

[universali papae, contradentes atque relinquentes eius vel successorum ipsius pontificum potestati et ditioni, firma imperiali censura,]

per |

[hanc nostram divalem sacram et]

pragmaticum constitutum decernimus disponendam atque iure sanctae Romanae Ecclesiae concedimus permanendam. |

XIII. [Unde]
congruum prospeximus |

[nostrum imperium et regni po-

Digitized by Google

αἰθρίας κυριακῆς ἀναστάσεως τῇ ἁγιωτάτῃ αὐτοῦ κορυφῇ χερσὶν ἰδίαις ἐπιτεθείκαμεν, καὶ κρατήσαντες τοῦ χαλινοῦ τοῦ ἵππου αὐτοῦ ὀφφίκιον στράτορος αὐτῷ ἀπεπληρώσαμεν, θεσπίζοντες πάντας τοὺς διαδόχους αὐτοῦ ἰδιαιτάτως τῷ αὐτῷ φρυγίῳ χρῆσθαι ἐν ταῖς προελεύσεσι τῇ μιμήσει τῆς βασιλείας.]

XII. [Ὅθεν καὶ]

ὡς μήποτε ἡ ἀρχιερατικὴ ὑψηλότης ἐξουδενωθῇ, ἵνα δὲ μᾶλλον ὑπὲρ τὴν ἐπίγειον ἀξίαν τῆς βασιλείας ἡμῶν καὶ τὴν τῆς δόξας ἐξουσιότητα λαμπρυνθῇ, |

[ἰδοὺ τοῦτο μέν τὸ παλάτιον ἡμῶν ὡς ὑπερέχον καὶ]

τὴν Ῥωμαϊκὴν πόλιν, |

[τοῦτο δὲ καὶ πάσας τὰς ἐν τῇ Ἰταλίᾳ καὶ τῶν δυτικῶν χωρῶν περιχώρους, τοῦς τόπους, καὶ τὰς πόλεις]

τῷ πολλάκις ῥηθέντι μακαριωτάτῳ |

[ἀρχιερεῖ καὶ]

πατρὶ ἡμῶν Σιλβέστρῳ |

[τῷ οἰκουμενικῷ πάπᾳ παραδιδόντες καὶ ἀφιέντες, παρ' αὐτοῦ καὶ τῶν διαδόχων αὐτοῦ ἀρχιερέων ἐξουσίᾳ καὶ δόγματι ἀρραγεῖ τῆς βασιλικῆς διατάξεως]

διὰ |

[τοῦδε τοῦ ἡμετέρου θείου προστάγματος καὶ]

τῆς πραγματικῆς ἀποκαταστάσεως οἰκονομεῖσθαι διεντελλόμεθα καὶ τῷ δικαίῳ τῆς Ῥωμαϊκῆς ἐκκλησίας διαμένειν παραχωροῦμεν. |

XIII. [Ὅθεν]

συμφέρον διέγνωμεν |

[τὴν βασιλείαν ἡμῶν καὶ τὴν τοῦ

Digitized by Google

testatem orientalibus transferri ac transmutari regionibus et in Byzantiae provincia in optimo loco]

nomini nostro civitatem aedificari et nostrum illic constitui imperium, quoniam, ubi principatus sacerdotum et christianae religionis caput ab imperatore coelesti constitutum est, justum non est, ut illic imperator terrenus habeat potestatem.

XIV. Haec vero omnia |

[quae per hanc nostram imperialem sacram et per alia divalia decreta statuimus et confirmavimus]

usque in finem mundi inlibata et inconcussa permanenda decernimus. |

[Unde coram Deo vivo, qui nos regnare praecepit, et coram terribili eius iudicio obtestamur per hoc nostrum imperiale constitutum omnes nostros successores imperatores vel optimates, satrapes etiam, amplissimum senatum et universum populum in toto orbe terrarum, nunc et in posterum cunctis retro temporibus imperio nostro subiacenti, nulli eorum quoquo modo licere haec, quae a nobis imperiali sanctione sacrosanctae Romanae ecclesiae vel eius omnibus pontificibus concessa sunt, refragare aut confringere vel in quoquam convelli. Si quis autem, quod non credimus, in hoc temerator aut contemptor extiterit, aeternis condemnationibus subiaceat

Digitized by Google

κράτους ἐξουσίαν τοῖς ἀνατολικοῖς μέρεσι μεταμεῖψαί τε καὶ μετακομίσαι καὶ ἐν τῇ περιχώρῳ τοῦ Βυζαντίου ἐν ἀγαθῷ τόπῳ]

πόλιν ἐπὶ τῷ ἡμετέρῳ οἰκοδομῆσαι ὀνόματι, κἀκεῖσε τὴν βασιλείαν ἡμῶν ἀποκαταστῆσαι. ἔνθα γὰρ ἡ ἱερατικὴ ἀρχὴ τῆς τῶν χριστιανῶν λογάδος παρὰ τοῦ οὐρανίου βασιλέως ἀποκατέστη, οὐ δίκαιόν ἐστιν ἐκεῖσε βασιλέα ἐπίγειον ἐξουσίαν ἔχειν.

XIV. Ταῦτα δὲ πάντα

[διὰ τῆς βασιλικῆς ἱερωσύνης καὶ δι' ἑτέρων θείων διατάξεων τεθσπισμένα τε καὶ ἐστηριγμένα]

μέχρι τέλους τῷ κόσμῳ ἀμείωτα καὶ ἀπαράθραυστα διαμένειν κελεύομεν.

Digitized by Google

innodatus et sanctos Dei principes apostolorum Petrum et Paulum sibi in praesenti et futura vita sentiat contrarios, atque in inferno inferiori concrematus cum diabolo et omnibus deficiat impiis.]

[Huius vero imperialis decreti nostri paginam propriis manibus roborantes super venerandum corpus beati Petri, principis apostolorum, posuimus, ibique eidem Dei apostolo spondentes nos cuncta inviolabiliter conservare et nostris successoribus imperatoribus conservanda in mandata relinqui, beatissimo patri nostro Silvestro, summo pontifici et universali papae, eiusque per eum cunctis successoribus pontificibus, domino Deo et salvatore nostro Jesu Christo annuente, tradidimus perenniter atque feliciter possidendam.]

Et subscriptio imperialis:

† Divinitas vos conservet per multos annos, sanctissimi et beatissimi patres.

Datum Roma sub die tercio Kalendarum apriliarum, domno nostro Flavio Constantino Augusto quater et Galligano viris clarissimis consulibus.

Digitized by Google

[Ταύτην τοίνυν τὴν τῆς βασιλικῆς ἡμῶν διατάξεως γραφὴν ἰδίαις χερσὶ κατοχυρώσαντες τῷ τιμίῳ σώματι τοῦ μακαρίου Πέτρου τοῦ κορυφαίου τῶν ἀποστόλων ἐπιτεθείκαμεν, ἔνθα καὶ ὑποσχεθέντες αὐτῷ τῷ τοῦ Θεοῦ ἀποστόλῳ πάντα ἀμείωτα διαφυλάξαι, καὶ τοῖς ἡμετέροις διαδόχοις βασιλεῦσιν ὡσαύτως διαφυλάττεσθαι δι' ἐντελοῦς κατελίπομεν· τῷ πατρὶ ἡμῶν Σιλβέστρῳ τῷ ὑπερέχοντι ἀρχιερεῖ καὶ οἰκουμενικῷ πάπᾳ καὶ δι' αὐτοῦ πᾶσι τοῖς διαδόχοις αὐτοῦ ἀρχιερεῦσι, τοῦ κυρίου καὶ σωτῆρος ἡμῶν Ἰησοῦ Χριστοῦ εὐδοκοῦντος, εὐτυχῶς τε καὶ αἰωνιζόντως κατέχεσθαι παραδεδώκαμεν].

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 5 agosto 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Questioni arnobiane

CONCETTO MARCHESI, s. c.

(Adunanza ordinaria del giorno 19 giugno 1929)

I.

Demoni e dei

È noto come gli scrittori cristiani non abbiano tardato a vedere nei numi pagani i demoni malvagi tormentatori degli uomini e nemici della vera fede, i discendenti degli angeli peccatori e ribelli. Commodiano scriveva che dagli angeli mandati da Dio sulla terra e contaminati dai loro congiungimenti con le donne nacquero i giganti che insegnarono le arti agli uomini e quando morirono, respinti dal cielo perchè nati *de semine pravo*, andarono da allora vagando a sconvolgere i corpi di tanti uomini. 'Sono quelli che voi oggi venerate e pregate come dei' (*Instruction.* I, 3, 15 *maxime quos hodie colitis deos et oratis*) (1).

Unico fra gli scrittori cristiani, Arnobio distingue i demoni dalle divinità pagane. Queste, ammesso che esistano, sono divinità inferiori, sono *dii minores*, che hanno avuto da Dio, l'ingenerato loro generatore, il dono della immortalità e degli attributi divini. I demoni invece, anche per Arnobio, sono potenze insidiose e malvage che presiedono alle arti magiche (2) e tendono inganni e impedimenti alla vera fede (3): turba di spiriti perversi che

(1) Cfr. *Carm. Apolog.*, 683-84.

(2) *Advers. Nation.*, I, 43.

(3) I, 56. Alla loro *malevolentia* sono da attribuire, per esempio, le alterazioni e le interpolazioni onde furono contaminati, nelle scritture

Digitized by Google

si cacciano dentro i corpi umani e che il Cristo espelleva con una sola parola (1).

In un passo del secondo libro (II 35), laddove sostiene la sua concezione dell'anima *mediae qualitatis*, contro gli avversari pagani che ritenevano l'anima divina e immortale, Arnobio ricorda insieme *dii angeli daemones* e altre divinità inferiori che sono anch'esse *mediae qualitatis et in ambiguae sortis condicione nutabiles:* con che non intende confondere insieme dei, angeli e demoni, ma accennare alle opinioni esposte da scrittori greci e latini, pagani giudei e cristiani, intorno alla natura di questi spiriti intermedii tra la divinità e gli uomini (2). Altrove, confutando la volgare credenza pagana che i numi, privati dell'antica venerazione, abbiano nella loro collera suscitati tanti mali nel mondo, egli considera i demoni come basse potestà ignare delle cose celesti.

" Gli dei veri — dice [I, 23] — quelli che sono degni di avere " e di portare l'autorità di questo nome, non si adirano nè si sde- " gnano nè costruiscono con insidiose macchinazioni il danno altrui. " È cosa empia, oltre ogni sacrilegio, credere che quella sapiente e " beatissima natura ritenga gran cosa se uno si sommetta ad essa " con adulatoria umiltà e che si creda disprezzata e decaduta dalla " sua somma altezza se ciò non avvenga (3). È cosa puerile e

---

apocrife, i testi evangelici. In II, 12 dice che Simon Mago era stato tradito per paura dai falsi dei in cui confidava. Evidentemente questi *dii falsi* non sono i numi pagani, ma i demoni, le potenze fallaci e ingannevoli che presiedono alle operazioni dei maghi.

(1) I, 45; 50.

(2) In II, 25, laddove Arnobio parla delle potestà divine successive al *Deus princeps*, secondo la dottrina platonica, il Reifferscheid <ediz. Vindebon. 1875, in *Corpus Script. Eccl. Latin.*, vol. IV> accogliendo una congettura del Klussmann legge *post daemones et genios* invece della lezione del codice Parigino *post mentes geminas*. Si tratta — come si vede — di una congettura ben lontana dalla lezione manoscritta; comunque, in questo passo Arnobio espone una dottrina platonica, non la propria.

(3) Qui si è voluto trovare un concetto pagano-epicureo della divinità opposto a quello giudaico-cristiano. Sulle tracce e sulle infiltrazioni lucreziane nell'opera di Arnobio si è giunti a conclusioni troppo recise; e vedremo che taluni luoghi, dove apparisce più evidente l'influsso lucreziano, sono da considerare piuttosto come aspetti polemici che come inquinamenti epicurei. Per certo questa impassibilità attribuita da Ar-

Digitized by Google

" piccina e appena conveniente a quelli che già da un pezzo la
" esperienza dei dotti chiama demoni vagabondi, non avere
" conoscenza delle cose celesti e vivere in questo mondo materiale
" con una sorte più grossolana che non comporti la loro condizione ".

---

nobio alla natura divina, se non tocca la concezione suprema del sommo Dio sovrano del mondo, tocca la concezione di Dio nei suoi rapporti con la cosa creata. Iddio è giudice: senza questo principio tutto l'edificio cristiano, anzi ogni edificio religioso crollerebbe. È conciliabile la impassibilità, la tranquillità suprema e divina, con l'esercizio della giustizia? Su questo punto lo stoicismo aveva risposto all'epicureismo: e non a proposito di Dio, ma a proposito dell'uomo, dell'*homo sapiens*. Arnobio non avrebbe potuto mai accettare il concetto epicureo lucreziano sulla natura divina. Se si doveva ammettere nella sua interezza questa condizione d'impassibilità inerente alla essenza divina, bisognava pure giungere alla incompatibilità tra beatitudine divina e attività creatrice, tra Dio beato e Dio creatore. Chi crea, ordina e dispone non potrebbe essere, secondo questo concetto, beato. E Arnobio non poteva accogliere una simile idea sul sommo Dio ch'egli riconosce come padre del mondo. Egli, pieno d'impetuosa fede in Dio creatore, avversa dichiaratamente l'epicureismo, benchè anche lui — come tanti altri, prima e dopo — sia sotto il fascino e la oppressione di Lucrezio. D'altra parte è innegabile che il concetto di un Dio sdegnato e incollerito ripugna a ogni concezione mistica e religiosa della divinità; infatti nessuno scrittore cristiano avrebbe potuto ammettere in Dio la *ulciscendi libido:* e pare che Agostino ripensi a queste parole di Arnobio quando in *Civ. D.*, XV, 25 scrive: *Ira Dei non* perturbatio *animi eius est, sed iudicium quo inrogatur poena peccato:* non è smania di vendetta, è giustizia. Iddio non ha passioni e perciò è impassibile; ma punisce la colpa, perchè è giusto: un Dio che non punisce i malvagi — diceva Lattanzio — non è nè giusto nè buono. Arnobio esclude da Dio la possibilità di commuoversi e di vendicarsi: le parole di Agostino dicono lo stesso. Contro la opinione altrui io credo che in questo passo il pensiero arnobiano sia, anche dal punto di vista ortodosso, incensurabile. In VII, 5 con i medesimi argomenti e quasi con le medesime parole, è detto che l'ira farebbe di Dio, l'immortale e l'impassibile, un essere passibile e perciò mortale. Per questo sono irragionevoli i sacrifizi degli uomini fatti per placare l'ira divina. Allora Arnobio afferma la vanità della preghiera? Sì, se è diretta a placare una collera inesistente. Ma la preghiera ci vuole: essa è uno dei grandi beneficii della fede, è quella che il Cristo insegnò agli uomini quando li mise in colloquio con Dio il signore del mondo <I, 38, *cum domino rerum Deo supplicationum fecit verba atque orationum conloquia miscere*>. E forse l'africano allude alla preghiera del *Pater*.

Digitized by Google

Il codice Parigino 1661, l'unico che contenga l'opera arnobiana, ha *quos iamdudum experientia doctorum daemonas appellat* errores: che è un' evidente scorrezione, emendabile con lievissimo mutamento in *errones*. Gli editori hanno invece tutti accolta la congettura dell' Ursinus ' daemonas appellat et heroas ', tranne il Brakmann che recentemente proponeva ' daemonas appellat e more ' (1). Arnobio non ha ragione di associare i demoni agli eroi, dei quali nel suo ampio attacco contro il culto pagano parla una sola volta (2), riferendosi alla tradizione letteraria mitologica pagana che considerava gli *heroes*, i semidei, come uomini di corpi giganteschi. E nessuno degli antichi eruditi associa i demoni agli eroi. Un accostamento di tal genere si può trovare in Celso il quale, secondo Origene, affermava che " qualunque cosa si faccia nell' universo sia da un dio sia da angeli sia da altri demoni sia da eroi, tutto è regolato dalla legge del sommo Dio „ (3). Ma Celso ha dei demoni una opinione affatto diversa da quella degli scrittori cristiani sia greci (4) sia latini coi quali Arnobio aderisce in questo punto perfettamente. Arnobio ha dei demoni il concetto comune a tutti gli apologeti africani: Tertulliano, Minucio, Cipriano, Commodiano, Lattanzio (5). Minucio li chiama ' spiritus vagi ' (6) e Cipriano ' spiritus vagi ' (7) e

(1) *Arnobiana*. Lugduni Batavorum, 1917, p. 2. Il Reifferscheid, nell'apparato critico della sua edizione, indica la rasura di una lettera prima di *errores;* e infatti accanto alla *e* apparisce una lievissima cancellatura operata dal copista stesso che si era evidentemente accorto di qualche sua sbadataggine.

(2) II, 75.

(3) Origene, *Contr. Cels.*, VII, 68. A sostegno della congettura *heroas* si cita Agostino (*Civ. D.*, X, 21): *volunt cum daemonibus heroas habitare, quo nomine appellant alicuius meriti animas defunctorum.* Ma questa lieve concordanza in un passo di scrittore posteriore non basta a confermare una congettura così remota dal testo manoscritto e priva di ogni corrispondenza nell'opera stessa di Arnobio.

(4) Secondo Giustino ai peccati degli uomini e al male del mondo, oltre il fallo originario del primo uomo, concorre anche la malizia dei demoni i quali della magia e della idolatria hanno fatto un mezzo per asservire l'umanità.

(5) Cfr. *Div. Inst.*, II, 15.

(6) *Octav.*, 26.

(7) *Quod idola di non sint*, 6.

Digitized by Google

Commodiano anche lui ' vagi ' (1). Da molto tempo, dunque, la ' experientia doctorum ' aveva dato ai daemones il costante appellativo di ' spiriti vaganti ': nè solo dei dotti cristiani, ma anche dei dotti pagani, compreso quel famoso Apuleio, considerato come la maggior gloria letteraria dell'Africa, che Arnobio doveva assai bene conoscere. Nella dottrina platonica professata da Apuleio, i demoni sono intermediari fra gli dei e gli uomini, come gli ἄγγελος della teologia israelitica. Nell' opuscolo *de deo Socratis* (VI) Apuleio scrive: " Esistono certe divine potestà intermedie che abitano " gli aerei spazi fra la somma volta del cielo e le bassure della " terra: e per loro mezzo appunto i nostri desideri ed i nostri " meriti giungono fino agli dei. I Greci li chiamano demoni. Fra " i terreni e i celesti di qua preghiere di là grazie portano e ri- " portano dagli uni agli altri domande e soccorsi, interpreti e mes- " saggeri di salute. Essi, come dice Platone nel Convito (202 D), " presiedono a tutte le rivelazioni, ai diversi miracoli dei maghi " e ai presagi di ogni sorta... Le quali cose tutte, sebbene pro- " vengano dal volere e dal potere dei celesti, pure è da credere " che siano eseguite per la docilità, lo zelo e il ministero dei " demoni „ (2). Anche qui, dunque, nella dottrina platonica i demoni sono spiriti ' vectores ', vaganti fra cielo e terra. Il vagare è la loro costante funzione: e Arnobio poteva, doveva anzi dire ch' essi erano così *appellati* da molto tempo dalla *experientia doctorum*. Ma invece di usare il termine consueto ' vagi ', volle adoperare il vocabolo *errones* che significava di solito in brutto senso il ' vagabondo ' e designava propriamente i servi, non quelli fuggiaschi ma quelli che andavano consumando il tempo in disutili vagabondaggi (3).

---

(1) *Instruct.*, I, 3, 14; 22, 10.

(2) Nel cap. IX seguita a parlare della ' media natura ' dei demoni: *Habeant igitur haec daemonum corpora et modicum ponderis ne ad superna inscendant, et aliquid levitatis ne ad inferna praecipitentur.*

(3) Nel senso di ' transfuga, fuggiasco ' è adoperato da Tibullo (II, 6, 6); Orazio (*Sat.*, II, 7, 113) usa insieme i due termini *fugitivus et erro*. Secondo la testimonianza di Varrone, Nigidio (in Gellio, II, 10, 2; XIV, 1, 11) chiamava *errones* le stelle dette solitamente *erraticae*, cioè i pianeti. Ulpiano (*Dig.*, XXI, 1, 17): *proprie* erronem *sic definimus qui non quidem fugit, sed frequenter sine causa* vagatur *et temporibus in res nugatorias consumptis serius domum redit.*

Digitized by Google

Arnobio distingue dai demoni, spiriti maligni della magia, i genii custodi la cui nozione egli attinge pure da fonte platonica e precisamente da Apuleio (1).

*
* *

È comune opinione che Arnobio, distinguendosi da tutti gli altri scrittori cristiani, non consideri i numi pagani come malefiche potenze demoniache e infernali; ma, secondo la concezione neoplatonica, ne fa delle potenze celesti secondarie, di grado inferiore (*dii minores*) create dal Dio supremo, dal Dio 'summus' e 'princeps'.

In realtà degli dei pagani in nessun punto Arnobio parla positivamente per affermarne e dichiararne la esistenza e la natura. Egli proclama fervidamente la esistenza del sommo Dio, ingenerato e immortale, generatore di tutte le cose; e parla più volte di '*dii minores*', di quelle divinità che, qualora se ne voglia ammettere l'esistenza, bisogna necessariamente riconoscere quali creature del sommo Dio.

In I 28, confutando la calunnia pagana sulla collera dei numi contro il culto cristiano, egli dice: " In massime città, " presso popoli molto potenti, si fanno sacre cerimonie a cortigiane mercenarie e prostituite in volgare libidine: gli dei non " si sdegnano; si inalzano templi altissimi a gatti, a scarabei, a " vacche: gli dei non si sdegnano. Con noi si sdegnano perchè " veneriamo il padre loro: colui per il quale, se sono, cominciarono " ad essere e ad avere la sostanza della propria potestà e maestà

(1) Il passo II, 13 <*quid illi sibi volunt secretarum artium ritus, quibus adfamini nescio quas potestates, ut sint vobis placidae neque ad sedes* remeantibus *patrias obstacula impeditionis opponant?*> deriva da un passo di Apuleio (*de deo Socratis*, XVI) dov'è adoperato lo stesso verbo *remeare:* " Secondo Platone gli uomini hanno ciascuno il loro genio " custode che, invisibile a tutti e sempre presente, è testimone e giudice " non solo di ogni atto ma anche di ogni pensiero. Poi, al termine della " vita, quando bisogna ritornare <*at ubi vita edita*, remeandum est> " questo stesso genio che fu messo a nostra custodia ci rapisce subito e " ci trae come suoi prigionieri al giudizio; e là ci assiste nella nostra " difesa: se si mentisce, redarguendoci, se si dice il vero, confermando " le nostre parole. La sentenza è fondata sulla sua testimonianza „.

Digitized by Google

" « *per quem, si sunt, esse et habere substantiam sui numinis maie-*
" *statisque coeperunt* », dal quale sentono di avere avuta in sorte
" la deità stessa, secondo il cui volere possono o no perire e
" dissolversi ? „.

In II 3 domanda agli avversari pagani: *dii minores qui sint aut ubi sint scitis?* In II 35-36 parla di dii, angeli, daemones, secondo li concepiva la dottrina platonica, come esseri ritenuti di 'media qualitas et in ambiguae sortis condicione nutabiles'; dice che essendo uno solo il Dio padre del mondo, lui solo immortale e ingenerato, ne segue che quelli che la opinione umana crede dei siano generati da lui o per ordine suo: e se sono quindi 'prolati' e 'geniti' sono di ordine e di tempo posteriore, ed hanno un principio ed avranno per ciò anche una fine; e se si ritiene che questi dei siano immortali essi non possono esserlo per natura loro, ma per volontà e dono del Dio padre. In II 62 torna a dire che tutti gli dei, quanti sono veri (*quicumque sunt veri*) e quanti sono reputati tali, sono immortali per volontà e beneficio del sommo Dio: essi quindi non possono concedere immortalità agli altri, non possono prestare ad altri ciò che essi stessi sono, giacchè questo non appartiene a loro, ma lo hanno ricevuto dalla potenza di uno più grande. La espressione 'dii veri' torna più volte in Arnobio (1) non per designare espressamente gli dei pagani, ma genericamente l'essenza divina, le potenze celesti partecipi della divinità. In III 2, i pagani obiettano 'se prendete cura di ogni cosa divina, perchè non adorate con noi anche gli altri dei?' Arnobio risponde: " Ci basta adorare il Dio primo, il Dio padre e signore, costitutore e moderatore di tutte le cose; una volta che noi ci atteniamo alla sorgente stessa della divinità, da cui derivano tutte le altre cose divine, *supervacuum putamus personaliter ire per singulos cum et* ipsi qui sint et quae habeant nomina nesciamus et cuius sint praeterea numeri neque liquidum neque comprehensum neque exploratum habere possimus. E nel capitolo seguente (III, 3): *quicumque hi dii sunt, quos esse nobis proponitis*, si sunt progenies regia et principali oriuntur

(1) I, 23, dove è da leggere *veri* e non *vestri* che è la lezione del Parigino; II, 62; VII, 1; VII, 2.

Digitized by Google

e capite, *etiamsi nullos accipiant nominatim a nobis cultus, intellegunt se tamen honorari communiter cum suo rege atque in illius venerationibus contineri* „.

Arnobio è propenso a credere, anzi crede alla esistenza di potenze celesti, subordinate a Dio e create da Dio e da Dio fatte partecipi degli attributi divini; ma in nessun punto afferma siano fra queste potenze celesti anche i numi pagani. È vero che in nessun punto lo esclude; ma il tono costantemente dubitativo (1) ond'egli si adatta a considerare fra i 'dii minores' le deità del paganesimo ci fa vedere una concessione polemica piuttosto che una personale convinzione.

*
* *

Fino a tutto il secondo secolo d. C. il politeismo è ancora in piedi con la molteplicità dei suoi riti e dei suoi altari. La lotta tra pagani e cristiani è ancora netta nel campo dottrinale: là gli dei, qua Dio. I filosofi avevano cominciato a parlare di Dio, ma in realtà quel dio era Giove e il suo tempio era il Campidoglio. Negli spiriti e nelle consuetudini sociali il dio filosofico non aveva ancora fatto vacillare il dio tradizionale, se anche nella società più colta si veniva operando un distacco tra questo Iuppiter della sacra tradizione — il più vicino, il più temuto e il più adorato — e quell'altra divinità filosofica più lontana e più misteriosa a cui bisognava pensare più che credere. La distanza fra politeismo e monoteismo è ancora ben precisa nel secondo secolo; e gli apologisti cristiani possono sempre insorgere contro persecutori e avversari nel nome dell'unico Dio. Nel terzo secolo non è più così. Il politeismo è già battuto da quel sincretismo religioso che faceva dei numi le indicazioni simboliche dell'unico Dio senza nome. Gli apologisti del terzo secolo si trovano di fronte a una società pagana che ha ancora tutti i vecchi altari

(1) I, 28, *si sunt;* II, 3, *dii minores qui sint aut ubi sint scitis?;* II, 35, *omnes, quos esse opinatio suspicatur;* II, 36, *immortales perhibentur dii esse;* II, 62, *dii omnes vel quicumque sunt veri vel qui esse rumore atque opinione dicuntur;* VII, 2, *ex vobis audire consuevimus deos esse quam plurimos et numinum in serie computari: qui, si sunt, ut dicitis, uspiam verique, ut Terentius* (sc. Varro) *credit*...

Digitized by Google

come sopravvivenze religiose e come strumenti del potere pubblico: ma il politeismo è ormai non più che una consuetudine, che poteva avere ancora gran forza nelle masse popolari, ma nessuna più fra la gente colta. L'idea del sommo Dio si è fatta strada, come quella del sommo imperatore. Gli avversari pagani potevano ora dire ai cristiani: 'anche noi adoriamo Dio'. Era questo un punto formidabile di controffensiva intellettuale: ridurre il cristianesimo all'adorazione del Cristo, a una specie d'ignobile idolatria di un uomo o di uno stregone crocifisso. Ormai gli uomini colti della società pagana non potevano più sostenere la difesa di una religione formale per ogni verso e per ogni ragione degradata. Rifarla bisognava quella religione: disporre quei numi in simboli o in potenze inferiori alla cui sommità stesse il supremo Dio, che era anche quello d'Israele, che era anche quello dei cristiani, ch'era quello di tutto il mondo e di tutte le genti. Raccogliere gli altari pagani ai piedi del sommo Dio era controffensiva spirituale ben grave pei cristiani nel tempo in cui non la parola dottrinaria soltanto, ma la spada secolare pendeva ancora sul loro capo. Una voce pagana poteva dire: 'noi adoriamo il sommo Dio: gli altri numi sono lui o sono potenze sottomesse a lui'. E questo ormai era detto alla fine del terzo secolo. Perciò suona diversa la voce degli apologeti latini, durante l'ultima persecuzione: la voce di Arnobio e di Lattanzio: "quel sommo Dio non è vostro, è nostro: è il Dio cristiano, con tutte le suo potenze subordinate. Quel Dio principe non la vostra filosofia o la vostra religione ha svelato ai mortali, ma il Cristo nostro maestro, Dio anche lui'. La polemica intellettuale cristiana, alla vigilia della vittoria, fa sue le voci pagane non per appropriarsele ma per strappare una preda al paganesimo. Perciò nelle apologie di questi pagani convertiti, di Arnobio soprattutto, la teologia cristiana è in così torbido disordine: e la Scrittura è nel suo insegnamento negletta o ignorata. Sono pagani contro pagani; pagani odiatori del paganesimo nel nome del Cristianesimo che aveva dato loro le armi della riscossa e della battaglia spirituale. Quella dottrina del sommo Dio che li voleva ricondurre verso il mondo pagano era la sola che Arnobio poteva temere: e superò il pericolo assumendola intera, come dottrina veracemente e unicamente cristiana. Lattanzio dirà più tardi: "Giudei,

Digitized by Google

filosofi non si lusinghino intorno al sommo Dio: essi non hanno riconosciuto il Figlio, e non possono conoscere il Padre. Questa è la sapienza e questo è il mistero del sommo Dio „. E Arnobio diceva: " Noi cristiani altro non siamo che i veneratori del sommo Re: ma *magistro Christo* „. Attraverso quell' insegnamento si giunge, dunque, al sommo Dio. Senza il Cristo non si conosce il Dio supremo. Era questo il punto capitale della resistenza cristiana di fronte al nuovo spiegamento dottrinale della filosofia e della religione antica. Era la linea che non doveva essere superata: e non fu superata.

II.

Cristo ed Epicuro? < Adv. Nat. I, 38 >

Al principio dell' opera sua, nel capitolo terzo del primo libro, Arnobio dichiara che la religione cristiana " ha rivelato al mondo i sacramenti della nascosta verità: *veritatis absconditae sacramenta patefecit* „. Più giù, al capo 6, ritorcendo contro i pagani la vecchia e mai dimessa accusa che imputava ai cristiani, spregiatori dei numi, le pubbliche calamità e le guerre degli uomini, osserva che invece dopo la parola del Cristo gli odi umani sono diminuiti: " il Cristo ha dato al mondo ingrato il beneficio " del suo insegnamento e delle sue leggi: che non bisogna ren- " dere male per male, meglio patire l' ingiuria che infliggerla, " meglio spargere il proprio sangue che macchiare le mani e la " coscienza del sangue altrui... Mercè il Cristo la rabbia della " ferocia si è ammollita.... E se tutti gli uomini, i quali si riten- " gono tali per la potenza dello spirito, volessero per poco pre- " stare ascolto ai suoi decreti salutari e pacifici e credere ai " suoi ammonimenti anzi che alla propria boriosa superbia, tutto " il mondo da un pezzo, convertito l' uso del ferro in opere più " mansuete, vivrebbe in una dolcissima tranquillità: *tranquillitate* " *in mollissima degeret... et in concordiam salutarem conveniret* „. Qui echeggia manifestamente la parola di Gesù sulla montagna quando insegnava che bisogna amare i propri nemici (Matt. V, 38 sg.); echeggia l' ammonimento di Paolo ai Romani (XII 17)

Digitized by Google

e ai Tessalonicesi (I, 5, 15): 'non rendete ad alcuno male per male'. È uno dei precetti più solenni e più grandiosi della morale cristiana: e non occorre davvero pensare che Arnobio avesse qui sott' occhio i passi scritturali.

" Volete sapere — continua (1) — donde vengono tutti questi mali che da tempo affliggono la 'miseranda mortalitas'? Non lo so. Io non ho impreso a trattare delle origini e delle ragioni delle cose. Sapete voi se questi che sono mali per voi siano ugualmente mali per il mondo? Platone, sublime apice e colonna dei filosofi, lasciò scritto nei suoi commentari (2) che i diluvi, le conflagrazioni, le sommersioni, le stragi, le rovine, le morti sono rinnovazione delle cose < *rerum innovationem* > le quali reintegrate cominciano una loro nuova giovinezza. Voi volete asservire gli elementi alla vostra necessità: ma tutti questi fatti che accadono sotto la mole del mondo non si devono considerare in rapporto ai nostri miserabili comodi, ma secondo le ragioni e le disposizioni della natura „. Qui soltanto, nel concepimento dell' uomo, della sua origine e della sua essenza, è manifestamente più di dottrina lucreziana che di dottrina cristiana. In questa concezione fisico-cosmica l' uomo è cosa tra le cose del mondo, è una particella dell' universo, il quale ha le sue leggi di vita indipendenti dalle comodità umane. Nella concezione giudaico-cristiana l'uomo è invece la massima creatura di Dio, la creatura spirituale che Dio pose nel mondo, per cui creò il mondo, 'il padrone di tutte le cose che periscono e rinascono' (3): e le agitazioni e gli sconvolgimenti dell' universo non sono estranei al volere divino. e alle azioni umane. Arnobio fu fermo in questo convincimento antibiblico e anticristiano: che l' uomo è uno degli esseri più sciagurati e inutili dell' universo; e a questo convincimento che alimenta e nutre il suo pessimismo esasperato e la sua nuova fede egli conforma la propria concezione antropologica e animistica.

C' è sempre il vecchio animo dell' uomo dotto e sfiduciato nella domanda ch' egli rivolge a sè e agli altri (cap. XII): noi

(1) I, 7-9.
(2) *Tim.*, p. 22; cfr. Origene, *cont. Cels.*, 4, 16.
(3) Tertulliano, *Apolog.*, 48, 9.

Digitized by Google

uomini che siamo e donde veniamo? È sempre la stessa domanda, fatta oltre i limiti delle credenze religiose, e rimasta sempre senza risposta. I cristiani sapevano bene che siamo e donde veniamo: ma Arnobio non ha ancora il possesso ingenuo o meditato della fede: egli non è uno che muova dal cristianesimo, è uno che va al cristianesimo, attratto non dalla luce della rivelazione ma dalla luce del miracolo. *Nihil sumus aliud Christiani nisi magistro Christo summi regis ac principis veneratores* (1). E dieci capitoli appresso egli proclama la natura dell'ammaestramento cristiano. Voi dite — osserva ai pagani — (2) che non per questo gli dei ci sono nemici, perchè onoriamo l'onnipotente Dio, ma perchè veneriamo e supplichiamo uno nato uomo e perito con l'infamante supplizio della croce. E prosegue (3): " Voglio concedervi che il Cristo " sia stato uno di noi. Non forse egli è degno di essere detto e " sentito dio per la grazia dei tanti benefici? Se voi avete messo " tra gli dei Libero perchè trovò il vino, Cerere per il pane, Escu- " lapio per le erbe, Minerva per l'ulivo, Ercole per aver vinto fiere " e ladroni e idre dalle molte teste, come non dovremmo onorare " colui che ci trasse da grandi errori e ci fece entrare nella mente " la verità; che mentre si andava qua e là come ciechi e senza " alcuna guida, dai luoghi dirupati e fuori via ci riportò a quelli " più piani; che — cosa principalmente fruttuosa e salutare al " genere umano — ci mostrò che cosa sia Dio, chi sia, quanto " e quale: e la sua profonda e indicibile altezza ci permise di " intendere e di capire, per quanto può la nostra mediocrità; che " ci fece con somma benignità conoscere da quale autore e padre " questo mondo sia stato costituito e creato; che del mondo rivelò " la origine e la materia, mai prima conosciuta da alcuno: " da quali fuochi sia fatto venire il genitale fervore del sole, " perchè la luna sia sempre in moto e quali siano le cause del " suo illuminarsi e del suo oscurarsi; quale sia la origine degli " animali, la causa dei semi, chi abbia plasmato l'uomo, che sia " il senso, che l'anima, se sia volata a noi spontaneamente o se " sia generata con gli stessi visceri..... ".

(1) I, 27.
(2) I, 36.
(3) I, 38.

Digitized by Google

Come? Tutto questo ha insegnato il Cristo? Dov'è mai andato ad attingere Arnobio una tale notizia? Nei testi biblici e negli scritti cristiani certamente no. San Giustino affermava che il Verbo incarnato nel Cristo aveva rivelata la verità totale agli uomini che prima conoscevano solo verità parziali. Ma la 'verità totale' era il messaggio divino: nessuno avrebbe potuto supporre che fosse la risoluzione di tutti i particolari problemi fisici e cosmici che avevano affaticata e affaticavano la indagine umana. La verità totale doveva annullare, non risolvere, i problemi particolari sulle cose e sui fenomeni del mondo. E allora? Il passo di Arnobio è in evidente rapporto con un passo di Lucrezio: l'esordio del quinto libro, dove Lucrezio fa risentire più alto ed entusiastico l'elogio di Epicuro, divenuto nell'esaltato spirito del poeta un dio, il vero e unico dio redentore e benefattore che ha strappato alla natura i suoi misteri per illuminare le menti sbigottite degli uomini, che ha strappato alla morte le sue paure per serenare l'affanno dei mortali (1). I rapporti tra i versi di Lucrezio e il capitolo di Arnobio sono innegabili: lo attesta la identità del tono celebratorio, il ricordo delle stesse divinità pagane (Cerere, Libero), il lungo cenno di Ercole, la concordia di entrambi gli scrittori nell'esaltare l'uno Epicuro, l'altro il Cristo, come i supremi benefattori dell'umanità. Il Cristo è per Arnobio, come Epicuro per Lucrezio, l'unico provvidenziale rivelatore di tutte le cose: colui che ha svelato il mistero della vita e della morte e ha liberato da colpe, da timori, da errori gli animi di quanti hanno creduto nella sua parola e sono stati purificati e affrancati dalla sua dottrina. Il Cristo di Arnobio pare prenda qui il posto del 'sapiente' perfetto; il suo insegnamento è la vera e la sola 'sapientia' in senso pagano; e, a sentire Arnobio, c'è tra gli insegnamenti del Cristo pure una fisica cristiana, che invece non c'è.

Si è pensato che Arnobio, prescindendo — come dichiara lui stesso (2) — dalla divinità del Cristo e rassegnandosi a considerarlo come uno dei mortali, abbia voluto trasferire nel Cristo

(1) V, 1-51.

(2) I, 38, *concedamus interim, manum vestris opinionibus dantes, unum Christum fuisse de nobis.*

Digitized by Google

gli attributi di suprema sapienza e provvidenza che Lucrezio aveva dati ad Epicuro. Ma in tal caso la sua ignoranza sugl'insegnamenti di Gesù sarebbe davvero sconcertante: e la sua condizione di catecumeno non riuscirebbe a spiegarla. È meglio pensare ch'egli abbia voluto contrapporre polemicamente al maestro degli epicurei il maestro dei cristiani, con motivi appositamente ricalcati su quelli di Lucrezio.

I due capitoli 60-61 del secondo libro, contengono una contradizione o una ritrattazione o una spiegazione di questo capitolo 38 del primo libro. Nel secondo libro Arnobio dice che il Cristo — di cui ora afferma altamente la divinità — indusse gli uomini a trascurare le indagini dei fenomeni e dei problemi lontani dalla nostra conoscenza e a rivolgere invece tutta la mente nostra al Signore del mondo: " Pertanto il Cristo, dio — se anche a voi " non piace — il Cristo, dio, sapendo che la natura dei mortali " è cieca e impotente a comprendere qualunque verità anche " delle cose poste davanti agli occhi.... ci ordinò di abbandonare " tutte codeste dispute e ricerche vane della ragione e di non " spingere le nostre infruttuose meditazioni in ciò che è lontano " dalla nostra conoscenza „ (1).

E allora cosa ci ordinò di fare? Questo: *Quantum fieri potis est, ad dominum rerum tota mente atque toto animo proficisci... memoriam eius habere perpetuam et licet nulla possit imaginatione formari, auras tamen nescio quas eius sibi contemplationis adfingere.* Naufragare in Dio, dunque: e lasciare che tutto sappia lui. Che importa sapere la causa dei fenomeni fisici, se la luna risplenda o no di luce propria (2), quanta sia l'ampiezza dell'orbe solare (3), quale l'origine dell'anima nostra? Che vantaggio abbiamo nel saperlo, che danno abbiamo nell'ignorarlo? *Remittite haec Deo atque ipsum scire concedite.*

Sono due passi in perfetta antitesi. Nel capitolo 38 del primo

(1) II, 60.

(2) II, 61, *alieno ex lumine an propriis luceat fulgoribus luna.*

(3) È assai notevole il fatto che proprio nel libro quinto — dal cui esordio Arnobio prende ed applica al Cristo i motivi encomiastici di Epicuro — Lucrezio tratta con particolare ampiezza le lunghe e intrigate questioni sulla grandezza reale del sole (*solis rota*), sul corso solare e sulla luce e sulle fasi della luna: v. 564 sgg.

Digitized by Google

libro Arnobio pareva che avesse riconosciuti tutti i valori dell'umana sapienza: qui li rinnega tutti; qui potrebbe ripetere la frase celebre di San Paolo ch'egli conosce perchè a tutti nota (1): " pazzia è ogni sapienza. Unica verità ed unico bene è la parola misteriosa del Cristo „. I due passi di Arnobio sono strettamente legati: nè solo per il contenuto, ma anche per la identità di certe espressioni. Se si vuole accettare questa pagina del secondo libro come spiegazione, si ha qui il compimento imprevisto e schernitore di quanto è detto nel primo libro: " Sapete come ce li ha spiegati Cristo quei fenomeni che han tanto affaticata la mente del vostro Epicuro? Così: dicendoci che sono tutte vane e stolte queste pretensioni e occupazioni dell'umano intelletto: e che l'uomo deve soltanto abbandonarsi nell'adorazione di Dio e lasciare a Dio la scienza di tutte le cose „.

La cristologia arnobiana è quasi tutta svolta nel primo libro. Ciò che più ha colpito ed avvinto la mente eccitata di Arnobio è la virtù prodigiosa del Cristo, testimoniata dai molti stupefacenti miracoli manifestamente compiuti; è la potenza misteriosa del Cristo nel vincere, solo che voglia, tutte le leggi della natura e del destino: compresa la massima e la più ferrea di tutte, la morte. Risuscitando gli altri e se stesso dal sepolcro ha dimostrato, lui solo, di essere veramente " l'estintore della morte „ (*extinctor mortis*) e di essere venuto a portare ciò che nessuno avanti a lui avea potuto: la *immortalitas ignota* alla 'miseranda mortalitas', alla sciagurata umanità condannata a morire (2).

Questo è soprattutto il Cristo per Arnobio. E nell'enumerare con insistenza, come egli fa, per tre volte di seguito, a breve distanza, i miracoli di Gesù, egli attinge evidentemente, se anche indirettamente, alla tradizione evangelica: e, malgrado qualche confusione (3), i fatti di Gesù sono esposti con buona informazione. Ora come mai si può ammettere che Arnobio, disponendosi a presentare Gesù quale divino taumaturgo e donatore d'immortalità agli uomini mortali, cominci col presentarlo come esposi-

(1) II, 6, *illud vulgatum*.

(2) Cfr. I, 42, 62, 64, 65.

(3) In I, 46, inserisce tra i miracoli di Gesù i fatti riferiti negli Atti degli Apostoli (2, 7-9) al giorno della Pentecoste.

Digitized by Google

tore e solutore di questioni naturali? Non è assurdo ammettere che a proposito di Gesù, prima di attingere alla tradizione corrente e popolare della Chiesa, egli con capricciosa arbitrarietà sia ricorso a Lucrezio per trasferire nel Cristo i meriti di Epicuro?

L' epicureizzazione del Cristo è stato un espediente polemico contro l' essenza della dottrina antica (1). Arnobio è in una condizione di spirito che non gli consente nessun riconoscimento dei valori della sapienza umana: e in questo almeno egli è già sicuramente e profondamente cristiano. La fine dello stesso capitolo 38 del primo libro può rivelarci che la epicureizzazione del Cristo è stata una finzione o una burla: il Cristo è colui, non già che illuminò, ma che " represse la nostra ignoranza: e mostrò che noi siamo rozzi animali, che confidiamo in vane opinioni, nulla comprendiamo, nulla sappiamo e non vediamo le cose poste sotto i nostri occhi: *nihil comprehensum habere, nihil scire et quae nostros sita sunt ante oculos non videre* „. Sono gli stessi argomenti ed in parte le stesse parole che userà nel capitolo 60 del secondo libro: *et ideo Christus licet vobis invitis deus... cum mortalium sciret caecam esse naturam* neque ullam posse comprehendere veritatem positarum nec ante oculos rerum... *omnia ista nos linquere et posthabere praecepit neque in res eas quae sint a nostra procul cognitione dimotae infructuosas inmittere cogitationes.*

III.

La responsabilità del peccato.

(I, 49).

Cristo operò i suoi prodigi — dice Arnobio (I, 47) — perchè gli animi duri e increduli sapessero che non era falsa la sua promessa e dalla benignità delle sue opere apprendessero che egli era vero dio *(deus verus)*. Egli soccorse ugualmente a buoni e a cattivi (I, 49) nè fu respinto da lui nessuno che gli chiedesse

(1) L'influsso di Lucrezio, della frase lucreziana, è certo imponente in Arnobio; ma dell'epicureismo è Arnobio avversario sdegnoso: cfr. I, 31.

Digitized by Google

aiuto nelle avversità contro l'impeto e le ingiurie della fortuna. " Questo è infatti proprio di un dio vero, non negare a nessuno la propria benignità nè considerare chi sia o no meritevole: giacchè la naturale infermità fa l'uomo peccatore, non la scelta della volontà, ma del giudizio (*cum naturalis infirmitas peccatorem hominem faciat, non voluntatis sed iudicationis electio*) „.

Il luogo è molto dubbio. Che cosa vuol dire qui Arnobio? Siamo alla negazione del libero arbitrio?

Sed è la lezione del codice Parigino: e fa meraviglia che il Reifferscheid — il quale costantemente lo ebbe sotto gli occhi — accogliendo la lezione volgata *seu*, abbia indicato quale congettura o corruzione della editio princeps quella che è invece la sicura lezione manoscritta. Secondo la lezione volgata si dovrebbe intendere: 'noi pecchiamo per naturale infermità; giacchè il male da noi operato non dipende dalla scelta del nostro volere o del nostro giudizio'. Così il libero arbitrio sarebbe negato e si cadrebbe in un assoluto determinismo. Arnobio vuol dire invece: la colpa non è già nel voler fare il male, ma nel non discernere il bene dal male, e non credere al Cristo, alla evidenza imponente della rivelazione cristiana: e peccatore sarà colui che non ha creduto al messaggio del Cristo salvatore.

Arnobio non conosce la dottrina del peccato originale. Secondo lui (I 64-65) il Cristo subì la morte perchè potesse risuscitare da morte e dare con la sua resurrezione il pegno della resurrezione nostra. Arnobio conosce il Cristo 'estintore della morte', non il Cristo estintore del peccato originale. I colpevoli e i dannati saranno quanti si ostinano a non credere a segni così evidenti. La *maxima res* e il *tantum munus* che il Cristo è venuto a portare sulla terra è la immortalità concessa alle anime 'cui la immortalità è ignota'. Arnobio ignora la dottrina della redenzione: che se nella predicazione di Gesù poteva apparire come l'effetto della penitenza suscitata negli uomini dalla grazia divina, nell'annunciazione di Paolo era costituita dalla morte stessa di Gesù che era l'atto della salute e della redenzione universale, perchè universale era il regno del peccato, da quando Adamo, il primo uomo, peccò. La vecchia umanità peccatrice era crocifissa in Gesù redentore e risorgeva rinnovata con lui.

Digitized by Google

Arnobio non ha letto le epistole paoline. Una volta (II 6) riporta — senza farne il nome — una frase dell'apostolo, quale frase nota, risentita, ripetuta *(illud vulgatum.... sapientiam hominis stultitiam esse apud deum primum)*. E correva infatti il detto di San Paolo come la voce concorde della fede che abbraccia tutto il mistero contro le voci discordi della filosofia che non risolve nessuno dei misteri. Il termine *vulgatum* indica appunto che Arnobio cita una frase tradizionale e non attinta alla fonte. Se egli avesse letto San Paolo ben altra sarebbe stata la sua opinione sull'uomo e sul Cristo, e avrebbe saputo perchè il Cristo era l''extinctor mortis'. Negli ultimi capitoli del primo libro (58 e segg.) Arnobio muove un attacco contro gli schernitori dotti dei testi biblici latini usati in Africa; contro quanti ne indicavano i molti barbarismi, solecismi e gli altri vizii che ne sconciavano la forma. Questa difesa non importa necessariamente una conoscenza diretta dei testi scritturali latini: chè se dovessimo ammetterla, molte omissioni e molte affermazioni dottrinali di Arnobio sarebbero inesplicabili. Per difendere la Bibbia latina dell'Africa bastavano a lui le critiche e i rilievi degli avversari; per questa beffarda e paradossale schermaglia linguistica, per gettare questa risata cristiana in faccia ai grammatici pagani gli bastava ascoltare solo le voci dei grammatici.

***

In II 16 Arnobio dice che le anime nostre — le quali non sono immortali nè create da Dio — nella loro rapida discesa verso i corpi umani subiscono influssi astrali che costituiscono le passioni e le malattie del nostro spirito < *dum ad corpora labimur et properamus humana, ex mundanis circulis secuntur nos causae, quibus mali simus et pessimi, cupiditatibus atque iracundia ferveamus, exerceamus in flagitiis vitam et in libidinem publicam venalium corporum prostitutione damnemur* >. È questa la *naturalis infirmitas* che ci rende viziosi e malvagi.

Hanno voluto trovare in questo punto tracce di influssi gnostici: di gnosticismo basilidiano. C'informa Clemente (1) che

(1) *Strom.*, II, 20, 112-113.

Digitized by Google

i seguaci di Basilide — uno dei grandi maestri della gnosi nel secondo secolo — solevano chiamare le passioni umane appendici (προσαρτήματα) spirituali aggiunte all' anima razionale. " Isidoro, figlio di Basilide, in un suo libro sull' anima concresciuta (περὶ προσφυοῦς ψυχῆς), affinchè di tale dottrina non si facesse un'arma contro la libertà dell' azione umana a discolpa degli scellerati, affermava che ciascuno è regolatore (ἡγησάμενος) delle proprie cattive cupidigie e che colui che non lotta contro le violenze delle appendici è uno che getta via le armi. Mercè la parte razionale dobbiamo mostrare di aver superato la natura inferiore che è in noi „. Secondo Basilide le anime umane nel loro viaggio attraverso i mondi contraggono gli spiriti concreti delle passioni; ma esse portano con sè dal dominio divino del Padre la creatura sovrana della fede, concepita come una entità reale e viva nello spirito degli eletti.

Ognuno vede quale abisso sia tra la concezione animistica gnostica e quella arnobiana. La fonte di Arnobio è pagana: e ne abbiamo una traccia in Servio (*ad Aen.* VI, 74): " Insegnano i " filosofi che cosa perda l' anima umana nella sua discesa attra- " verso i cerchi astrali: onde anche gli astronomi immaginano " che il corpo e l' anima nostra siano connessi alle potenze dei " singoli numi: così nel loro viaggio di discesa le anime con- " traggono il torpore di Saturno, l' iracondia di Marte, la libidine " di Venere, l' avidità lucrosa di Mercurio, l' ambizione domina- " trice di Giove: le quali cose producono i turbamenti nelle " anime e tolgono loro l' uso del proprio vigore e delle proprie " forze „ (1).

Il Monceaux — lo studioso più ampio e geniale della letteratura cristiana dell' Africa — dice che la psicologia di Arnobio, ispirata principalmente al platonismo e al neoplatonismo, risente pure delle eresie gnostiche. Io non credo ai rapporti tra Arnobio

(1) *Docent autem philosophi anima descendens quid per singulos* circulos *perdat: unde etiam mathematici fingunt, quod singulorum numinum potestatibus corpus et anima nostra conexa sunt ea ratione: quia cum descendunt animae trahunt secum torporem Saturni, Martis iracundiam, libidinem Veneris, Mercuri lucri cupiditatem, Iovis regni desiderium, quae res faciunt perturbationem animabus ne possint uti vigore suo et viribus propriis.* Cfr. anche MACROBIO, *Somn. Scip.*, I, 11-12.

Digitized by Google

e gli gnostici. Lo gnosticismo è la distilleria raffinata e spesso intossicata del cristianesimo; gli gnostici erano gl'interpreti ora ebbri ora sottili ed esasperati dei testi scritturali, di cui volevano salvare il nucleo soteriologico per impedire che il cristianesimo fosse travolto dalle religiosità pagane; ed essi furono in realtà i promotori del dogmatismo cattolico, perchè essi soprattutto costrinsero la Chiesa a crearsi un sistema teologale con articoli precisi di fede. Accostare Arnobio agli gnostici significa dare in mano ad Arnobio quella Bibbia di cui lui conosceva la esistenza, ma di cui ignorava la sostanza. Egli esce dalle file un po' grosse, dai gradi — diciamo così — inferiori dell'alta dottrina e della speculazione pagana: e ha di fronte i neoplatonici — i *novi quidam viri* (1) — i dominatori intellettuali della sua epoca.

Questi 'novi viri' sono quelli da lui indicati come appartenenti a una medesima scuola (2): Numenio di Apamea (3), fiorito nella seconda metà del secondo secolo d. C., precursore dei neoplatonici; Ermete Trimegisto (Mercurius) (4), vissuto nel terzo secolo d. C., autore di quei libri ermetici, scritti mistici, il cui influsso doveva essere così durevole (5). Arnobio risale ai precursori del

(1) II, 15.

(2) II, 13, *vos, vos appello qui Mercurium, qui Platonem Pythagoramque sectamini vosque ceteros qui estis unius mentis et per easdem vias placitorum inceditis unitate.*

(3) II, 11.

(4) II, 13.

(5) In II, 11 si legge nel cod. Parigino: *vos Platoni, vos Crotonio, vos Numenio vel cui libuerit creditis.* Gli editori, accogliendo una correzione di Fulv. Orsini (edit. Rom., 1583), hanno mutato *Crotonio* in *Cronio*, filosofo pitagorico familiare di Numenio (Euseb., *Hist. eccl.*, VI, 19), autore anche lui di commentari platonici ch'erano tra quelli letti da Plotino nelle sue conversazioni coi discepoli (cfr. cap. quarto della Vita di Plotino scritta da Porfirio). La lezione del Parigino può essere mantenuta. Arnobio chiamerebbe qui Pitagora *Crotonius* (= *Crotoniensis*) dal luogo dov'egli e i suoi discepoli praticarono la loro dottrina, come altrove (II, 9) lo chiama *Samius* dal luogo di nascita. La allusione a Pitagora sarebbe poi maggiormente giustificata dal ricordo di Numenio, il filosofo che tentò di conciliare, anzi di identificare la dottrina di Pitagora con quella di Platone. Poco appresso (II, 13) Arnobio torna a citare espressamente la scuola mistica da lui combattuta e a ricordare insieme Platone e Pitagora, i fondatori delle dottrine che il neoplato-

Digitized by Google

neoplatonismo, a quella nuova scuola mistico-religiosa che moveva da Pitagora e da Platone e che fu detta dei neopitagorici o dei platonici pitagorizzanti, e il cui più notevole rappresentante era stato appunto Numenio di Apamea; il fatto che Arnobio mette insieme Platone e Pitagora e ricorda espressamente Numenio non ci lascia alcun dubbio sulla dottrina e sui filosofi ai quali vuol riferirsi. Ch' egli abbia avuto sentore dello gnosticismo, che sia arrivata alle sue orecchie di celebrato maestro di scuola qualcuna delle proposizioni gnostiche non è da escludere: è da escludere che gnostiche possano essere state talune fonti delle sue meditazioni (1).

Le nostre anime, dunque, secondo la opinione accolta da Arnobio, portano con sè nei corpi le necessità del peccato e del maleficio che si sottraggono all' azione della nostra volontà perchè gl' influssi astrali, come dice Servio, 'tolgono alle anime le loro forze'. Arnobio esclude che noi si pecchi per volontà: ma afferma la responsabilità della *iudicatio*. L' atto della 'voluntas' è un atto assoluto di responsabilità, è l' esercizio pieno della propria libertà razionale; la *iudicatio* è la opinione che può essere traviata dalle false apparenze o dalla cieca ostinazione: e peccato è persistere in una opinione contraria all' evidenza. Se Arnobio negasse all' uomo la facoltà e quindi la responsabilità sia della *voluntas* sia della *iudicatio*, se seguisse un principio assolutamente deterministico egli non avrebbe più nulla da rimproverare nè da minacciare ai pagani; egli non potrebbe più invocare l' esercizio della *ratio purior* (II 4) nel proporre ai pagani il celebre quesito:

---

nismo conciliava, e, al posto di Numenio, uno più recente dei neopitagorici: Ermete Trimegisto. Anche in II, 21, Platone e Pitagora sono associati e Arnobio ricorda insiene la *Platonica* e la *Pythagorea progenies*. Che ragione aveva in quel passo di citare un filosofo poco noto, come Cronio, dopo Platone e omettendo Pitagora?

(1) In II, 54-56, laddove parla del male, della sua esistenza e della sua origine, è naturale pensare ch'egli abbia avuto qualche notizia di tutto il travaglio dottrinario, gnostico e ortodosso, intorno alla eterna questione. Comunque, Arnobio si rifiuta di indagare il problema sulla provenienza del male (cap. 56); a lui basta riconoscere ed affermare che da Dio non può provenire altro che salvezza e bene (cap. 55). Quanto egli dice sul demiurgo 'genitore' dell'anima (II, 36) si può semplicemente riportare alle opinioni neoplatoniche, senza incomodare gli gnostici.

Digitized by Google

'E se la promessa cristiana fosse vera?' " Voi — dice — non alla evidenza dei prodigi cristiani: non vi arrendete credete alla promessa del Cristo. Dite che è falsa: dite: ma dimostrare non potete perchè sulle cose future nessuna dimostrazione è possibile. L'avvenire non ci consente nessuno anticipo sulla indicazione del nostro intelletto. Secondo ragione la promessa del Cristo può esser vera come può non essere: chiunque deve convenire in questo: l'avvenire sarà o il si o il no. Queste sono le due tremende carte su cui dobbiamo puntare: su quale punteremo? Il ragionamento più semplice ci dice 'su quella cristiana'. Se è la vera abbiamo tutto guadagnato; se non è la vera non abbiamo nulla perduto „ (1). La *electio iudicationis* è appunto nell'esercizio di questa ragione che si arrende all'evidenza; e la colpa è nel non credere alle cose evidenti o più semplicemente ragionevoli, nel non credere 'obstinata perversitate' (II 5): è in questo caparbio traviamento che ci porta a ignorare a qualunque costo, anche quando ignorare non sarebbe più lecito a nessun intendimento di uomo. " Ora che sapete chi è il Cristo — e dovete saperlo per le cose ch'egli ha compiute al cospetto di tutti — credete a lui. Egli ha fatto cose tali da rimuovere da ogni intelligenza il *periculum ignorationis* (II, 2). Questo pericolo, che prima c'era, ora non è più. Se esiste ancora per voi, peggio per voi, per la vostra cecità e ostinatezza sciagurata: sciagurata perchè non voi volete la vostra rovina, ma il traviamento della vostra ragione vi porta a rovina. *Nescii*, siete (II 5): 'ignoranti': e la colpa è vostra, che rimanete 'nescii' dopo che il Cristo ha rivelata a tutti la verità „. Questo è il pensiero di Arnobio, mai contraddetto. Nel capitolo 61 del primo libro rinfaccia agli avversari come loro massimo torto " quello di essersi preparati a rifiutare, di essere disposti alla incredulità prima di ascoltare ciò che chiedono di conoscere „. In II 11 volendo stabilire la responsabilità dei miscredenti dà al termine *iudicare* un senso specifico che non è quello del volere. I miscredenti — dice — hanno la colpa di non aprire gli occhi dinanzi alla evidenza dei miracoli del Cristo, " pei quali ognuno potrebbe essere indotto alla necessità della fede e giudicare sinceramente non essere quelle opere

(1) È lo stesso famoso argomento di Biagio Pascal.

Digitized by Google

di un uomo ma di una divina e ignota potestà: *quibus quivis posset ad necessitatem credulitatis* (1) *adduci et iudicare fideliter non esse quae fierent hominis sed divinae alicuius atque incognitae potestatis* „.

Arnobio è come abbagliato dal miracolo: la sua conversione è un atto di fede nei prodigi cristiani: ed è notevole la insistenza onde parla e riparla dei miracoli compiuti dal Cristo a dimostrazione (I 42 *comprobatio*) e a malleveria (II 11 *sponsio*) della sua divina natura e della veracità del suo messaggio.

***

Dunque, alla fine del terzo secolo o al principio del quarto, quando sui libri scritturali da più che due secoli aveva fondato la sua dottrina Filone di Alessandria; quando sulla Scrittura avevano fondato la loro apologia San Giustino nella lingua dei greci e San Cipriano nella lingua di Roma, vien fuori un apologeta che trascura la Bibbia e la teologia cristiana e inaugura quasi, in nome del cristianesimo, una sua cristologia, una sua dottrina animistica, demonologica, antropologica. Ignorare la dottrina del peccato originale significa ignorare la essenza della rivelazione cristiana apostolica. Qualunque cosa si sospetti, si almanacchi, si attenda da una sottile analisi dell'opera arnobiana (2), bisognerà pure riconoscere che questa apologeta cristiano ignora, oltre i testi della rivelazione, tutto il lavoro dottrinale degli scrittori cristiani che lo hanno preceduto. Egli è un pagano disertore del paganesimo, è un retore nemico dei retori, è un letterato che non può più tenere in mano i libri dell'antica sa-

(1) *Credulitas* in Arnobio ha il significato di *fides*.

(2) I. Bainvel nel *Dictionnaire de Théologie Catholique* s. v. anima (10) scrive che " le idee di Arnobio si dovrebbero studiare da vicino: e questo studio mostrerebbe che se il catecumeno di Sicca non si esprime sempre con la precisione e la esattezza desiderabile, il fondo del suo pensiero è ordinariamente più ortodosso di quanto non creda Harnack. Ma Arnobio, come dice San Girolamo, non è *homo ecclesiasticus*, e occupa poco posto nello sviluppo della dottrina cristiana sull'anima „. Cfr. anche Ernesto Buonaiuti, *Il Cristianesimo nell'Africa romana*, Bari, Laterza, 1928, p. 279 e nota.

Digitized by Google

pienza; è soprattutto un uomo disgustato degli uomini, e a questo suo pessimismo cerca non un suggello di scherno ma un suggello di fede. Non vuol morire quest' uomo che ritiene l' anima mortale: e trova la luce nella fede di quegli uomini perseguitati che morivano per vivere e nella credenza in quel Cristo che già empiva il mondo della sua religione e della sua divina storia portentosa. Nel tempo delle concezioni e delle esaltazioni neoplatoniche Arnobio cerca quella fede in cui l'anima umana si riposa ed ha pace dalle vane ricerche dell' intelletto e dall' ansia della vita; e lo dichiara ai seguaci di quell' ellenismo neoplatonico e mistico che si convertiva nel terzo secolo in una religione condannata a perire davanti al cristianesimo, perchè essa conservava ancora all' intellettualismo quella libertà che toglie la pace al credente. " Voi — dice Arnobio ai neoplatonici (1) — credete a Platone, a Pitagora, a Numenio: noi crediamo e ci acquetiamo in Cristo: *nos credimus et adquiescimus Christo* „.

Quello che non avevano potuto gli argomenti della sapienza umana, poterono in Arnobio i miracoli del Cristo e la fede nel messaggio divino. La fede, che fu detta la sostanza delle cose sperate, potè ricolmare lo spirito suo e costituire la totalità della sua nuova vita interiore. Nel mondo della cultura tanti avevano avuto bisogno di credere: ma per credere bisognava fermarsi, sbarrare il cammino alla filosofia con la rivelazione, fare sboccare tutti i lògoi filosofici nell' unico *lògos* divino finalmente rivelatosi agli uomini nella sua interezza. Tuttavia il pensiero cristiano, fin dai primi apologeti, sentì che non poteva restare estraneo alla filosofia. Quella sapienza, che Paolo aveva chiamata la stoltezza del secolo e che apologeti cristiani indicavano e maledicevano come boriosa e impotente ricerca della ragione, restava il ramo intellettuale e razionale su cui si sarebbe innestata la verità cristiana per risolvere i sempre risorgenti problemi dello spirito e dimostrare che tutti i dati della sapienza portano alla conferma di quella unica verità che trova in Dio la ragione di tutte le cose.

---

(1) II, 11.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 5 agosto 1929)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed art
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Rapporti tra le opere dei due eruditi veronesi

LODOVICO PERINI e G. B. BIANCOLINI

di L. SIMEONI

(presentata dal dott. A. Forti, m. e., nell' ad. ord. 16 giugno 1929)

Chi si occupa di storia veronese, e particolarmente di storia delle chiese, deve di necessità servirsi delle opere di G. B. Biancolini, che, con i suoi otto volumi (in 9 tomi) delle *Notizie storiche delle Chiese di Verona* (1749-71), i tre volumi della *Cronica della città di Verona di Pier Zagata supplita etc.* (1745-49), e i due volumi, *Dei Vescovi e Governatori di Verona* (1757) e *Serie cronologica dei Vescovi e Governatori di Verona* (1760) ha pubblicato tale una massa di notizie e documenti, che, per quanto disordinata e talora contradditoria, ha per lungo tempo formato il più largo contributo alla conoscenza della vita medioevale della città. Malgrado ciò l'opera del Biancolini non è stata mai attentamente esaminata nel suo valore, nè sono stati messi in luce i suoi pregi e difetti. Nè qui io mi propongo di farlo, ma solo di compiere una ricerca preliminare e necessaria, a mio avviso, per valutare giustamente il lavoro erudito fatto dal Biancolini: stabilire cioè i rapporti tra l' opera sua e quella di un altro erudito meno noto, Lodovico Perini, che l'ha preceduto in questo lavoro. Ma per far questo, è opportuno anzitutto far conoscere i particolari ignoti o poco noti della biografia di ambedue, e specialmente precisare quale è stata in realtà l' opera del secondo.

Digitized by Google

*
* *

Benchè del Biancolini non sia stato conservato alcun gruppo di carte (tantochè nei numerosi carteggi della Comunale di Verona (1) ho potuto trovare appena due lettere sue) pure molte notizie su di lui ci sono note ugualmente, avendogli il Mazzucchelli dedicato nei suoi *Scrittori d' Italia* (2) un articolo assai minuto, con dati forniti dal Padre Maccarinelli, domenicano e inquisitore di Verona, che chiaramente gli avea attinti dal Biancolini stesso. Sappiamo così che nacque a Verona il 10 marzo 1697, da Iacopo e Domenica Anti, mercanti, che fu messo a studiare grammatica nel collegio degli Accoliti al Duomo, ed umanità e rettorica presso i Gesuiti, colla speranza che si facesse prete: ma, essendosi egli rifiutato di seguire questa via, fu dal padre obbligato ad attendere al commercio, che ancora esercitava nel 1760. Sposatosi con certa Angela Arcangeli e rimastagli una sola figlia, Caterina, la sposò ad un mercante, M. A. Locatelli, che, divenendo suo socio, lo sollevò dalle cure più gravi, permettendogli così di attendere agli studi che *non avea mai tralasciato*. Così la sua vita fu da allora soprattutto dedicata alla preparazione e pubblicazione dei suoi volumi. Morì il 24 giugno 1780, a 83 anni, nella parrocchia di S. Andrea, dove fu pure sepolto; (3) la chiesa, come è noto, è ora soppressa.

Nei cenni biografici che ho riassunto si vede chiaro che il Biancolini voleva rispondere a chi censurava l' opera sua come dovuta ad un mercante di seta, privo di una seria preparazione culturale, e perciò vi faceva ricordare delle minuzie ridicole per sè, ma che potevano attestare il suo costante amore agli studi

---

(1) Bibl. Comunale di Verona. Autografoteca Giuliari.

(2) T. II, II P., 1193, Brescia, 1760. La copia e precisione dei dati personali e famigliari, la cura meticolosa con cui sono elencati tutti gli accenni dei giornali alle opere del B. e le lodi ricevute dai varii personaggi, mostrano chiaramente che le notizie furono fornite dall'interessato ancor vivente. Vi si sente poi un tono polemico contro i detrattori, e qualche punta contro il Maffei, già morto.

(3) L'atto di morte del B. fu pubblicato in *Archivio Veneto*, VIII, P. I, 380.

Digitized by Google

e la sua conoscenza dei classici: così nel 1733 avea aiutato il Ramanzini a stampare la *Collana degli Storici greci*, correggendone le bozze, scrivendo la vita di Polibio e preparando le cronologie e gli indici di Tucidide, Senofonte e Gemisto Pletone.

In realtà come fossero accolte le prime opere del Biancolini dagli studiosi veronesi, ce lo dice questa lettera di Scipione Maffei, che, il 24 maggio 1751, riprendeva lo Zaccaria per aver lodato il Biancolini e aver osato metterne l'opera in relazione con quella del Maffei. (1)

"Da che mi è stato scritto contro, non mi è stato fatto il maggior strapazzo di quello, che ella mi fa pag. 194, non volendo, mettendomi insieme col Biancolini. Non posso dire il pregiudizio che ha fatto ciò in questo paese al suo libro. Questo è un uomo di fontico, che non ha letteratura alcuna, che si fa dar or da uno or da un altro pezzi etc., che usa furberie grandissime per farsi nominare quà e là, ma a Verona è pienamente in ridicolo. Io l'ho accennato una sola volta nel Museum, pag. 203. *Quin in ipsa Veronensi urbe quidam praela, ne litterariae scenae sannio suus desit, exercens et Veronam mulierem a Troia, ut Amphitheatrum nostrum extrueret profectam, popello venditans* etc. Costui dunque ha fatto istoria di Verona da porre in pareggio con la mia e ha data la serie de' Scrittori Veronesi, dove impertinenza e pazzia è stata il ciò far dopo la mia Opera de' Scrittori Veronesi: non l'ha dunque ella veduta? E non era tenuta a dire che la *Biblioteca Veronese* era già pubblicata per innanzi? È da persona che sa leggere e scrivere? Niuna delle cose mie ha avuto tanto applauso. Se avesse occasione di correggere quella pagina.... E de' pittori Veronesi non aveva io data la storia nella IV parte della *Verona Illustrata?* Povere fatiche mie dimenticate così da chi mi vuol bene, che sarà da' nemici? E quando pag. 258 lo chiama un illustre etc; o Santi!„ (2)

Lo Zaccaria per far piacere al Maffei finì col correggere il suo giudizio elogiativo. (3) Ma un'eco ben più malevola e, per noi, antipatica, di questa ostilità al Biancolini, la troviamo in un opuscolo anonimo (opera del conte A. G. Cesare Becelli) in cui gli si rimprovera di essersi messo a scriver di storia, ufficio che

---

(1) ZACCARIA, *Storia letteraria d'Italia*, T. I, p. 194.

(2) Copia di questa lettera si trova nell'*Epistolario Maffeiano*, raccolto da G. B. Giuliari, nella Capitolare di Verona. Su di essa vedi il mio *Studi storici ed archeologici di S. Maffei* in *Studi Maffeiani*, Torino, 1909, p. 71 dell'estratto.

(3) ZACCARIA, op. cit., T. II, p. 757.

Digitized by Google

spetta solo ai nobili e che anzi dovrebbe essere agli altri cittadini vietato. (1)

Del Perini si conoscono comunemente solo le poche cose che ne disse il Maffei (2) e i ricordi della sua attività come architetto raccolti dallo Zannandreis: (3) un *Trattato della Geometria pratica*

---

(1) *Ragionamento degli Accademici Meccanici, esposto dal sottomeccanico e diviso in Dialoghi sopra un libro intitotato Cronica della città di Verona descritta da Pier Zagata con giunte e supplementi*, a Verona, 1746, P. G. A. Tumermani, in 16, p. 31.

Nel I dialogo si critica quasi solo la forma *mostruosa,* nel II si critica il B. per aver detto che il Consiglio della città dovea esser formato dall'ordine dei maggiori, mediocri e minori, " *mentre non devono entrare nè entrano nè entreranno mai* li maggiori, minori o minimi, ma gli eguali, ed è presentemente legge invecchiata, almeno di costume, che li cittadini li quali desiderano entrar nel Consiglio. provino le nobiltà de' maggiori „. Censurata è pure l'aggiunta dei Capitoli del Mercantile Magistrato, quasi fossero ignoranti il Vicario e i Cavalieri di Comun e gli si chiede " perchè non separa egli i mercatanti e la plebe, e quelli che obbediscono da coloro che comandano? „.

Lo spirito della censura appare chiarissimo nella conclusione. " Universalmente parlando, a me sembra, che la storia di quegli italiani paesi ove regna l'Aristocrazia, cioè il governo de' Nobili, ancora subordinato, vorrebbe essere scritta da que' soli che formano il corpo del governo. E lo stesso dico di quelle memorie che al pubblico medesimo si appartengono... Molti disordini nacquero in più comunità, là dove gente forestiera e non cittadina e nobile prese la penna in mano per scrivere la Storia „.

" Chi più dei cittadini stessi gentilmente nati può aver fede e discrezione e prudenza, dirò anche animo grande, libertà per dettare la storia senz'odio e senza amor di persone? Sol essi possono conoscere gli alti motivi che essi possono sapere e da tutti gli altri si devono ignorare? „ E vorrebbe che Decreto del Maggior Consiglio nostro ponesse freno all'ardire e alla libertà di chi vuol guastare anzichè scrivere l'Istoria nostra.

Il B. rispose, debolmente, alle prime critiche nella prefazione al II volume dello Zagata.

(2) Il Maffei accenna al Perini come morto durante la stampa della *Verona Illustrata*, anzi nella I ediz. del 1732, ciò che ne dice è a p. 297 fra le aggiunte.

(3) Diego Zannandreis, *Le vite dei pittori, scultori e architteti veronesi pubblicate da G. Biadego*, Verona, 1891, p. 350. Lo Z. ignorò l'anno di morte del Perini.

Digitized by Google

e la *Istoria delle monache di S. Silvestro* (1) sono gli unici lavori di lui a stampa. I dati biografici (2) che aggiungo servono a spiegare l'attività erudita del Perini che è appunto mia intenzione di mettere in luce migliore.

Ludovico Perini era nato il 3 marzo 1685 a Verona nella parrocchia di S. Procolo da Domenico Perini e Dorotea....: il 12 gennaio 1706 era stato iscritto nella lista dei periti e il 26 dicembre 1708, gli veniva dai Rettori conferito, per ordine della Signoria Veneta, il tabellionato, colla condizione però di farsi approvare dal collegio dei Notai prima di esercitare la notarìa. E' importante mettere in rilievo che egli realmente esercitò questo ufficio, come dimostrano molti atti antichi da lui autenticati con la firma *L. Perini, Veneta auctoritate notarius*, che si trovano in una *Stampa* delle Monache di S. Silvestro (3). Fu attraverso i suoi rapporti con questo antico monastero, fondato nel sec. XII dalla Abbazia di Nonantola, che il Perini, a mio avviso, si dedicò alle ricerche di archivio e all'erudizione.

Come architetto avea avuto l'incarico di fare il disegno della nuova chiesa (4) e, come notaio, avea aiutato le monache nel raccogliere i documenti necessari per difendersi contro alcune pretese della Contrada. In questa occasione ebbe ordine dalla M. Economa di preparare la storia del monastero, stampata a Padova nel 1720 e preziosa per la raccolta di documenti che vi è allegata. Ma, così iniziata, l'attività erudita del Perini non si arrestò qui: e il Maffei, nel ricordarne la morte immatura, aggiungeva: "applicò

---

(1) *Istoria delle monache di S. Silvestro di Verone con altre notizie toccanti alcune memorie dedicate alla M. R. M. D. Angela Regina Montesi scrittora attentissima del monastero* da Lodovico Perini Veronese. In Padova, MDCCXX, nella stamperia del Seminario, appresso Gio. Manfrè.

(2) Questi dati sono ricavati dalle carte personali del Perini conservate nella Comunale di Verona, B. VII (28). Per la attività artistica del Perini si veda lo Zannandreis sopra citato.

(3) *Stampa delle RR. Monache di S. Silvestro di Verona contro la Contrada stessa.* Busta Perini, VI, 3.

(4) Nella *Stampa* sopra ricordata vi è il contratto per la rifabbrica della chiesa fatto il 18 maggio 1718 per 3000 scudi con i Maestri Pietro e Carlo Pozzo, ed altri conti di lavori del 1556-57 con dati interessanti dei prezzi della calce e della sabbia, delle pietre, delle opere etc.

Digitized by Google

assiduamente e faticò sopratutto nel trascrivere i rotoli degli Archivi, avendo lasciato grandissima quantità di così fatte copie, che potranno essere utili in molte occasioni „. Questa frase è presso a poco ripetuta, un secolo dopo, dal diligente Zannandreis, che non ebbe, si vede, maggiore notizia delle carte lasciate dal Perini. Ora esse (tutte, o parte come io credo), si trovano nella Comunale di Verona in 7 grosse buste, sicchè possiamo farci una idea dei propositi dell' autore.

Il Perini avea preparato una storia dei monasteri e delle Chiese di Verona o, più esattamente, una grande raccolta dei documenti e delle notizie conservate nei singoli archivi. Quando egli, immaturamente, morì, aveva compito la parte più lunga e difficile del lavoro, cioè la copia dei documenti, lo spoglio dei vari autori, la raccolta delle iscrizioni e avea già iniziata l'elaborazione di questo materiale, preparando gli elenchi degli abati, priori e arcipreti dei singoli conventi e chiese. Anzi egli dovea considerare come prossima la pubblicazione dei suoi quattro volumi, avendo disegnati e fatti incidere i rami di molte iscrizioni, di alcuni monumenti, degli stemmi dei vescovi e degli abati di S. Zeno e dei costumi di alcuni ordini religiosi. Il Perini avea anche già iniziato la prefazione dell'opera di cui ci rimangono vari abbozzi (1).

---

(1) Nella B. VII vi sono molti foglietti staccati in cui sono raccolti spunti di pensiero, citazioni, frasi, chiaramente raccolte per un testo futuro. Talora questi pensieri sono ordinati sotto un titolo come: *Prefazione, Per li Gesuiti, Morte, Guerra, Finali, Dedicatorie.* Non mancano neppure gli abbozzi di una prefazione, nei quali, come si vedrà, si parla dell'estensione e metodo dell'opera e della sua origine. Il veder in questi fogli affermato che l'opera è già compita non ci dà affatto però la sicurezza che la cose stesse così, perchè spesso un autore, per sollievo, si occupa in anticipo delle parti che logicamente dovrebbero essere le ultime.

Ecco alcuni dei brani più significativi, con le loro lacune:

" Ho sempre desiderato sino da primi anni di mia... con certa ragionevole et honesta curiosità di ricevere per relatione de' professori et investigatori della pura istoria, o per antiche memorie alcuna vera et sicura informatione intorno all'origine e fondatione degli ordini monastici e regolari dell'uno e l'altro sesso della città di Verona mia patria: cosa in vero antichissima, et molto da nostri secoli remota et per conseguenza dificile a rintraciarsi. Per il che ricercandone io con molta instanza... non desistendo però io da queste giuste inquisizioni, piacque a Dio, nostro Signore, che scortato dagli impieghi totalmente da questo

Digitized by Google

Dato il carattere analitico del lavoro, che mirava ad essere più che altro una raccolta di documenti e di dati, si può credere che il testo dei vari capitoli dovesse essere, nel pensiero del Perini, assai breve, cioè un riassunto dei documenti con l'aggiunta dei brani degli autori, che egli aveva diligentemente copiati. L'opera quindi doveva essere da lui considerata come in gran parte quasi pronta per la stampa.

Perchè non la compì? Il Perini moriva il 20 febbraio 1731 (1),

---

differenti havessi l'accesso agli Archivi sì publici che particolari, onde non havendo perdonato fatica sonomi pervenuti alle mani fragmenti d'Antiche memorie, molte Bolle, Brevi pontifici, privilegi e gran copie di altre scritture di molto conto, quali havendo io considerate et esaminate attentamente, parmi che mi porgessero lume tale, onde potessi la Dio mercè, non solo pregiarmi di haver penetrate et capite le vere origini et in gran parte li progressi de' predetti Ordini, ma con veri, sodi e reali fondamenti, di poterle anco altrui notificare...

et per assicurare il lettore verrò allegando per lo più i luoghi tanto di Bolle e Brevi Apostolici, quanto d'istromenti et d'altre antiche scritture destendendole anco tali quali dalli originali io le ho trascritte, affinchè non credano alcuni che o per sogno, o chimera habbia voluto inventando formalizare ciò che fin hora dall'ingiuria del tempo... è stato per molti secoli occulto.

Quantunque il mio principale intento al presente sia d'esporre e provare l'origine e fondazione di tutti gli Ordini regolari di questa città: tutta via, per l'occasione che mi si porge ne anderò quanto più brevemente io possa lineando e descrivendo anco il progresso di tutti con le loro mutazioni e rivolgimenti: sino a tempi presenti accennando con ogni dovuta riverenza la dignità e nobiltà di quelli. Et in oltre rappresenterò gli habiti... con i lineamenti delle Chiese „.

In un altro abbozzo dice che l'opera è " da molti amici miei studiosi delle antichità del sacro culto soleciti grandemente desiderata „, più avanti si giustifica di aver scritto in volgare e non in latino, per essere più chiaro ed efficace, e mirando a fare opera di verità piuttosto che ornata. " E in altro foglio dice „.

" Tutta l'opera consiste in quattro Tomi: sarà provata con innumerevoli documenti sin ad ora inediti che io ho raccolti con molta fatica „.

In altro dice al lettore che volea serbar le memorie raccolte " alla curiosità mia e degli amici, da quali infine richiesto per la stampa e convinto dall'urbanità e loro ragioni ho conosciuto per debito il dover condescendere. Eccole adunque che io le pubblico impresse non men in grazia di essi che di te „.

(1) Ecco l'atto di Morte tolto dal *Libro dei Morti*, 1729-33. (*A.*

Digitized by Google

dopo brevissima malattia, a quarantacinque anni non compiti. La tavola delle Buste che aggiungo in appendice, e l'analisi di alcuni fascicoli possono dare una idea abbastanza precisa del lavoro compito dal Perini, probabilmente negli ultimi 12 anni della sua vita.

Ora quali sono i rapporti fra l'opera preparata dal Perini e quella pubblicata dal Biancolini sullo stesso soggetto?

Il Biancolini nella prefazione al volume I delle *Chiese* ricorda che il Perini " si era posto in cuore un'ampia, voluminosa Ecclesiastica Veronese Istoria scrivere „, ma, prevenuto dalla morte, avea lasciate le cose da lui raccolte ai Benedettini di S. Zeno: tuttavia nessuno avea voluto accingersi a compilare tale storia, sì perchè quelle scritture non erano a far ciò sufficienti, sia ancora perchè malagevole fatica sarebbe stata, e l'opera non per anco ridotta a quel termine che si desiderava. Ora avendo raccolto egli pure per sua erudizione diverse Ecclesiastiche Notizie, era incerto se pubblicare le sue e quelle del Perini, come volevano gli amici, essendo ambedue insufficienti. " Perciocchè, quantunque dai R. R. suddetti Monaci ci fosse cortesemente conceduto quelle osservare e *profittarcene*, non per tanto non poche erano le notizie che mancavano tuttavia „ sicchè dovette cercarle da sè negli Archivi, nei quali non aveva ritrovato tutto quello che desiderava.

Nell'inizio dunque della sua pubblicazione, il Biancolini ammetteva di essersi servito delle carte del Perini, ma in realtà poi, nei successivi volumi, (usciti nel lungo periodo di 22 anni), egli non ricordò la raccolta del Perini che una volta (IV, 579), quasi solo in quel caso l'avesse usata, sicchè il *profitto* da lui trattone parrebbe fosse stato assai limitato, e il lettore, che per lo più non ha letto l'accenno del I volume, finisce con ignorarlo completamente. Cerchiamo quindi di farcene un'idea più precisa.

Anzitutto il Biancolini usò tutto il materiale disegnato e già fatto incidere e stampare dal Perini: iscrizioni, stemmi degli abati di S. Zeno, dei Vescovi e delle Comunità religiose: inoltre si servì dei disegni di alcuni monumenti antichi come alcune campane

---

Archivi Veronesi). " Martedì 20 febbraio 1735, SS. Apostoli. D. Lodovico Perini di anni 45, di dolori, in giorni 10. Medico Piccoli „. Nei mazzi di testamenti di questi anni (depositati presso gli stessi Archivi) non ho potuto ritrovare il testamento.

Digitized by Google

e il battistero di S. Zeno. E per togliere ogni dubbio, osservo che di questo, come di molte iscrizioni, esiste il disegno a penna o a matita del Perini, oltre la incisione stampata. Per il battistero vi è poi questa circostanza, che mentre nella stampa del Perini vi è la firma *L. Perini delin.* in quella del Biancolini la firma è stata tolta, benchè non vi sia dubbio che si tratta della stessa incisione. Nelle carte del Perini poi si trovano pure alcune delle tavole dei costumi dei monaci che si vedono nelle opere del Biancolini e hanno la firma *Io. B. Gutwein sc. in Verona* (1).

Fin qui però si tratta di materiale non erudito, ma veniamo a questo. Ho già rilevato che i fascicoli del Perini contengono spogli di autori, copie di documenti ed elenchi di abati etc., portati sino al 1728, nei quali sono inserite delle notizie. Confrontando gli elenchi del Perini con quelli del Biancolini, si ha l'impressione netta che il Biancolini ha utilizzato i primi, completandoli negli ultimi anni, tanta è la concordanza dei pochi dati che non sono nomi e cifre. Il Perini poi compilò solo in

---

(1) Accenno brevemente alla questione di queste tavole, perchè costituiscono una prova della mia tesi, e allo scopo di chiarire un equivoco creato dall'esistere nella Comunale di Verona una cartella, col titolo *Tavole delle Chiese di G. B. Biancolini*, che raccoglie ben 45 di queste tavole. Quella raccolta fu fatta fare dal compianto Vice-Bibliotecario cav. P. Sgulmero che, avendo trovate le incisioni sciolte e constatato che una decina di esse corrispondevano a quelle del Biancolini, le fece riunire sotto quel titolo. In realtà il B. nelle sue Chiese non ne ha che 12 nei quattro primi volumi (I 32, 387, II, 468, 586, 592, III 26, 47, 39 (2), 129, IV 391, 472) e non in tutti gli esemplari. Ora le tavole usate dal B. hanno sempre l'indicazione della pagina, mentre qui le più non hanno niente o, se sono doppie, hanno le une l'indicazione, le altre no. Che appartengano al Perini, oltre dal fatto di trovarne parecchie già nelle carte Perini, lo si arguisce dal numero superiore a quello delle usate dal B., dall'esservi argomenti non trattati dal B. (tre sui costumi della religione di Malta) e dall'aver alcune le firme del Perini, come quella di S. Zeno, adoperata dal B., e una del Santuario della Corona. Una di queste incisioni con lo sfondo della città, figure di monaci e una donna che ha un libro con scritto *Verona Sacra*, doveva certo formare il frontispizio dell'opera del Perini. Essa è incisa da Dom. Rossetti, morto nel 1736. Un'altra incisione rappresenta l'affresco del Castelbarco di S. Fermo. Il Gutwein che ha firmato alcune delle incisioni credo sia Giovanni Baldassare Gutwein che, si sa, fu qualche tempo a Venezia e visse dal 1702 al 1785.

Digitized by Google

pochi casi il testo dei capitoli, ora in due di questi casi (1) abbiamo che il testo del Perini è stato dal B. riprodotto alla lettera, trattandosi di cosa breve, mentre per altri più lunghi si sente che il testo è stato solo abbreviato, mantenendo in molti casi le stesse parole.

Quanto ai documenti (che rappresentano la parte più importante del lavoro del Perini) il confronto mostra che nelle carte di quest'ultimo vi sono, salvo casi rarissimi, su ciascun soggetto comune, molti più documenti di quelli stampati dal Biancolini. Inoltre ci sono delle coincidenze significative. Se il documento è dal Perini abbreviato con un *omissis*, altrettanto fa sempre il Biancolini: in un fascicolo poi (il 15 della B. I) troviamo sulle copie del Perini delle crocette in matita rossa che corrispondono ai documenti dati dal Biancolini, anzi segnano esattamente, nel

---

(1) Sono quelli per S. Ambrogio di Tomba Suzana, e per Breonio, che riproduco.

Ecco il I che va confrontato con BIANCOLINI, *Chiese*, III, 192.

" Nella facciata della Chiesa matrice della pieve di S. Ambrogio di T. S. la quale è in tre navi al di dentro rozze et al di fuori è fabricata di pietre quadrate e mostra massime la parte del coro essere fabrica del sec. IX: si vedono lateralmente alla porta maggiore due pietre con le seguenti iscrizioni: " *segue il testo di esse* Busta I, 1 „. Il Biancolini aggiunse solo " in caratteri usati nel sec. XIII „: si badi che l'iscrizione ha la data del 1220.

Perfettamente uguale è quello per Breonio; cfr. con *Chiese*, III, 256:

Pieve di Breonio

L'antica e prima Chiesa della Pieve di Breonio, cioè la matrice è posta nell'alta cima di un monte detto... ma in luogo solitario, et è dedicata a S. Gio. Battista, in questa si officia una volta al mese, ora non ci abita che un solo eremita.

Nel XV secolo fù edificata un miglio e più distante cioè verso l'abitato nella parte occidentale di quel paese un'altra chiesa sufficiente dedicata a S. Marziale Vescovo et a S. Gio. Battista ed ivi è stata trasportata la Cura parrocchiale, il Venerabile ed anche la residenza del paroco.

Corre la tradizione, che la d. antica Chiesa di S. Giovanni fosse così in alto fabricata perchè dominava le Comunità di Alfaè, S. Anna, Erbezo, che erano sotto di pieve ma hora hanno cura separata e fanno da sè nè in altro ricconoscono questa pieve che nelle sole Congregazioni che ora si fanno dalli detti parochi. (Busta III, 15).

Digitized by Google

corpo stesso dei documenti, le parti che il B. credette opportuno di riprodurre o di omettere: quei segni sono certo stati fatti dal B. stesso. Un confronto minuto dei documenti accresce insomma ancor più la convinzione che il *profitto* ricavato dal B. nell'uso delle carte Perini fu veramente copioso, per le notizie e i dati dei primi 4 volumi, e per le copie dei documenti riprodotti negli ultimi 4 volumi. Io non esito ad affermare che il nucleo maggiore dell'opera del B. va ricercato nelle carte Perini, anche se egli si adoperò a completare con nuove ricerche il materiale ivi trovato.

Vi è poi da tener presente che nelle carte Perini manca il gruppo importante dei documenti dati dal B. riguardanti S. Zeno e S. Maria in Organo. Ma non si può credere che il Perini che avea copiato tante carte di monasteri minori, avesse trascurato S. Zeno, dei cui abati avea già fatto incider gli stemmi, oltre il battistero e l'iscrizione di Brioloto: così egli ci mostra di avere spogliato l'archivio di S. Maria in Organo parlando di S. Lorenzo di Sezan. È logico pensare che questi due gruppi di documenti sieno andati dispersi: infatti del fascicolo di S. Zeno manca la coperta originale e di S. Maria in Organo non c'è quasi nulla.

***

Con i rilievi fatti non ho mirato a svalutare l'utilità dell'opera del Biancolini, che, sia pur con metodo, per noi, scorretto, rese pubbliche notizie e carte che hanno molto giovato alla cultura storica: ho solo voluto metterla in una luce più giusta. E mi pare che questo chiarimento sull'origine dell'opera spieghi anche quella contraddizione che, per me, è sempre esistita, tra la ricchezza del materiale stampato dal B. e il disordine e la poca consistenza della illustrazione. Come mai uno studioso fornito di così grande erudizione e di tanta passione per le ricerche storiche, non sapeva dominar meglio il materiale, se egli stesso l'aveva raccolto? Queste brevi note, se non mi inganno, contribuiscono a sciogliere questi dubbi.

Digitized by Google

APPENDICE

Tavola delle Buste Perini conservate presso la Comunale di Verona

Busta I (22)

1. Pieve di S. Ambrogio di Tomba Sozzana.
2. PP. Domenicani di S. Anastasia e Ufficio dell'Inquisizione.
3. PP. Reformati di S. Antonio.
4. Monache Benedettine di S. Antonio del Corso.
5. Canonici regolari di S. Antonio Grande.

5'. Monache benedettine di S. Apolinare di Lugo, V. Monache di S. Maria di Carotta.

6. Chiesa, pieve e canonici dei SS. Apostoli.

6'. Monache benedettine di S. Bartolomeo della Levata, V. Monache di S. Faustino.

7. Monache benedettine di S. Bartolomeo di Legnago.
8. PP. Gesuati di S. Bartolomeo in monte.
9. PP. Minori Conventuali in S. Bartolomeo in Monte del 3° ordine di S. Francesco.
10. PP. Minori Osservanti di S. Bernardino di Verona, di Carotta, di Isola della Scala, di Peschiera, di Legnago, di Bussolengo.
11. Dignità episcopale e Capitolo di Verona.
12. Monastero benedettino di S. Cassiano di Mezzane.
13. Monache benedettine di S. Catterina della Ruota.
14. Monache domenicane di S. Catterina da Siena.
15. Monache di S. Chiara della seconda regola.
16. Monache di S. Cristoforo umiliate e benedettine.

Busta II (23)

1. PP. Capuccini di Verona.
2. 3. Monache di S. Croce Agostiniane.
4. Dimesse di S. Croce dette le Gambe.
5. Monache capuccine di S. Croce e S. Maria degli Angeli della terra di Lonato.

Digitized by Google

6. Monache di S. Daniel benedettine.
7. Monache di S. Domenico di Acquatraversa.
8. Monache di S. Donato di Valpantena.
9. Monaci benedettinj della chiesa di S. Egidio.
10. Terziarie francescane di S. Elisabetta.
11. Origine dei PP. Agostiniani di S. Eufemia.
12. Terziarie agostiniane di S. Eufemia.
13. Monaci benedettini di S. Faustino di Verona.
14. Origine delle monache benedettine di S. Faustino e di S. Bartolomeo della Levata.
15. Monache umiliate di S. Felice in Monte ove è ora il Castello.
16. Monaci benedettini di S. Felicita.
17. Monaci et abazia di S. Fermo maggior e minor benedettini.
18. PP. Minori conventuali Franciscani di S. Fermo.
19. PP. Filippini.

Busta III (24)

1. Monache benedettine di S. Fidenzio.
2. Novizze e convertite di S. Francesco di Cittadella.
3. Umiliate e benedettine di S. Francesco di Cittadella.
4. PP. Minimi di S. Francesco di Paula.
5. Origine delle Terziarie di S. Francesco di Paula.
6. PP. Eremiti Camaldolesi dell'Eremo di Garda.
7. Chiesa e ospitale di S. Giacomo di Galizia nella contrà di S. Silvestro.
8. Frati e suore dell'Ospital di S. Giacomo della Tomba nell'Aquario.
9'. PP. Umiliati della Giara et altri luoghi di Verona.
9". Origine di molti monasteri di Umiliate della città di Verona.
10. Canonici regolari agostiniani di S. Giorgio.
11. Monache di S. Giovanni della Beverara agostiniane.
12. S. Giov. in Foro.
13. S. Giov. in Sacco.
14. Chiesa e Pieve di S. Giovanni in Valle.
15. Pieve di S. Gio. Battista di Breonio.
16. Monache di Lepia Benedettine.
17. Monache di S. Giuseppe Agostiniane.
18. Monache di S. Giustina di Ilasi benedettine.
19. Pieve di S. Giustina di Palazzolo.
20. Chiesa e Ospitale e Disciplina di S. Gregorio di Verona.
21. Canonici regolari di S. Leonardo in Monte donico.
22. S. Lorenzo di Sezan.
23. Cruciferi di S. Luca.
24. Monache di S. Lucia benedettine.

Digitized by Google

Busta IV (25)

1. Ospizio di S. Margherita dei padri del Terzo Ordine di S. Francesco.
2'. Origine delle monache di S. Maria degli Angioli olim della chiesiola hora di Cittadella.
2". Monache di S. Maria degli Angeli di Villa di Quinzan.
3. PP. Carmelitani Scalzi in S. Maria dell' Annunziata.
4. PP. di S. Maria del Tagliaferro detti Eremiti di S. Croce.
5. Eremiti dell' Eremo di S. Maria della Cava vicino a S. Siro.
6. S. Maria della Fratta.
7. Padri Serviti di S. Maria della Scala.
8. Terziarie de' Servi di S. M. della Scala.
9. PP. Eremitani di S. Girolamo della Vittoria.
10. Congregazione delle Dimesse.
11. Origine delle monache di S. Maria delle Vergini di Campo Marzo dette minori di S. Damiano hora Urbaniste.
12. Pieve di S. Maria di Bussolengo.
13. Monache di S. Maria de Carotta et S. Apolinare de Lugo.
14'. Origine delle monache di S. Maria di Reggio e di S. Giorgio Agostiniane.
14". Camaldolesi della Madonna di S. Michele in Campagna.
15. S. Maria in Organo.
16. S. M. Mater Domini.
17. S. M. Novella.
18. Monaci Benedettini di S. M. Rocca Maggiore.
19. Origine del monastero di S. Maria di Campo Marzo de l' ordine di S. Agostino che poi fu ridotto all' ordine di S. Benedetto.
20. Antichità delle monache di S. Martino di Avesa Agostiniane.
21. S. Martino in Quaro vulgo in Aquario.
21. Monache di S. Massimo benedettine.
22. Benedettine di S. Matteo con Cortini dell'Abazia di Pomposa.

Busta V (26)

1. Monache di S. Michele e S. Pancrazio in Campagna.
2. Monaci benedettini dei SS. Nazario e Celso.
3'. PP. Teatini della Giara et S. Nicolò.
3". Canonici di S. Maria delle Carceri (Padova) cioè Canonici della chiesa di Ogni Santi.
4. Congregazione delle Orsoline.
5. Terziarie domenicane di S. Pietro in Archivolto.
6. S. Pietro in Castello.
7. S. Pietro in monastero.
8. Monaci benedettini di S. Pietro Vito, Modesto di Cavalena.

Digitized by Google

9. Chiesa e pieve di S. Procolo.
10. Origine delle monache del Redentor canonichesse regolari.
11. Monache di S. Salvar Corte Reggia.
12. Origine in Verona de' PP. Gesuiti.

Busta VI (27)

1. Commenda del S. Sepolcro e di S. Vitale della Religione di Malta.
2. Monaci benedettini di S. Silvestro.
3. Monache di S. Silvestro benedettine.
3". Stampa delle RR. Monache di S. Silvestro di Verona contro la Contrada stessa.
3'". Istoria di S. Silvestro.
4. Monache di S. Spirito benedettine.
5. Chiesa di S. Stefano.
6. Carmelitane di S. Teresa.
7. PP. Carmelitani di S. Tommaso.
8. Abbazia e Monaci Valombrosani della Trinità.
9. Convertite della SS. Trinità.
10. Eremiti della Congregatione di Fiesole di S. Zen in Monte.
11. P. Somaschi di S. Zen in Monte.
12. S. Zen maggiore.
13. Pievi della diocesi di Verona.

Busta VII (28)

1. Origine della S. Congregazione del Clero intrinseco di Verona.
2. Carte varie riguardanti chiese e monasteri di Verona.
3. Monastero benedettino de' SS. Felice e Fortunato di Vicenza.
4. Monastero di S. Giulia di Brescia.
5. Canonici di S. Maria di Mantova capo di diversi Humigliati.
6. Fiera di Verona.
7. Carte varie e corrispondenza di Lodovico Perini.

Esempio del contenuto di un fascicolo (B. II f. 11).

Origine dei PP. Agostiniani di S. Euffemia

1° Estratti da varii autori sull'ordine Agostiniano; Ughelli, Azorio (*Degli Eremiti Agostiniani*), Valemont (?), Tarnomira (?), Peronotto (*De Gulielmitis*), Bagatta e Peretti, Panvinio (*Antiquitates*). Testimonianze di varii autori sul Panvinio, e due incisioni, già stampate, di busti del Noris e del Panvinio, con la firma *Lod. P. del.* e notizie ed iscrizioni

Digitized by Google

sui due scrittori. Elenco dei cardinali agostiniani. Iscrizioni del 1262, 1377, 1473, 1505, 1533, 1550, 1694 e facsimile della iscrizione Dal Verme. — 2° Elenco dei priori con date e notizie dal 1243 al 1628. — 3° Copie di documenti: già editi, Bolla di Innocenzo IV, 1244, 1214 sett. 7, di Alessandro IV, 1256 maggio, 1256 giugno 17, e Urbano IV 1262 novembre 8, di Clemente VIII, 1603 ottobre 2: inediti, quasi tutti dall'Archivio di S. Euffemia, 1230 maggio 30, 1243 gennaio 14, Bolla di Alessandro IV 1257 aprile 20, Bolla id. 1260 novembre 19, 1262 giugno 12, 1262 settembre 20, 1262 settembre 16, 1265 novembre 8, 1265 novembre 18 (2 atti), 1270 gennaio 29, 1275 luglio 13, 1275 agosto 7, 1279 gennaio 9, 1279 aprile 26, 1283 settembre 1, 1285 aprile 1, 1285 maggio 13, 1297 ottobre 17, 1315 gennaio 6, 1317 aprile 18, 1340 luglio 19, 1388 aprile 8, 1388 aprile 11, 1418 gennaio 29, 1421 giugno 4, 1601 febbraio 26, 1607 luglio, 1635 settembre 12, 1637 dicembre 11, 1640 luglio 2 (questi tre atti da un *Volumen imaginum* ms. della (Cancelleria vescovile), 1683 gennaio 22. — 4° *Indice delle Bolle, Privilegi, Fondazioni, Indulgenze, Diplomi, ed altre membrane di conseguenza che si conservano nella Libreria del Monastero di S. Euffemia di Verona.* È un elenco topografico con breve regesto.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 5 agosto 1929*)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Ricerche sul ricambio delle Cellule Cordali del digiuno

per il dott. GIULIO DOLFINI

(presentata dal prof. I. Salvioli, m. e., nell' ad. ord. 7 luglio 1929)

La corda dorsale è costituita da cellule voluminose, con un grosso vacuolo, contenente un liquido albuminoso, ricchissimo di glicogeno e lo scarso protoplasma (col nucleo) respinto alla periferia. Oggi il tessuto cordale si classifica, insieme con altri (della bolla sacrale degli uccelli, periencefalico dei ciclostomi, fibrojalino dei solipedi ecc.) nel gruppo dei tessuti cordoidi (Schaffer) o a cellule turgide (Studnicka) o vescicolari glicogenici (Terni). Specialmente quest' ultima denominazione appare indovinata perchè esprime senz' altro due delle principali caratteristiche delle cellule di questi tessuti: la forma vescicolosa e l' elevato contenuto glicogenico. Altre caratteristiche sarebbero l' assenza (o la scarsezza) di sostanza intercellulare e la funzione meccanica (di sostegno o riempimento), esplicata grazie allo stato di turgore, di tensione in cui si trovano questi grossi elementi giustapposti tra di loro. In base a questo criterio i tessuti cordoidi o vescicolari glicogenici si classificano tra i tessuti a funzione meccanica, di tipo cellulare, accanto al tessuto adiposo (Schaffer, Levi).

Sul ricambio della cellula vescicolosa esistono dati molto scarsi. Policard attribuisce a questi elementi un ricambio molto lento, poco attivo, come quello della cellula cartilaginea, a causa della mancanza di vasi sanguigni; il glicogeno non avrebbe il significato di materiale di riserva utilizzabile dall' organismo in caso di bisogno, ma soltanto di detrito cellulare. Al contrario Chiarugi non esclude che in certi casi il glicogeno della cellula

Digitized by Google

vescicolosa possa essere utilizzato dall' organismo come materiale di riserva.

Allo scopo di stabilire il significato del glicogeno contenuto nelle cellule della bolla sacrale degli uccelli (che vanno ascritte tra gli elementi vescicolosi, TERNI) PANIZZA ricercò l' influenza di farmaci che influiscono sulla glicogenesi (adrenalina, insulina) della fatica e di una malattia infettiva (polmonite): in queste diverse condizioni il contenuto glicogenico non parve modificato.

Sulla bolla sacrale del pollo e sul tessuto cordale esistente ancora nel disco intervertebrale dei giovani mammiferi, OSELLADORE ricercò l' influenza dell' intossicazione da fosforo. L' A. partendo dal concetto che in seguito a questo trattamento si osserva in diversi organi (specialmente fegato e muscoli striati) la scomparsa del glicogeno e l' accumulo di grasso, si era chiesto se qualcosa di analogo non potesse verificarsi nelle cellule vescicolose, così ricche di glicogeno.

Da queste ricerche risultò che il glicogeno non presenta modificazioni di sorta; che però in alcuni casi si vede aumentare il grasso, esistente normalmente in piccola quantità nel tessuto cordale. L' A. concluse che le cellule vescicolose sono in certo qual modo lontane dalle grandi correnti del ricambio generale, e che il loro glicogeno si trova in una forma non utilizzabile dall' organismo, forse per la sua composizione speciale (polimerizzazione diversa?) o perchè saldamente legato al protoplasma. D' altra parte il fatto che in alcuni casi si verifica un certo aumento del grasso delle cellule cordali potrebbe dimostrare che questi elementi non sono completamente indipendenti dal ricambio generale.

I risultati delle ricerche di PANIZZA e OSELLADORE concorderebbero nel dimostrare che il glicogeno delle cellule vescicolari non ha significato di materiale di riserva, e che effettivamente questi elementi hanno un ricambio poco attivo analogamente alle cellule cartilaginee, come aveva supposto POLICARD. Ma per portare una luce decisiva sulla questione, mi parve che potesse essere sopratutto indicata la ricerca del comportamento di questi elementi nell' organismo a digiuno.

Come è noto, l' organismo animale cui è sospeso l' apporto alimentare pone in atto due provvidenze: da un lato riduce al

Digitized by Google

minimo i suoi consumi e dall' altro utilizza le sue sostanze di riserva, glicogeno e grasso. E precisamente ricorre dapprima al glicogeno (che in certo modo rappresenta la moneta spicciola, per i bisogni immediati) e poi il grasso. È evidente che col digiuno si verrebbe mettere alla prova in modo decisivo l' eventuale significato energetico del glicogeno delle cellule vescicolose.

D' altra parte, anche escludendo a priori che il glicogeno della cellula vescicolosa, abbia funzioni di riserva per l' organismo e ammettendo che esso serva cioè esclusivamente alla cellula stessa, non è forse possibile che esso venga consumato in sito da questa per il suo fabbisogno particolare? E ancora, se noi teniamo conto che nel digiuno molti organi vanno incontro ad alterazioni regressive, di carattere atrofico-degenerativo, come escludere che qualcosa di analogo non avvenga anche nella cellula vescicolosa? In particolare sappiamo che è frequente la comparsa di grasso in molti elementi, vuoi come espressione delle turbe di nutrizione (degenerazione grassa), vuoi come conseguenza della lipemia che nel digiuno costituisce la regola (infiltrazione grassa).

Per queste ragioni credetti opportuno ricercare l' influenza del digiuno nella cellula vescicolosa riguardo alla comparsa di alterazioni strutturali, a carattere regressivo e al comportamento del grasso, oltrechè del glicogeno.

*
* *

L' animale più usato per ricerche sperimentali del digiuno è il cane, che resiste facilmente per 30-40 giorni e talora anche molto di più. In questo animale le cellule vescicolose sono rappresentate dagli elementi della corda dorsale, che nella vita extra-uterina si trovano nel nucleo polposo del disco intervertebrale. Questo tessuto cordale col progredire dell' età va incontro a un' atrofia progressiva, e per questo sperimentai su giovani cani.

Ne scelsi cinque, tutti della stessa nidiata, e ne sottoposi tre a digiuno (con sola somministrazione di acqua) a una temperatura ambiente oscillante tra 10° - 15°. Il primo cagnolino sottoposto a digiuno al 18° giorno di vita, morì dopo 7 giorni di di-

Digitized by Google

giuno, mentre il suo peso corporeo scese da 370 gr. a 220 gr. Il secondo iniziò il digiuno al 30° giorno di vita e morì dopo 11 giorni, e il peso corporeo scese da 430 gr. a 250 gr. Il terzo infine, sottoposto a digiuno il 40° giorno di vita, morì dopo 17 giorni, e il peso corporeo scese da 560 a 300 gr.

Gli ultimi due cagnolini servirono da controllo, alimentati a volontà (al seno materno e con cibi ordinari) e furono uccisi l'uno al 30° giorno di vita, l'altro al 50°.

Va notato anzitutto che la morte dei miei animali posti a digiuno è avvenuta piuttosto rapidamente il che si spiega con la piccola mole degli animali, e forse anche col fatto che negli organi in via di accrescimento il ricambio materiale è particolarmente attivo; corrispondentemente la riduzione del peso corporeo non raggiunse limiti massimi constatabili nei cani adulti (fino a 50 %) ma pure fu abbastanza cospicua.

In tutti i 5 cani l'esame fu eseguito allo stesso modo: fatta l'autopsia e accertatomi che gli animali di controllo erano sani, e che gli altri non presentavano alterazioni diverse da quelle prodotte ordinariamente dal digiuno, asportavo molti dischi intervertebrali che ponevo parte in formalina 10 % per 24-48 ore (1) per la ricerca del grasso col metodo DADDI al Sudan III, previa inclusione in gelatina secondo il metodo GASKELL-GRAFF (2), parte in alcool a 96° per la colorazione del glicogeno secondo VASTARINI-CRESI. In alcuni casi ricorsi alla colorazione a fresco, in toto, sia per il grasso (Sudan III) che per il glicogene (metodi di VASTARINI-CRESI (3) e della soluzione jodojodurata).

Descrivo il reperto nei suoi punti essenziali, constatato nei diversi dischi intervertebrali dei due cani controllo.

Il tessuto cordale occupa una zona in forma di lente biconvessa e con le facce rivolte l'una cefalicamente l'altra caudal-

---

(1) Un soggiorno più lungo del materiale nella formalina può indurre modificazioni dei grassi: v. DOLFINI G., Pathologica, N. 445, 1928.

(2) Senza inclusione in gelatina non è possibile allestire e colorare sezioni al microtomo congelatore col tessuto cordale, data la sua poca consistenza.

(3) Sulla possibilità di eseguire il metodo VASTARINI-CRESI a fresco v. G. DOLFINI, Monitore zool. Ital., 1929, n.° 4.

Digitized by Google

mente, e che in larghezza occupa quasi tutto il disco intervertebrale. Esso confina con tessuto cartilagineo (jalino e fibroso). Le cellule cordali sono raggruppate in travate anastomizzate ampiamente tra di loro, e separate da lacune di forma e grandezza irregolare, per lo più rotondeggianti.

Col metodo VASTARINI-CRESI il tessuto cordale si colora uniformemente in rosso-amaranto, sia nelle zone costituite dai cellulari, sia nelle lacune; soltanto in alcuni punti il glicogeno appare in forma granulare, di grosse zone di color amaranto.

Col metodo DADDI al Sudan III per lo più si ottiene reperto negativo, e il tessuto cordale appare sprovvisto di grasso. Soltanto in qualcuna delle cellule cordali si nota qualche fine granulo sudanofilo, localizzato nella parte periferica, in rapporto collo strato protoplasmatico delimitante.

Questo il reperto del tessuto cordale nei diversi dischi intervertebrali dei due cani di controllo. Esso dimostra, prima di tutto che il tessuto cordale presenta quelle alterazioni regressive che portano al disfacimento dei gruppi di cellule, di modo che esso assume una struttura grossolanamente reticolare (reticole cordale " *Cherdaretikulum* „ SCHAFFER) come per lo più avviene nei mammiferi dopo la nascita. D' altronde che questo tessuto contiene glicogeno abbondante, e colorabile per lo più in forma diffusa, (come ha riscontrato nell' uomo, collo stesso metodo da me adottato, LIVINI), e soltanto in piccola parte in forma granulare. E infine che le cellule cordali dei giovani cani possono contenere piccole quantità di grasso, come ha riscontrato OSELLADORE.

Ebbene, nei tre cani a digiuno il reperto non differì in modo apprezzabile da quello ora descritto, per quanto riguarda la struttura, il glicogeno e il grasso del tessuto cordale.

Un secondo gruppo di ricerche eseguite sul coniglio pur sapendo che questo animale è poco resistente al digiuno (1), per il fatto che in esso il ricambio materiale si svolge in modo alquanto diverso dal cane (erbivoro), e perchè in esso il tessuto

(1) MORPURGO è riuscito con particolari accorgimenti a tenere in vita dei conigli a digiuno fino a 15 giorni (Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, 1929, fasc. 3-6, discussione sulla comun. di G. Segre).

Digitized by Google

cordale è molto ricco di grasso e infine suscettibile di alterarsi nell' intossicazione da fosforo (OSELLADORE, l. c.).

Io sperimentai su un gruppo di 4 conigli giovani della stessa razza e provenienza, e di una mole pressochè identica (peso corporeo di circa 1000 gr.). Due animali servirono di controllo (alimentazione ordinaria a volontà) gli altri due furono tenuti a digiuno (somministrazione di sola acqua), fino alla morte, avvenuta in 5ª e in 7ª giornata. In tutti e quattro gli animali esaminai alcuni dischi intervertebrali, cogli stessi metodi seguiti per il primo gruppo di esperienze.

Nei conigli di controllo trovai il tessuto cordale in disposizione reticolare, ancor più accentuata che nel cane, ricco di glicogeno colorabile in forma diffusa, e non mai in forma granulare. Col Sudan III si metteva in evidenza una grande quantità di grasso, sotto forma di piccole gocce e di granuli, e talvolta anche di gocce abbastanza cospicue, in tutte le porzioni di tessuto cordale esaminate. Però non tutte le cellule cordali contenevano del grasso, poichè accanto a quelle contenenti una o più gocce più o meno voluminose, ne esistevano altre completamente prive. In ciò il reperto concorda con quanto ha osservato OSELLADORE. In più aggiungo che, riguardo alla localizzazione del grasso (la quale non è con sicurezza determinabile in ogni caso) mi è sembrato che esso si trovasse in corrispondenza dello strato protoplasmatico delimitante la cellula cordale, e ben distinto dal grosso vacuolo centrale.

Nei due animali morti a digiuno il reperto fu perfettamente identico a quello degli animali controllo sia per quanto riguarda la struttura del tessuto cordale, sia il glicogeno e infine il grasso.

A questo punto, avendomi dato le mie ricerche sia sui cani che sui conigli identico risultato, nel senso che il digiuno non appariva influire in modo apprezzabile nel tessuto cordale, avrei potuto anche ritenere sufficientemente chiariti i quesiti che avevano promosso le mie ricerche, senonchè credetti opportuna un'ultima serie di esperienze per la ragione seguente:

Negli animali (cani e conigli) da me esperimentati, il tessuto cordale appariva sotto forma reticolare cioè in preda ad alterazioni regressive, legate all'atrofia che colpisce questo tessuto in quasi tutti i mammiferi dopo la nascita. Ora queste alterazioni

Digitized by Google

di struttura portano verosimilmente con loro anche alterazioni funzionali. Da ciò l'opportunità di sperimentare l'influenza del digiuno su un animale a tessuto cordale integro anatomicamente (e presumibilmente quindi anche funzionalmente).

Fra i mammiferi (per restare tra gli animali in cui il ricambio è più comparabile a quello dell'uomo, al quale il patologo deve pur sempre riferirsi, volendo egli eventualmente applicare i risultati dei suoi esperimenti) vi sono alcune specie in cui il tessuto cordale persiste integro, immodificato, e in quantità relativamente cospicua, durante la vita extrauterina. Si tratta precisamente dei ratti e dei topi (SCHAFFER). Disgraziatamente questi mammiferi di piccola mole resistono poco al digiuno, ma in ogni caso volli fare un gruppo di osservazioni nel ratto albino.

Presi quattro ratti albini di identica provenienza (nati e allevati in laboratorio) e della stessa mole (circa 100 grammi di peso corporeo), ne sottoposi due a digiuno, e gli altri due sacrificai come controllo.

In tutti e quattro esaminai il tessuto cordale colla stessa tecnica seguita negli altri due gruppi di esperienze, con una sola differenza: siccome in questi animali non era possibile isolare all'autopsia i nuclei di tessuto cordale (come si era fatto per il cane e per il gatto) perchè essi sono in intimo rapporto col tessuto osseo della coda, così prelevati i diversi segmenti di coda dopo la fissazione, dovevo sottoporli a decalcificazione (in acido nitrico puro p. s. 1040, 7.5 % per i grassi, in alcool cloridrico 5 % per il glicogeno).

Nei due ratti normali, di controllo, trovai il tessuto cordale integro, in tutte le sue parti, senza traccia di alterazioni e di disposizione reticolare. Col metodo VASTARINI-CRESI si metteva in evidenza un'enorme quantità di glicogeno, questa volta esclusivamente o quasi in forma granulare, di zolle color rosso-carico, così voluminose quali non si osservano in nessun altro organo. Invece del metodo DADDI non si mise in evidenza nessuna traccia di grasso.

Nei due ratti a digiuno, morti rispettivamente in quarta e quinta giornata, il reperto fu identico a quello descritto per i ratti controllo, sia per quanto riguarda la struttura del tessuto cordale, il contenuto glicogenico e l'assenza di grasso.

Digitized by Google

*
* *

Le mie ricerche da un lato mettono in evidenza talune particolarità concernenti la struttura e il contenuto glicogenico e grasso del tessuto cordale normale in diverse specie animali, alcune delle quali già note per le ricerche di altri A. altre invece che richiederebbero qualche cenno illustrativo, ma su di ciò mi riprometto di ritornare in altra occasione, al più presto. Qui mi limiterò a considerare i risultati per quanto riguarda i quesiti che mi ero proposti e cioè l'influenza eventuale del digiuno sulla cellula cordale (come rappresentante della cellula vescicolosa).

Io avevo prospettato diverse eventualità: che il glicogene potesse diminuire, come espressione di una utilizzazione da parte della cellula e ancora (e ciò sembrava già a priori poco probabile) da parte dell'organismo; che il tessuto cordale subisce delle alterazioni strutturali regressive di tipo atrofico-degenerativo, e in particolare dei fenomeni di steatosi (infiltrativa o degenerativa).

Ora non occorre spendere molte parole per interpretare i risultati delle mie esperienze, perchè essi sono chiari e concordi sotto tutti i riguardi: essi ci dicono senz'altro che il digiuno non influisce in modo apprezzabile sui caratteri strutturali e istochimici della cellula cordale. Così va esclusa la possibilità di alterazioni strutturali a carattere atrofico degenerativo, perchè abbiamo visto la cellula cordale nelle tre specie animali sperimentate conservare il suo aspetto negli animali morti per digiuno. In particolare non si verificano fatti di steatosi perchè col Sudan III si ottenne lo stesso reperto negli animali morti di digiuno e in quelli uccisi per controllo. Infine l'aver constatato l'identico reperto col metodo VASTARINI-CRESI negli animali a digiuno e nei controlli, ci induce a ritenere che la quantità di glicogene non si modifica in modo apprezzabile.

Due sono le deduzioni che possiamo sicuramente trarre da questi fatti: la prima che il glicogene della cellula cordale non è utilizzabile dall'organismo, neanche in caso di estremo bisogno e che quindi esso non si può sicuramente considerare come ma-

Digitized by Google

teriale di riserva; la seconda che la cellula cordale ha un ricambio ben poco attivo, se non mostra di risentire alcuna influenza dei gravi turbamenti propri di un organismo sottoposto a digiuno protratto fino alla morte e se in queste condizioni non consuma per suo conto l'abbondante glicogene che contiene.

Quale l'interpretazione dei fatti? Per il carattere diremo così stabile del glicogene si può pensare, come fa OSELLADORE, a due possibilità: la prima che si tratti di un glicogene di composizione speciale (polimerizzazione a grado diverso) non utilizzabile come materiale energetico; del resto numerosi A. distinguono diverse varietà di glicogeno e in più ARNDT ammette l'esistenza di " pseudoglicogeni „; l'altra che il glicogeno sia saldamente fissato al protoplasma, alle sue proteine.

Precisamente come si ammette per il glicogeno della cartilagine. Anche per questa si sa per molte ricerche che il glicogeno e il grasso sono in forma stabile, e non risentono le modificazioni del ricambio generale dell'organismo (V. GIERKE, LUBARSCH, ARNDT). E allora torna a proposito il ravvicinamento tra la cellula cordale e cartilaginea dal punto di vista della nutrizione, supposto da POLICARD.

Questo A. dà importanza a questo proposito alla mancanza in entrambi i tessuti di vasi sanguigni, per cui sarebbero impossibili scambi nutritivi, intensi e rapidi. Del resto un rapporto diretto tra irrigazione sanguigna e intensità degli scambi nutritivi era stato ammesso molto prima dal fisiologo VOIT.

Certo è, ad ogni modo, che dal punto di vista del ricambio la cellula cordale mostra di avvicinarsi molto alla cellula cartilaginea, alla quale del resto si è voluta talora ravvicinare anche per qualche carattere morfologico (SCHAFFER).

Invece si distacca profondamente dalla cellula adiposa, che nel digiuno si priva del suo contenuto e si altera profondamente nella sua struttura. Quindi potrà essere giusto classificare insieme i tessuti adiposo e vescicoloso per la rassomiglianza morfologica e per l'identica funzione meccanica, di sostegno e di riempimento (SCHAFFER e LEVI), ma dal punto di vista del ricambio i due tessuti vanno tenuti completamente distinti: alla cellula adiposa sono devolute funzioni di riserva di materiale energetico

Digitized by Google

che non spettano assolutamente alla cellula cordale (e probabilmente per estensione alla cellula vescicolosa in genere).

Quindi il tessuto adiposo andrebbe definito come un tessuto a funzioni trofiche e meccaniche, il tessuto vescicoloso a funzioni soltanto meccaniche.

RIASSUNTO

Le cellule della corda dorsale negli animali sottoposti a digiuno spinto fino alla morte, non presentano alterazioni nè di struttura, nè del contenuto glicogenico e grasso. Si dimostra così che la cellula cordale ha un ricambio ben poco attivo (e quindi sotto questo riguardo è ravvicinabile alla cellula cartilaginea) e che in particolare l'enorme quantità di glicogeno che essa contiene non ha in nessun modo il significato di materiale di riserva.

Digitized by Google

BIBLIOGRAFIA

ARNDT — Ziegler's Beitr. Bd. 79, H. I, 1928.
CHIARUGI — Istituzioni di anatomia dell'uomo, 1926, vol. I, pag. 269.
GASKELL-GRÄFF — V. B. Romeis, Taschenbuch d. mikr. Teknik 12 Aufl. 1928, S. 109.
GIERKE — Cit. da Guizzetti, Zbl. f. allg. Path. XXI, 11, 1910.
LEVI — Trattato d'istologia, Torino. 1927.
LIVINI — Monitore zool. Ital., vol. 31, 1920.
LUBARSCH — Cit. da Guizzetti, v. sopra.
OSELLADORE — Il tessuto vescicoloso glicogenico nell'intossicazione fosforica. Atti R. Istituto Veneto Sc. L. e A. 1929, T. LXXXVIII.
PANIZZA — Atti della Società Medico-Chirurgica di Padova, 1925.
POLICARD — Quelques consid. sur le tissu vésiculo-fibreux. Bulletin d'Hist., T. I, 1924.
SCHAFFER — Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. 87, 1911.
— — Lehrbuch d. Histologie u. Histogenese, Leipzig, 1922.
STUDNICKA — Zeitschr. f. Zellforsch. u. mikr. Anat. Bd. 2, 1925.
— — „ „ „ „ „ „ „ 3, 1926.
TERNI — I tessuti a grandi cellule vescicolose con glicogeno. Monit. Zool. It., vol. I, 1924.
— — La corda dorsale ecc. Monit. Zool., It. n. 1, 1927.
VOIT — Cit. da Luciani, Fisiologia dell'uomo. Milano, 1901, vol. IV, pag. 500.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 5 agosto 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

1929 N. 1-2-3

OSSERVATORIO GEOFISICO

DEL

SEMINARIO PATRIARCALE DI VENEZIA

BOLLETTINO MENSILE

Gennaio - Febbraio - Marzo 1929

Delle Osservazioni Meteorologiche Anno 94°
" " Geodinamiche " 25°

COORDINATE DELL' OSSERVATORIO

LATITUDINE			45° 25' 48",9 N
LONGITUDINE		*in tempo*	*in arco*
dal merid. dell' EUROPA CENTRALE .		0h 10m 41s,02	2° 40' 19",7 W
da GREENWICH . . .		0h 49m 18s,2	12° 19' 40",3 E
" ROMA (M. Mario) . . .		0h 0m 28s,2	0° 07' 01",49 W
" " (Coll. Rom.) . . .		0h 0m 34s,7	0° 08' 40",50 W
" " (Campidoglio) . . .		0h 0m 38s,14	0° 9' 25",7 W

I pozzetti dei Barometri si trovano a m. 25,00 sul. liv. m. del mare.

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell' aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	753.00	752.00	752.24	752.41	5.8	1.0	2.4	5.4	2.7	3.0
2	48.60	50.74	53.00	50.78	3.6	1.0	2.3	2.8	3.0	2.5
3	57.08	57.63	57.85	57.52	5.0	1.5	2.4	4.5	3.4	3.1
4	56.77	56.76	58.96	57.49	2.0	0.5	3.0	1.2	1.5	1.7
5	59.25	59.53	61.35	60.04	6.0	0.2	2.6	5.2	4.6	3.4
6	63.20	65.71	67.45	66.12	4.8	0.0	1.2	4.6	2.2	2.1
7	69.38	69.37	69.82	69.52	4.6	0.0	2.2	4.3	2.2	2.2
8	71.14	72.75	74.09	72.66	3.6	- 0.5	1.2	3.4	1.8	1.5
9	75.91	75.82	77.00	76.24	5.5	- 0.3	1.3	5.2	3.4	2.5
10	76.30	74.52	14.07	74.99	2.0	- 2.8	1.6	1.8	- 0.8	0.0
I. Dec.	**63.27**	**63.48**	**64.58**	**63.77**	**4.3**	**0.1**	**2.0**	**3.8**	**2.4**	**2.2**
11	73.45	72.44	72.77	72.89	2.5	4.5	- 2.1	2.2	- 0.7	- 1.2
12	72.96	72.10	71.60	72.20	1.4	- 5.0	- 4.3	1.2	- 2.8	- 2.7
13	69.50	66.25	64.30	66.68	- 2.0	- 7.0	- 4.6	- 2.6	- 4.0	- 4.4
14	59.47	57.23	56.31	57.33	2.0	- 6.0	- 2.5	1.2	2.0	- 1.1
15	56.74	54.41	52.51	54.55	3.1	- 1.0	- 0.5	3.0	1.4	- 0.8
16	47.50	45.06	45.58	46.46	1.5	- 1.2	- 1.0	1.0	- 0.4	- 0.3
17	55.71	56.66	58.80	57.05	1.6	- 2.2	- 1.0	1.6	- 0.6	- 0.6
18	64.00	65.40	68.53	65.98	1.0	- 4.5	- 3.3	0.6	- 0.4	- 1.8
19	70.80	70.51	71.68	71.00	1.8	- 3.8	- 2.8	1.6	- 0.2	- 1.2
20	71.00	71.28	71.50	71.26	3.2	- 3.9	- 2.7	3.0	1.2	- 0.5
II. Dec.	**64.11**	**63.13**	**63 35**	**63.54**	**1.8**	**- 3.9**	**- 2.5**	**1.5**	**- 0.9**	**- 1.4**
21	71.85	70.24	70.68	70.92	3.6	- 1.5	- 0.3	3.5	1.7	0.9
22	69.88	68.86	68.00	68.91	3.0	- 1.8	- 0.6	2.4	1.6	0.5
23	66.00	64.69	63.70	64.80	4.5	0.0	0.6	4.2	2.4	1.9
24	60.41	58.42	55.95	58.26	4.2	0.8	1.2	2.2	1.1	1.8
25	48.85	47.03	48.25	48.04	0.9	- 1.8	0.0	- 0.5	0.0	- 0.2
26	48.17	49.83	48.55	48.85	1.7	- 0.8	0.5	1.2	1.0	0.6
27	52.10	54.38	56.13	54.20	1.8	- 1.4	- 0.4	1.6	- 0.6	- 0.1
28	60.48	62.20	65.18	62.62	1.0	- 3.2	- 2.0	0.7	- 1.0	- 1.3
29	69.90	69.85	70.21	70.00	0.8	- 5.0	- 4.6	0.4	- 2.0	- 2.7
30	69.30	67.78	67.20	68.10	3.2	- 4.2	- 2.6	2.8	1.4	- 0.6
31	66.55	66.75	67.86	67.05	2.7	- 3.0	0.3	2.4	0.2	0.0
III. Dec.	**62.14**	**61.82**	**61.98**	**61.98**	**2.5**	**- 2.0**	**- 0.7**	**2.1**	**0.4**	**0.1**
Media mens.	63.17	62.81	63.30	63.10	2.5	- 1.9	- 0.4	2.5	0.6	0.3
Massima	777.00 il giorno 9				6.0 il giorno 5					
Minima	745.06 „ 16				- 7.0 „ 13					

Digitized by Google

GENNAIO 1929

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
4.11	4.65	5.08	4.61	75	69	91	75	0	2	4	2
4.93	4.64	4.33	4.63	91	83	76	84	3	4	3	3
4.30	4.79	4.28	4.46	79	76	73	76	3	2	2	2
4.52	4.53	4.83	4.63	80	91	94	88	3	4	4	4
4.57	4.67	4.14	4.46	82	70	65	72	1	0	1	1
4.14	4.53	4.23	4.30	83	71	79	78	0	0	1	0
4.23	3.74	3.48	3.82	79	60	64	68	2	1	3	2
2.78	3.05	2.80	2.88	55	51	54	53	4	3	2	3
3.06	3.31	2.70	3.02	61	50	47	53	2	3	4	3
2.29	2.47	2.35	2.38	56	47	54	52	3	3	1	2
3.89	**4.04**	**3.82**	**3.92**	**74**	**67**	**70**	**70**	**2**	**2**	**3**	**2**
2.24	3.10	2.94	2.76	57	57	67	61	1	0	0	0
2.76	3.77	3.39	3.31	83	74	91	83	0	0	0	0
3.08	3.45	3.21	3.25	95	91	93	93	0	0	0	0
3.73	4.44	4.16	4.44	98	89	79	85	0	0	0	0
3.17	3.01	3.01	3.63	72	53	59	61	3	2	1	2
2.99	3.06	2.95	3.33	71	61	66	66	0	0	0	0
1.82	2.90	2.89	2.54	43	56	66	55	0	0	0	0
1.94	2.27	2.46	2.22	54	47	55	52	0	0	0	0
2.45	3.07	2.85	2.76	66	59	63	63	1	0	0	0
3.18	4.13	3.80	3.70	85	72	75	74	0	0	0	0
2.74	**3.82**	**3.16**	**3.19**	**72**	**66**	**71**	**69**	**0**	**0**	**0**	**0**
3.57	4.22	4.15	3.98	79	71	80	77	0	0	0	0
3.55	4.11	3.84	3.89	80	75	74	76	0	0	0	0
3.94	4.77	4.30	4.34	81	77	79	79	0	0	0	0
4.26	4.99	4.69	4.65	85	93	94	91	0	0	1	0
4.41	4.17	4.39	4.32	96	94	94	93	3	4	3	3
4.30	3.62	4.47	4.13	90	72	90	84	3	3	3	3
4.03	3.93	3.39	3.78	90	76	77	81	1	1	2	1
2.98	3.38	2.94	3.10	75	70	69	71	1	0	0	0
2.47	3.20	2.66	2.74	76	67	67	70	0	0	0	0
2.65	2.68	2.51	2.61	70	65	49	61	0	0	0	0
3.08	2.99	3.13	3.07	65	55	67	62	3	2	3	3
3.57	**3.82**	**3.70**	**3.69**	**81**	**74**	**76**	**77**	**1**	**1**	**1**	**1**
3.40	3.73	10.23	3.60	76	69	72	72	1	1	1	1

4.93 il giorno 2
1.82 „ 17

98 il giorno 25
43 „ 17

Giorni con mare

Calmo (0) 13 | legg. mosso (1) 5 | mosso (2) 1
agitato (3) 6 | grosso (4) 6 | tempestoso (5) —

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13h	
1	9	N	9	N	14	NE	20	NE	17	NE	16	NE	14	N	13	N	20	N	22	NE	24	NE	26	NE	24	NE
2	63	NE	61	NE	60	NE	61	NE	58	NE	54	NE	48	NE	45	NE	47	NE	40	NE	37	NE	32	NE	33	NE
3	22	NE	19	NE	15	NE	13	N	17	N	19	N	19	NE	19	N	24	NE	23	NE	21	NE	20	N	16	NE
4	18	N	21	NE	22	NE	26	NE	30	NE	30	NE	30	NE	23	NE	38	NE	45	NE	47	NE	44	NE	47	NE
5	11	N	10	N	10	N	12	N	9	N	14	NE	12	N	8	N	11	NW	10	NW	9	N	10	NW	10	NW
6	4	N	5	NE	7	N	6	NW	7	N	8	N	13	N	8	N	10	N	7	N	8	N	12	N	13	N
7	26	NE	20	N	18	N	18	N	18	N	21	N	28	NE	34	NE	28	NE	31	NE	23	NE	22	NE	17	N
8	23	NE	16	N	16	N	16	N	23	NE	21	NE	24	NE	22	NE	37	NE	38	NE	46	NE	45	NE	41	NE
9	18	NE	17	N	16	N	21	N	28	NE	19	NW	20	N	21	N	18	N	18	N	15	NW	17	NE	16	N
10	25	NE	22	N	21	N	23	NE	25	N	28	N	28	NE	29	NE	25	NE	27	NE	28	NE	30	NE	28	NE
I. Dec.	20	NE	20	N	19	N	22	N	23	NE	23	N	24	NE	23	N	26	NE	26	NE	27	NE	27	NE	24	NE
11	14	N	14	N	12	N	18	N	19	N	21	N	20	N	19	N	17	N	21	N	23	NE	21	NE	20	NE
12	13	N	13	N	11	N	11	N	6	N	6	N	7	NW	1	N	6	NW	6	NW	8	NW	6	NW	4	NW
13	10	SW	6	SW	3	NW	4	NW	2	NW	6	NW	1	NW	1	NW	calma		calma		3	W	calma		3	W
14	1	W	2	NW	3	NE	6	N	6	N	7	N	6	N	6	NE	3	N	4	N	6	N	7	N	6	N
15	37	NE	32	NE	33	NE	25	NE	25	NE	22	NE	21	NE	20	NE	19	N	16	N	15	N	15	N	19	NE
16	6	N	7	N	3	N	6	NE	9	NE	6	N	4	N	6	N	8	N	7	NW	4	N	5	N	4	NE
17	34	NE	30	NE	31	NE	29	NE	23	NE	13	N	10	N	4	N	1	NE	5	NE	8	SE	12	SW	10	SW
18	7	N	12	N	12	N	8	N	7	NW	12	N	9	N	5	NW	8	N	8	N	5	N	5	NE	4	N
19	12	N	8	N	7	N	5	N	3	N	1	N	6	W	4	NW	6	NW	4	SW	3	NW	4	NW	4	SW
20	3	N	5	N	5	N	4	NW	6	N	8	N	9	N	9	N	10	N	10	N	10	N	9	N	5	NW
II. Dec.	15	N	13	N	12	N	12	N	11	N	10	N	9	N	7	N	8	N	8	N	8	N	8	N	8	NE
21	7	NW	2	N	calma		calma		5	NW	5	NW	4	NW	8	NW	4	NW	2	N	calma		1	NE	2	N
22	14	N	11	N	8	N	7	NE	6	N	12	N	11	N	13	N	16	N	18	NE	15	NE	11	NW	10	N
23	9	N	11	NW	12	NW	11	N	14	N	14	N	11	N	11	N	15	N	12	N	9	N	8	NW	5	NW
24	9	NW	8	NW	7	NW	5	N	1	N	2	N	calma		1	N	1	N	1	N	2	N	1	N	calma	
25	23	NE	25	NE	28	NE	33	NE	37	NE	35	NE	43	NE	25	NE	52	NE	49	NE	52	NE	51	NE	49	NE
26	46	NE	44	NE	40	NE	41	NE	42	NE	43	NE	46	NE	50	NE	45	NE	47	NE	47	NE	44	NE	37	NE
27	16	N	14	N	9	N	8	N	10	N	9	N	6	NW	8	NW	9	NW	9	NW	12	NW	11	NW	10	SW
28	11	N	11	N	11	N	11	N	10	N	12	N	10	N	12	N	12	N	9	N	11	N	11	N	10	N
29	6	NE	4	NE	4	N	3	N	4	N	8	N	5	N	6	NE	8	NW	9	NW	4	NE	4	N	6	N
30	14	NW	11	NW	13	NW	12	NE	8	NW	5	NW	3	NW	6	NW	6	NW	7	NW	4	N	3	N	7	SW
31	7	NW	8	NW	11	N	20	N	23	N	30	NE	27	NE	22	NE	19	NE	21	NE	15	NE	14	NE	13	NE
III. Dec.	16	N	15	N	13	N	13	N	16	N	17	N	17	N	19	N	20	N	18	NE	17	NE	16	NE	15	N
Media mensile	17	N	16	N	15	N	16	N	17	N	17	N	17	N	16	N	18	N	17	NE	17	NE	17	NE	16	NE

Frequenza relativa

	N	NE	E	SE
I. decade	89	137	2	–
II. decade	100	48	2	1
III. decade	91	89	2	–
mese	280	274	6	1

Predom.

Digitized by Google

GENNAIO 1929

e Direzione																			Vento predominante		
13-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
31	NE	44	NE	54	NE	50	NE	54	NE	55	NE	60	NE	53	NE	55	NE	53	NE	61	NE	NE	33	61
37	NE	39	NE	28	NE	33	NE	35	NE	32	NE	32	NE	29	NE	35	NE	32	NE	25	NE	NE	42	63
13	N	10	N	9	N	10	N	7	N	9	N	9	NE	12	NE	12	NE	13	N	17	N	N	15	24
47	NE	51	NE	51	NE	49	NE	44	NE	43	NE	41	NE	43	NE	35	NE	32	NE	17	NE	NE	37	51
7	NW	3	NW	2	NW	6	W	2	E	6	E	8	NE	9	NE	13	N	11	N	10	N	N	9	14
10	N	9	N	8	N	6	N	10	NW	9	N	16	N	19	NE	22	NE	22	NE	26	NE	N	11	26
22	NE	26	NE	34	NE	23	NE	32	NE	34	NE	32	NE	33	NE	34	NE	29	NE	26	NE	NE	26	34
35	NE	30	NE	25	NE	23	NE	18	N	14	N	13	N	11	N	14	N	14	N	13	N	NE	24	46
16	N	17	N	14	N	17	N	24	NE	33	NE	43	NE	40	NE	27	NE	21	N	25	NE	N	22	43
26	NE	21	NE	18	NE	18	N	15	N	17	N	14	N	11	N	14	N	12	N	13	N	N,NE	22	30
24	NE	25	NE	25	NE	22	NE	24	NE	25	NE	27	NE	26	NE	26	NE	24	NE	23	NE	NE	24	63
17	N	12	NE	11	N	12	N	14	N	19	NE	19	N	19	N	17	NE	17	NE	9	N	N	17	23
4	W	7	NW	9	SW	13	SW	12	SW	9	SW	5	SW	4	W	10	W	6	SW	8	NW	N	18	13
6	SW	8	SW	4	NW	2	W	3	W	3	W	1	W	2	NW	calma		2	NW	calma		NW	13	10
9	N	7	NE	5	NE	6	NE	9	NE	18	NE	23	NE	26	NE	34	NE	39	NE	41	NE	NE	22	41
18	NE	15	NE	12	NE	9	NE	5	N	5	N	7	N	5	N	6	N	6	N	9	N	NE	18	37
5	N	4	N	6	N	4	N	6	N	5	NW	6	N	7	N	8	N	14	NE	34	NE	N	7	34
12	SW	11	SW	13	SW	16	SW	11	SW	9	SW	7	SW	9	SW	9	SW	3	N	7	N	SW	13	34
3	N	3	NE	2	E	3	E	calma		calma		5	NE	5	NE	8	N	6	N	8	N	N	7	12
6	SW	4	SW	2	W	1	W	2	W	1	W	1	W	1	W	calma		2	W	2	N	W	4	12
2	N	calma		calma		calma		1	S	calma		2	S	3	S	6	NW	7	W	6	W	N	5	10
8	N	7	NE	6	SW	6	SW	6	N	7	NE	8	N	8	N	10	NE	10	NW	12	N	N	12	41
1	N	2	NW	3	NE	calma		2	E	calma		calma		2	N	7	N	14	NE	18	NE	NW	4	18
9	NE	9	NE	8	NE	8	N	9	N	11	N	11	N	16	N	10	N	12	N	13	N	N	11	18
2	SW	calma		2	NE	3	E	4	S	7	SW	3	W	3	NW	7	NW	8	NW	12	NW	N,NW	8	15
calma		2	N	4	N	7	NE	9	N	12	NE	14	NE	16	NE	21	NE	23	NE	23	NE	N	7	23
48	NE	53	NE	54	NE	50	NE	48	NE	46	NE	42	NE	40	NE	37	NE	39	NE	42	NE	NE	43	53
33	NE	31	NE	30	NE	32	NE	35	NE	32	NE	30	NE	26	NE	31	NE	26	NE	22	NE	NE	47	50
8	NW	8	NW	9	N	8	N	11	N	12	N	12	N	11	N	15	N	15	N	13	NE	N	11	16
11	N	9	N	8	NW	8	SW	7	NW	8	NW	8	NW	9	N	8	N	7	N	9	NW	N	10	12
6	NW	7	NW	8	NW	7	NW	8	NW	11	NW	8	NW	9	NW	13	NW	15	NW	15	NW	NW	7	15
6	NW	6	NW	7	NW	10	NW	7	NW	11	NW	13	NW	11	NW	7	N	6	N	4	N	NW	7	12
17	NE	17	NE	20	NE	18	NE	22	NE	23	NE	24	NE	30	NE	31	NE	30	NE	28	NE	NE	20	31
14	NE	11	NE	15	NE	15	NE	16	N	17	NE	16	NE	17	NE	19	NE	19	NE	19	NE	N	16	53
15	NE	18	NE	15	NE	14	NE	15	N	16	NE	14	NE	14	NE	18	NE	18	NE	18	NE	N	17	63

lei Venti

S	SW	W	NW	calma
—	—	1	11	—
3	25	20	29	12
1	1	1	69	10
4	26	22	109	22

iante NE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione media
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	10	10	10	10	St.	St.-Ne	St.	0 00	3.0
2	10	10	10	10	St.-Cu WSW	St.-Ne-Cu NE	St.	0 20	4.0
3	10	9	0	6	St.-Ne	St.-Cu-Ne-Ci	sereno	0 40	2.2
4	10	10	10	10	St.-Ne	St.-Ne	St. Ne	0 00	1.3
5	7	5	0	4	St.-Cu W	St.-Cu-Ci W	sereno	4 30	8.0
6	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 00	3.0
7	4	4	0	3	St.-Ci	Ci-St.	sereno	7 30	9.5
8	3	3	0	2	Ci-St.	Ci-St.	sereno	7 40	8.0
9	5	4	0	3	Ci-St.	Ci	sereno	7 30	8.3
10	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 20	9.7
I. Dec.	**6**	**5**	**3**	**5**				**44 30**	**5.7**
11	8	0	0	3	Cu-St. W	sereno	sereno	7 00	8.7
12	4	0	10	5	Ci-Cu-St E	sereno	sereno	6 35	9.4
13	10	10	10	10	nebbia	nebbia W	sereno	0 00	4.1
14	10	5	0	5	nebbia E	Cu-St.-Ci E	sereno	1 30	4.4
15	0	6	0	2	sereno	cirri	sereno	7 45	8.5
16	4	10	2	5	St.-Cu ENE	St.-Cu	St.	2 00	6.3
17	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 20	10.6
18	1	5	0	2	Ci S	Ci.-Str. SE	sereno	8 00	8.5
19	0	8	3	4	sereno	Ci-Cu-Str.	Ci-Str.	6 25	9.3
20	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	7 15	8.7
II. Dec.	**4**	**4**	**2**	**4**				**54 50**	**7.9**
21	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	7 40	7.8
22	8	10	9	9	Ci-St.-Cu S	Al.-Str. S	Cu-Str. ESE	0 10	6.0
23	9	3	10	7	Cu-St.-Ci ESE	Str.-Cu E	Cu-Str. E	3 10	5.6
24	10	10	10	10	nebbia	nebbia	Str.	0 00	1.4
25	10	10	10	10	Al.-Str.	Al.-Str.	Str.	0 00	1.6
26	10	10	10	10	Al.-Str.	Al.-Str.	Str.	0 00	3.6
27	10	10	10	10	Al.-Str.	Al.-Str.	Str.	0 00	4.8
28	10	8	0	6	Al.-Str.	Str.-fra-Cu	sereno	2 15	7.1
29	0	2	0	1	sereno	Ci	sereno	8 35	11.4
30	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 45	11.8
31	4	0	0	1	Ci-Cu-St.	sereno	sereno	8 50	11.8
III. Dec.	**7**	**6**	**6**	**6**				**39 25**	**6.5**
Media mens.	6	5	4	5			**Totali mensili**	138 05	6.7

Stato del cielo: giorni	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡³
1. decade	3	4	3	2	—	—	—
2. »	4	5	1	4	1	—	3
3. »	4	2	5	4	2	—	1
Mese	11	11	9	10	3	—	4

Digitized by Google

GENNAIO 1929

Radiazione massima	Evaporaz. totale in mm. (all'ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
6.8	1.8	1.0	—	—	—	m. con g., ◍ s., ⊕ p., ⌐ s., ⚹ △ 23h30m, p. e s. burr.
18.0	1.2	5.3	—	—	—	⌐ ◍ n., ⊕ d. 15.30 a. 14.30, ● p. burr. tutto il giorno
6.5	1.1	1.2	—	—	—	◍ n. e m.
3.0	0.7	1.3	—	—	—	⌐ ◍ ⚹ △ m., ⌐ p., ◍ s., ⌐ s., tutto il giorno burr.
25.0	0.7	0.5	—	—	—	⌣ ◍ ⚹ n., totale della nevicata cm. 0.5
15.0	0.9	—	—	—	—	V³ ⌣ n., 〓 m.
18.0	1.2	—	—	—	—	V³ ⌣ n., ⌐ p. e s., nel p. burr.
21.0	1.7	—	—	—	—	V ⌣ n., nel m. burr.
17.5	2.0	—	—	—	—	V ⌣ n., 〓 m., ⌐ s., burr.
18.5	1.4	—	—	—	—	V ⌣ n., nel m. burr.
14.9	**12.7**	**9.3**	—	—	—	
18.0	0.8	—	—	—	—	V ⌣ n.
17.0	0.7	—	—	—	—	V² ⌣ n., ⊕ m., 〓 m. e p., 〓³ s.
17.0	?	—	—	—	—	V³ 〓³ ⌣ n.!, ⊕ m. e p., 〓³ tutto il giorno ! Calabrosa eccez. (3-5 mm.)
17.0	?	—	—	—	—	V³ 〓³ ⌣ n., 〓³ m., ⊕ 〓² p., ⌐ s., burr.
19.0	?	—	—	—	—	V ⌣ n., 〓 m. e s., ⌐ n.
15.0	?	—	—	—	—	V ⌣ n., 〓' m., 〓 pom., ⌐ n.
20.0	?	—	—	—	—	V ⌣ n., ⌐ n.
19.0	?	—	—	—	—	V² ⌣ n., 〓 s.
21.0	?	—	—	—	—	V ⌣ n., 〓 m.
18.0	?	—	—	—	—	V ⌣ n., 〓 m. e p.
18.1	**1.5**	—	—	—	—	
16.0	?	—	—	—	—	V² ⌣ n., 〓' m., 〓 p., 〓' s.
18.0	?	—	—	—	—	V² ⌣ n., 〓' m., 〓 p., ⊕ m, e p.
15.0	?	—	—	—	—	V ⌣ n., 〓 m. e p', ⊕ m. e p., ◖ s.
2.0	?	1.6	—	—	—	〓¹ n., 〓² m., 〓³ p., 〓' s., ● p. e s.
4.0	?	7.0	—	—	—	◍ n., ⚹ m. e p. (cm. 11) tutto il giorno, burr.
10.0	?	0.7	—	—	—	⚹ n. e m., abb. nevicata (cm. 9) tutto il giorno, burr.
11.0	?	—	—	—	—	⚹ n. e m. (cm. 2), ⊕ p.
17.0	?	—	—	—	—	V ⌣ n., ⊕ m.
21.0	?	—	—	—	—	V ⌣ n., 〓 tutto il giorno
21.0	?	—	—	—	—	V ⌣ n., 〓 tutto il giorno
21.5	?	—	—	—	—	V ⌣ n., 〓 m. e p., ⌐ s.
11.1	—	**9.3**	—	—	—	
14.7	1.42	18.6	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
5	3	—	5	6	—	—	3	5	5
—	—	—	10	10	—	—	4	1	1
2	2	—	7	7	—	—	1	—	—
7	5	—	22	23	—	—	8	6	6

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	767.40	66.67	766.23	66.77	1.8	- 3.8	- 1.4	1.6	- 1.3	- 1.2
2	65.00	64.16	65.98	65.05	- 2.8	- 6.3	- 3.0	- 3.2	- 6.0	- 4.5
3	66.65	64 85	65.67	65.72	- 4.0	- 10.0	- 8.8	- 4.4	- 6.0	- 7.2
4	66.00	65.16	65.14	65.43	- 0.0	- 9.3	- 6.0	- 0.6	- 3.0	- 4.6
5	65.00	64 44	64.10	64.51	1.5	- 7.2	- 5.3	- 0.6	- 1.0	- 3.0
6	62.85	62.42	62.81	62.69	2.0	- 5.2	- 3.2	1.2	0.6	- 1.4
7	64.75	66.30	68.00	66.35	3.5	- 3.0	- 0.2	3.0	0.0	0.1
8	69.82	68.35	66.55	68.27	0.0	- 8.0	- 6.4	- 1.4	- 2.6	- 4.2
9	63.21	61.35	59.90	61.49	1.0	- 7.0	- 5.6	0.0	- 1.6	- 3.3
10	57.60	56.06	55.77	56.48	- 0.8	- 6.8	- 3.2	- 1.4	- 4.8	- 3.9
I. Dec.	**64.82**	**63.97**	**64.01**	**64.27**	**0.2**	**6.6**	**- 4.3**	**- 0.6**	**- 2.6**	**- 3.3**
11	54.12	54.07	55.09	54.43	- 6.6	- 10.0	- 8.2	- 7.6	- 9.0	- 8.4
12	54.80	52.35	50.45	52.53	- 8.5	- 13.0	- 11.2	- 9.0	-10.0	- 10.7
13	53.36	42.69	43.43	43.83	- 7.7	- 11.0	- 9.7	- 8.9	- 8.0	- 9.1
14	48.69	50.00	52.10	50.26	- 5.2	- 10.0	- 7.9	- 5.5	- 6.7	- 7.1
15	51.35	50.77	51.53	51.22	- 3.0	- 9.0	- 7.5	- 3.3	- 6.3	- 6.4
16	54.78	55.29	56.88	55.65	0.0	- 9.0	- 5.6	- 0.2	- 2.4	- 4.2
17	56.97	55.69	57.29	56.55	1.8	- 6.8	- 4.7	1.2	1.2	- 2.1
18	60.34	61 53	63.30	61.72	3.4	- 0.1	2.0	3.0	1.7	1.7
19	63.95	64.15	64.85	64.32	1.9	- 1.5	- 0.2	1.6	0.4	0.1
20	66.09	65.85	66.70	66.21	2.8	- 2.5	- 0.4	2.4	1.6	0.4
II. Dec.	**55.65**	**55.24**	**56.16**	**55.67**	**- 2.1**	**- 7.3**	**- 5.3**	**- 2.6**	**- 3.7**	**- 4.6**
21	70.16	70.57	72.00	70.91	2.2	- 2.0	- 0.6	2.0	0.2	- 0.6
22	72.05	69.09	67.28	69.47	0.4	- 6.6	- 5.4	0.0	- 1.2	- 3.2
23	62.38	61.27	60.74	61.46	1.4	- 5.0	- 3.6	1.2	- 0.2	- 2.2
24	59.58	58.55	58.25	58.79	2.2	- 1.5	- 0.8	2.0	1.6	0.4
25	57.26	57.12	58.55	57.64	6.3	- 1.0	2.4	6.2	4.4	3.5
26	54.72	57.41	57.09	57.74	6.0	1.0	3.0	5.9	3.8	3.4
27	54.02	51.97	51.42	52.47	7.7	2.2	3.6	7.6	3.4	4.2
28	50.75	53.34	57.98	54.02	5.8	2.3	5.0	5.6	3.5	5.5
III. Dec.	**60.61**	**59.91**	**60.41**	**60.31**	**4.0**	**- 1.1**	**0.4**	**3.8**	**1.9**	**1.3**
Media mens.	62.36	59.71	60.19	60.08	0.7	- 5.0	- 3.1	0.2	- 1.5	2.2
Massima	72.05 il giorno 22				7.7 il giorno 27					
Minima	42.69 „ 13				— 13.0 „ 12					

Digitized by Google

FEBBRAIO 1929

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
2.82	3.07	2.45	2.78	68	59	59	62	0	1	1	1
2.53	1.74	1.70	1.99	68	48	59	58	2	3	3	3
1.32	1.76	1.86	1.65	57	54	64	58	0	0	0	0
1.70	2.57	2.40	2.22	59	58	66	61	0	0	0	0
2.23	2.93	2.78	2.65	73	60	65	66	1	0	0	0
2.50	2.78	2.60	2.63	69	55	54	59	0	0	0	0
2.85	3.75	3.05	3.22	63	66	65	65	1	2	2	2
1.62	2.34	2.19	2.05	58	56	58	57	1	0	0	0
2.24	2.75	2.61	2.53	75	60	64	66	0	0	1	0
2.66	2.67	2.12	2.48	73	64	66	68	1	2	3	2
2.25	**2.63**	**2.37**	**2.42**	**66**	**57**	**62**	**62**	**0**	**1**	**1**	**1**
1.57	1.53	1.42	1.51	65	61	62	63	4	4	3	4
1.22	1.35	1.67	1.41	65	59	81	68	2	3	2	2
1.51	1.93	1.74	1.73	71	85	71	76	3	3	3	3
1.98	2.18	1.92	5.19	80	72	70	74	3	3	2	3
1.77	2.24	1.86	1.96	69	63	66	66	0	1	0	0
2.08	2.69	2.24	2.34	70	59	59	63	0	0	0	0
2.37	3.12	3.28	2.92	74	62	65	67	0	0	1	0
3.60	3.56	3.59	3.58	67	63	69	66	1	3	3	2
3.01	3.07	3.03	3.04	66	59	64	63	2	2	1	2
3.03	3.17	2.90	3.03	68	58	56	60	1	1	1	1
2.21	**2.48**	**2.36**	**2.67**	**69**	**64**	**66**	**66**	**2**	**2**	**2**	**2**
2.57	2.58	2.64	2.59	58	56	57	57	1	2	3	2
1.83	2.58	2.72	2.38	61	56	65	61	2	0	0	1
2.71	3.12	3.01	2.95	77	62	66	68	0	0	0	0
3.66	3.97	3.84	3.86	84	75	74	78	0	0	0	0
4.87	5.20	5.40	5.16	89	73	85	82	0	0	0	0
4.91	5.79	5.01	5.24	86	83	83	84	0	0	0	0
5.33	6.48	5.65	5.82	90	83	97	90	0	0	0	0
4.89	3.94	3.64	4.15	75	58	61	64	2	4	4	3
3.85	**4.21**	**3.98**	**4.02**	**77**	**68**	**73**	**73**	**0**	**1**	**1**	**1**
2.77	3.11	2.90	3.04	71	63	67	67	1	1	1	1

6.48 il giorno 27
1.22 „ 12

97 il giorno 27
48 „ 2

Giorni con mare

Calmo(0) 9 | legg. mosso(1) 6 | mosso(2) 3
agitato(3) 7 | grosso(4) 2 | tempestoso(5) —

Digitized by Google

MESE DI

VENTO — Velocità

DATA	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13h	
1	30	NE	29	NE	27	NE	22	NE	19	N	16	NE	18	NE	25	NE	27	NE	15	N	15	N	16	N	18	NE
2	12	N	17	N	19	N	20	NE	20	NE	23	NE	21	NE	19	NE	28	NE	34	NE	33	NE	40	NE	44	NE
3	33	NE	22	N	22	NE	16	N	17	N	19	N	13	NW	17	NW	12	NW	11	NW	9	NW	7	N	9	NW
4	13	N	13	N	12	N	11	N	9	N	9	N	7	N	8	NW	7	NW	6	NW	6	NW	7	NW	6	NW
5	6	NW	6	NW	5	NW	4	NW	4	NW	3	W	7	NW	3	NW	3	N	4	N	2	NW	2	S	4	S
6	4	NW	4	NW	4	N	4	N	3	N	6	N	3	N	4	N	4	N	6	N	5	N	6	N	3	N
7	11	N	6	N	16	N	23	N	24	N	22	N	24	N	23	N	22	N	25	N	27	N	24	N	25	NE
8	24	NE	24	NE	22	NE	23	NE	23	NE	19	NE	17	N	16	N	16	N	17	N	20	NE	13	NE	9	N
9	5	W	4	W	3	W	3	N	3	N	5	W	5	NW	4	NW	5	NW	3	N	3	NW	3	N	4	N
10	3	N	3	N	6	NW	9	N	11	N	15	N	20	N	21	N	24	NE	25	NE	22	NE	22	NE	22	NE
1. Dec.	14	N	28	N	13	N	13	N	13	N	14	N	13	N	14	NW	15	N	15	N	14	NW	14	N	14	NE
11	37	NE	37	NE	34	NE	33	NE	31	NE	37	NE	40	NE	52	NE	41	NE	51	NE	54	NE	51	NE	48	NE
12	32	NE	29	NE	31	NE	34	NE	31	NE	29	NE	29	NE	31	NE	29	NE	31	NE	35	NE	36	NE	40	NE
13	36	NE	36	NE	36	NE	41	NE	47	NE	42	NE	39	NE	48	NE	51	NE	51	NE	45	NE	35	NE	42	NE
14	33	NE	27	NE	27	NE	29	NE	36	NE	37	NE	41	NE	41	NE	38	NE	37	NE	34	NE	32	NE	33	NE
15	14	NW	14	NW	13	NW	12	NW	12	NW	15	N	10	N	7	N	6	N	6	N	6	N	9	NW	8	NW
16	9	NW	8	NW	7	N	2	N	7	N	11	NW	14	N	8	NW	13	N	10	N	10	NW	8	NW	9	NW
17	7	N	9	N	6	N	6	N	7	N	7	N	8	NW	9	NW	13	N	13	NW	17	NW	13	NW	15	NW
18	38	E	34	E	28	NE	33	NE	36	NE	37	SE	34	SE	35	SE	41	E	40	SE	33	NE	33	NE	34	NE
19	14	N	16	NE	14	NE	20	NE	16	NE	20	NE	22	NE	17	N	22	NE	26	NE	22	NE	22	NE	21	NE
20	45	NE	44	NE	34	NE	17	NE	15	N	12	N	13	N	16	N	17	N	22	NE	24	NE	18	NE	21	NE
11. Dec.	26	NE	25	NE	23	NE	23	NE	24	NE	25	NE	25	NE	26	NE	27	NE	28	NE	28	NE	26	NE	27	NE
21	23	NE	23	NE	29	NE	27	NE	26	NE	22	N	20	NE	14	N	17	N	24	N	22	NE	25	NE	30	NE
22	29	NE	23	NE	17	N	14	N	18	N	18	N	20	N	18	N	19	NE	16	NE	10	NE	?	N	?	N
23	2	W	4	W	2	W	5	W	1	NW	4	N	4	N	7	NW	7	NW	5	NW	7	N	5	N	5	NE
24	7	N	9	N	9	N	6	NE	8	NE	7	N	9	N	9	N	10	N	9	N	8	N	7	N	7	N
25	7	N	6	N	4	N	6	N	10	N	8	NW	6	N	4	N	3	N	4	NW	6	NW	7	N	6	N
26	9	N	8	N	10	N	8	N	4	N	3	N	3	N	3	N	4	N	2	N	3	N	4	N	4	N
27	10	SW	9	SW	5	SW	7	NW	13	NW	10	NW	3	NW	5	SW	3	NE	10	SW	7	SW	5	SW	3	SW
28	3	NW	5	NW	11	N	16	N	15	N	19	N	26	NE	26	NE	36	NE	41	NE	56	NE	57	NE	60	NE
III. Dec.	11	N	9	N	9	N	9	N	8	N	9	N	9	N	9	N	12	N	14	N	15	NE	16	N	16	N
Media mensile	17	N	21	N	15	N	15	N	15	N	16	N	16	N	16	NE	18	N	19	N	19	NE	18	N	19	NE

Frequenza relativa

	N	NE	E	SE
I. decade	80	77	—	—
II. decade	41	152	3	1
III. decade	82	48	—	1
mese	203	277	3	8

Predomi

Digitized by Google

FEBBRAIO 1929

e Direzione																			Vento predominante		
13-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km. ora
21	NE	21	NE	26	NE	18	NE	14	N	14	N	13	NE	15	NE	15	NE	14	NE	11	NE	NE	19	30
47	NE	33	NE	?	NE	?	NE	?	NE	?	NE	24	NE	27	NE	32	NE	33	NE	27	NE	NE	28	47
9	NW	11	NW	12	NW	9	NW	6	NW	10	NW	11	NW	10	N	12	NW	11	NW	13	N	NW	13	33
6	SW	10	SW	9	SW	7	SW	6	SW	4	SW	2	W	3	NW	6	NW	7	NW	9	NW	NW	8	13
6	SW	6	SW	3	SW	3	W	3	N	3	N	calma		3	N	4	N	3	N	4	N	N-NW	4	7
5	N	4	N	4	N	8	N	7	NW	10	NW	9	NW	10	N	8	N	9	N	8	N	N	6	10
19	NE	19	NE	17	NE	19	NE	24	NE	21	NE	23	NE	23	NE	21	NE	26	NE	23	NE	N	21	27
10	NW	8	NW	9	NW	8	NW	5	NW	5	W	2	W	4	W	3	W	2	W	2	W	NE	12	24
4	NW	4	NW	4	NW	2	NW	2	N	3	W	2	W	4	NW	6	NW	4	NW	3	NW	NW	4	5
30	NE	25	NE	16	NE	16	NE	19	NE	21	NE	24	NE	28	NE	34	NE	43	NE	40	NE	NE	20	43
15	NE	14	NE	11	NE	10	NE	9	NW	10	NW	11	NE	13	NE	14	NE	15	NE	14	NE	N	13	47
51	NE	54	NE	59	NE	55	NE	57	NE	56	NE	56	NE	51	NE	56	NE	52	NE	37	NE	NE	47	57
10	NE	35	NE	27	NE	34	NE	33	NE	34	NE	31	NE	33	NE	38	NE	34	NE	34	NE	NE	33	40
51	NE	52	NE	46	NE	55	NE	47	NE	45	NE	42	NE	43	NE	51	NE	52	NE	38	NE	NE	44	52
11	NE	35	NE	41	NE	39	NE	24	NE	20	NE	18	NE	15	NE	16	NE	11	NW	13	NW	NE	29	41
	NW	7	NW	9	SW	7	NW	4	NW	2	W	5	SW	2	NW	5	N	11	NW	10	NW	NW	8	14
9	NW	10	N	8	N	7	N	6	NW	7	NW	10	N	11	N	10	NW	10	N	8	NW	NNW	9	15
7	NW	17	NW	17	N	17	NW	15	N	21	NE	28	NE	27	NE	20	NE	26	NE	34	NE	NNW	15	31
7	NE	37	NE	27	NE	24	NE	19	NE	32	NE	32	NE	30	NE	27	NE	24	NE	18	N	NE	30	40
8	NE	22	NE	25	NE	22	NE	25	NE	27	NE	27	NE	27	NE	33	NE	38	NE	42	NE	NE	23	42
1	NE	14	N	16	NE	18	NE	17	NE	18	NE	20	N	22	NE	20	N	24	NE	21	N	NE	25	45
9	NE	28	NE	27	NE	28	NE	25	NE	26	NE	27	NE	26	NE	28	NE	28	NE	25	NE	NE	26	57
9	NE	30	SE	28	NE	29	NE	24	NE	23	NE	25	NE	33	NE	29	NE	32	NE	33	NE	NE	26	33
	NW	8	NW	8	NW	6	NW	3	N	3	N	1	N	4	N	5	W	8	W	7	W	N	12	29
	NE	5	SW	6	SW	5	SW	4	W	3	W	3	W	3	W	1	W	3	N	6	N	W	4	7
	NW	1	W	3	N	4	N	6	N	6	N	5	N	8	N	8	NW	6	N	7	N	N	7	10
	N	8	NW	8	N	7	N	5	N	6	N	4	N	3	N	2	N	5	N	4	N	N	6	10
	NW	4	NW	6	W	7	W	8	SW	8	SW	8	SW	12	NW	14	NW	12	NW	9	SW	N	6	14
	S	4	SE	7	SE	7	SE	6	S	calma		7	NE	14	N	15	N	15	N	16	N	SW	7	16
	NE	56	NE	46	NE	45	NE	45	NE	48	NE	52	NE	51	NE	49	NE	44	NE	52	NE	NE	41	60
	NW	14	NW	14	N	14	N	13	N	12	N	13	N	16	N	15	N	15	N	17	N	N	13	60
	NE	18	NE	17	NE	17	NE	16	N	16	N	17	NE	18	NE	19	NE	19	NE	19	NE	NE	17	60

Venti

S	SW	W	NW	calma
2	9	15	56	1
—	2	1	37	—
2	15	15	25	1
4	26	31	118	2

te NE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione media
	9	15	21	Media diurna	9	15	21		
								h m	
1	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 50	12.4
2	1	6	0	2	Ci-Cu	Cu-St.-Ci SW	sereno	8 40	12.8
3	0	1	0	0	sereno	sereno	sereno	9 05	13.7
4	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	9 20	14.0
5	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 20	12.9
6	8	9	0	6	Cu-St.-Ci	Al.St.	sereno	2 20	9.6
7	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 20	12.0
8	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 35	13.6
9	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	7 45	11.8
10	8	10	10	9	St.-Cu WNW	St.	Al.-St.	1 35	6.5
I. Dec.	**2**	**3**	**1**	**2**				**74 50**	**11.8**
11	10	5	0	5	Al.-St.	Cu-St.-Ci	sereno	3 45	11.1
12	7	10	10	9	St.-Cu-Ci ESE	Al.-St.	Al.-St.	0 00	4.3
13	10	10	10	10	Al.-St.	Al.-St.	Al.-St.	0 00	4.4
14	10	10	8	9	Al.-St.	Al.-St.	Al.-St.	0 00	7.3
15	6	0	0	2	Al.-Ci	sereno	sereno	8 25	12.0
16	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 35	14.0
17	4	7	10	7	Ci-St.	Ci-St.	Ci-Al.-St.	5 45	12.3
18	9	9	9	10	Cu-St.-Ci	Cu-St.-Ci	St.-Ci-Cu	1 45	9.4
19	5	9	10	8	Ci-Cu-St.	Al.-St.	Al.-St.	2 00	10.5
20	4	5	3	4	St.-nemb.	Ci-St.-Cu	Ci-St.	7 35	13.1
II. Dec.	**6**	**6**	**6**	**6**				**40 50**	**9.8**
21	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	9 45	15.4
22	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	9 35	15.0
23	5	0	7	4	Al.-St.-Ci-Cu	sereno	Cu-Ci-St. ESE	5 15	12.0
24	10	10	10	10	nebbia	Al.-St.	Al.-St.	0 00	4.5
25	10	6	5	7	nebbia	Cu fra Ci W	Cu-Ci	1 15	8.7
26	9	10	10	10	St.-Cu	Al.-St.	Al.-St.	0 50	7.4
27	6	8	10	8	Al.-St.	Al.-St.	nebbia	2 45	11.1
28	10	10	3	8	Al.-St.	Ci-Al.-St.	Al.-St.-Ci	0 20	9.0
III. Dec.	**6**	**5**	**6**	**6**				**32 45**	**11.7**
Media mens.	5	5	4	5			**Totali mensili**	147 45	11.1

Stato del cielo: giorni	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡³
1. decade	8	1	1	6	4	—	—
2. »	2	4	4	5	1	—	—
3. »	2	4	2	3	1	2	2
Mese	12	9	7	14	6	2	2

Digitized by Google

FEBBRAIO 1929

Radiazione massima	Evaporaz. totale in mm. (all'ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
23.0	ghiaccio	—	—	—	—	⌙ V n., ≡ m. Notte vento quasi forte ⌐
24.0	?	—	—	—	—	⌙ V n., ⌐ tutto il giorno, burr.
24.0	?	—	—	—	—	⌙ V n., ≡ m. Notte vento quasi forte ⌐
23.0	?	—	—	—	—	⌙ V n., ≡' m. p. e s.
22.0	?	—	—	—	—	⌙ V n., ≡' n e m., ≡ p., ≡' s.
28.0	?	—	—	—	—	⌙ V n., ≡' n. e m., ≡ p.
21.5	?	—	—	—	—	⌙ V n., ≡ m. e p. Vento quasi forte m. e s. ⌐
22.5	?	—	—	—	—	⌙ V n., vento quasi forte nella notte ⌐
22.0	?	—	—	—	—	⌙ V² n., ≡' m., ≡ p., ≡' s.
27.0	?	—	—	—	—	⌙ V² n., ⌐ tutto il giorno, burr.
23.7	?	—	—	—	—	
29.0	?	—	—	—	—	⌙ n., ✳ n. e m. cm. 0.5, △ m.
10.0	?	—	—	—	—	⌙ n., ⌐ △ p., ✳ s. e n.
8.0	?	0.1	—	—	—	⌙ ✳ n., ✳ ⌐ △ m., ⌐ ✳ p. Totale nevicata cm. 60
15.0	?	—	—	—	—	⌙ n., ≡ ⌐ m. e p.
23.0	?	—	—	—	—	⌙ V n., ≡¹ m. e s., ≡ p.
22.0	?	—	—	—	—	⌙ V n., ≡² m., ≡ p. e s.
26.0	?	—	—	—	—	⌙ V n., ≡² m., ≡ p. Ore 21 osservato magnifico alone lunare ∈
29.0	?	—	—	—	—	⌙ ⌐ n., ⌐ ≡ m., ⌐ p. Ore 21 oss. magnifico alone lunare ∈
30.0	?	—	—	—	—	⌙ n., △ ⌐ s.
30.0	?	—	—	—	—	⌙ n.
22.2	?	0.1	—	—	—	
28.0	?	—	—	—	—	⌙ n., ≡ m., ⌐ s.
27.0	?	—	—	—	—	⌙ n.
32.0	?	—	—	—	—	⌙ V² ≡ n., ≡ m., ≡² p. e s.
14.0	?	—	—	—	—	⌙ ≡' n, ≡² m. e p., △ m., ≡' s.
24.0	?	—	—	—	—	≡² n., ≡³ m., ≡' p., ≡² s.
11.5	?	—	—	—	—	≡² V n., ≡² m. p. e s., ● s.
41.0	?	—	—	—	—	≡³ V n., ≡³ m., ≡³ p., ≡³' s.
25.0	?	—	—	—	—	≡³ n., ⌐ tutto il giorno burr.
25.8	?	—	—	—	—	
23.7	?	0.1	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
—	—	—	10	10	—	—	6	4	2
—	3	—	3	10	—	—	5	—	—
—	—	—	3	4	—	—	1	1	1
—	3	—	16	24	—	—	12	5	3

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Pressione atmosferica (ridotta a 0°)				Temperatura dell'aria					
	9	15	21	Media	Mass.	Min.	9	15	21	Media
1	762.72	765.04	767.99	765.25	4.4	1.5	2.6	3.6	2.0	2.6
2	70.50	69.88	70.28	70.22	2.4	- 1.1	- 0.2	2.9	- 0.2	0.2
3	69.73	68.10	65.34	67.72	2.5	- 4.2	- 2.3	2.2	- 0.3	- 1.1
4	60.93	58.36	57.83	59.04	1.4	- 2.3	- 1.2	1.2	0.6	- 0.4
5	56.86	55.89	56.17	56.31	5.8	- 1.3	0.7	5.6	3.8	2.2
6	57.73	57.73	59.32	58.29	6.8	- 0.3	1.5	6.4	4.0	3.0
7	63.85	65.93	67.03	65.60	7.6	0.6	2.3	7.4	4.6	3.8
8	69.07	68.58	68.56	69.00	8.3	1.5	3.1	8.2	5.4	4.7
9	66.35	63.86	63.46	64.56	8.2	2.8	4.3	7.8	6.3	5.4
10	64.34	63.01	62.73	63.36	9.6	3.1	4.6	9.5	6.9	6.1
I. Dec.	**64.21**	**63.64**	**63.87**	**63.93**	**5.7**	**0.0**	**1.5**	**5.4**	**3.3**	**2.6**
11	61.89	61.28	62.26	61.81	8.1	3.9	5.5	7.7	7.4	6.2
12	65.54	65.75	66.28	65.52	10.8	5.1	6.5	10.6	7.6	7.5
13	66.52	65.29	65.38	65.73	12.8	3.8	6.0	12.1	9.4	8.0
14	65.37	64.78	64.21	64.79	13.2	3.9	5.6	12.9	9.8	8.1
15	61.89	60.67	62 60	61.72	12.8	4.8	5.3	12.6	9.5	8.1
16	66.78	66.93	69.45	67.72	11.6	5.8	7.6	11.2	7.6	8.1
17	70.48	69.41	69.38	69.74	9.6	2.2	4.4	8.0	6.5	5.7
18	69.44	67.46	67.25	68.05	12.0	2.8	5.4	11.8	8.6	7.2
19	67.81	67.23	68.06	67.70	12.4	4.6	6.8	12.2	9.6	8.3
20	68.68	67.87	68.26	68.23	14.0	4.8	6.3	13.0	10.0	8.8
II. Dec.	**66.44**	**65.67**	**66.31**	**66.10**	**11.7**	**4.2**	**5.9**	**11.1**	**9.0**	**7.7**
21	69.02	66.61	66.55	66.73	12.6	5.1	8.2	12.0	10.0	9.0
22	66.68	64.63	64 86	65.39	13.2	4.1	7.6	13.1	10.4	8.8
23	65.80	65.52	66.21	65.84	14.2	8.1	9.6	13.4	10.4	10.6
24	67.28	66.56	66.86	66.90	14.1	5.2	8.2	13.8	10.8	9.6
25	67.43	66.41	67.51	67.12	14.3	7.4	8.5	14.2	11.4	10.4
26	67.83	67.14	67.11	67.36	15.2	6.8	9.4	14.8	12.8	11.0
27	67.07	65.55	65.13	65.92	16.8	8.8	11.2	15.6	13.8	12.6
28	62.00	64.64	66.57	64.40	14.0	9.8	11.2	12.5	10.4	11.3
29	66.41	63.30	62.69	64.13	16.3	7.1	10.2	16.2	13.2	11.7
30	61.27	57.54	58.05	58.95	16.2	8.0	10.3	15.2	12.0	11.6
31	61.85	57.00	54.96	57.94	16.4	8.9	11.6	15.0	12.0	12.2
III. Dec.	**65.60**	**64.08**	**64.23**	**64.62**	**14.7**	**7.2**	**9.6**	**14.2**	**11.6**	**10.8**
Media mens.	65.42	64.46	64.80	64.88	10.7	3.8	5.7	10.2	8.0	7.0
Massima	70.50 il giorno 2				16.8 il giorno 27					
Minima	54.96 » 31				- 4.2 » 3					

Digitized by Google

MARZO 1929

Tensione del vapore				Umidità relativa				Stato del mare			
9	15	21	Media	9	15	21	Media	9	15	21	Media diurna
3.06	2.65	2.86	2.86	55	45	54	51	5	5	5	5
2.52	2.19	2.75	2.49	56	55	60	57	3	4	4	4
2.19	2.93	2.90	2.67	57	55	64	58	2	0	0	0
3.05	3.28	2.43	3.25	73	65	72	70	0	0	0	0
3.72	4.13	4.43	4.09	77	61	73	70	0	0	0	0
3.46	4.54	4.31	4.08	67	62	70	66	0	0	0	0
4.55	5.31	5.07	4.98	84	69	79	77	1	0	0	0
4.85	4.83	5.47	5.05	85	59	81	75	0	0	0	0
5.11	5.71	5.97	5.60	82	72	83	79	0	0	0	0
5.34	6.44	7.04	6.27	84	72	85	80	0	0	0	0
3.78	**4.27**	**4.42**	**4.15**	**72**	**61**	**72**	**68**	**1**	**1**	**1**	**1**
6.02	6.85	6.60	6.49	89	87	86	87	0	0	0	0
5.85	6.91	6.26	6.34	81	72	80	78	0	0	0	0
5.52	7.18	6.72	6.47	79	68	76	74	0	0	0	0
6.38	8.15	7.39	7.31	94	74	82	83	0	0	0	0
6.23	7.84	7.34	7.14	92	72	83	83	0	0	0	0
5.40	5.64	5.62	5.55	69	57	72	66	0	1	3	1
3.68	4.32	3.60	3.87	59	54	50	54	2	1	0	1
3.86	4.83	5.23	4.64	58	47	62	56	0	0	0	0
5.25	6.18	6.89	6.11	71	58	76	68	0	0	0	0
6.18	6.40	5.91	6.16	86	58	64	70	0	0	1	0
5.44	**6.43**	**6.15**	**6.01**	**78**	**65**	**78**	**72**	**0**	**0**	**0**	**0**
6.55	7.48	7.51	7.18	81	72	82	78	0	0	0	0
6.26	7.53	7.97	7.25	80	67	84	77	0	0	0	1
7.28	7.11	7.50	7.30	82	62	80	75	0	0	0	1
7.22	8.35	7.97	7.84	89	71	82	81	0	0	0	0
7.04	7.86	8.08	7.66	85	65	80	77	0	0	0	0
6.95	6.75	6.76	6.82	79	54	61	64	0	0	0	0
6.32	6.27	6.87	6.48	64	48	59	57	0	0	0	0
5.87	6.46	5.45	5.93	59	60	58	57	0	2	1	1
5.57	5.66	7.72	6.32	60	41	68	56	0	0	0	0
7.00	8.26	7.96	7.74	76	64	76	72	0	0	0	0
6.78	8.38	8.44	7.87	66	66	81	71	0	0	0	0
6.62	**7.28**	**7.47**	**7.12**	**75**	**63**	**74**	**70**	**0**	**0**	**0**	**0**
5.28	5.99	6.01	5.76	75	63	73	70	0	0	0	0

8.44 il giorno 31
2.19 " 3

94 il giorno 14
41 " 29

Giorni con mare

Calmo (0) 23 | legg. mosso (1) 2 | mosso (2) 3
agitato (3) 1 | grosso (4) 1 | tempestoso (5) 1

Digitized by Google

MESE DI

DATA	VENTO — Velocità																							
	0-1h		1-2h		2-3h		3-4h		4-5h		5-6h		6-7h		7-8h		8-9h		9-10h		10-11h		11-12h		12-13h	
1	57	NE	50	NE	45	NE	49	NE	58	NE	60	NE	59	NE	56	NE	56	NE	57	NE	58	NE	57	NE	55	NE
2	51	NE	39	NE	41	NE	46	NE	48	NE	46	NE	51	NE	47	NE	40	NE	36	NE	50	NE	62	NE	56	NE
3	24	NE	26	NE	30	NE	33	NE	30	NE	29	NE	29	NE	22	NE	17	NE	14	E	12	NW	8	NW	6	SW
4	11	SW	7	SW	7	SW	4	W	2	NW	4	NW	5	N	8	NE	13	NE	11	NE	12	NE	12	NE	11	NE
5	7	NW	7	NW	10	NW	9	N	10	N	13	N	17	N	16	N	17	NE	18	NE	16	NE	20	SE	18	SE
6	21	NE	17	NE	16	NE	13	NE	18	NE	15	NE	13	N	17	N	13	E	9	NE	8	E	4	SE	7	SE
7	5	W	3	W	2	NW	2	NW	3	SW	2	NW	3	W	4	NE	3	E	4	E	5	SE	6	SW	5	SE
8	6	N	9	N	8	N	5	NE	4	NE	1	NE	6	N	9	N	7	N	8	NE	7	E	8	E	10	SE
9	4	SW	6	NW	9	NW	5	NW	3	NE	3	S	3	SE	5	S	8	SE	6	S	8	N	6	NE	6	E
10	11	N	10	N	9	N	12	N	11	NW	14	N	11	N	8	W	6	NE	12	N	13	NE	13	NE	4	NE
I. Dec.	20	NE	17	NE	18	NE	15	NE	19	NE	19	NE	20	N	19	NE	18	NE	17	NE	19	NE	19	NE	18	NE
11	2	E	3	E	3	E	1	NE	4	NE	4	NE	4	N	4	NW	5	NW	4	NW	5	NW	7	NW	3	NW
12	6	NW	13	N	12	N	13	N	14	N	17	N	16	N	17	N	15	NE	15	NE	18	NE	18	NE	14	NE
13	13	NE	9	NE	9	NE	8	NE	11	NE	11	N	7	N	9	N	10	N	4	NE	6	NE	6	E	6	SW
14	6	SW	5	NW	9	NW	12	NW	5	NW	2	N	7	NW	6	N	8	NE	6	NE	6	NE	8	NE	7	SE
15	1	N	2	N	3	NE	3	NE	5	NE	5	NE	3	N	4	N	6	NE	7	NE	8	E	5	SE	5	SE
16	17	NE	17	NE	16	N	18	N	22	NE	17	NE	21	NE	20	NE	20	NE	18	NE	23	E	13	E	16	SE
17	28	NE	28	NE	26	NE	18	NE	16	NE	19	NE	19	NE	22	NE	26	NE	27	NE	28	NE	22	E	22	SE
18	15	NE	13	N	19	NE	10	NE	11	NE	8	N	10	N	11	N	9	NE	7	NW	7	NW	6	SW	5	SW
19	10	NW	8	NW	1	NW	2	NW	3	N	6	N	4	E	2	E	2	E	4	E	6	SE	7	SE	9	SE
20	6	NE	3	NE	4	NE	3	NE	3	E	3	E	3	E	4	E	3	SE	3	SE	5	SE	9	SE	9	SE
II. Dec.	10	NE	10	NE	9	NE	9	NE	9	NE	9	N	9	N	10	N	10	NE	10	NE	11	NE	10	SE	11	SE
21	4	N	4	NE	4	NE	6	NE	6	NE	3	NE	4	NE	5	NE	4	NE	4	NE	5	E	7	SE	6	SE
22	11	NE	9	NE	10	NE	11	NE	9	NE	9	NE	11	NE	10	NE	9	N	7	N	7	NE	4	E	5	SE
23	10	NE	13	NE	10	NE	17	NE	21	NE	19	NE	16	NE	17	NE	15	NE	20	NE	15	NE	10	SE	10	SE
24	5	SW	5	SW	5	SW	5	NW	7	NW	5	NE	3	NE	1	NE	1	S	3	SW	3	SW	4	SW	6	SW
25	3	NW	6	NW	1	NW	1	SE	4	SE	2	SE	1	SE	2	SE	5	N	3	NE	4	SE	4	SE	6	SE
26	2	NW	7	NE	7	NE	3	E	5	W	8	NW	8	N	9	N	11	N	13	NE	17	NE	21	SE	16	SE
27	14	NE	15	NE	18	NE	18	NE	17	NE	19	NE	13	NE	13	NE	17	NE	15	NE	22	NE	23	SE	19	SE
28	5	NW	2	N	4	N	4	N	3	N	5	N	4	NW	1	NW	4	NE	6	S	10	SE	17	E	24	SE
29	16	NW	11	NW	10	NW	14	N	13	NW	12	NW	12	NW	11	NW	10	NW	5	NW	4	NE	4	SW	8	SW
30	9	SW	4	W	4	W	4	NW	6	N	4	NE	2	NE	3	NW	3	W	5	SW	6	S	5	S	7	SW
31	11	N	15	N	12	N	15	N	17	N	18	N	10	NW	8	N	8	N	7	NE	7	E	7	E	6	E
III. Dec.	8	NW	8	NE	8	NE	9	NE	11	NE	9	NE	8	NE	6	NE	8	NE	6	NE	9	NE	10	SE	10	SE
Media mensile	12	NE	12	NE	12	NE	11	NE	13	NE	12	NE	12	N	12	NE	12	NE	11	NE	13	NE	13	SE	13	SE

Frequenza relativa

	N	NE	E	SE
I. decade	25	92	20	24
II. decade	37	64	32	43
III. decade	29	67	28	34
mese	91	223	80	131

Predom

Digitized by Google

MARZO 1929

e Direzione																			Vento predominante		
13-14h		14-15h		15-16h		16-17h		17-18h		18-19h		19-20h		20-21h		21-22h		22-23h		23-24h		Direzione	Veloc. media Km. ora	Veloc. massima Km ora
58	NE	61	NE	60	SE	58	SE	54	SE	54	NE	52	NE	53	NE	62	NE	63	NE	58	NE	NE	56	63
50	NE	55	NE	48	NE	44	NE	35	NE	37	NE	38	NE	35	NE	36	NE	36	NE	32	NE	NE	34	62
7	SW	8	SW	8	SW	9	SW	6	SW	6	W	11	SW	13	SW	11	SW	8	SW	9	SW	SW	16	33
12	NE	10	NE	9	NE	7	NE	7	NW	9	NW	8	NE	7	NE	8	NW	7	NW	7	NW	NE	8	13
12	E	11	SE	14	SE	9	SE	3	SE	3	SW	4	NW	5	NW	13	NE	17	NE	18	NE	NE,N	12	20
8	SW	9	SW	10	SW	14	SW	10	SW	4	NW	4	SW	5	SW	3	W	1	W	4	W	NE	10	21
6	SE	9	SE	11	SE	11	SE	9	SE	7	SE	6	SW	8	S	7	SW	7	NW	6	NW	SE	6	9
10	SE	7	SE	7	SE	7	SE	6	SE	2	SE	3	SE	3	S	4	S	6	W	5	W	SE	6	10
6	SE	4	SE	6	NE	6	E	8	E	7	NE	6	E	6	E	5	E	5	N	6	N	E	6	9
3	SE	6	SE	5	SE	4	S	4	E	3	E	5	E	4	E	6	NE	4	E	3	E	N	7	14
17	SE	18	SE	18	SE	17	SE	14	SE	13	NE	14	NE	14	NE	15	NE	16	NE	15	NE	NE	16	63
2	W	2	W	3	W	3	N	3	N	2	NE	4	NE	6	NW	5	N	7	NE	6	N	NW	8	7
18	SE	18	SE	15	E	10	E	14	SE	6	E	1	SE	1	S	2	S	6	N	10	N	N	12	18
3	SW	8	SW	4	SW	4	SW	5	SE	5	S	6	S	5	SW	5	SW	6	SW	12	SW	SW	8	13
3	SE	4	S	6	SE	2	SE	6	SE	5	S	6	S	7	S	6	S	4	S	2	N	S,SE	6	12
1	SE	5	E	8	E	5	E	4	NE	6	E	9	E	10	E	11	E	12	E	14	NE	E,NE	6	14
15	E	19	SE	20	SE	22	SE	24	SE	33	SE	27	E	31	NE	34	NE	31	NE	29	NE	NE	22	33
10	SE	20	SE	16	SE	8	SE	4	SW	2	SW	2	SW	5	N	8	NE	11	N	13	N	NE	17	28
1	SW	7	SW	9	SW	12	SW	9	SW	10	SW	8	SW	8	SW	10	SW	10	W	9	W	SW	9	15
1	SE	8	E	10	E	9	SE	7	SE	10	S	7	S	6	S	7	S	5	SE	5	NE	SE	6	10
1	SE	10	SE	13	SE	12	SE	11	SE	8	SE	9	E	10	S	9	S	8	S	8	N	SE	7	13
0	SE	10	SE	11	SE	9	SE	9	SE	10	S	8	E	9	S	10	S	10	NE	10	NE	NE	10	33
1	SE	10	SE	9	SE	9	SE	7	SE	5	E	4	E	5	SE	6	SE	5	NE	11	NE	NE	6	11
2	SE	12	SE	10	SE	8	E	4	E	6	SE	6	SE	9	SE	9	S	8	NE	8	NE	NE	8	12
1	SE	10	SE	10	S	7	S	8	SW	6	S	4	S	5	S	6	S	5	S	5	SW	NE	12	21
	S	8	SE	12	SE	11	SE	11	SE	10	SE	8	S	7	S	10	S	8	SW	8	SW	SW	6	12
	SE	11	SE	12	SE	11	S	9	S	6	S	7	S	6	S	7	SW	5	SW	5	NW	SE	5	9
7	SE	10	SE	8	SE	6	S	2	S	5	S	20	NE	22	NE	17	NE	16	E	13	NE	NE	11	22
7	SE	12	E	11	E	5	E	3	E	8	NW	10	NW	8	NW	7	E	1	E	2	E	NE	13	23
5	SE	39	SE	23	SE	14	E	6	NE	14	N	15	NE	17	NE	15	NE	16	NE	11	NE	NE	13	39
	SW	12	S	12	SW	9	SW	8	SW	5	SW	5	SW	4	SW	5	S	9	SW	7	SW	SW	9	16
0	E	14	E	10	E	12	SE	17	SE	12	SE	13	E	8	E	9	N	18	N	12	N	E	5	18
8	SE	14	S	10	S	10	E	9	E	8	E	7	SE	3	S	7	N	4	N	8	N	N	10	18
3	SE	14	SE	9	SE	9	E	8	SE	8	SE	9	S	8	S	9	S	9	NE	8	NE	NE	10	39
3	SE	14	SE	13	SE	11	SE	10	SE	10	NE	11	NE	10	S	12	S	11	NE	11	NE	NE	12	63

I Venti

S	SW	W	NW	calma
7	27	11	24	—
16	24	5	19	—
29	27	4	26	—
52	78	20	69	—

nte NE

Digitized by Google

MESE DI

DATA	Decimi di cielo coperto				Forma e direzione delle nubi			Durata di sole in ore e minuti	Radiazione media
	9	15	21	Media diurna	9	15	21	h m	
1	10	6	0	5	St.-Cu-Ci	St.-Cu-Ci	sereno	2 10	13.0
2	3	2	0	2	Ci-St.	Ci-St.-Cu	sereno	6 45	18.8
3	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	9 50	17.3
4	10	10	10	10	Al.-St.-Ci	Al.-St.-Ci	Al.-St.	0 00	10.0
5	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 15	17.8
6	0	0	4	1	sereno	sereno	Ci-St.	8 00	17.7
7	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	7 00	16.8
8	0	1	0	0	sereno	Ci-Cu	sereno	8 30	17.1
9	0	0	5	2	sereno	sereno	Cu-Al.-St.	7 30	18.0
10	10	0	7	6	nebbioso	sereno	Al.-St.-Cu	2 30	11.0
I. Dec.	**3**	**2**	**3**	**3**				**60 40**	**15.7**
11	10	10	10	10	nebbioso	nebbioso	nebbioso	0 00	3.4
12	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	8 30	20.1
13	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	9 20	18.0
14	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	9 30	18.4
15	2	8	0	3	nebbioso	Cu-Ci-St.	sereno	6 45	18.2
16	6	0	10	5	Cirri	sereno	Al.-St.-Cu	8 45	20.6
17	1	0	5	1	Cirri-St.	sereno	sereno	9 00	21.8
18	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	10 30	20.2
19	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	10 30	21.3
20	4	0	1	2	Cirri	sereno	cirri	9 00	20.2
II. Dec.	**2**	**2**	**2**	**2**				**81 50**	**18.2**
21	1	2	5	3	Cirri	Cirri	Ci-Cu	10 00	18.7
22	3	0	9	4	Cirri	sereno	Cu-Ci	9 00	20.8
23	5	9	2	6	St.-Ci-Cu	Cu-St.-Ci	Ci-Cu	4 35	16.8
24	10	6	0	5	nebbioso	Cu-Ci-St.	sereno	6 30	20.4
25	3	0	0	1	Ci-St.	sereno	sereno	9 15	21.2
26	2	8	8	6	Ci-Cu	Ci-Cu-St.	Cu-Ci-St.	6 35	19.4
27	0	1	0	0	sereno	St.	sereno	9 30	19.8
28	3	8	0	4	Ci-St.-Cu	Cu-Ci-St.	sereno	8 15	16.0
29	0	3	0	1	sereno	Ci-Cu-St.	sereno	9 30	24.8
30	0	0	0	0	sereno	sereno	sereno	9 35	23.7
31	8	10	0	6	Fu-Cu-Ci	Al.-St.-Cu	sereno	4 40	20.6
III. Dec.	**3**	**4**	**2**	**3**				**87 25**	**20.5**
Media mens.	3	3	2	3			**Totali mensili**	250 55	18.1

Stato del cielo: giorni	sereni	misti	coperti	con ≡	con ≡¹	con ≡²	con ≡³
1. decade	7	2	1	6	1	2	—
2. »	7	2	1	4	—	—	1
3. »	4	7	—	4	1	1	2
Mese	18	11	2	14	2	3	6

Digitized by Google

MARZO 1929

Radiazione minima	Evaporaz. totale in mm. (all' ombra)	Precipitazioni in mm.	Elettricità atmosferica 9	15	21	ANNOTAZIONI
32.0	4.1	—	—	—	—	⌐ n. e tutto il giorno, burr.
35.0	?	—	—	—	—	⌐ n., ⌐ tutto il giorno, burr.
33.0	?	—	—	—	—	⌐ n.
19.5	?	—	—	—	—	⌐ n., ≡ s.
33.5	?	—	—	—	—	⌐ V n. ≡ s.
33.0	?	—	—	—	—	⌐ V¹ n., ≡ m. p. e s.
31.0	?	—	—	—	—	⌐ V² n., ≡¹ n. e m., ≡ p. e s.
33.0	1.7	—	—	—	—	V² n., ≡² n., ≡¹ m.
33.0	0.7	—	—	—	—	V² n., ≡² m. e p., ≡¹ s.
30.0	0.7	—	—	—	—	≡¹ n., ≡² m., ≡ s.
31.2	7.2	—	—	—	—	
7.5	0.3	—	—	—	—	≡¹ n., ≡³ m. e p.
36.0	1.3	—	—	—	—	≡² m., ≡ p.
36.0	1.2	—	—	—	—	≡ m.
35.0	1.0	—	—	—	—	≡³ n., ≡² m.
39.0	0.5	—	—	—	—	≡³ ! n. e m., ≡ p. e s.
39.0	2.1	—	—	—	—	⌐ s.
41.0	2.9	—	—	—	—	
38.0	1.2	—	—	—	—	
40.0	1.0	—	—	—	—	V n. ≡ m.
38.5	1.2	—	—	—	—	≡³ n. e m.
35.0	12.7	—	—	—	—	
38.0	1.8	—	—	—	—	≡² ⊕ magnifica corona lunare
36.0	1.2	—	—	—	—	≡¹ n., ≡ m., ≡ s.
45.0	1.4	—	—	—	—	
39.0	0.7	—	—	—	—	≡³ ! n., ≡³ m.
39.0	1.0	—	—	—	—	≡² n., ≡¹ m.
45.0	2.0	—	—	—	—	
41.0	3.3	—	—	—	—	
51.0	2.3	—	—	—	—	≡¹ m.
43.0	2.0	—	—	—	—	
43.0	1.1	—	—	—	—	≡² m.
46.0	1.8	—	—	—	—	≡ m. e s.
42.4	18.6	—	—	—	—	
36.2	38.5	—	—	—	—	

con pioggia	con neve	con grandine	con brina	con gelo	con rugiada	con temporale	con vento forte	con vento fortissimo	con burrasca
—	—	—	5	6	—	—	1	2	2
—	—	—	1	—	—	—	1	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	6	—	—	—	2	2	2

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C	Periodo	Ampiezza Av	Ampiezza Ae	Ampiezza An	ORA T. M. E. C.	Periodo	Ampiezza An	Ampiezza Ae
1929											
Gennaio 1								tutto il dì			
4								id.			
7-9								contin.			
13	I, *u*	*e* Pn						h m s 1 15 06	s 3	a. m 4,2	
		e Pe						1 15 15			a. m. 2
		i S						1 25 55	4	a. m. 2	
		L						1 41 20?	40?		debss.
		M						1 45	17	a. m. 2,7	a. m. 1
		F						2 22			
14	I, *v*	P						5 2 38		dbss.	
		F						5 9			
16	I, *u*							9 30			
17								contin.			
17	I, *v*	P						h m s 1 9 ?			
		S						1 11 ?			
		F									
22	I, *v*	P						11 6 50?			
		F						11 16			
23	I, *r*	P						12 17 46	2		
		S						12 22 34	4		
		a. m.						12 25 17	3	1,7	
		F						12 35			
24	I, *u*	P						21 49 c.			
		F						?			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Forte anemosismo.

Anemosismo.

Anemosismo.

Epicentro nel mare di Okotsh a 53° N e 149° E.

Epicentro nella Marsica. Registrazione debole.

Tracce di registrazione, mascherate da anemosismo. Epicentro nella Cina.

Anemosismo.

Epicentro nel mare Jonio. Inizio delle fasi mascherate dell'anemosismo.

Registrazione debole. Incerta la cronografia. Scossa in provincia di Macerata.

Epicentro ad W dell'Isola di Candia.

Tracce debolissime di Terremoto assai remoto (America Centrale).

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	Ae	An	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA An	Ar
1929											
Gennaio 25-26								contin.			
Febbraio 1	I, *r*	*i* P						h m s 18 22 16	s 1	a. m. 3	a. m. 9
		S						18 28 47	10?	a. m. 6,5	
		F						19			
2								contin.			
2	I, *u*	*i* P						h m s 1 10 00	1	a. m. 3	a. m. 1
		e S						1 17 51?	6½	a. m. 2	deb.
		F						1 55			
11-12-13								contin.			
22-23								id.			
22	I, *u*	*i* P						h m s 21 51 38	1½	a. m. 1,7	0,1
		S						21 59 40?		a. m. 2	
		F						22 7 c.			
26	I, *u*	*i* P						10 13 00	2	deb.	debss.
		S						10 23 05	4	deb.	
		F						11 c.			
28								contin.			
Marzo 1-2-3								contin.			
7	I, *u*	*i* P						h m s 2 47 12	2,5	a. m. 11	a. m. 7

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Anemosismo. Bora.
Agitazione microsismica *forte* nei giorni 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 16, 17, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31.
" " *mediocre* " 13, 18, 19, 20.
" " *debole* " 11, 12, 14, 21, 22, 23, 24.
Calma, o quasi, nei giorni: —

Terremoto distruttore nel Terkestan. Epicentro a 37°,5 N e 69°,5 E.

Anemosismo.

Epicentro nell'Oceano Atlantico a circa 1° S 19° W.

Anemosismo.

"

Epicentro nell'Oceano Atlantico, a circa 10° N e 40° N.

Epicentro a circa 54° N e 163° W.

Anemosismo. Bora fortissima.
Agitazione microsismica *forte* nei giorni 1, 2, 3, 4, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22, 27, 28.
" " *mediocre* " 5, 7, 9, 16, 17, 23, 26.
" " *debole* " 6, 25.
Calma, o quasi, nei giorni 24.

Anemosismo. Bora fortissima.

Epicentro alle isole Alentine, a circa 52° N e 177° E

Digitized by Google

DATA	Carattere	Fase	Microsismografo Vicentini					Sismografo Agamennone			
			ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA Av	AE	AN	ORA T. M. E. C.	Periodo	AMPIEZZA AN	AE
1929											
								h m s	s		
Marzo 7	I, *u*	*i* S						2 57 37	7	a.m.25	a.m.2,5
		L						3 (20?)	25?		
		M						3 25 38	20	1,5	
		F						4 11 c.			
17	I, *u*							3 17 c.			
27	I, *v*	*e* P						8 45 05		debss.	
		e S						8 49 00		deb.	
		F						9 c.			
27	I, *v*	*e* P						21 09 c.		debss.	
		F						21 21			

Digitized by Google

ANNOTAZIONI

Registrazione quasi intieramente ricoperta da agitazione microsismica forte.

Registrazione debole.

Registrazione assai debole.

Agitazione microsismica *forte* nei giorni 1, 2, 4, 17, 29.
" " *mediocre* " 3, 5. 6, 8, 13, 28.
" " *debole* " 7, 9, 12, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 30, 31.

Calma, o quasi, nei giorni 10, 11, 16, 24, 25, 26.

Digitized by Google

NOTE

1. — Spiegazione dei segni meteorici internazionali abbreviativi: **● Pioggia. - ✳ Neve. - △ Nevischio. - ▲ Grandine. - ≡ Nebbia. - ≡ Nebbia all'orizzonte. - V Brina. - ⌴ Gelo. - ∞ Gelicidio. - ⌓ Rugiada. - ← Aghi di ghiaccio. - ∞ Caligine. - K Temporale. - T Temporale lontano. - < Lampi senza tuoni. - ≷ Lampi e tuoni. - ⅂ Vento forte. - ⅂ Vento fortissimo. - ✢ Uragano di neve. - ⊖ Alone solare. - ∈ Alone lunare. ⊖ Corona solare - ▽ Corona lunare. - ⌒ Arco baleno.**

2. — Le giornate si contano in 24^h da una mezzanotte all'altra, secondo il Tempo Medio dell'Europa Centrale.

3. — Per la forma delle nubi si adottano le seguenti abbreviazioni: *ci* = cirri; *cu* = cumoli; *sr* = strati; *n* = nembi; *ci-cu* = cirro-cumoli; *si-ci* = cirro-strati; *s-cu* = strato cumoli; *cu-n* = cumolo-nembi; *alto-s* = alto strati; *alto-cu* = alto cumoli.

4. — Per la misura della radiazione solare funziona dal Dicembre 1928 il Solarimetro Gorczinski, del quale, *per ora*, diamo le indicazioni in *millivolta*. Secondo la Ditta costruttrice ad ogni millivolta corrispondono 0,0266 gr. cal. cm^2. min.

La somma delle medie orarie divisa per il numero delle ore di sole è posta da noi come media del giorno.

5. — Le costanti del *sismografo Agamennone a pendoli orizzontali* sono:

Masse pendolari		Kg. 50
Periodo osc. comp.	K_N 5^s,	K_E $2^s,8$
Ingrandimento	K_N 44,	K_E 49
Velocità zona mm. 27 al minuto		

6. — Il *carattere* di un terremoto è espresso dal grado della scossa, secondo la *Scala Mercalli*, in numeri romani, e dal simbolo della distanza secondo la seguente notazione internazionale:

d	Terrae motus	*domesticus*	= locale,	entro un raggio di	100 Km.
v	„ „	*vicinus*	= vicino	„ „	100-1000 Km.
r	„ „	*remotus*	= lontano	„ „	1000-5000 „
u	„ „	*ultimus*	= molto lontano (telesisma)	oltre i	5000 „

7. — Altre abbreviazioni: n = notte; m = mattino; p = pomeriggio; s = sera; K_V = componente verticale; K_E = componente E — W; K_N = componente N — S.

A_V, A_E, A_N rispettivamente = Ampiezza registrata dalla pennina della componente verticale, della componente E — W, o della componente N — S; espressa in millimetri.

P = principio della registrazione S = onde di seconda fase; L = onde lunghe; M = onde di massima ampiezza; C = onde di coda; F = fine della registrazione; c = circa, a. m. = ampiezza massima; deb = debole; debss. = debolissima, R = rinforzo, contin. = continuamente.

i = (impetus) principio subitaneo del movimento: e = (emersio) principio graduale del movimento; T = periodo in secondi delle oscillazioni; △ = distanza in Km. dell'epicentro.

Il Direttore
Prof P. Francesco Saverio Zanon

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 13 agosto 1929*)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Sul potere rifrangente del ioduro di Cadmio

NOTA Ia - D.r EMMA FABRIS

(presentata dal prof. R. Nasini, m. e., nell' adun. ord. del 7 luglio 1929)

Nel presente lavoro, che io ho intrapreso per consiglio e sotto la direttiva del Senatore Professore Nasini, sono state eseguite diverse determinazioni relative alla densità e al potere rifrangente delle soluzioni acquose del ioduro di Cadmio.

Premetto, alla parte sperimentale, una esposizione sommaria delle ricerche eseguite dai diversi sperimentatori, relative alla rifrazione e densità di sali di cadmio.

Il maggior numero di dati sull'ioduro di cadmio sono dovuti al de Muynck: però si tratta solo di determinazioni di indici di rifrazione a diverse concentrazioni, mentre i dati di densità corrispondenti, sono incompleti; per questo appunto abbiamo ritenuto opportuno completare una tale lacuna, determinando il potere rifrangente (specifico e molecolare) dello ioduro, a diverse concentrazioni, essendo ciò necessario per poter risolvere diverse questioni di un certo interesse, prese già in considerazione da altri sperimentatori, e, alle quali, viene accennato nel presente lavoro.

Gotrian (1) ha eseguito diverse determinazioni di peso specifico di soluzioni di cloruro, bromuro, ioduro, nitrato e solfato di cadmio e del composto K_2CdJ_4, a temperature tra 17° e 20°, 25° e a concentrazioni diverse; tali determinazioni sono associate a misure di conducibilità.

(1) Ann. der phys., 18, 177 (1883).

Digitized by Google

Wagner (1) dà alcuni valori di densità per il nitrato, cloruro e solfato.

Wershoven (2) in una nota sulla conducibilità elettrica dei sali di cadmio a forti diluizioni, dà alcuni valori di densità, a temperature diverse (riferendole poi a 18°) per il cloruro, bromuro, ioduro di cadmio, ioduro doppio di cadmio e potassio, nitrato e solfato di cadmio a diverse concentrazioni fra 0,03 % e 1 % circa.

Oppenheimer (3) da alcune misure di densità, fatte per incidenza, a proposito di ricerche sulla rotazione elettromagnetica del piano di polarizzazione di soluzioni saline. Si occupa del cloruro di cadmio.

Forchheimer (4), occupandosi anch' esso della rotazione elettromagnetica del piano di polarizzazione su diversi acidi e sali in soluzione dà alcune misure di densità per soluzioni di bromuro e ioduro di cadmio.

Yahn (5) nel corso di alcune ricerche sulla velocità di migrazione degli ioni in soluzione diluita, dà anche le densità delle soluzioni di $CdCl_2$, $CdBr_2$, CdJ_2 e $CdSO_4$ a diverse concentrazioni.

Biron (6), considera il cloruro di cadmio ed eseguisce alcune determinazioni di densità a 0°, 10°, 20°, 25°, 30°, 40° C e così di seguito di dieci gradi in dieci fino a 100°, a concentrazioni diverse (tra il 2 % e il 50 % in peso).

H. Clausen ha determinato la densità di diversi sali, e, fra questi, quella del clorato di cadmio a 18° e a diverse concentrazioni tra 0,1 normale e 4,44 normale.

I valori seguenti, ottenuti dal Clausen, sono riportati in una nota di Heydweiller (7).

---

(1) Zeitschr. f. phys. Chem., 5, 31 (1890).
(2) „ „ „ 5, 481 (1890).
(3) „ „ „ 27, 447 (1898).
(4) „ „ „ 34, 20 (1900).
(5) „ „ „ 37, 673 (1901).
(6) Journal of the Russ. phys. Chem. Soc., 39, 1502 (1907).
(7) Ann. der phys. [4] 37 (1912) pag. 739-771.

Digitized by Google

Conc. della soluz. in gr. equiv. per litro	D_{18}^{18}
0,111	1,01221
0,222	1,02453
0,555	1,06129
1,100	1,1216
2,220	1,2411
4,440	1,4747

Aggiungiamo anche i valori interpolati da Heydweiller in base ai dati del Clausen, sopra riportati.

Conc. della soluz. in gr. equiv. per litro	D_{18}^{18}
0,1	1,01001
0,2	1,02212
0,5	1,05526
1,0	1,1098
2,0	1,2176
3,0	1,3238
4,0	1,4290

* * *

Riguardo al potere rifrangente e dispersivo di sali di cadmio si hanno le seguenti ricerche.

Barbier (1) si occupa del potere dispersivo specifico di soluzioni acquose di sali tra cui il joduro di cadmio.

R. de Muynck (2) ha determinato indici di rifrazione di soluzioni acquose di sali di cadmio, e, per queste, usa il rifrattometro di Pulfrick.

Le sue ricerche, hanno per iscopo di studiare, mediante le proprietà ottiche, lo stato molecolare di soluzioni di sali di cadmio, e, questo per vedere se fosse possibile stabilire la presenza di ioni complessi di cadmio, che, secondo ipotesi di Hittorf, si formerebbero in soluzioni concentrate acquose e alcooliche di cloruro e ioduro di cadmio.

Le misure vengono fatte a 15°. I sali di cadmio studiati sono:

$$Cd\,J_2,\ Cd\,Br_2,\ Cd\,Cl_2,\ Cd\,(NO_3)_2,\ e\ Cd\,SO_4$$

Nelle seguenti tabelle sono riuniti i risultati sperimentali del de Muynck. Nelle esperienze del de Muynck il peso specifico delle soluzioni non è stato determinato che per pochissime concentrazioni.

---

(1) Bull., 3, 424 (1890).

(2) Ann. der phys., 53, 559 (1894).

Digitized by Google

Wagner (1) dà alcuni valori di densità per il nitrato, cloruro e solfato.

Wershoven (2) in una nota sulla conducibilità elettrica dei sali di cadmio a forti diluizioni, dà alcuni valori di densità, a temperature diverse (riferendole poi a 18°) per il cloruro, bromuro, ioduro di cadmio, ioduro doppio di cadmio e potassio, nitrato e solfato di cadmio a diverse concentrazioni fra 0,03 % e 1 % circa.

Oppenheimer (3) da alcune misure di densità, fatte per incidenza, a proposito di ricerche sulla rotazione elettromagnetica del piano di polarizzazione di soluzioni saline. Si occupa del cloruro di cadmio.

Forchheimer (4), occupandosi anch' esso della rotazione elettromagnetica del piano di polarizzazione su diversi acidi e sali in soluzione dà alcune misure di densità per soluzioni di bromuro e ioduro di cadmio.

Yahn (5) nel corso di alcune ricerche sulla velocità di migrazione degli ioni in soluzione diluita, dà anche le densità delle soluzioni di $CdCl_2$, $CdBr_2$, CdJ_2 e $CdSO_4$ a diverse concentrazioni.

Biron (6), considera il cloruro di cadmio ed eseguisce alcune determinazioni di densità a 0°, 10°, 20°, 25°, 30°, 40° C e così di seguito di dieci gradi in dieci fino a 100°, a concentrazioni diverse (tra il 2 % e il 50 % in peso).

H. Clausen ha determinato la densità di diversi sali, e, fra questi, quella del clorato di cadmio a 18° e a diverse concentrazioni tra 0,1 normale e 4,44 normale.

I valori seguenti, ottenuti dal Clausen, sono riportati in una nota di Heydweiller (7).

---

(1) Zeitschr. f. phys. Chem., 5, 31 (1890).
(2) „ „ „ 5, 481 (1890).
(3) „ „ „ 27, 447 (1898).
(4) „ „ „ 34, 20 (1900).
(5) „ „ „ 37, 673 (1901).
(6) Journal of the Russ. phys. Chem. Soc., 39, 1502 (1907).
(7) Ann. der phys. [4] 37 (1912) pag. 739-771.

Digitized by Google

Conc. della soluz. in gr. equiv. per litro	D_{18}^{18}
0,111	1,01221
0,222	1,02453
0,555	1,06129
1,100	1,1216
2,220	1,2411
4,440	1,4747

Aggiungiamo anche i valori interpolati da Heydweiller in base ai dati del Clausen, sopra riportati.

Conc. della soluz. in gr. equiv. per litro	D_{18}^{18}
0,1	1,01001
0,2	1,02212
0,5	1,05526
1,0	1,1098
2,0	1,2176
3,0	1,3238
4,0	1,4290

*
* *

Riguardo al potere rifrangente e dispersivo di sali di cadmio si hanno le seguenti ricerche.

Barbier (1) si occupa del potere dispersivo specifico di soluzioni acquose di sali tra cui il joduro di cadmio.

R. de Muynck (2) ha determinato indici di rifrazione di soluzioni acquose di sali di cadmio, e, per queste, usa il rifrattometro di Pulfrick.

Le sue ricerche, hanno per iscopo di studiare, mediante le proprietà ottiche, lo stato molecolare di soluzioni di sali di cadmio, e, questo per vedere se fosse possibile stabilire la presenza di ioni complessi di cadmio, che, secondo ipotesi di Hittorf, si formerebbero in soluzioni concentrate acquose e alcooliche di cloruro e ioduro di cadmio.

Le misure vengono fatte a 15°. I sali di cadmio studiati sono:

$$Cd\,J_2\,,\ Cd\,Br_2\,,\ Cd\,Cl_2\,,\ Cd\,(NO_3)_2\,,\ \text{e}\ Cd\,SO_4$$

Nelle seguenti tabelle sono riuniti i risultati sperimentali del de Muynck. Nelle esperienze del de Muynck il peso specifico delle soluzioni non è stato determinato che per pochissime concentrazioni.

---

(1) Bull., 3, 424 (1890).
(2) Ann. der phys., 53, 559 (1894).

Digitized by Google

Sale impiegato	Conc. gr. % di soluzione	Densità della soluzione d_4^{18}	Indice di rifrazione rispetto a D a 15,°C
CdJ_2	3,095	—	1,33822
	3,253	—	1,33871
	3,379	—	1,33885
	9,559	1,086	1,34801
	12,723	—	1,35329
	13,677	1,125	1,35474
	18,728	—	1,36370
	24,221	—	1,37449
	31,123	1,338	1,38999
	35,482	—	1,40085
	39,959	—	1,41332
$CdBr_2$	1,927	1,017	1,33665
	3,734	1,030	1,33916
	6,543	1,106	1,34309
	11,983	1,112	1,35125
	20,552	1,209	1,36555
	23,973	1,252	1,37180
	33,289	1,384	1,39215
	41,961	—	1,41386
$CdCl_2$	14,761	1,142	1,35835
	21,431	1,210	1,37127
	29,977	1,330	1,38938
	41,547	1,515	1,41950
	57,524	1,852	1,47314
$Cd(no_3)_2$	8,683	1,074	1,34518
	14,899	1,134	1,35386
	21,353	1,204	1,36323
	30,879	1,321	1,37904
	43,716	1,515	1,40453
	54,027	1,711	1,42920

Digitized by Google

Sale impiegato	Conc. gr. % di soluzione	Densità della soluzione d_4^{18}	Indice di rifrazione rispetto a D a 15,°C
	5,639	1,055	1,34223
	9,942	1,101	1,34811
	18,172	1,200	1,36149
	25,121	1,297	1,37345
	—	1,401	1,38626
	—	1,429	1,38947
		Densità della soluzione a 19,5°C	Indice di rifrazione rispetto a D a 20,°C
$CdSO_4$	13,17	1,120	1,35690
	29,07	1,345	1,39922
	46,83	1,593	1,44115
	54,93	1,739	1,46590
	74,50	2,338	1,56805

Il de Muynck conclude che l'indice di rifrazione delle soluzioni esaminate varia regolarmente, aumentando col crescere della concentrazione.

In relazione con le ricerche di B. Walter, secondo il quale, la rifrazione molecolare (intendendo con ciò l'aumento dell'indice di rifrazione dell'acqua quando vi sia disciolta una grammimolecola di sale per litro) per determinate serie di sali ha i valori 0,01 - 0,02 - 0,03, (rifrazione semplice, doppia o tripla rispettivamente), il de Muynck deduce, in base alle proprie esperienze, che il $CdCl_2$, il $Cd(NO_3)_2$ e il $CdSO_4$ mostrano all'incirca la rifrazione tripla, mentre il $CdBr_2$ e il CdJ_2 presentano rispettivamente i valori 0,0405 e 0,0568.

La rifrazione molecolare, egli aggiunge, non è costante per uno stesso sale, ma decresce gradualmente col diminuire della concentrazione della soluzione.

L'autore trova inoltre confermata, con sufficente approssimazione, la legge del modulo di Bender.

Digitized by Google

Le Blanc e P. Rohland (1) hanno eseguito alcune ricerche ottiche allo scopo di studiare l'influenza che ha la dissociazione elettrolitica e il cambiamento dello stato di aggregazione e del solvente sul potere rifrangente di diverse sostanze.

Viene da essi considerato il fatto che le differenze delle rifrazioni equivalenti, tra i singoli acidi e i rispettivi sali di sodio, non sono uguali, ma, in generale, sono tanto più piccole quanto più dissociato è l'acido.

E siccome i sali di sodio hanno all'incirca lo stesso grado di dissociazione e una rifrazione che varia pochissimo con la concentrazione, mentre nei singoli acidi cresce considerevolmente, tale fatto viene attribuito alla dissociazione e più precisamente al ione idrogeno il quale avrebbe un potere rifrangente maggiore che nella molecola indissociata.

Le conclusioni del Leblanc e Rohland, sono state oggetto di acuta critica per parte di Nasini e Costa (2) i quali hanno obiettato che " le differenze che riporta il Le Blanc nel potere rifrangente sieno dello stesso ordine, tanto per i sali che per gli acidi, e rientrino presso a poco negli errori di osservazione, tenuto conto che si tratta di soluzioni: di più mentre le sue ricerche sono molto estese per ciò che riguarda le soluzioni degli acidi, per quelle dei sali invece non ne sono state esaminate che poche e di concentrazione non tanto indifferente. „

Riuniti, nella seguente tabella, riportiamo i valori ottenuti dal Rohland per il cloruro, bromuro, ioduro, nitrato e solfato di cadmio.

Le densità vengono misurate col picnometro di Sprengel e Ostwald e le misure dell'indice di rifrazione vengono fatte col rifrattometro di Pulfrick a 20° come quelle della densità.

---

(1) Zeitschr. f. phys. Chem. 4,553 (1889) — 19,261 (1896).

(2) R. Nasini e T. E. Costa, Sulle variazioni del potere rifrangente e dispersivo dello zolfo nei suoi composti. Memorie R. Accademia dei Lincei 1891.

Digitized by Google

	Conc. % di soluz.	Indice di rifrazione	Densità della soluzione	Potere rifrangente specifico		Potere rifrangente equivalente	
				$\frac{n-1}{d}$	$\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$	$\frac{n-1}{d}$ E (1)	$\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$ E (1)
$Cd\,Cl_2$ . . .	8,91	1,3458	1,0715	0,2183	0,1270	19,97	11,62
$Cd\,Br_2$ . . .	18,06	1,3532	1,1378	0,2083	0,1226	28,33	16,68
	21,39	1,3579	1,1666	0,2107	0,1240	28,66	16,86
$Cd\,J_2$	10,97	1,3488	1,0982	0,1933	0,1116	35,35	20,41
	16,53	1,3582	1,1562	0,1930	0,1111	35,31	20,33
$Cd\,(no_3)_2$ . .	7,89	1,3426	1,0673	0,1816	0,1056	21,45	12,47
	12,14	1,3482	1,1070	0,1815	0,1052	21,43	12,42
$Cd\,SO_4$ . . .	13,40	1,3523	1,1429	0,1487	0,0847	15,48	8,77
	16,79	1,3578	1,1847	0,1487	0.0843	15,48	8,77

(1) E indica il grammo equivalente.

Digitized by Google

Dal confronto, risulta che le differenze concordano tanto, applicando l'una, quanto l'altra formula.

Altre esperienze sopra una serie di sali, tra cui il ioduro di cadmio (in alcool, in acetone, in acqua), vennero eseguite per verificare l'influenza del solvente. Si potè così constatare che, effettivamente, c'è un'influenza del solvente indipendente dalla dissociazione.

Confrontando i sali di cadmio con composti fortemente dissociati, viene poi mostrato, che, anche il grado di dissociazione dei sali, ha influenza sul potere rifrangente.

Non ci soffermiamo, per ora, su tale interessante argomento.

Frederich H. Getman und F. B. Wilson (1), studiano le relazioni esistenti tra il potere rifrangente specifico secondo la formula di Gladstone e Dale $\frac{n-1}{d}$ e le corrispondenti concentrazioni delle soluzioni acquose, e, in base a tale confronto, suddividono le sostanze da essi esaminate, in due gruppi: Nel primo, comprendono quelle per le quali la rifrazione specifica delle rispettive soluzioni, ricavata sperimentalmente, coincide con la somma del potere rifrangente specifico del solvente più quello della sostanza solida (quest'ultimo calcolato dagli equivalenti degli elementi).

Nel secondo, comprende le sostanze che non seguono tale regola.

Al primo gruppo apparterrebbero tutte sostanze anidre, e, tra queste, il CdJ_2; al secondo gruppo sostanze idrate, e, tra queste, il $CdCl_2\ 2H_2O$.

Inoltre Fritz Röhrs (2) ha eseguito un lavoro sulla rifrazione molecolare, volume molecolare e dissociazione in solventi non acquosi.

Determina la densità e l'indice di rifrazione di soluzioni di ioduro di cadmio in acetone e in alcool a diverse diluizioni. Il metodo adottato è quello di F. Kohlrausch e W. Hallwachs il quale permette, in soluzioni acquose, determinazioni di densità esatte fino a una o due unità della 6ª decimale.

---

(1) Amer. Chem. Journ., 40, 468 (1908).

(2) Ann. der phys., [4], 37, (1912), pag. 289-329.

Digitized by Google

Heydweiller, (1) in un suo lavoro, sulle proprietà fisiche delle soluzioni e sulle loro relazioni, determina l'indice di rifrazione rispetto alla riga D a 18° e la dispersione dello spettro visibile rispetto alle righe α, β, γ, dell'idrogeno di diverse soluzioni saline a concentrazioni tra 0,1 normale e 4 normale.

Eseguisce pure alcune misure di dispersione nell'ultravioletto fino alla lunghezza d'onda 214 mm.

Determina l'indice di rifrazione e la dispersione nello spettro visibile, col rifrattometro di Pulfrick.

Tra i sali di cadmio, si occupa del clorato ed eseguisce esperienze alle concentrazioni del 0,5; 1,2 e 4 normale.

Ricava anche il modulo di rifrazione del cadmio e degli altri elementi.

I valori ottenuti, sono i seguenti:

$Cd(ClO_3)_2$

Conc. in gr. equiv. per litro di soluz.	Indice di rifrazione a 18° rispetto alla luce del sodio
0,5	1,34061
1,0	1,34775
2,0	1,36193
4,0	1,38842

Frederick H. Getman und Helen T. Gibroy (2), hanno eseguito pure ricerche sull'indice di rifrazione delle soluzioni di alogenuri di cadmio.

Come media di una serie di determinazioni trovano che il prodotto del peso molecolare per la rifrazione specifica (ossia il potere rifrangente molecolare r) è dato da:

$$r = \frac{1}{p}\left(\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{100}{d} - \frac{n_w^2-1}{n_w^2+2}\cdot\frac{100-p}{d_w}\right), \text{ dove}$$

p = % di sale;
n = indice di rifrazione dell'acqua a 25°.
n_w = indice di rifrazione dell'acqua a 25°.

(1) Ann. der phys., 41, (1913) pag. 499-542.
(2) Amer. Chem. Journ. 48, 138 (1912).

Digitized by Google

Risulta $r = 20{,}3$ per il $CdCl_2$;
$r = 27{,}62$ „ $CdBr_2$;
$r = 40{,}41$ „ CdJ_2.

Riuniamo, nel seguente prospetto, i valori principali determinati dai diversi sperimentatori, relativi alle densità delle soluzioni acquose del ioduro di cadmio (1).

(1) International Critical Tables of Numerical Data, Physics, Chemistry and Technology, Volume III., 1928.

Digitized by Google

Densità delle soluzioni acquose del CdJ_2

%	0°C	10°C	20°C	25°C	30°C	40°C	50°C	60°C	70°C	80°C	90°C	100°C
2	1,0173	1,0169	1,0153	1,0141	1,0127	1,0090	1,0048	0,9998	0,9943	0,9882	0,9815	0,9746
4	1,0351	1,0345	1,0328	1,0314	1,0300	1,0263	1,0219	1,0167	1,0112	1,0049	0,9981	0,9911
6	1,0533	1,0525	1,0507	1,0492	1,0478	1,0439	1,0393	1,0340	1,0285	1,0220	1,0150	1,0079
8	1,0719	1,0710	1,0690	1,0675	1,0660	1,0620	1,0572	1,0517	1,0461	1,0394	1,0323	1,0251
10	1,0911	1,0900	1,0879	1,0863	1,0847	1,0805	1,0756	1,0700	1,0642	1,0574	1,0502	1,0429
12	1,1110	1,1098	1,1075	1,1058	1,1042	1,0997	1,0947	1,0890	1,0830	1,0761	1,0687	1,0613
14	1,1317	1,1303	1,1278	1,1261	1,1244	1,1198	1,1146	1,1087	1,1026	1,0955	1,0879	1,0805
16	1,1532	1,1516	1,1489	1,1471	1,1454	1,1406	1,1352	1,1292	1,1229	1,1157	1,1079	1,1004
18	1,1755	1,1737	1,1709	1,1690	1,1672	1,1622	1,1567	1,1504	1,1440	1,1366	1,1287	1,1210
20	1,1987	1,1967	1,1937	1,1917	1,1898	1,1846	1,1789	1,1725	1,1658	1,1584	1,1502	1,1424
25	1,2608	1,2583	1,2546	1,2524	1,2501	1,2446	1,2384	1,2315	1,2243	1,2165	1,2080	1,1997
30			1,3219	1,3194	1,3167	1,3107	1,3040	1,2967	1,2888	1,2805	1,2716	1,2628
35			1,3967	1,3938	1,3908	1,3841	1,3769	1,3691	1,3606	1,3518	1,3425	1,3331
40			1,4801	1,4767	1,4734	1,4660	1,4582	1,4498	1,4408	1,4313	1,4214	1,4114
45			1,5726	1,5689	1,5651	1,5571	1,5485	1,5393	1,5298	1,5196	1,5090	1,4983

Digitized by Google

Parte sperimentale.

Esposti così i principali dati esistenti nella letteratura chimica, sia sulle densità, sia sul potere rifrangente di sali di cadmio, riferisco i risultati delle mie determinazioni sul ioduro di cadmio.

Il ioduro usato per tali determinazioni, venne dapprima purificato, controllandone poi la purezza per via analitica.

Il potere rifrangente delle soluzioni acquose del CdJ_2, si è calcolato rispetto alla riga D tanto secondo la formula Gladstone-Dale $\frac{n-1}{d}$ quanto con la formula Lorenz Lorentz $\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$.

Le determinazioni di densità sono state fatte col metodo picnometrico, e quelle dell'indice di rifrazione, mediante rifrattometro a immersione, tipo Pulfrick, costruito dalla Casa Zeiss di Jena.

I pesi di ioduro di Cadmio e di acqua e che entravano a far parte delle soluzioni da esaminare, venivano previamente ridotti nel *vuoto*.

La densità la ottenevo, applicando la formula:

$$d = \frac{F}{W}\left[1 + (T - t)\,\gamma\right](Q - \delta) + \delta \quad \text{dove}$$

F = peso del liquido in esame a t°
W = peso dell'acqua a T°
t = temperatura a cui si pesa la soluzione
T = temperatura a cui si pesa l'acqua.
γ = coefficente cubico di dilatazione del vetro = 0,000025
Q = densità dell'acqua a T°
δ = peso di 1 cmc. di acqua = 0,00119.

La pesata della soluzione, veniva fatta, come si è già detto, mediante picnometro di Sprengel-Ostwald.

Il picnometro veniva sospeso entro un bagno ad acqua portato alla temperatura voluta e munito di termometro.

Avuti così tutti gli altri dati necessari, procedevo alla determinazione del potere rifrangente specifico del ioduro di cadmio,

Digitized by Google

togliendo dal potere rifrangente della soluzione, il prodotto del potere rifrangente dell' acqua per la concentrazione $^0/_0$ relativa, e, dividendo il risultato per la concentrazione $^0/_0$ del ioduro di cadmio.

L' indice di rifrazione dell' acqua è stato determinato alla T.^{a} di 18°, C .

Si ottenne per questo, un valore di 1,332927, e, assumendo come valore della densità dell' acqua a 18°, C 0,998654 rispetto a quella a 4° = 1, si determinò il potere rifrangente dell' acqua con le due formule $\frac{n-1}{d}$ e $\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$. Con la prima si ottenne il valore 0,333376 ; con la seconda, il valore 0,205933.

I dati delle mie determinazioni sul $Cd\,J_2$, eseguite come sopra è stato detto, sono riportati nelle seguenti tabelle.

Digitized by Google

TABELLA I.

Conc. in gr. di sostanza per 100 gr. di soluzione	Temp. in °C	Densità della soluzione	Indice di rifrazione della soluzione rispetto alla riga D n	Potere rifrangente della soluzione acquosa di $C_d J_2$		Potere rifrangente specifico del $C_d J_2$		Potere rifrangente molecolare del $C_d J_2$	
				$\frac{n-1}{d}$	$\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$	$\frac{n-1}{d}$	$\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$	$\frac{n-1}{d}$ M	$\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$ M
2,47249	17°,3	1,01947	1,336358	0,329934	0,20361	0,19418	0,112011	71,1222	41,0263
4,80965	16°,3	1,03942	1,339682	0,326799	0,201489	0,196642	0,113542	72,0256	41,5872
5,43673	18°,9	1,04430	1,34029	0,325855	0,200875	0,195044	0,112899	71,4386	41,3514
7,65473	16°,6	1,06462	1,343804	0,322936	0,198876	0,197002	0,113747	72,156	41,6619
9,07275	15°,4	1,07770	1,346009	0,321062	0,197598	0,197647	0,114067	72,3920	41,7792
11,671	13°,3	1,10275	1,350247	0,317612	0,195245	0,198313	0,114360	72,6359	41,8869
11,7236	13°,1	1,10582	1,350765	0,31720	0,194963	0,19540	0,112363	71,5693	41,1552
12,3303	12°,8	1,11269	1,352531	0,316828	0,194638	0,199167	0,114327	72,949	41,8748
13,5098	18°,8	1,11958	1,352642	0,314977	0,193496	0,197190	0,113873	72,225	41,7083
15,4828	15°,7	1,14022	1,35624	0,312431	0,191740	0,198104	0,114262	72,5596	41,8510
16,6503	14°,3	1,15288	1,35840	0,310874	0,190667	0,198230	0,11425	72,6059	41,8464
17,3066	18°,3	1,16340	1,360596	0,30995	0,189981	0,198017	0,114022	72,5276	41,6669
18,8936	15°,7	1,17655	1,362205	0,307853	0,188609	0,198289	0,114239	72,6272	41,8425
19,2820	15°,4	1,18068	1,362942	0,307401	0,188295	0,198667	0,114459	72,7658	41,9229
20,9635	14°,6	1,20000	1,36612	0,305100	0,186717	0,198498	0,114270	72,7036	41,8536
22,3971	11°,5	1,21474	1,36879	0,303596	0,185655	0,20041	0,115394	73,404	42,2654
24,0341	15°,5	1,23606	1,373671	0,302308	0,184611	0,20411	0,117216	74,7592	42,9329
24,9275	10°,	1,24858	1,374668	0,300075	0,183192	0,199787	0,114704	73,1761	42,0128
26,8646	11°,	1,27391	1,378862	0,297401	0,181344	0,199463	0,114403	73,0574	41,9025
29,1876	9°,5	1,30665	1,38428	0,294096	0,179051	0,19880	0,113833	72,8145	41,6935
30,0629	11°,5	1,32063	1,38635	0,29255	0,178004	0,197576	0,113033	72,3661	41,4006

Digitized by Google

TABELLA II.

Conc.	Dens.	n	Potere rifrang. spec. Cd J_2		Potere rinfrang. mol. Cd J_2		
			$\frac{n-1}{d}$	$\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$	$\frac{n-1}{d}$ M	$\frac{n-1}{(n^2+2)\,d}$ M	
10,97	1,09587	1,349098	0,19825	0,114384	72,6129	41,8957	*Valori interpolati*
	1,0982	1,3488	0.1933	0,1116	70,8000 (1)	40,8757 (1)	*Rohland*
	— 0,0024	— 0,0002	+ 0,0049	+ 0,0027	+ 1,8129	+ 1,0200	*Differenze*
16,53	1,15157	1,35817	0,198209	0,114235	72,5982	41,8407	*Valori interpolati*
	1,1562	1,3582	0,1930	0,1111	70,6901 (1)	40,6929 (1)	*Rohland*
	— 0,0047	— 0,0001	+ 0,0052	+ 0,0031	+ 1,9081	+ 1,1478	*Differenze*

(1) Valori ricalcolati secondo i pesi atomici più recenti (1929). Siccome i valori del Rohland sono relativi al potere rifrangente equivalente, qui si sono trasformati in quelli del potere rifrangente molecolare moltiplicandoli per due.

Digitized by Google

I valori riportati per gl' indici di rifrazione sono la media di almeno tre o quattro determinazioni abbastanza concordanti.

Se si calcolano per interpolazione, in base ai valori di densità e degli indici di rifrazione da me determinati tutti i dati corrispondenti alle concentrazioni 10,97 % e 16,53 %, si vede che vi è discreto accordo tra i valori che si sono ricavati e quelli del Rohland.

I valori di densità e indice di rifrazione interpolati, e, quelli corrispondenti per le rifrazioni specifica e molecolare del CdJ_2 li riportiamo nella seguente tabella insieme ai dati del Rohland:

Le differenze dei poteri rifrangenti specifici sono molto piccole; naturalmente esse divengono di molto maggiori nel caso del potere rifrangente molecolare, dato il peso molecolare elevato del CdJ_2.

*
* *

Riassumendo:

sono state eseguite:

1.) Determinazioni dell' indice di rifrazione delle soluzioni di ioduro di cadmio (dalla conc. del 2,47294 % alla conc. del 30,0629 %) a temperatura ambiente che variava, nelle diverse determinazioni, da 9,5° fino a 18,9°.

2.) Determinazioni delle densità delle medesime soluzioni a temperature corrispondenti.

3.) Calcolo del potere rifrangente delle soluzioni acquose di CdJ_2 e quindi del potere rifrangente specifico e molecolare del sale.

Determinazioni dello stesso genere, relative ad altri sali del cadmio, e, anche di altri metalli, in acqua (e in solventi diversi dall'acqua) sono già in corso per mettere insieme materiale sperimentale sufficiente a discutere, in particolare, in base alla teoria della dissociazione elettrolitica, l'ammissibilità o meno delle conclusioni a cui sono arrivati Leblanc e Rohland.

Pisa. Istituto di Chimica Generale
della R. Università. Maggio 1929.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 19 agosto 1929*)

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Il "tessuto vescicoloso glicogenico„ nell'intossicazione fosforica.

dott. GUIDO OSELLADORE
Aiuto e Lib. Doc.

(pres. dal prof. I. Salvioli, m. e., nell'ad. ord. 7 luglio 1929)

Malgrado le numerose ricerche fatte in tempi antichi e recenti, l'intimo significato della metamorfosi adiposa che, come fenomeno anatomopatologico più saliente, compare nei parenchimi di vari organi, ma sopratutto nel fegato, in seguito all'intossicazione fosforica, è ancora ben lungi dall'essere chiarito.

Il primitivo dilemma posto sul tappeto, se cioè si tratta di vera degenerazione del protoplasma cellulare in grasso, oppure di semplice infiltrazione nel protoplasma di grasso mobilizzato dalle sue sedi normali, si è col progredire degli studi e delle osservazioni complicato nel senso, che, oltre alle due accennate possibilità, altre ne furono prospettate e fra queste con maggior fondatezza quella della *lipofanerosi* e cioè della comparsa in forma visibile e svelabile microscopicamente di grasso che prima, per essere intimamente legato alla molecola protoplasmatica, era inacessibile ai reattivi microchimici dei grassi.

Riusciti vani i tentativi di risolvere il problema studiando in via istochimica la quantità e la qualità del grasso che si accumula nei vari organi, sottoponendo l'animale, prima o dopo l'avvelenamento fosforico, al digiuno o a regimi alimentari diversi, o ancora determinando con procedimenti puramente chimici il grasso totale e dei singoli organi dell'animale avvelenato in confronto all'animale normale, si è ricorsi a ricerche sul metabolismo organico dell'animale avvelenato, nella speranza che per questa

Digitized by Google

via fosse possibile chiarire l'origine vera e quindi il significato del grasso che si accumula in sede anomala nel corso dell'intossicazione fosforica.

Tale speranza trovava, e trova tuttora per le ricerche orientate in tal senso, una logica giustificazione nel fatto che, non avendo il fosforo alcuna affinità per le proteine e non potendo quindi essere un tossico diretto del protoplasma, deve necessariamente imperniare la sua azione e dare origine alle note lesioni degenerative cellulari indirettamente con modificazioni apportate al ricambio, donde la possibilità che la adiposi fosforica, anzichè una degenerazione protoplasmatica, o infiltrazione di grasso mobilizzato da altre sedi, possa essere la conseguenza di alterato metabolismo nel senso più puro della parola.

Ciò tanto più in quanto la chimica biologica ha da tempo bene accertato che grasso, come materiale di tesaurizzazione energetica può, anzi certo si forma anche normalmente nell'organismo animale nel ricambio degli idrati di carbonio e, se non direttamente, almeno attraverso la catena intermedia dei carboidrati, anche nel ricambio intermedio delle proteine.

Su questo indirizzo, ricerche accurate e numerose nell'animale avvelenato, (in istato di digiuno o sottoposto a regimi alimentari diversi) e sempre in confronto con l'animale normale (alimentato o digiunante) vennero eseguite sul ricambio generale e intermedio delle sostanze quaternarie e ternarie, con le modificazioni a questo ricambio apportate da eventuali squilibri endocrini, e ancora sulla quantità e attività dei veri fermenti (diastasi, lipasi, ossidasi, ecc...) che nei singoli organi sembrano essere i fattori determinanti delle scissioni e sintesi a cui è legato il ricambio intermedio delle diverse sostanze.

Però anche da queste ricerche, mentre si sono acquisiti non pochi fatti che poterono valere a rischiarare taluni momenti della patogenesi, ancor sempre molto oscura, della morte da fosforo, è rimasto sempre assai controverso il significato dell'adiposi che si manifesta nel corso di questa intossicazione e ciò oltre che per i numerosi punti oscuri da esse lasciati, anche per le profonde discordanze di risultati che esse hanno dato ai diversi ricercatori a seconda della via d'introduzione del veleno, della

Digitized by Google

dose somministrata e di molte altre condizioni che ora sarebbe inutile enumerare.

Un fatto però sul quale la più parte degli osservatori è consenziente e che sembra non mancare mai nel corso dell'intossicazione fosforica comunque ottenuta, se per via orale o parenterale, con dosi massive o refratte del veleno e indipendentemente dallo stato di digiuno o di alimentazione in cui è conservato l'animale, è la più o meno rapida scomparsa del glicogeno dal fegato come pure da altri organi dove normalmente si accumula questo materiale di riserva. Un certo disaccordo però, anche nei riguardi di questo fenomeno, esiste fra quelli Autori che hanno cercato di identificare i fattori da cui esso dipende o di stabilire gli eventuali rapporti esistenti fra esso e altri fenomeni, sia generali quali l'aumentata disintegrazione proteica, (pure manifestantesi costantemente nel corso dell'intossicazione fosforica) o locali quali l'accumulo di grasso che si verifica negli stessi elementi dai quali avviene la scomparsa del glicogeno.

Secondo Frank e Isaac ad es. la rapida scomparsa del glicogeno dal fegato, appunto perchè non accompagnata mai da iperglicemia, sarebbe dovuta, in un primo momento, solo ad un alterato metabolismo della cellula epatica per cui essa consuma in sito in brevissimo tempo tutte le riserve di polisaccaride; solo più tardi si avrebbe da parte della cellula stessa la perdita della sua capacità a polimerizzare gli idrati di carbonio e a formare zucchero dalle parti non azotate della molecola proteica: da quest'ultima condizione dipenderebbe l'aumento nella disintegrazione delle proteine.

Lo Scaffidi, avendo nel fegato di rana avvelenata con fosforo, trovata conservata la capacità di scindere il glicogeno, ha ritenuto che la scomparsa del glicogeno non sia legata ad una mancanza di fermenti. Così anche lo Staemmler, non avendo riscontrate variazioni del potere diastasico nel fegato dell'animale avvelenato con fosforo, crede che la scomparsa del glicogeno sia legata solo e sempre, in tutto il corso dell'intossicazione, ad una aumentata distruzione del glicogeno stesso; però secondo lo stesso Autore l'accumulo di grasso nella cellula epatica sarebbe dovuto al suo richiamo dai comuni depositi in seguito alla distruzione del glicogeno e secondariamente al fatto che esso vi resta inutilizzato

Digitized by Google

per la intervenuta incapacità di bruciarlo da parte della cellula epatica stessa. Tale incapacità alla utilizzazione dei grassi si avrebbe malgrado non sieno constatabili variazioni nel contenuto in lipasi e in ossidasi del fegato, anzi malgrado che per le ossidasi si verifichi un notevole aumento.

L'Arndt, in base a sue ricerche eseguite con somministrazione contemporanea o isolata di idrati di carbonio e insulina ad animali avvelenati con fosforo, crede di poter affermare che nell'intossicazione fosforica il fegato, mentre perde la capacità a conservare il glicogeno, detiene tuttavia almeno in parte la capacità di sintetizzare questa sostanza.

Tale capacità si manifesterebbe sotto l'azione dell'insulina somministrata contemporaneamente a idrati di carbonio, trattamento questo che permetterebbe di veder ricomparire il glicogeno nella cellula epatica e diminuire l'accumulo di grasso, forse perchè rende possibile l'utilizzazione di quest'ultima sostanza ormai accumulata.

Il fenomeno della scomparsa del glicogeno e l'accumulo secondario di adipe nel fegato avvelenato non sarebbe dovuto ad una deficenza ormonale insulinica, in quanto la somministrazione isolata di questa sostanza all'animale avvelenato si dimostrò incapace di conservare e di ripristinare la riserva di glicogeno e di impedire il sopravvenire dell'adiposi.

Come si vede, per quale alterazione del metabolismo si abbia nel fegato la scomparsa del glicogeno in seguito alla intossicazione fosforica non è ancora bene chiarito; però, se sfugge la chiave di questo meccanismo, è oltremodo interessante il fatto che, insieme a questa scomparsa, anzi secondariamente ad essa, si abbia la comparsa nella stessa cellula epatica di un abnorme accumulo di grasso. Questa specie di sostituzione di grasso al primitivo deposito di glicogeno appare tanto più interessante in quanto non è soltanto nel fegato che essa si verifica, ma anche in altri organi (muscoli, cuore) a forte contenuto glicogenico e in quanto anche dalle citate ricerche di Arndt sembrerebbe esistere un reale rapporto inverso fra scomparsa dell'una e sostituzione con l'altra sostanza. Infatti il solo trattamento che all'Arndt si dimostrò capace di ripristinare nell'animale avvelenato la riserva di glicogeno epatica (somministrazione di insulina insieme

Digitized by Google

a idrati di carbonio) fu quella che valse a inibire o far regredire l'accumulo di adipe nel fegato stesso: si direbbe pertanto che, almeno in determinati organi, il grasso compare in sostituzione della riserva di glicogeno scomparso, e, dato che la scomparsa di questa riserva non sembra mai accompagnarsi a iperglicemia, verrebbe fatto di domandarsi se eventualmente l'adiposi fosforica non potesse avere almeno in parte il significato di una tesaurizzazione degli stessi idrati di carbonio la cui sintesi a glicogeno è rallentata o impedita per effetto dell' intossicazione. Tale ipotesi appare a prima vista anche più verosimile se si tiene conto dei rapporti strettissimi, anzi dell' equilibrio vero, che sembra esistere nell' organismo normale fra le due forme di immagazzinamento energetico, glicogenico e grassoso, e del fatto, da più parti osservato nell' intossicazione fosforica, che la somministrazione di idrati di carbonio all' animale avvelenato conduce ad un aumento dell' adiposi epatica.

Però questo fenomeno di sostituzione di grasso alla riserva glicogenica è stato veduto sopratutto nel fegato dove già normalmente sono contenuti in varia misura le due sostanze e dove, per questo, è presumibile si verifichino pure normalmente dei passaggi dall' una all' altra forma di tesaurizzazione energetica.

Io ho quindi pensato che una ricerca non inutile per cercare di approfondire il significato dell' adiposi e quello della scomparsa della riserva glicogenica nell' intossicazione fosforica e insieme il possibile rapporto fra i due fenomeni, che almeno nel fegato sembrano legati l'uno all'altro e decorrere in senso opposto, fosse quella di vedere se in certi tessuti animali a contenuto esclusivamente glicogenico, nel corso della stessa intossicazione si verificasse un analogo fenomeno di sostituzione, o almeno si potesse vedere diminuire anche in questi tessuti il loro contenuto glicogenico a dimostrazione che l'alterato metabolismo degli idrati di carbonio denunziato dalla scomparsa del glicogeno epatico, muscolare ecc.... non è un fenomeno limitato solo a questi organi ma un fenomeno più generale che investe più profondamente il metabolismo organico.

Digitized by Google

*
* *

Il tessuto sul quale ho fissata l'attenzione e il cui comportamento nell'intossicazione fosforica, ho voluto studiare nelle presenti ricerche è scarsamente rappresentato nelle ultime classi di vertebrati e fino a questi ultimi tempi poco noto perchè confuso con altre specie di tessuti.

Fu merito sopratutto del Terni quello di averne in questi ultimi tempi, attraverso una serie sistematica di ricerche, messo in evidenza i caratteri morfologici e istiochimici differenziali, permettendo di rintracciarlo fra i tessuti delle varie specie animali e gettando così le basi di una classificazione generale.

Senza indugiarmi a riferire tutti questi caratteri, ampiamente descritti nei recenti lavori del Terni, dirò che detto tessuto è costituito da agglomerati di grosse cellule vescicolose con nucleo e protoplasma spostati alla periferia, come nelle cellule adipose, ma, a differenza di queste, con un contenuto rappresentato, anzichè da un'unica goccia di grasso, da un liquido debolmente proteico e contenente abbondantemente in soluzione una sostanza che dà le reazioni caratteristiche del glicogeno. A differenza di quanto hanno ammesso il Renaut e lo Studnicka questi elementi, secondo il Terni, non conterrebbero mai grasso.

Per tali caratteri il Terni ha proposto la denominazione di *tessuto vescicoloso glicogenico* contrapposta a quella di *tessuto cordoide* adoperata dallo Schaffer, denominazione quest'ultima che è meno esplicita nella designazione dei caratteri fondamentali del tessuto e solo ricorda la sua rassomiglianza col tessuto della corda dorsale.

Tale tessuto, nei mammiferi alla nascita, è solo rappresentato dagli avanzi della corda dorsale rimasti inclusi nei dischi intervertebrali e costituenti il nucleo polposo, il quale però va atrofizzandosi e scomparendo con l'età; mentre negli uccelli oltre che a livello dei dischi intervertebrali è pure rappresentato dalla grossa bolla gelatinosa lombo-sacrale, della quale fu appunto il Terni a mettere recentemente in evidenza natura e significato.

Per lo studio che avevo in animo di fare sul comportamento del tessuto vescicoloso glicogenico nell'intossicazione fosforica, ho

Digitized by Google

appunto scelta la bolla gelatinosa lombo-sacrale del pollo e il nucleo polposo dei dischi intervertebrali di giovani mammiferi e precisamente di conigli, gatti e cani, scegliendo animali diversi appunto, per potere osservare dopo avvelenamento, le eventuali differenze in rapporto al tipo di alimentazione.

Per quanto riguarda la ricerca nel nucleo polposo furono scelti animali giovani appunto perchè, come si disse, il nucleo polposo, residuo di un organo in via di involuzione, va a poco a poco atrofizzandosi e scomparendo con l'età. Inoltre siccome risulta dalla letteratura che lo studio istochimico sulle cellule della corda dorsale è stato fatto in vari stadi della vita embrionale, ma non o assai scarsamente negli avanzi dell'organo residuanti dopo la nascita, ho fatto precedere alla ricerca che costituiva lo scopo del mio studio, alcune osservazioni sul contenuto delle cellule del nucleo polposo di giovani conigli, gatti e cani allo scopo di avere un opportuno termine di confronto per le successive osservazioni sugli animali della stessa specie dopo avvelenamento.

Del resto, per avere una idea personale sul modo di presentarsi e sull'entità del contenuto in glicogeno delle cellule della bolla gelatinosa lombo-sacrale degli uccelli, ho anche fatto su vari polli adulti normali, le stesse ricerche istochimiche che intendevo ripetere successivamente negli animali avvelenati.

In queste, come nelle successive osservazioni negli animali dopo avvelenamento, la ricerca del glicogeno venne sempre fatta sia col metodo Vastarini-Cresi, sia col reattivo di Lugol in preparati per dilacerazione, ricorrendo anche ai piccoli accorgimenti tecnici suggeriti dal Terni per tale ricerca in questi elementi. Lo studio istochimico del glicogeno venne poi completato con la ricerca del grasso su materiale fissato in formolo colorando piccolissimi frustoli di tessuto, prima a lungo con soluzione satura di rosso scarlatto in alcool a 70°, poi con ematossilina e allestendo preparati a fresco per dilacerazione.

Le esperienze furono eseguite su materiale relativamente abbondante e cioè su 20 animali così distribuiti: 8 polli, del peso variante da Kg. 1,500 a Kg. 3; 6 conigli del peso di 400 a 1200 gr.; 3 gatti del peso oscillante intorno ai 300 gr. e tutti

Digitized by Google

della stessa nidiata; 3 cani del peso oscillante intorno ai 400 gr. e pure di una unica nidiata.

Salvo i conigli che vennero tutti avvelenati con soluzione oleosa di fosforo somministrata per via sottocutanea, gli altri (polli, gatti e cani) furono avvelenati in parte con somministrazione del veleno in soluzione oleosa per via sottocutanea, in parte somministrando piccoli pezzi di fosforo per via orale.

In ciascun lotto di animali si è anche cercato di variare la dose del veleno in rapporto al peso e alla via d'introduzione in modo da ottenere in alcuni una morte rapida (entro 2-3 giorni) negli altri un avvelenamento lento così da avere la morte dopo 10-15-20 giorni dall'inizio del trattamento.

*
* *

I risultali di queste ricerche, sia di quelle preliminari di orientamento e controllo, sia di quelle definitive negli animali avvelenati, vanno esaminati separatamente nei riguardi del tessuto della bolla gelatinosa lombo-sacrale da un lato e in confronto del tessuto del nucleo polposo intervertebrale dall'altro.

Nel pollo le ricerche istochimiche preliminari sul tessuto della bolla gelatinosa glicogenica hanno confermato in ogni dettaglio l'accurata descrizione fattane dal Terni, sia per quanto concerne la forma, le dimensioni, e la struttura degli elementi, sia per quanto riguarda il loro contenuto in glicogeno. In più posso aggiungere che con assoluta costanza ho potuto in questi elementi constatare la completa assenza di grasso.

Lo stesso reperto, senza alcuna modificazione, ho trovato negli animali venuti a morte per avvelenamento fosforico, comunque fosse stato ottenuto tale avvelenamento, sia rapidamente con alte dosi di veleno, sia lentamente con piccole dosi ripetute, e ancora sia somministrando il veleno per via orale o sottocutanea. Ciò sia detto nel senso che, comunque fosse stato ottenuto tale avvelenamento, l'aspetto macroscopico della bolla, come pure la forma, le dimensioni, la struttura ed il contenuto glicogenico dei suoi elementi costitutivi, non si presentarono apprezzabilmente modificati, nè si vide mai comparire nel loro interno granulazioni che mostrassero anche solo tendenza a tingersi col rosso scarlatto.

Digitized by Google

Per quanto concerne invece il tessuto del nucleo polposo intervertebrale è anzitutto da rilevare come in tutti gli animali normali esaminati i gruppi di elementi vescicolosi si mostrarono, come quelli della bolla gelatinosa del pollo, costantemente assai ricchi di glicogeno e ciò anche nei soggetti che avevano raggiunto il completo sviluppo. Però a differenza di quanto fu dato verificare negli elementi della bolla gelatinosa, nelle cellule del nucleo polposo, la ricerca del grasso fatta, come si disse, colorando a lungo in soluzione alcoolica satura di rosso scarlatto dei piccolissimi frustoli di tessuto, ha permesso talora di rilevare in seno al protoplasma qualche rara e piccola gocciola che aveva assunto una colorazione rossa. Tale reperto non fu ad ogni modo costante e si ebbe con maggiore evidenza oltre che più frequentemente nel coniglio, specie in qualche soggetto piuttosto adulto, mentre nel cane e nel gatto, esso comparve solo eccezionalmente e fu rappresentato da minutissime e rade granulazioni che assumevano assai pallidamente la colorazione col rosso scarlatto. È tuttavia da aggiungere che anche quando si ebbe positiva la ricerca del grasso nelle cellule vescicolose del nucleo polposo, il reperto non era mai a carico di tutti gli elementi o per lo meno non uniformemente, essendo invece per lo più il numero delle granulazioni adipose presenti in ciascuna cellula assai esiguo e talora anche limitato ad un unico granulo disposto senza regola nell' interno dell' elemento.

Venendo ora a riferire delle ricerche istochimiche praticate sugli stessi elementi del nucleo polposo degli animali avvelenati col fosforo dirò subito come mai si sia osservata una evidente diminuzione del contenuto glicogenico e tanto meno la sua totale scomparsa. Solo in un coniglio, nel quale la morte per avvelenamento era stata ottenuta in 16 giorni somministrando piccole dosi ripetute di veleno, si vide, nei preparati eseguiti col metodo Vastarini-Cresi, qualche raro elemento il cui protoplasma non dava la reazione del glicogeno. In tutti gli altri animali invece la quantità di glicogeno presente nei singoli elementi vescicolosi e giudicata approssimativamente dalla intensità e diffusione della colorazione assunta coi due reattivi impiegati nella ricerca fu press' a poco quella riscontrata negli animali normali.

Per quanto poi riguarda la ricerca del grasso nello stesso

Digitized by Google

nucleo polposo degli animali avvelenati, devo dire che, tenendo conto dei reperti avuti negli animali normali, riportai la convinzione che questa sostanza non fosse generalmente aumentata. Solo in due conigli avvelenati lentamente si vide, in confronto agli animali normali, alquanto aumentata la quantità di granulazioni adipose sparse nel protoplasma di molti elementi vescicolosi e in uno di questi animali (precisamente lo stesso nel quale si osservarono delle cellule vescicolose senza glicogeno) delle cellule del nucleo polposo col contenuto rappresentato da una grande goccia di grasso così da ricordare abbastanza da vicino delle vere cellule adipose.

Però anche in questi due conigli la quantità di grasso presente nei singoli elementi non era uniforme, così che era possibile accanto a cellule prive di contenuto adiposo vederne altre col protoplasma provvisto di rare granulazioni grasse e altre ancora contenenti vistose goccie di adipe.

In sostanza dunque da queste ricerche è risultato: 1°) che, per effetto dell'intossicazione fosforica, nessuna modificazione nè quantitativa, nè qualitativa si verifica nel contenuto delle cellule della bolla gelatinosa lombo-sacrale del pollo. 2°) Che nelle cellule vescicolose del nucleo polposo di conigli, gatti e cani avvelenati col fosforo, mentre non si constata una apprezzabile diminuzione del contenuto glicogenico, si vede invece talora (questo sopratutto nel coniglio) aumentare il contenuto adiposo. Parlo di un aumento del contenuto adiposo e non di una comparsa di grasso, poichè le ricerche preliminari su animali normali mi hanno appunto dimostrato che, sopratutto nei conigli, ma anche se pure meno costantemente e in misura assai più ridotta nei cani e nei gatti, sono riscontrabili delle rare e minute gocciole adipose nell'interno delle cellule vescicolose.

*
* *

Dati i risultati delle presenti ricerche sembrerebbe a tutta prima di dover trarre una conclusione assolutamente negativa in merito alla ipotesi che le aveva suggerite.

Io avevo infatti pensato che se in un tessuto a contenuto esclusivamente glicogenico, quale il tessuto vescicoloso, si fosse

Digitized by Google

potuto constatare in seguito alla intossicazione fosforica la scomparsa del glicogeno e la sua sostituzione con grasso, come si verifica nel fegato, nei muscoli ecc. si sarebbe avuta, se non una prova decisiva, certo un dato favorevole all' ipotesi che in questa intossicazione l'organismo, avendo perduta la capacità di sintetizzare gli idrati di carbonio sotto forma di glicogeno, li tesaurizza sotto forma di grasso. Siccome infatti è bene accertato che l'organismo, è capace di immagazzinare il glucosio, ora sotto forma di glicogeno, ora di grasso a seconda delle particolari urgenze del ricambio, rappresentando il primo la forma di immagazzinamento per i bisogni immediati, il secondo per i bisogni remoti, si sarebbe appunto potuto pensare, almeno come ipotesi di lavoro da sviluppare con successive ricerche, che nell' intossicazione fosforica l'organismo, avendo perduta la prima capacità e restandogli la seconda, continua ad immagazzinare gli idrati di carbonio sotto forma di grasso e che è questo, almeno in parte, il significato dell'adiposi fosforica e la ragione per cui manca l'iperglicemia nel corso della intossicazione stessa. Invece si è visto che negli elementi del tessuto vescicoloso marca, nel corso dell' intossicazione fosforica non solo la sostituzione di grasso al deposito di glicogeno, ma anche un' apprezzabile diminuzione di questo deposito glicocenico. Fu anche constatato che, contrariamente a quanto si ritiene, gli elementi del tessuto vescicoloso — se pure limitatamente a quelli del nucleo polposo e sopratutto nel coniglio — contengono normalmente insieme al glicogeno piccole quantità di grasso e che solo in questi elementi, già normalmente contenenti del grasso, è possibile vedere aumentare per effetto dell' intossicazione fosforica la quantità di adipe contenutavi.

A me pare che, malgrado tale comportamento, l' ipotesi formulata possa essere ancora conservata come ipotesi di lavoro, tanto più se, come hanno veduto l' Arndt, lo Schwarz ed altri, la somministrazione di idrati di carbonio agli animali avvelenati mentre non è capace di far ricomparire il glicogeno nel fegato, ha invece per risultato di far aumentare l' adiposi epatica. Se nel tessuto vescicoloso glicogenico manca nel corso dell' intossicazione fosforica la scomparsa del glicogeno e la sua sostituzione con grasso, la ragione può risiedere nel fatto che il glicogeno di

Digitized by Google

questo tessuto non rappresenta un vero materiale di riserva spicciolo, pronto ad essere utilizzato dall'organismo come il glicogeno di altri organi, ma che si tratta di un glicogeno per così dire lontano dalle grandi correnti del ricambio, per cui esso non partecipa o partecipa solo tardivamente e per riflesso all'alterazione del ricambio generale. Tale concetto armonizza coi recenti risultati del Terni che dimostrano la scarsa permeabilità della membrana delle cellule cordali degli anfibi.

La ragione potrebbe dunque essere questa, che, quando noi parliamo di glicogeno e sembra vogliamo riferirci ad una sostanza unica che ha sempre gli stessi rapporti sia col protoplasma cellulare che la contiene, sia col ricambio generale dell'organismo, noi ignoriamo in realtà se si tratti invece di materiali diversi, che hanno raggiunto forse gradi diversi di polimerizzazione, che hanno legami diversi col protoplasma cellulare e quindi rapporti diversi col ricambio generale.

Che ciò sia possibile può essere sospettato ad es. della diversa solubilità che il glicogeno dei vari parenchimi presenta al trattamento di questi con soluzioni acquose e dalla diversa facilità che i vari depositi di glicogeno presentano ad essere messi in evidenza coi nostri reattivi.

Che il glicogeno delle cellule della bolla lombo-sacrale degli uccelli sia lontano dalle grandi correnti del ricambio ha avuto la sua documentazione nelle ricerche del Panizza, dalle quali è appunto risultato che nelle più svariate condizioni fisiologiche e fisiopatologiche capaci di indurre l'organismo a fondere le proprie riserve di glicogeno, in questo tessuto non è dimostrabile una variazione del contenuto glicogenico.

E che esista d'altro canto un tessuto, ad alto contenuto glicogenico che conserva questo suo contenuto anche quando tutte le riserve di glicogeno dell'organismo vanno disperse per qualche particolare condizione, non deve meravigliare quando si pensi che esistono nell'organismo dei depositi di adipe che resistono quasi inalterati agli stati di più estrema consunzione, quando cioè il grasso di tutti gli altri depositi è stato quasi per intero consumato.

Forse è dunque questa supposta differenza fra il glicogeno del tessuto vescicoloso e glicogeno degli altri depositi, e la rilut-

Digitized by Google

tanza che ha il primo ad essere idrolizzato e mobilizzato la ragione per cui nell'intossicazione fosforica manca la scomparsa del glicogeno e la sua sostituzione con grasso; ma che esista una grande parentela fra le due forme di tesaurizzazione glicogenica e grassa, quella che può appunto far sospettare essere l'adiposi fosforica una forma anormale di tesaurizzazione, è dimostrata dalla presenza sia pure saltuaria di piccole quantità di grasso nel tessuto vescicoloso glicogenico: fenomeno che va messo vicino a quello, veduto ormai da vari Autori (Van Girke, Arndt, Tretjakoff), di gligogeno presente nelle cellule adipose.

Dunque la negatività delle ricerche ora da me eseguite non depone contro l'ipotesi prima formulata, la quale resta aperta come semplice ipotesi di lavoro.

Invece dette ricerche possono avere servito oltre a confermare quanto il Panizza ha veduto, e cioè la grande stabilità del contenuto glicogenico nel tessuto vescicoloso, anche a dimostrare una certa differenza fra due varietà di questo tessuto, per altri caratteri così vicine e cioè tessuto della bolla gelatinosa e tessuto del nucleo polposo, in quanto mentre nel primo il grasso manca costantemente sia nell'animale normale che in quello avvelenato con fosforo, nel secondo il grasso, già spesso presente normalmente, è in grado talora di aumentare nell'intossicazione fosforica.

Tale diversità di comportamento può, credo, essere interpretata come la conseguenza del fatto che il tessuto del nucleo polposo derivato da quello della corda dorsale è un tessuto in via di atrofizzazione, e che quindi va progressivamente perdendo le sue caratteristiche originarie.

RIASSUNTO

Partendo dalla nozione che nell'intossicazione fosforica l'adiposi in molti organi, ma sopratutto nel fegato, si accompagna a scomparsa della riserva glicogenica e per portare un contributo allo studio degli eventuali rapporti di dipendenza esistenti fra i due fenomeni, l'A. ha voluto vedere se, nel corso di questa intossicazione, si potevano dimostrare analoghe modificazioni di con-

Digitized by Google

tenuto nel tessuto vescicoloso glicogenico e precisamente se, verificandosi una diminuzione o la scomparsa del deposito di glicogeno negli elementi di questo tessuto, se ne avesse la sostituzione con grasso.

Le ricerche furono fatte nel pollo e su vari mammiferi di laboratorio (conigli, gatti, cani) prendendo in esame nel primo la bolla gelatinosa lombo-sacrale, nei secondi il nucleo polposo intervertebrale pure costituito da tessuto vescicoloso glicogenico.

Da tali ricerche è risultato anzitutto che per effetto dell'intossicazione fosforica, il contenuto in glicogeno del tessuto vescicoloso, sia di quello della bolla gelatinosa lombo-sacrale del pollo, sia di quello del nucleo polposo intervertebrale dei mammiferi, non si presenta quantitativamente modificato in modo apprezzabile; secondariamente che mentre nel pollo il tessuto della bolla non mostra mai traccia di grasso nè gli animali normali, nè in quelli avvelenati, il tessuto vescicoloso del nucleo polposo intervertebrale dei mammiferi, che già normalmente contiene quantità variabili di grasso in rapporto alla specie e forse anche in rapporto all'età dell'animale, in seguito all'intossicazione fosforica, solo eccezionalmente e nelle intossicazioni ottenute lentamente presenta aumentato il suo contenuto adiposo.

In base a queste risultanze sperimentali l'autore crede di poter concludere:

1°) che la mancanza di variazione nel contenuto glicogenico del tessuto vescicoloso per effetto dell'intossicazione fosforica debba essere ritenuta una prova che il glicogeno di questo tessuto non ha il significato biologico-energetico (e forse chimico?) di quello contenuto in altri organi e tessuti.

2°) Che le differenze in rapporto al contenuto adiposo rilevate fra il tessuto della bolla gelatinosa lombosacrale del pollo e quello del nucleo polposo intervertebrale dei mammiferi sia da considerare come espressione di una loro non perfetta identità, giustificabile considerando che il secondo è un tessuto in via di atrofizzazione.

Digitized by Google

BIBLIOGRAFIA

ARNDT — Versuche über Insulinwirkung Verhand. d. deut., Path. Ges., XII, Tagung Danzig.

— — Untersuch. über den Kohlenhydrat u. Fettstoffwechsel der Gewcbe. Ziegler's Beit., Bd. 79, 1928.

FRANK U. ISAAC — Über das Wesen des gesteigerten Stoffwechsels bei der Phosphorvergiftung., Arch. f. exp., Path. Bd., 64, 1911.

PANIZZA — Ricerche isto-fisiologiche sul glicogeno della bolla gelatinosa lombosacrale degli uccelli., Atti della Soc. Med. Chir. di Padova, 1925.

RENAUT — Traité d'histologie pratique, Paris, 1893.

SCAFFIDI — Sulle capacità del fegato sopravvivente di rana normale ed in degenerazione grassa di formare zucchero, Gazz. int. di Med. Chir., Ig., n. 49, 1914.

SCHAFFER — Lehrbuch der Hystologie und Hystogenese, Leipzig., 1922.

STÄMMLER — Untusuchungen der Fermente in der Leber bei Phosphorvergiftung. Virchow's, Arch. Band, 257, 1925.

— — Untersuchungen über diastatische Fermente in der Leber im besonderen bei Phosphorvergiftung. Wirchw's Arch. Band, 259, 1926.

STUDNICKA — Der physiol-Typus der " vesciculosen „, Zellen. Zeitsch. f. Zellforsch. u. Mikr., Anat. Bd. 2, H. 4.

SCHWARZ — Leberverfettung bei Phosporvergiftung., Norddeut. Pathologentagung in Rostock, 1924.

TERNI — Ricerche sulle cosidette sostanze gelatinose (corpo glicogenico) del midollo lombo-sacrale degli uccelli. Arch. it. di Anat. ed Embiol., Vol. XXI., Fasc. 1, 1924.

— — I tessuti a grandi cellule vescicolose con glicogene. Mon. Zool. Ital., 1924.

— — La corda dorsale e i tessuti a grandi cellule vescicolose con glicogene. Monit. Zool. Ital. Anno XXXVIII, N. 1, 1927.

TRETJAKOFF — Die Fettglykogenzellen beim Neunauge. An. Anz. B. 63, 1927.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 20 agosto 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Alcuni documenti sul paese dei Mòcheni

GIUSEPPE GEROLA, m. e.

(Adunanza ordinaria del giorno 16 giugno 1929)

È noto quale significazione fosse altra volta attribuita dagli scrittori pangermanisti all'oasi tedesca dell'alta valle della Fersina. Il tardo ed esiguo insediamento di coloni alloglotti — designati col peculiare nome di *Mòcheni* — nel cuore del Trentino, mentre veniva considerato come preziosa testimonianza di una ben più vasta tedeschizzazione passata, era ultimamente assurto all'importanza di un vero e proprio punto di partenza per la riconquista germanica dell'intera regione. E non ci voleva da meno della guerra mondiale perchè quei sogni tramontassero per sempre.

Superfluo aggiungere che tale stato di cose era rispecchiato da una vasta produzione letteraria, a scopo reclamistico e di propaganda, largamente diffusa fra il pubblico tedesco. Stranissimo sembrerà invece il dover constatare come in tutti tali scritti manchi pressochè totalmente l'apparato documentario antico, che sembrerebbe ovvio avesse a costituire il fondamento principale di ogni discussione e di ogni deduzione in materia.

Per trovare qualche cosa di simile, dobbiamo scendere invece ai tempi a noi vicinissimi, allorquando, ispirato a ben più equanimi concetti, esce il volume di Carlo Ausserer sul Perginese (1);

(1) C. Ausserer, *Persen Pergine*, in " Jahrbuch der heraldischen Gesellschaft Adler „, serie II, vol. 25 e 26, Wien, 1916.
Particolarmente interessante è la sua dimostrazione della falsità del celebre documento del 1166.

Digitized by Google

e Otto Stolz (1) poi, nel riprendere con altri intendimenti la polemica sulla diffusione del tedeschismo nella Venezia Tridentina, si accorge della necessità di rifarsi dallo studio del materiale archivistico.

Ma per l'uno come per l'altro il paese dei Mòcheni non costituisce che un elemento secondario della rispettiva trattazione, del quale non credono di doversi occupare se non in via puramente incidentale. E il contributo da essi recato alla storia della vallata non pretende affatto di aver valore definitivo.

Da parte italiana va ricordato invece ad onore il recente studio di Carlo Battisti (2), che, sebbene di carattere prevalentemente glottologico, si fonda in buona parte sull'esame dei libri parrocchiali della canonica di Pergine.

I documenti che seguono — anche se la raccolta sia di sua natura incompleta (3) — vorrebbero costituire una prima integrazione di tali studi: chè l'argomento non ha perduto del suo interesse, ed altri stanno già accingendosi ad ulteriori ricerche.

Essi derivano esclusivamente dagli archivi di Trento (4), di Pergine — dalla cui parrocchia i Mòcheni ebbero sempre a

---

(1) O. Stolz, *Die Ausbreitung des Deutschtums in Südtirol*, München, 1927 segg.: specialmente vol. I, pag. 51 segg. e 159 segg.; e vol. II, pag. 299 segg. Oltre all'Urbario del 1406, fonte di capitale importanza per lui sono un centinaio di documenti del secolo XIV dell'archivio dei Scenna, ora ad Innsbruck.

(2) C. Battisti, *Appunti toponomastici ed onomastici dell'oasi tedesca dei Mocheni*, in "Archivio veneto tridentino„, n. 7-8, Venezia, 1923. L'importante scritto è ignorato dallo Stolz!

(3) Nessun titolo e nessuna pretesa di riuscire completi. Basti pensare del resto che i documenti capitolari, tanto importanti per il nostro assunto, non si trovano raccolti se non parzialmente nell'archivio Capitolare medesimo: altri, ritornati da Innsbruck, si conservano all'Archivio di Stato di Trento e li sta regestando Carlo Ausserer junior; altri ancora sono frammisti, senza alcun ordine, alle pergamene possedute dalla Biblioteca civica di Trento; qualcuno deve essere rimasto ad Innsbruck.

(4) Quando si accenna all'Archivio Capitolare, ci sarà bisogno di ricordare quale prezioso contributo alla segnalazione, quali cortesi facilitazioni alla consultazione di quei documenti gli studiosi siano soliti trovare nell'archivista mons. Vigilio Zanolini?

Digitized by Google

dipendere — e del paese di Viarago, costituente il capoluogo di una delle attigue gastaldie perginesi. Più completi per il periodo che abbraccia i secoli XIII e XIV, che non per il quattro ed il cinquecento, essi si arrestano all'anno 1600. E territorialmente riguardano soltanto i paesi, altra volta tedeschizzati, sulla sinistra della Fersina, dalle sue sorgenti alla stretta di Pergine: vale a dire le circoscrizioni di Palù, di Fierozzo, di Frassilongo e di Roveda, che oggi costituiscono una parte considerevole del nuovo comune di S. Orsola.

Dal punto di vista storico — e le nostre carte recano inattesi contributi a tali nozioni — Palù era in origine una plaga montuosa, pressochè disabitata: il suo nome si incontra la prima volta nel 1293. I signori di Caldonazzo vi avevano dei possedimenti fondiari — testimoniati nel secolo XIV —, che si andarono trasformando in un possesso giurisdizionale. Quando, col moltiplicarsi dei vari masi, si costituì anche il paese vero e proprio, le condizioni politiche non mutarono, e Palù, retta da un proprio gastaldo, continuò ad appartenere alla signoria di Caldonazzo.

Anche Fierozzo era anticamente null'altro che una montagna, abitata solo temporaneamente da boscaioli. Sulla fine del secolo XII apparisce posseduta dai canonici di Trento, che la avevano data in affitto alla Comunità di Povo, non senza subire le sopraffazioni degli abitanti indigeni del Perginese, che non sapevano rinunciare allo sfruttamento di quei boschi, di quei pascoli e di quei novali. Cessata definitivamente nel 1292 l'affittanza a Povo, i canonici si provarono a sostituirvi nuovi concessionari della Valsugana; ma dovettero finire col rivolgersi a Pergine. Per un verso o per l'altro, Fierozzo nel secolo XIV comparisce già in mano dei rapaci capitani del castello, sopra tutto gli Scenna ed i Greifenstein, che tanto abilmente avevano saputo estendere nella regione i propri possessi, i propri domini e la propria influenza. L'ultimo intervento dei canonici, nel 1368, appare un atto puramente formale, destituito ormai di effettivo valore. Fierozzo poteva considerarsi già definitivamente aggregato alla signoria di Pergine, anche se naturalmente la comunità si reggeva con proprie cariche.

Frassilongo e Roveda finalmente fin dai tempi più antichi cui risalgono le notizie storiche dovevano costituire una delle

Digitized by Google

così dette gastaldie esteriori di Pergine, sotto la giurisdizione dell'omonimo castello.

Quali siano state le origini e le cause della tedeschizzazione del paese risulta implicitamente dalle nostre carte.

Il Capitolo di Trento ed il Comune di Povo erano troppo lontani e troppo estranei al paese — il quale del resto apparteneva alla diocesi di Feltre — per poter curare un razionale sfruttamento della montagna di Fierozzo. L'opera loro, limitata a temporanee e brevi comparse sul luogo per tagliar legna e raccoglier fieni, ed ostacolata d'altra parte dal malvolere dei vicini e da avvenimenti bellici contrari, si esplicava negativamente nell'interdire ai Perginesi e sopra tutto ai confinanti di Frassilongo e di Viarago un più spontaneo impiego di quelle naturali ricchezze.

Quando col secolo XIV i signori di Pergine riuscirono, subordinatamente da prima indipendentemente da poi, ad impossessari di quella plaga, fu loro cura di guadagnare il tempo perduto, intensificando l'opera di dissodamento e di cultura. E a tale definito scopo e con tale preciso mandato (1), inviarono a Fierozzo quelle famiglie di colonizzatori tedeschi che nel dugento pare avessero fatta la prima loro comparsa nel Perginese, e che, specialmente gradite ai capitani tedeschi del castello, avevano messo piede ormai nella gastaldia di Frassilongo.

L'intedescamento della estrema montagna di Palù dovette avvenire invece più tardo ancora: chè il processo seguì dal piano al monte: Frassilongo da prima, quindi Fierozzo, da ultimo Palù.

Sulle particolari vicende e sulla intensità di tale colonizzazione i documenti qui pubblicati offrono preziose notizie a complemento e rettifica di quelle raccolte dallo Stolz (2).

---

(1) Vedasi specialmente il doc. 26.

(2) Quanto al primo apparire di tedeschi nella plaga, è degno di nota il doc. 2 del 1246, dove si ricorda come poco prima un " *teutonicus* „ fosse stato sorpreso a tagliar legna abusivamente nei boschi di Fierozzo. (Cfr. pure il doc. 16, che nomina certi " *teutonici de Fraxilongo* „). Del resto nei documenti dal 1292 in poi ricorre frequente menzione di persone con nome evidentemente tedesco, taluna delle quali vissuta anche qualche tempo prima.

Digitized by Google

*
* *

Chi, esaminando i nostri documenti e mettendoli a raffronto con quelli già riferiti dall'Ausserer, dallo Stolz e dal Battisti, sappia sorprendere i reconditi insegnamenti che da essi scaturiscono, specialmente di fronte alla ricerca glottologica, potrà rendersi conto dell'entità dell'insediamento dei Mòcheni in valle della Fersina, attraverso i secoli.

Ma per chi si appaghi di considerare quelle carte nel loro complesso, è certo impressionante il carattere di italianità che da esse emana a prima vista.

Eccezione fatta per pochissimi pezzi dettati in tedesco (1), i quali non furono scritti sul luogo e del resto non riguardano i soli Mòcheni ma più vaste plaghe, gli altri atti sono tutti vergati in latino oppure in italiano. Che più? Vi sono dei documenti latini del secolo XVI che, allorquando devono riportare gli interrogatorî giudiziari dei testimoni Mòcheni, passano dal latino al dialetto volgare (2).

Nè quella che si riporta è una impressione straordinaria ed eccezionale. Recatevi nell'alta valle della Fersina, osservate ciò che vi parla del passato e troverete a mo' d'esempio che l'unica chiesetta affrescata di quelle montagne — la vecchia curaziale di S. Udalrico a Frassilongo (3) — è decorata da pitture di carat-

---

(1) Sono dessi: l'urbario di Federico Greifenstein del 1387; l'urbario di Pergine del 1405; l'urbario generale tirolese del 1406 (cfr. O. Stolz, *op. cit.*, vol. II, pag. 305); il libro di conti di Caldonazzo del 1472 (*ibidem*, pag. 317); l'elenco dei fuochi della fine di quel secolo; nonchè i tre documenti del 12 gennaio 1407, gennaio 1428 e 24 agosto 1533; per tacere di qualche altro documento in materia mineraria, che costituisce una categoria a sè (cfr. pure M. von Wolfstrigl Wolfskron, *Die Tiroler Erzbergbaue*, Innsbruck, 1903, pag. 270 — del 1546).

(2) " *Vulgariter* „ dicono i documenti; e sul valore di tale espressione a denotare la nazionalità della popolazione si veda O. Stolz, *op. cit.*, vol. I, pag. 23 segg.

(3) Cfr. G. Gerola, in " Archivio veneto tridentino „, vol. II, Venezia, 1922 — pag. 230.

Il pittore potrebbe essere quel Nicolò Paracchia che è ricordato testimonio in Trento nel 1507.

Digitized by Google

tere prettamente italiano, accompagnate da epigrafi in volgare del primo cinquecento (1).

Ma dunque la pretesa tedeschizzazione di quella valle è tutta una montatura, ed i Mòcheni non sono mai esistiti se non nel cervello traviato dei pangermanisti?

No: nulla ci autorizza di giungere a conclusioni di tal fatta. Ci saranno errori da togliere, esagerazioni da smontare, preconcetti da attenuare, deduzioni da sopprimere; ma il fatto in sè dello stanziamento della colonia tedesca per qualche secolo, rimane egualmente inoppugnabile.

Gli è che un fenomeno degno di particolare nota si verifica nella storia di quei tempi. L'elemento tedesco forestiere non lascia appariscente traccia di sè, per questo sopra tutto che nessuna lotta di carattere nazionale o linguistico colla popolazione indigena lo mette in evidenza; mentre lo stato di cultura, già menomo di per sè (2) e non soccorso dal contatto con altri connazionali più evoluti, gli vieta ogni manifestazione esteriore in tale campo. Dal punto di vista culturale, i Tedeschi del Trentino appaiono totalmente sopraffatti — e dato lo stato di incoscienza in cui per simile rispetto essi vivevano, senza particolare loro rammarico — dall'elemento latino ed italiano, che, circondandoli e compenetrandoli, imponeva, come la cosa più ovvia e naturale, la propria lingua e la propria civiltà nelle estrinsecazioni della vita sociale. Ma non per ciò quei Tedeschi cessavano di esistere. Anzi là dove la colonia alloglotta potè propagarsi fino ai secoli a noi più vicini, non mancarono le tardive testimonianze anche esterne della sua vitalità.

Tutto questo è giusto riconoscere, per non lasciarsi traviare a troppo facili conclusioni, che non potrebbero riuscire che fallaci.

Ma altrettanto giusto e ragionevole si è di capovolgere l'argomentazione, allora quando si tratti di studiare la storia

(1) Vedasi ad ogni modo l'interessante supplica del 1792, con cui i Mocheni chiedono di essere esonerati dal contributo per il predicatore tedesco " perchè tutti delle nostre ville intendono e parlano l'italiano „. (X. Y., *Una domanda significativa dei Mocheni*, in " Pro Cultura „, anno I, fasc. 4, Trento, 1910).

(2) L'interrogatorio del 1592 dichiara esplicitamente che tutti quei contadini erano analfabeti.

Digitized by Google

dei sorvissuti elementi romanzi nelle valli dell' Alto Adige, di fronte all' invadenza del germanesimo. L' identico fenomeno, invertite le parti, ed aggravato dalla prepotenza politica del fattore tedesco, si verifica infatti nell' alta valle Atesina, ove, a giudicare dalle parvenze esterne, i latini si direbbero scomparsi da lungo tempo, tanto soverchianti sono talora le stigmate teutoniche tramandateci dai secoli.

La stessa impressione di italianità che inevitabilmente riporta chi legge per sommi capi i nostri documenti o visiti superficialmente sul luogo i ricordi del passato della valle dei Mòcheni, l' identica impressione — ma di tedeschismo — colpisce invece chi scorra i documenti teutonici dell' alta regione atesina (anzi persino della Gardena e della Badia) od esamini i prodotti della civiltà di quelle vallate, anteriormente agli ultimi secoli. L' un giudizio va rettificato altrettanto come l' altro. Il che vuol dire che la prova della compatta germanizzazione dell' Alto Adige che recentemente tante volte abbiamo sentita strombazzata, anche ai parlamenti austriaci, sulla base di argomentazioni di tal fatta, perde ogni intrinseco valore.

Su tale soggetto ho già altra volta richiamata l' attenzione degli studiosi (1); e lo Stolz non manca infatti di preoccuparsene (2). Ma il curioso fenomeno merita di essere studiato a fondo, così nelle molteplici e complicate sue cause come nella sua portata, sopra tutto allo scopo di individuare — anche in ordine di tempo — le zone nelle quali volta per volta si verifica la sopraffazione culturale dell' uno o dell' altro elemento.

---

(1) G. Gerola, *La latinità della Venosta*, in " La Provincia di Bolzano „, anno II, n. 36, Bolzano, 1928.

(2) *Op. cit.*, vol. I, pag. 28 e *passim*.

Digitized by Google

1.

22 novembre 1242.

Anno Domini millesimo ducentesimo xlii, inditione xv, die nono exeunte novembri.

In Tridento, sub porticu sancti Vigilii . . . . .

Ibique dominus Federicus decanus — *presenti e consenzienti altri canonici* — locavit et concessit Aicio, Menico et Olderico fratres et filio q. Enrici de Costa xii miliaria de xxiiii pedibus pro quolibet, ad incidendum et faciendum in monte Floroci de lignis menutis; et si deficerent lignis minutis, debent complire de lignis magnis, dum ipsi satisfaciant se de xii miliariis.

Ego Thomasius notarius sacri palatii suprascriptum instrumentum scripsi ext. inbreviaturas non canzelatas q. domini Olderici Mazorenti . . . . .

(Trento — *Archivio Capitolare, capsa 32*).

2.

28 giugno 1246.

Interrogatorio nella lite fra i canonici di Trento ed il comune di Povo da un lato e gli uomini di Pergine dall' altro, nei riguardi del monte di Fierozzo.

Anno Domini millesimo ccxlvi, indictione quarta, die iovis tercio exeunte iunio.

Il primo testimonio sa molto poco.

Enverardus de Fontana de Pao iuratus dixit: Scio quod fui saltarius, iam sunt tres vel duo anni, in monte Floroci pro comunitate Pai et dominis canonicis. *Ricorda di avere pignorato un abitante di Viarago nonchè i* pueros domine Belisantis, *perchè tagliavano legna su quel monte.* Item scio quod mons litis est dominorum canonicorum et eis pertinet proprietatem montis, et homines de Pao ab eis dominis dictum montem habent ad fictum perpetuale . . . Item scio quod domini canonici et homines de Pao dictum montem et ius capulandi pasculandi ligna incidendi et segandi et alia necessaria et nemus fictandi per x, xx, xxx, xl et l annos haberunt et tenuerunt quiete, nemine contradicente . . . . Et vidi Pelegrinum de Panteo et Johannem de Fontana pro ho-

Digitized by Google

minibus de Pao pignorantes homines de Perzino, nomina quorum nescio, et coligendo blavam frattarum hominum de Perzino quas fecerant in dicto monte sine licencia dominorum canonicorum.

30 maggio 1247.

Anno domini m.cc.xlvii, indictione v, die jovis ii exeunte madio.

Seguono numerosi altri interrogatorî, ma tutti rispondono all' incirca allo stesso modo.

. . . . . .

Presbiter Johannes de Pao iuratus dixit: Scio, quod recordor l (1) annos et plus, per totum dictum tempus semper vidi homines de Pao habentes et tenentes montem Floroci a dominis canonicis tridentinis ad fictum perpetuale pro ccc libris casei .... *Più oltre ricorda i nomi di canonici che avevano esercitati i loro diritti.* Et hoc vidi facientem dominum Aicardum, dominum Bertaldum et Varimbertum et Odolricum et dominum Turconem decanum.

. . . . . .

Tridentinus de Spredo *ricorda pignorazioni avvenute da parte degli uomini di Povo contro* homines de Perzino in illo monte et de Vigerago et Serso et Portulo.

. . . . . .

Trintinus de Zarina de Pao... *Ricorda di aver pagato il fitto* domino Odolrico de Porta et Jacobo et Aicardo et aliis.

. . . . . .

Gambarinus de Pontalto.... Alia vice fui similiter ad faciendum pignora in dicto monte et accepimus duas manaras et ipsi multum rogaverunt nos ut deberemus eis ea reddere; et unus fuit teotonicus et alius fuit famulus domine Belexantis: *la quale in altro interrogatorio è detta di Portolo.*

. . . . . .

Dominus Pelegrinus de Perceno.... Scio quod domini canonici tridentini semper de meo recordo habuerunt et tenuerunt nemus Floroci per suum, vendendo et fictando illud ad faciendum carbones et meliaria, sine alicuius contradicione.... Et bene vidi homines de Po multociens in dictum montem ire cum suis bestiis ad faciendum malgas....

. . . . . .

(1) Cioè: 50.

Digitized by Google

Fedricus Mazorentus .... Interrogatus cui ipsi vendiderint nemus ad faciendum carbones, respondit Pelegrino de Bargo, Andree Scario, Stracanto, Enrico, Pasuto et suis filiis, Conrato de Portolo, Enrico de Bruno de Viarago et quibusdam aliis: et quasi de omnibus his feci instrumenta et concordia ....

Più reticenti e meno concordi i due ultimi testimoni.

Henricus de Bruno de Viarago .... Ego nessio cuius sit mons Floroci, sed audivi dici quod mons Floroci est canonicorum Tridentinorum et hominum de Po et eis pertinet, sed nessio si est alodium vel feudum ....

.... Interrogatus si homines de Serso et Viarago et Portolo qui sunt in caussa sunt in tenutam et possessionem montis Floroci capulando pasculando ligna et folia faciendo et totam suam utilitatem faciendo, respondit: Nessio, sed bene vidi eos multociens accipere ligna et fenum et alias res in dicto monte et numquam vidi quod illi de Po eos pignorarent nec quod illi de Portolo et Serso et Viarago pignorarent illos de Po; sed audivi dici quod domini de Perceno acceperunt circulos hominibus de Po ....

Carletus de Portolo .... Dico quod homines de Portolo Serso et Viarago consueti sunt semper de meo recordo in dicto monte capulare pasculare segare et totam suam utilitatem facere cum illis de Po; et illi de Po bene consueti sunt cum suis bestiis ire et pasculare in monte illorum de Serso, Viarago et Portolo, et nunquam vidi homines de Percino nec dominos de Perceno pignorare homines de Po ....

(TRENTO — *R. Archivio di Stato: archivio vescovile, capsa 44, n. 3 e 4).*

3.

7 febbraio 1247.

Ego [Philippus de Cre]mona, iudex et assesor domini Sodegerii de Tyto potestatis Tridenti et episcopatus,.. cognoscens de causa dampni dati et iniuriarum que vertebatur inter dominum Jacobum [canonicum tri]dentine ecclesie, sindicum et procuratorem dominorum canonicorum tridentine ecclesie et [Henricum de Petra]plana et Senicum de Wadale sindicos et procura-

Digitized by Google

tores hominum et comunitatis de Po .... ex una parte et Conratum de Portulo et Albertinum de Sersso [sindicos] .... de Sersso Portulo et Viarago se defendentes. In qua quidem causa petebat dictus dominus Jacobus .... a predictis Conrato et Albertino et sociis suis .... pro quolibet sexaginta solidos veronenses pro dampno .... et iniuria dictis dominis canonicis et capitulo tridentino factis in monte Floroci de [lignamine eorum et] burris et nemore pro dictis hominibus Conrato et sociis eius predictis incisis et devastatis in [dicto monte Florocii] et estate nuper transacta ei dare deberent. Et petebant dicti Henricus et Senechus pro .... comunitate Pay .... centum libras veronenses quilibet in solidum pro lignamine eorum et burris quas incidere in eorum monte Floroci eis dare debuerunt, qui mons habent ad fictum a dictis dominis canonicis. Respondebatur a predictis Conrato ... et aliis predictis de Portulo Sersso et Vigerago ..., dicendo quod ipsi et eorum antecessores per x, xx, xxx et xl annos quiete consueti sunt in dicto monte Floroci accipere et incidere borras et aliud lignamen, nemine contradicente, quare dicebant ab eorum petitione fore absolvendos. Unde, visis et auditis rationibus manifestationibus cartis et testibus ab utraque parte introductis et diligenter inspectis et habito super hiis sapientum conscilio, talem in scriptis profero sententiam: Quia per sententiam absolvo predictos Conratum .... pro se et pro predictis hominibus Serssi Portuli et Vigeragi .... a petitione predictorum dominorum .... canonicorum et .... hominum comunis Pay ..., excepto Bertoldo de Petro Decimano, quem condempno .... in xxv solidos dandis et solvendis ...., cum constet eum fecisse xx plaustra lignorum in dicto monte a tempore quo dicit se et solempniter confessus fuit quod nullum ius habeat in dicto monte: salvo eisdem dominis canonicis et comunitati et hominibus de Pao omni alio suo iure quod habent in dicto monte.

Data est autem hec sententia in scriptis a dicto domino Phylippo iudice et per eum lecta in anno domini millesimo ducentesimo quadragesimo septimo, inditione quinta, die iovis septimo intrante februario, in palacio episcopatus ....

Ego Rolandinus, qui Zacharanus vocor, notarius domini regis Ottonis ....

Digitized by Google

Copia del 1318, di mano del notaio Franciscus q. domini Henrici de Viarago.

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 23, n. 32).*

4.

6 dicembre 1250.

Anno Domini millesimo ducentesimo l, indictione viii, die vi intrante decembri.

In burgo Perzini....

Oldorico Mazorento, procuratore dei canonici, locavit dedit atque concessit eidem domine Saviabone et eius heredibus xii miliaria de xxiiii pedibus.... et debet incidere de busco menuto in monte Floroci, ubi Andreas scarius.... designaverit, et hoc debet adimplere.... usque ad festum sancti Michaelis....

Ego Vivianus notarius....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32).*

5.

17 gennaio 1272.

Anno Domini m cc l xx secundo, indicione xv, die xv exeunte januario.

In Tridento....

Dominus Federicus de Cugnola, *sindaco della comunità di Povo, si obbliga a dare* domino Olderico scolastico canipario dominorum canonicorum, xviii libras veronenses usque ad dominicam olivarum.... pro ficto monte Florozi. *E si stabiliscono i rispettivi fideiussori....*

Ego Pasius notarius....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32).*

6.

30 dicembre 1285.

Anno Domini millesimo cclxxxvi, indicione xiiii, die dominico penultimo exeunte decembri.

In cimiterio ecclesie sancti Petri de Pao....

Digitized by Google

Gli uomini di Povo nominano Merlino da Povo loro procuratore nella causa fra la comunità di Povo ed i canonici di Trento de monte Floroci....

Ego Thomasius notarius sacri palacii....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32*).

7.

18 febbraio 1286.

Anno Domini millesimo cclxxxvi, indictione xiiii, die lune xi exeunte februario.

Tridenti, in domo infrascripti domini decani....

Coram dominis Goxalcho decano, Olrico scolastico..., canonicis tridentinis de colonelo Perzini, comparuit Merlinus de Pao... procurator hominum et comunitatis de Pao.., dicens et allegans ac protestans confitendo quod ipsa comunitas et sui predecessores de Pao ex longo et antiquo tempore habuerunt tenuerunt et possiderunt.... ab ipsis dominis canonicis et eorum predecessoribus de collonelo Perzini montem Floroszi iacentem in plebatu Perzini seu in pertinenciis Perzini et Fraxalonge, cui coheret ab una parte rivus qui vocatur Bobulchus et ab alia parte flumen Fersine et apud confines culminis de monte illorum de Runzigno et apud montem illorum de Telvo et apud Valcacivam et Fraxalongum.... cum terris cultis et incultis arativis pradivis grezivis valiselis arboribus nemoribus buschis silvis et paludibus eidem monti pertinentibus, pro certo ficto annuatim dando et solvendo ipsa comunitas videlicet ccc libras feltrinas casei vel xv libras denariorum veronensium parvorum in festo sancti Christofori..., sed propter nimias guerras et necessitates que sibi et in illis partibus incurrerunt, ipsa ficta et censum predictum non solverunt nec solvere potuerunt; occasione predicta refutando ipse Merlinus sindicus.... in manibus dictorum dominorum decani et canonicorum.... omnia eorum iura raciones.... quod et quas ipsi habent.... in dicto monte Floroszi.... Et insuper ipse sindicus humiliter rogat eos dominos canonicos quod dignarentur eis misericorditer finem remissionem et absolutionem facere de predictis fictis.... usque ad hodiernam diem. Qui vero domini decanus et canonici.... misericorditer fecerunt finem remissionem et absolutionem ac generalem transactionem eis.... de ipsis fictis.

Digitized by Google

Ipsis die loco et testibus, predicti domini decanus et canonici .... iure et nomine locacionis in perpetuum ad husum et consuetudinem domorum mercatus tridentini, cum uno capucio quem in suis manibus habebat, investiverunt ipsum Merlinum pro se recipientem et tamquam sindicum et procuratorem dicte comunitatis et hominum capelle de Pao .... nominatim de ipso monte Floroszi superius refutato, ita quod de cetero ipsi comunitas et homines de Pao et eorum heredes ipsum montem habere et tenere debeant et possidere cum omnibus iuribus rationibus et actionibus pertinentibus confinibus et capulo pasculo herbatico venacione piscacione honore ratione aqueductibus alluvionibus silvis nemoribus paludibus et boschis et cum introitibus et exitibus accessibus et regressibus .... ad fictum perpetuale annuatim dandum .... in festo sancti Christofori ... ccc libras feltrinas boni casei vel xv libras denariorum veronensium ....

18 aprile 1286.

Postea die xiii exeunte aprili, in dicto monte Floroszi, in presentia domini Alberti de Gardelis, magistri Hermani Menegi et aliorum de Fraxalonga et aliorum rogatorum testium.

Ibique dictus dominus Jacobus .... dedit et posuit ipsum Merlinum ... in tenutam et corporalem possessionem de predicto monte Floroczi cum omni iure ratione et actione eidem monti pertinenti, dando sibi de terra frondibus foliis et arboribus et lapidibus et herbis ipsius montis in manibus suis ....

Ego Zacheus sacri palacii notarius huic interfui et rogatus scripsi.

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32, n. 13*).

8.

29 novembre 1288.

Tra i confinanti: Dominus Federicus de Fraxilongo habitator Tridenti (1).

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 8).*

(1) Egli ricorre anche fra i testimoni ad un atto del 1294 (ibidem capsa 32).

Digitized by Google

9.

20 luglio 1292.

Anno Domini millesimo ducentesimo nonagesimo secundo, indictione quinta, die dominico x x intrante iulio.

In Pao, in cimiterio ecclesie sancti Petri de Pao ....

Ibique congregata et convocata universitate et comunitate hominum comunitatis et universitatis de Pao ....

Fecerunt constituerunt atque ordinaverunt eundem Zulianum de Spredo presentem eorum et dicte comunitatis et universatis de Pao certum nuncium sindicum actorem et procuratorem nominatim in refutando et resignando .... in dominum Gotzalchum decanum ecclesie pro se et dominis canonicis capituli ecclesie tridentine .... montem Florozi positum in pertinenciis Perzini ...: coheret ipsi monti ab una parte rivus qui vocatur Bubulcus, ab alia parte flumen Ferxine et apud confines illorum de Ronzegno et apud montem illorum de Telvo et aput Valcavam et Fraxilongum; de quo monte ipsi homines et comunitas de Pao solvebant et soliti erant solvere ipsis dominis canonicis et capitulo ecclesie tridentine omni anno CCC libras feltrinas boni casei vel XV libras denariorum veronensium parvorum pro extimatione ipsius casei ...., cum ipsi homines et comunitas de Pao cessaverint in solutione predicti ficti ipsis dominis canonicis et capitulo per triennium et ultra, dicentes et asserentes ibidem predicti homines pro se et predicta comunitate et universitate de Pao se amplius nolle solvere dictum fictum, promitendo .... predictam resignationem et refutationem dicti montis Florozi semper firmam et ratam habere atque tenere ....

Anno Domini millesimo ducentesimo nonagesimo secundo indictione quinta, die dominico XX intrante iulio.

Tridenti, in domo habitationis infrascripti domini decani....

Ibique Zulianus de Spredo de Pao, tanquam sindicus et procurator hominum et comunitatis ac universitatis de Pao,.... refutavit in dominum Gotzalchum decanum ecclesie tridentine suisque successoribus pro colonello Perzini montem Florozi positum in pertinenciis Perzini .. ; ut possint ipsi domini canonici et capitulum pro dicto colonello ita agere petere luere experiri causare

Digitized by Google

placitare excipere replicare prosequi vendicare se tueri et omnia alia facere et exercere tam in iuditio quam extra quemadmondum ipsi homines comunitas et universitas de Pao ante hanc refutationem et resignationem facere poterant ....

Ego Henricus dictus de Viarago sacri palatii notarius ....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32, n. 9).*

10.

23 luglio 1292.

In Dei nomine, anno eiusdem nativitatis millesimo ducentesimo l xxxx ii, indictione quinta, die mercurii viiii ex eunte iulio.

In monte Florocii ....

Ibique dominus Gozalcus decanus dominorum canonicorum ecclesie capituli tridentini, una cum domino Odorico de Campo canonico tridentino, tamquam masario et canipario capituli antedicti in colmello Perzini, pro se et allis canonicis predicti capituli auctoritate sua intraverunt tenutam et posesionem corporalem de monte Florocii, accipiendo de tera et de herba in manibus et incidendo arbores in predicto monte Florocii .... De quo monte predictis dominis canonicis ecclesie capituli tridentini fuerat facta refutacio per homines comunitatis Pavi ....

Ego Johannes sacri pallacii notarius ....

Stesso giorno.

In Frasilongo, in brolo Hermani de Fao ....

Il decano Gozalco e Odorico da Campo, a nome dei canonici trentini, preciperunt ser Bertoldo de Costa et Henrico Vromano de Frasilongo — *a nome pure degli altri* —, ut ipsi homines de Frasilongo a die dominico citra proxime sequenti non debeant ire in monte Florocii pasculando nec arbores incidendo sine voluntate et propria auctoritate capituli suprascripti ....

Ego Johannes sacri pallacii notarius ....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 25).*

11.

16 agosto 1292.

Anno Domini millesimo c c l xxxx secundo, indicione quinta, dei sabati xvi intrante augusto.

Digitized by Google

Tridenti, in palacio episcopatus. In presentia dominorum Adelpreti iudicis, Federici de Fraxilongo habitatoris Tridenti ....

Ibique Henricus Vromanus, Menegus q. Waldemani, Adelpretus filius Harmanni de Fao, Henricus filius Bertoldi de Costa, Geroldus q. Marcii, Ancius filius Bertoldi Mayeri, Henricus q. Menegi de Costa, Concius qui manet super mansum dicti domini Federici de Fraxilongo, Adelpretus q. Ungherict, Stephanus de Rovreda, Henricus q. Marcii, Bertoldus filius Ezeli de Rovreda, Iacopus q. Heberardi, Ulricus de Lavina, omnes predicti de Fraxilongo plebatus Perzini, fecerunt constituerunt atque ordinarerunt dominos Abrianum filium q. domini Martini de Perzino, Jacobum de Vigalzano presentes et Bonum filium q. Johannis Fassi de burgo Perzini licet absentem, eorum certos nuncios et procuratores .... in causa et questione quam domini canonici et capitulum ecclesie tridentine .... facere seu movere intendunt contra suprascriptos homines de Fraxilongo de monte Florozi ....

Ego Henricus dictus de Viarago sacri palaci notarius ....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32).*

12.

3 settembre 1292.

Anno Domini millesimo ducentesimo nonagesimo secundo, indictione v, die mercurii tercio intrante septembri.

Tridenti ....

Ibique Conradus notarius q. domini Brazalbeni, ut sindicus et procurator dominorum canonicorum capituli ecclesie tridentine, iuravit atendere precepta domini Calapini iudicis, facientis racionem in curia Tridentina de hominibus Levigi, Perzini, Meyani, Fraxilongi et tocius gastaldie illarum contratarum et de veritate dicenda.

Qui suo sacramento dixit: Conqueror ego Conradus .... de Henrico Vormano, Menego q. Waldemani, Adelperio filio Armani de Fao, Henrico filio Bertoldi de Costa, Geroldo q. Marzii, Ancio filio Bertoldi Meyeri, Henrico q. Menegi de Costa, Concio qui manet super mansum domini Federici de Fraxilongo, Henrico q. Marcii, Bertoldo filio Ezili de Rovreda, Jacobo q. Eberardi, Adelpreto Ungarit, Stephano de Rovreda habitatore Fraxilongi, Volrico de Lavina, Federico q. Menegi de Costa, Adelpreto de

Digitized by Google

Busco, Henrico de Plazo et Simone q. Bernardi: qui ipsis dominis canonicis tridentinis capituli tridentini violenciam et iniuriam intulerunt in eo quod invaserunt montem Florozi, ipsis dominis canonicis possidentibus predictum montem Florozi, incidendo ligna dicti montis, buscando et pasculando in predicto monte contra velle et sine verbo et licencia dictorum dominorum canonicorum .... Quam iniuriam et violenciam nollent ipsi domini canonici .... sustinuisse nec passi fuisse pro ducentis libris veronensium parvorum, sed pocius vellent ducentas libras amisisse quam talem iniuriam et violenciam sustinuisse ....

Seguono altri atti procedurali della lite, in data 5, 6 e 10 settembre, 7 dicembre 1292, e 17 e 26 gennaio e 7 aprile 1293.

Ego Jacobus notarius domini Marzuchii comitis de Advocatis de Lucha ....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32*).

13.

17 dicembre 1292.

Anno Domini millesimo c c l x x x x secundo, indicione quinta, die mercurii x v i i intrante decembri.

Tridenti ....

Ibique Ancius Falous, Henricus Vromanus, Menegus q. Waldemari, Henricus q. Menegi de Costa, Federicus q. dicti Menegi, Henricus filius ser Bertoldi de Costa, Conradus filius Adelpreti Ungericth, Cristanus filius Concii, Stephanus q. Odorici, Adelpretus de Bruscho, Bertoldus filius Ezeli de Lavina, Odoricus q. Choncii de Lavina, Adelpretus q. Armani a Fao, Symeon q. Henrici de Plazo, Federicus q. Geronchi, Henricus qui fuit de Nova, Jacobus q. Heberardi, Bertoldus q. Odorici, Henricus q. Smerzi, Altemanus Rodulfus atque Geroldus, omnes predicti de Fraxilongo *nominano loro procuratori* dominum Federicum de Fraxilongo habitatorem Tridenti *ed il notaio Alberto nella causa fra gli uomini di Frassilongo da una parte ed il capitolo di Trento dall'altra* ....

Ego Henricus dictus de Viarago sacri palatii notarius ....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 25*).

Digitized by Google

14.

7 febbraio 1293.

Anno Domini millesimo ducentissimo nonagessimo tercio, indictione vi, die sabati vii intrante februario. Tridenti ....

Elencazione delle ragioni dei canonici di Trento nella lite contro gli uomini di Frassilongo:

1. Quod mons Florozi fuit et est in bonis et de bonis dicte ecclesie et capituli tridentini et ipsorum canonicorum pro ipsa ecclesia tridentina.

2. Item quod ipsi domini canonici .... possiderunt .... dictum montem Florozi per x, xx, xxx, xl annos et plus pazifize ...., recipientes ficta et reditus et decimas terarum dicti montis Florozi et ficta lignorum qui incidebantur ...., silicet pro quolibet mileario lignorum xx solidos vel xxv.

3. Item quod homines comunitatis Pavi tenuerunt .... dictum montem Florozi pro ipsis dominis canonicis, ... prestando et solvendo fictum ipsis dominis canonicis .... ccc libras casey ad libram feltrinam vel xxv libras denariorum parvorum .... in sancto Cristofaro .... pro quolibet anno ....

4. Item quod ipsi homines de Pao consueti erant accipere pignora illis hominibus de Fraxilongo quos inveniebant in dicto monte pasculare vel incidere ligna vel segare fenum, tam ilis hominibus de Fraxilongo quam alis personis de plebatu Perzini et ilius contrate.

5. Item quod predicti homines comunitatis Pavi refutaverunt dictum montem in manibus dictorum canonicorum ....

6. Item quod, post refutacionem dicti montis factam in ipsos canonicos per illos homines de Pao, domini decanus et Odoricus de Canpo pro se et alis canonicis .... haprenderunt possessionem .... dicti montis Florozi.

7. Item quod predicti domini Gotzalchcus decanus et Odoricus de Canpo interdixerunt hominibus de Fraxilongo quod non irent in dicto monte ad pasculandum vel ad segandum vel incidendum vel aliquid faciendum sine eorum canonicorum verbo.

8. Item quod predicti homines de Fraxilongo iverunt in dicto monte ad pasculandum cum eorum bestiis in anno preterito et presenti, eis dominis canonicis non requisitis et contra eorum

Digitized by Google

velle et ante festum sancti Viti usque ad festum sancti Michaelis et etiam post dicta festa, pasculando segando et ligna incidendo ....

9. Item quod ipsi domini canonici et eorum nuncii consueti sunt accipere vel accipi facere decimas fratarum factarum in dicto monte Florozi per x, xx, xxx et xl annos et plus .... et tanto tempore cuius hominis non extat memoria.

10. Item quod heredes q. Armani de Fraxilongo habent unum molendinum super Rozale teritorii dicti montis Florozi, quod molendinum tenent per dictos canonicos.

11. Item quod omnes persone que habent prata in dicto monte, habent et tenent pro dominis canonicis dicta prata.

12. Item quod predicti homines de Pao .... pignorabant omnes quos inveniebant dapnum faciendo in dicto monte, silicet fenum segando pasculando et ligna etiam faciendo ....

13. Item quod homines de Pao utebantur dicto monte Florozi toto anno pro ipsis dominis canonicis .... pasculando fenum segando ligna incidendo et predicta Paum ad eorum domum portando.

14. Item quod predicti homines de Pao acceperunt fruges fratarum factarum tam per homines de Fraxilongo quam per alios in dicto monte.

15. Item quod de predictis omnibus suprascriptis est sonus publicus atque fama.

Ego Jacobus notarius domini Marzuchcii comitis de Advocatis de Luchca ....

(Trento — *Archivio Capitolare, capsa 32*).

15.

7 febbraio 1293.

Anno Domini millesimo ducentesimo nonagesimo tercio, indictione vi, die sabati vii intrante februario. Tridenti ....

Risposte ed opposizioni degli uomini di Frassilongo ai quindici capitoli presentati dai canonici di Trento.

Henricus q. Menegi de Fraxilongo *dice fra l' altro* quod ipse et sui vicini, silicet homines de Fraxilongo, utuntur et usi sunt dicto monte Florozi, pasculando et buscando in ipso monte Florozi sine contradicione alicuius persone ....

Digitized by Google

Ancius filius Bertoldi Meyeri de dicto loco Fraxilongi ....

Jacobus q. Eberardi respondit .... quod ipse et sui vicini iverunt a festo sancti Viti usque ad festum sancti Michaelis per totum annum super montem Florozi cum bestiis et sine bestiis et a quinque annis circa ussi fuerunt ipso monte faciendo ea que erant eis necesse ....

Adalpretus filius q. Ermani a Fao respondit .... quod ipse et sui vizini de Fraxilongo semper per totum suum recordatum usque nunc usi fuerunt dicto monte, pasculando sum bestiis; et si fuit de voluntate capituli nescit, quia nullus eis contradixit .... Ipse et fratres sui filii q. dicti Armani habent unum molendinum super dictum territorium dicti montis, sed non tenent ab ipsis dominis canonicis, imo dicit quod tenent a Catoniis de Perzino ....

Henricus q. Menegi dicti loci .... respondit quod ipsi homines de Fraxilongo bene iverunt super montem Florozi a tribus annis circa et usi fuerunt ipso monte cum bestiis et sine bestiis sine contradictione alicuius persone ....

Henricus q. Bertoldi de Costa ....
Albertus de Busco de dicto loco Fraxilongi ....
Stephanus de Rovreda ....
Federicus q. Menegi de Costa ....
Geronchus de Nova habitator Fraxilongi ....
Ancius Falorus a dicto loco Fraxilongi ....
Menegus q. Vlodemani de dicto loco Fraxilongi ....
Bertoldus de Lavina de dicto loco Fraxilongi ....
Simeon q. Bertoldi de dicto loco de Fraxilongo ....
Albertus Ungericht de dicto loco Fraxilongi ....
Henricus a Plaza de dicto loco Fraxilongi ....

Tutti quanti ripetono le stesse cose, ammettendo solo parzialmente le ragioni dei canonici e dichiarando per lo più di non sapere e di non credere.

Ego Jacobus notarius domini Marzuchii comitis de Advocatis de Lucha ....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32).*

Digitized by Google

16.

12 aprile 1293.

Il giudice Odorico Cocio, in data 27 luglio 1293, autorizza il notaio Jacobo ad autenticare gli interrogatorî resi dai testimoni introdotti dai canonici di Trento, intorno ai quindici capitoli da essi presentati nella questione contro Frassilongo per il monte di Fierozzo.

Il documento, lungo complessivamente 9 metri, riporta per intero tali interrogatorî. Ma essi per lo più o contengono cose già note o si ripetono l'un l'altro. Ne stralciamo i punti più interessanti.

Dominus Abrianus notarius de Negrano nunc habitator Tridenti .... dixit: Scio quod homines et comunitas de Pao tenuerunt et possiderunt montem Florozi pro dominis canonicis .... ad certum fictum .... silicet c c c libras casey ad libram feltrinam annuatim .... a meo recordatu citra, quod esse potest l annorum, excepto per weram q. domini Ezelini de Romano, in qua wera ipsi homines de Pao ipsum montem Florozi possidere non poterant .... Interrogatus .... quantum est quod fuit dicta werra q. dicti domini Ezelini, respondit: Bene x x x anni vel circha .... Ego testis fui um cum aliis hominibus de Pao in monte predicto Florozi ad dividendum caseum caserarum dicti montis .... Scio quod q. dominus Pelegrinus de Tridento canonicus tridentinus sindicus et procurator dominorum canonicorum .... et ego testis et q. dominus Odoricus Mazorentus tanquam sindici .... hominum de Pao .... ivimus semel ad montem Florozi, silicet ad aquam que est iuxta dictum montem que vocatur rivus Bubulcus, causa pignorandi homines de Fraxilongo qui iverant ad facendum ligna super dictum montem et ibi iuxta dictam aquam expectavimus ipsos homines de Fraxilongo .... donec desenderunt de dicto monte .... et ibi eos pignoravimus et pignora accepimus eisdem silicet manaras et dextrales .... et ila pignora portavimus in domo q. ser Henrici Pasudi de Frexilongo et ibidem de uno bono capredo marendinavimus super dictis pignoribus .... Interrogatus de tempore: Circa x l anni .... Credo quod homines de Pao utebantur dicto monte Florozi per totum annum .... pascu-

Digitized by Google

lando, fenum segando, ligna incidendo et predicta Paum portando ad eorum domos .... Scio ex auditu q. patris mey et aliorum hominum de Pao quod ipsi homines de Pao acceperunt fruges fratarum factarum per homines plebatus Perzini in dicto monte et eas Paum conduxerunt cum plaustris ad ecclesiam sancti Andree .... bene l anni vel circa ....

Henricus qui Cugulus dicitun de Pontalto q. Tridentini Mozi.... Interrogatus si fuit in dicto monte Florozi, respondit: Sic fui pluribus novem vicibus .... Interrogatus fuit per quot annos vidit dictos homines de Pao uti dicto monte Florozi per totum annum, respondit: Per x annos, excepto tempore quo erant guere, quia timebant uti dicto monte .... Ego testis et predicti homines de Pao unus pro fochco accepimus segetes fratarum dicti montis factas per homines plebatus Perzini et conduximus dictas segetes Paum et hoc fuit uno anno et una vice .... ante gueram q. domini Morandi de Perzino (1) ....

Zulianus de Pao .... Scio ex auditu per filios q. Armani a Fao de Fraxilongo et etiam a q. Armano de Fraxilongo et ab aliis quampluribus de Fraxilongo quod ipsi domini canonici recipiebant ficta lignorum que incidebantur im dicto monte Florozi, silicet pro quolibet mileari lignorum xx solidos denariorum veronensium .... Interrogatus fuit per quot vices fuit in dicto monte Florozi ad predicta facienda cum dictis vicinis suis, respondit: Bis, de eo quod recordor .... Interrogatus qui sunt confines dicti montis, respondit: Flumen Fersine ab inferiori parte, ab alia parte labitur quidam rivus Bubulchus vocatur vel rivus Cavus, a domo q. Armani a Fao inferiori et inde labitur .... Ego testis met, tamquam sindicus et procurator dictorum hominum de Pao, una cum meis vicinis .... ivimus semel ad dictum montem Florozi et invenimus bestias hominum de Fraxilongo et caprarias et vacarias .... et eosdem pastores pignoravimus et accepimus eis circa xxx bestias inter oves et capras et duas vachas et volebamus eas conducere Paum et dicti homines de Fraxilongo nobis dictas bestias violenter acceperunt.... circa v

(1) Di questa guerra, certamente in rapporto colle imprese di Ezzelino da Romano, mancano fin ora altre notizie.

Digitized by Google

anni .... Interrogatus qui fuerunt ili qui tunc temporis fuerunt pignorati, respondit: Ermanus a Fao et alii sui vicini ....

Dominus Oluradinus de Pomaria de Pao .... Interrogatus si fuit in dicto monte, respondit: Sic fui bene per iiii vices .... Semel interfuy Tridenti in domo domini decani tridentini, ubi q. Ermanus confessus fuit .... quod volebat tenere dictum molendinum pro dictis dominis canonicis si placeret eisdem, et si non placeret dictis dominis canonicis quod volebat dictum molendinum removere .... bene iii anni vel circa ....

Caredelus de Pao de Gabiolo .... Interrogatus fuit si unquam fuit in dicto monte Florozi, respondit: Sic fui bene xx vicibus. Interrogatus fuit si ipsi domini canonici possidebant dictum montem Florozi in solidum vel in parte, respondit: In solidum .... Unam tunicham ego testis habui, que accepta fuit pro pignore in dicto monte Florozi, quam Ermanus a Fao de Fraxilongo mihi petebat et dicebat fuisse de uno suo famulo. Interrogatus fuit quantum est quod hoc fuit; respondit: Bene xl anni et plus. Interrogatus fuit que pignora acceperunt ipsis hominibus de Fraxilongo; respondit: Dextrales, secures et funes et tunicas et alia pignora .... Scio visu quod nuncii dominorum canonicorum tridentinorum .... acceperunt et consueverunt accipere decimas fratarum factarum in dicto monte Florozi per x vices et plus .... Interrogatus quid dederunt pro decima dictarum fratarum, respondit: Siliginem, sed nescio quantitatem .... Scio quod interfui ubi q. Armanus a Fao de Fraxilongo confessus fuit, presente domino Jacobo dicto Comite canonico tridentino, quod edificaverat unum molendinum super Rozale teritorii montis Florozi, quod molendinum dicebat se vele tenere pro dictis canonicis tridentinis .... circa vii anni est quod fuit hoc ....

Ser Omnebonus de Zachcarano de Pao de Flomentino de ultra castro .... Interrogatus fuit si unquam fuerit in dicto monte Florozi, respondit: Sic sed pluribus l vicibus .... Interrogatus qui sunt confines dicti montis, respondit: Rivus Bubulchcus versus Levigum ab una parte, ab alia parte habebat, tempore quo ussi fuerant ipso monte, comune Zivezani, a parte inferiori flumen Fersine ....

. . . . . .

Henricus de Grafiano de Pao .... Scio vissu quod ipsi

Digitized by Google

homines de Pao et ego una secum uno anno acceperunt bene xl plaustra fenum fratarum silicet siligines fratarum in dicto monte Florozi per homines de Fraxilongo et conduxerunt Paum ad ecclesiam sancti Andree de Pao et sine contradicione aliquarum personarum .... Interrogatus fuit de tempore, respondit: Bene xl anni .... Interrogatus quibus accepte fuerunt ipse fruges, respondit: nescio, sed dicebatur quod fuerunt teotonicorum de Fraxilongo ....

Borsa de Caneza .... Scio ex auditu q. domini Henrici de Viarago quod domini canonici .... accipiebant .... de quolibet miliari lignorum que fiebant in dicto monte Florozi xx solidos et quandoque plus .... Scio ex auditu cuiusdam Bertoldi de Viarago, qui mihi dixit quod pignoratus fuit in dicto monte Florozi, qui erat vacarius hominum de Fraxilongo, et quia ibat cum vacis dictorum hominum de Fraxilongo ad pasculandum, et accepti fuerunt ei sui panni de dorso per homines de Pao .... Scio visu quod homines et comunitas Pay vidi pasculare buscare segare et alias suas utilitates facere per x annos pazifize et quiete, silicet viiii septimanas pro quolibet anno et non ultra .... Scio vissu pro toto tempore vite sue vidi homines de Fraxilongo uti dicto monte Florozi usque nunc, silicet buscare segare et alias eorum utilitates facere, sed quo iure et per quos faciebant predicta, nescio .... Scio visu quod ipsi domini canonici .... bene per xxx et xl annos consueti sunt accipere .... decimas fratarum factarum in dicto monte Florozi; et ego testis dedi decimam duobus annis siliginis .... et nunc sunt v anni vel vi .... et vidi eciam Johannem Malincontrum de Viarago dare decimam dicti montis .... et hoc fuit anno preterito .... de mense augusti ....

Henricus q. Menegi de Costa de Fraxilongo ...: Scio quod ego et frater meus Federicus et Bertoldus meus frater habemus .... certa prata iacentia in monte Florozi pro dominis canonicis, solvendo v solidos fictum .... annuatim in sancto Michaele; et nos fratres et dictus Bertoldus de Costa de Fraxilongo noster avunculus et filii q. Ermani a Fao tenent etiam prata a dictis dominis canonicis .... et Gisloldus a Prato tenet eciam prata ad fictum pro ipsis dominis .... ex locacione eis facta per ipsos dominos canonicos, prout mihi dixerunt. Et ego testis habeo eciam

Digitized by Google

alia prata in dicto monte Florozi que teneo ab heredibus q. Bonsenorii de Torculo ad fictum solvendum eisdem ....

. . . . . .

Petrus Raynerus de Portulo .... Scio vissu quod homines comunitatis Pay tenuerunt et possiderunt dictum montem Florozi per x annos et plus .... silicet viiii septimanis quolibet anno .... et non ultra dictis viiii septimanis in anno audebant nec ausi erant in dicto monte Florozi cum eorum bestiis et sine bestiis propter timorem hominum plebatus Perzini, quia res suas accipiebant eisdem si ultra dictum terminum in dicto monte stabant ....

Sander de Portulo .... Interrogatus fuit si ipsi homines de Pao possiderunt dictum montem in solidum vel pro parte; respondit: Pro parte, videlicet versus Pezedam; in alis locis dicti montis non vidi eos .... Interrogatus de confinibus dicti montis, respondit: Ab ista parte versus Fraxilongum rivus Valsentine, ab alia parte rivus a Doye ....

. . . . . .

Sander de Caneza q. Tebaldini .... Interrogatus si vidit eos uti dicto monte in solidum vel pro parte, respondit: Pro parte: videlicet ubi erant casarie dicti montis Florozi ....

. . . . . .

Pelegrinus de Pao de ultra castro .... Interrogatus qui sunt confines dicti montis, respondit: Audivi dici quod rivus Bubulchcus est ab una parte, ab alia Fersina labitur, ab alia mons Paludis, in somitate montis sunt ili de Ronzegno ....

Federicus de Clogna .... Scio vissu quod domini canonici investiverunt homines comunitatis Pavi monte Florozi .... xvii vel xviii anni sunt .... post ecclesiam sancti Vigilii in domo ubi habitat dominus Gotzalchus decanus .... Interrogatus quis fecit dictam locacionem, respondit: Dominus decanus, dominus Odoricus de Canpo et alii domini canonici ....

. . . . . .

Ego Jacobus notarius domini Marzuchci comitis de Advocatis de Lucha ....

(Trento — *Archivio Capitolare, capsa 25. Di alcuni interrogatorî esistono duplicati nella capsa stessa*).

Digitized by Google

17.

24 aprile 1293.

Il 27 luglio 1293 il giudice Odorico Cocio autorizza il notaio Enrico ad autenticare gli interrogatorî dei testimoni introdotti dagli uomini di Frassilongo nella lite contro il Capitolo di Trento a causa del monte di Fierozzo.

Il documento è lungo sette metri; ma gli interrogatorî si somigliano di bel nuovo fra loro.

Anno Domini millesimo ducentesimo nonagesimo tercio, indicione sexta, die veneris vigesimo quarto aprilis.

Testes infrascriptorum hominum de Fraxilongo, scilicet Ancii Faloi, Henrici Vromani, Menegi q. Waldemani, Henrici q. Menegi de Costa, Federici q. dicti Menegi, Henrici filii ser Bertoldi de Costa, Conradi filii Adelpreti Unghericth, Cristani filii Concii, Stephani q. Odorici, Adelpreti de Busco, Bertoldi filii Ecely de Lavina, Odorici q. Concii de Lavina, Adelpreti q. Harmani a Fao, Symeonis q. Henrici de Plazo, Federici q. Geronchi, Henrici qui fuit de Nova, Jacopi q. Heberardi, Bertoldi q. Odorici, Henrici q. Smerci, Altemani, Rodulfi et Geraldi, omnium predictorum de Fraxilongo....

Dominus Jacobus de Vilgazano de Perzino.... dixit: Scio quod omnes homines de Fraxilongo et sui antecessores a meo recordatu citra, quod est bene quinquaginta annorum vel circa, semper habuerunt et habent ius malgandi et cum suis bestiis pasculandi in monte Florozi a summo usque deorsum, excepto in pratis designatis et determinatis que possidentur per singulares personas, et ius segandi in locis comunibus, extra prata privatorum hominum, et boscandi et faciendi foleas et alias suas utilitates faciendi in dicto monte Florozi.... Interrogatus quos vidit facere predicta, respondit: Bertoldum de Costa, eius fratrem q. Menegum de Costa et dominum Federicum de Fraxilongo nunc habitatorem Tridenti. Interrogatus qui fuerint antecessores ipsorum de Fraxilongo, respondit: Pater dicti domini Federici de Fraxilongo et q. Harmannus a Fao et q. Bertoldus Mayer.... Interrogatus sub cuius regimine vidit eos uti dicto monte, respondit: Sub regimine q. domini Morandi et dominorum de Per-

Digitized by Google

zino et domini Adelpreti de Mezo et sub aliis qui fuerunt pro tempore in castro Perzini capitanei (1) .... Interrogatus si illud ius est singulorum hominum vel tocius comunitatis, respondit: Tocius comunitatis de Fraxilongo .... Interrogatus si habent illud ius de iure vel de facto, respondit: Credo de iure. Interrogatus si habuerunt illud ius violenter vel clandestine, respondit: Non violenter nec clandestine.

. . . . . .

Choncius Lemedus de burgo Perzini .... Interrogatus quanto tempore vidit ipsos homines uti dicto monte, respondit: x annis ante verram q. domini Ezelini de Romanno et ab illo tempore citra, quod esse potest bene xl annorum et plus.

. . . . . .

Gabriel qui dicitur Calapinus q. dicti Schivamalli de burgo Perzini .... Interrogatus ad quid erat ibi quando vidit eos homines de Fraxilongo facere predicta, respondit: Quia eram gastaldio uno anno q. domini Henrici de Villalta causa videndi decimam ipsius domini Henrici quam habebat in dicto monte Florozi fratarum .... bene sunt quinque anni vel sex ....

Taverna de burgo Perzini ...., interrogatus sub quorum regimine vidit predicta, respondit: Sub regimine q. domini Adelpreti patris q. domini Odorici de Perzino et q. domini Henrici de Perzino et aliorum dominorum de Perzino.

. . . . . .

Zavarisius de Arzanega de loco Viaragi .... dixit: Vidi eciam vacas et vacarecium ipsorum hominum de Fraxilongo pasculare in dicto monte Florozi bene quatuor vicibus. Interrogatus ubi erat quando vidit dictas vacas in dicto monte, respondit: Ab ista parte Ferxine per medium montem Florozi, quia ibam Tedesam.

. . . . . .

Ventura filius Gisle q. Cavathie de Viarago .... interrogatus qui fuerunt illi quos vidit facere predicta .... respondit: Thomasius filius Henrici Vromani et alii quam plures de quibus non sum memor ....

---

(1) Interessanti questi dati inediti sulla storia del castello di Pergine (Cfr. C. Ausserer, *Persen* cit., pag. 162 segg.); e così pure altri che seguono più volte.

Digitized by Google

Avancius frater q. Brusamolini de Viarago .... dixit: .... Sunt modo quinque anni vel circa quod Zulianus de Pao cum quibusdam vicinis suis de Pao pignoraverunt quosdam homines de Fraxilongo quos invenerant in dicto monte Florozi, et tunc tempore dominus Wigardus, qui tunc erat capitaneus in Perzino, fecit magnum vituperium ipsi Zuliano et illis qui secum erant eo quod pignoraverunt ipsos homines de Fraxilongo et eos cepit ea de causa et tenuit eos de Pao in carceribus propter hoc.

. . . . . .

Johannes q. domine Malgarete ab Aqua sive de Casalino..., interrogatus quos vidit de Fraxilongo facere predicta, respondit: Q. Harmannum a Pao et filios eius et filios q. Bertoldi Passuti de Fraxilongo ....

Johannes q. Girardi Aquile de Viarago ..., interrogatus quos vidit ..., respondit: Q. Harmannum a Pao et eius filios et q. Menegacium .... Interrogatus si scit confines dicti montis, respondit: Ferxina a parte inferiori, de supra summitas dicti montis Floroci, ab alia parte versus domum q. Harmani est rivus Valsentine ....

. . . . . .

Antonius q. Odorici Mugardi de burgo Perzini ...., interrogatus qui fuerunt illi de Fraxilongo ...., respondit: Q. Harmannum a Fao et filios Ezeli de Rovereda ....

. . . . . .

Johannes q. domine Otoline de Serso ...., interrogatus qui fuerunt illi homines de Fraxilongo ...., respondit: Henricum Curtum de Fraxilongo et Odoricum filium q. Menegi de dicto loco et alios multos.

. . . . . .

Henricus Vendeme de Rovereda de plebatu Perzini ....

Eganus de Fraxilongo ....

. . . . . .

Ego Henricus dictus de Viarago sacri palatii notarius ....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 25*).

18.

15 luglio 1293.

Vari atti procedurali in data 15 luglio; 3 agosto; 3, 4, 5

Digitized by Google

settembre nella causa fra i canonici di Trento e gli uomini di Frassilongo per il monte di Fiorozzo.

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32*).

19.

26 ottobre 1293.

Sentenza nella causa fra i canonici di Trento e gli uomini di Frassilongo per il monte di Fierozzo.

Si allega il parere domini Nicolay de Altemannis doctoris legum de Verona, *il quale* dicit et consulit processum in dicta causa factum nullum esse et nullum pronunciari debere, cum non reperiatur litis de testatione facta fore ....

Il giudice Calepino accetta tale responso e sentenzia in tale senso.

Anno Domini millesimo ducentesimo nonagesimo tercio, indicione sexta, die lune vigesimo sexto octobris.

Tridenti ....

Ego Henricus dictus de Viarago sacri palatii notarius ....

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 25*).

20.

27 marzo 1295.

Anno Domini millesimo cclxxxx quinto, indictione octava, die dominico quinto exeunte marcio.

Tridenti ....

Il decano Gozalco, a nome pure degli altri canonici, locavit montem Florozi dictorum dominorum canonicorum jacentem in pertinentiis Perzini penes montaneam Fraxilongi .... ser Lunardo q. ser Bovolini de Taxino habitatori nunc Baxani, cum capulo et pasculo dicti montis .... et habere debeat et tenere a proximo festo sancti Viti .... et deinde ad festum proximo sancti Bartholamey ...., solvendo item ser Lunardus fictum de dicto monte Florozi dicto domino decano et dictis dominis canonicis pro dicto collonello Perzini octo libras denariorum veronensium parvorum in festo sancte Malgarete: *mallevadore* Daniel qui fuit de Ravina et nunc moratur in Alsugo ....

Digitized by Google

Ego Jacobus notarius qui dicor Squalus....

Segue la ricevuta delle dette otto lire, in Pergine, in data 20 luglio 1295.

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 25*).

21.

6 luglio 1295.

In Christi nomine. Anno eiusdem nativitatis millesimo ducentesimo lxxxxv, indicione viii, die mercurii vi intrante julio.

In pertinenziis Perzini, in monte Florocii...

I rappresentanti dei canonici di Trento iverunt ad montem Florocii, cui choerent ab una parte labitur rius Bubulchus, a parte inferiori aqua Fersine, ab uno capite superiori somitates monzium qui confinant cum illis de Roncegno, et ab una parte rius Valcave...., pasculando in dicto monte stando ibidem eundo et redeundo per dictum montem absque contradicione alicuius persone et alia in dicto monte faciendo et fieri faciendo que domini in suis montibus faciunt et fieri procurant in suis montibus....

Ego Johannes sacri pallacii notarius...

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 25*).

22.

26 luglio 1295.

Anno Domini millesimo cclxxxx quinto, indictione octava, die martis sexto exeunte iullio.

Tridenti, in domo habitationis dicti domini decani.

. . . . . .

Ibique dominus Gotzalchus ecclesie tridentine decanus...., pro se et aliis dominis canonicis et pro collonello Perzini...., nomine locacionis hinc ad quinque annos proximos venturos et completos, investivit ser Danielem de Alsugo de monte Florozi seu de capulo et pasculo eiusdem montis, ad habendum, tenendum et possedendum ad pasculandum tam suis bestiis quam alienis quas conduci fecerit seu conducte fuerint ad dictum montem pasculandum ad peticionem ipsius Danielis usque ad dictum terminum.... Dando et solvendo ipse Daniel fictum de ipso

Digitized by Google

monte ipsis dominis canonicis tridentinis pro collonello Perzini omni anno usque ad dictum terminum quindecim libras veronenses annuatim in festo sancte Malgarite sub obligatione suorum bonorum presencium et futurorum. Eo pacto quod si uti non poset dicto monte propter guerras cum suis bestiis, quod non teneatur solvere aliquod fictum dum steterit utendi dicto monte propter dictas guerras....

Ego Jacobus notarius qui dicor Squalus.

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32).*

23.

20 novembre 1297.

Anno Domini millesimo cclxxxx septimo, indictione decima, die mercurii xx intrante novembri.

Coram honorabili viro domino domino Jacobo dicto Comite canonico ecclesie tridentine, pro se et tanquam sindico et procuratore dominorum canonicorum et capituli ecclesie tridentine predicte...., comparuerunt infradicti homines et persone de Fraxilongo plebatus Perzini Tridentine dyocessis videlicet: Henricus Vronmanus, Mennagus a Buscho, Adelpretus a Fao q. Armani, Stephanus a Fonte, Henricus a Plazo, et Henricus q. Mennegi; presente et consentiente nobili milite domino Sycherio de Arsso (1). Dixerunt et contenti steterunt sponte se nolle esse in questione aliqua nec questionem habere cum ipsis dominis canonicis nec Conrado domini Brazalbeni sindico dicti capituli ocasione montis Floroci positi in plebatu Perzini prope Fraxilongum mediante rivo Bubulcho, sed pocius ipsi questioni per dictum sindicum eis mote et movende pro dicto monte voluntarie et expresse renunciaverunt ibidem. Quem montem idem sindicus, nomine dicti capituli, ipsis hominibus de Fraxilongo ad buscandum pascuandum et alias eorum utilitates faciendas et percipiendas possidendum usque ad voluntatem dictorum dominorum canonicorum et capituli predicti et eorum nomine possidendum, precibus dicti domini Sicherii concessit et locavit eisdem.... Promitentes dicti homi-

(1) Sicherio di Arsio era stato nel 1266 procuratore di Mezza, moglie del signore Riprandro da Pergine (cfr. C. AUSSERER, *Persen* cit.. pag. 166). Ma quale ingerenza aveva egli ora nelle cose del Perginese?

Digitized by Google

nes de Fraxilongo solempni stipulacione ipsi domino Jacobo sindico et sindicario nomine dicti capituli, de consensu et voluntate dicti domini Sicherii de Arsso presentis ibidem, dare et solvere ipsis dominis canonicis et dicto capitulo pro dicta concessione et locacione de dicto monte superius eis facta annuatim id totum quod idem dominus Jacobus dictus dominus Sicherius de Arsso et dictus Federicus de Fraxilongo habitator Tridenti dixerunt et preceperunt inter eos cum omni causa dampno et interesse dicti capituli; et hoc sub predicta suorum bonorum obligacione. Dando idem sindicus sindicario nomine predicto dictis hominibus et personis de Fraxilongo intrandi tenutam dicti montis Floroci et ipsum possidendi usque ad voluntatem dictorum dominorum canonicorum et capituli predicti. Et predicta omnia fecerunt dicti de Fraxilongo, ut superius continetur, de voluntate suprascripti domini Sicherii de Arsso.

Ego Jacobus notarius qui dicor Squalus.

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32).*

24.

11 maggio 1300.

Anno Domini millesimo trecentessimo, indictione xiii, die mercurii xi intrante mayo.

Tridenti.

Il procuratore dei canonici tridentini locavit et concessit domino Lunardo q. domini Bovolini de Baxano .... montem Florozi ..., ita silicet quod ipsum montem et pascua dicti montis per se at allios quos ducere voluerit cum bestiis .... dictum montem habere tenere et pascuare debeant ..., solvendo omni anno nomine aficus .... quindecim libras denariorum veronensium parvorum .... in die sancte Margarete ....

Ego Jacobus notarius qui dicor Squalus.

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32).*

25.

30 giugno 1315.

Anno 1315, indictione 13, die penultimo iunii.

In ecclesia maiori sancti Vigilii de Tridento ....

Dominus Thodaldus, canonicus tridentinus, filius q. domini Jo

Digitized by Google

hannis de Yvano, utilitatem dicte ecclesie maioris et canonice tridentine cupiens augmentare, una cum nobilibus viris domino Abriano q. domini Martini de Perzino, Oluradino dicto Bruto de eodem loco, Aldrigeto q. domini Jacobi de Vigalzano et aliis consortibus, coram reverendo domino Gislemberto de Campo decano petiit nomine aliorum canonicorum de colonelo Perzini locationem in emphiteusim cuiusdam montis dicte ecclesie et dicti coloneli qui dicitur Floroz in districtu Tridentino in pertinentiis plebatus Perzini — coheret de subtus aqua Fersine et sursum usque ad cacumina et coheret terrenum episcopatus Feltrensis scilicet hominum de Valesugana, ab una parte versus Fraxilongum rivus de Valsentina et ab alia parte mons Valcave.

Hinc dominus decanus ad sonum campare more solito congregatis capitulariter .... investiverunt dictum dominum Thobaldum pro prima parte, dominum Abrianum pro secunda parte, dominum Brutum pro tertia parte, dominum Aldrigetum pro quarta et quinta parte, ser Franciscum notarium de la Costa generum dicti domini Aldrigeti et ser Henricum notarium de burgo Perzini pro sexta parte, ser Nicolaum dictum Mazolam de dicto burgo et dictum dominum Abrianum tamquam procuratorem Frederici de Costa Fraxilongi filii q. Hendrici pro septima parte, de dicto monte Florozi etc., et quolibet novendennio se investire teneantur etc. cum libra piperis; dando annuatim pro pensione seu censu et fictu ipsius montis dicte ecclesie et colonello canonicorum Perzini 40 libras denariorum veronensium parvorum, licet hucusque vel propter werram vel malum statum de utilitate dicti montis sole 20 libre sint percepte etc.

(TRENTO — *R. Archivio di Stato: archivio vescovile, capsa 64, n. 131. — Originale perduto: regesto Hippoliti*).

26.

30 maggio 1324.

Anno Domini millesimo trecentesimo xxiiii, inditione vii, die penultimo maii.

In monte Florozi de plebatu Perzini, prope domum de Pradestablo.

Presentibus Ruedele q. Roperti de Prixina, Colla ioculatore

Digitized by Google

de Viarago, Ermanazio de Brazesio et Marcho filio Stefani a Fonte de Frasilongo et alliis.

Nobilis vir dominus Eltelus q. domini Altomi de Scenano.... iure locationis perpetue .... investivit Gontium filium Odorici a Dorso de Montagnaga .... de quodam manso posito in dicto monte Florozi subtus Pradestablum, apud mansum de Pradestablo ab uno latere et de supra, apud Hendrigum de Frasilongo ab alio latere, et apud Contium Torperium de sobtus ; cum quadam pecia terre prative circa xii operas, ubi dicitur a le Porte de Florozo apud Hendrigum de Montagnaga ....

Et per stipulationem promisit dictus conductor eidem locatori congruam domum secundum posse suum in dicto manso edificare et terram ipsius mansi fertilem reducere ad bladum et eam bene collere et laborare arbitrio boni viri et pro situ dicti mansi.

. . . . . .

L' affitto è fissato in 3 lire di denari veronesi piccoli a S. Michele, ed a Pasqua un capretto e 30 uova.

Ego Francischus de Yvano romani imperii notarius ....

(TRENTO — *Archivio di Stato : fondo comitale*).

27.

29 febbraio 1328.

Documento presentato il 7 aprile 1590 al castellano di Pergine dal sindaco di Viarago, nella causa contro Frassilongo.

In Christi nomine, amen.

Nos praesbiter Bonifacius plebanus in Perzino, **** de dicto loco, Aldrigetus q. domini Jacobi de Vigalzano ****, Costa Beloncinus **** de Madrano **** de burgo Perzini, Bonafides q. **** de eodem loco, Rainaldinus q. ser Rainaldini de dicto loco, unanimiter et concorditer ellecti arbitri arbitratores et amicabiles compositores a Federico q. ser Henrici de Frassilongo, sindico et procuratore hominum et universitatum dicti loci Frassilongi ex parte una, et ab Altemano dicto Copa de Viarago, sindico et procuratore hominum et universitatum dicti loci Vieragi Prati Portuli Canezziae Bracesii Sersi et Arzanegae ex altera parte, de lite et controversia et questione que vertebat inter dic-

Digitized by Google

tas partes de eo et super eo quod dictus Federicus sindicus sindicario nomine suprascripto dicebat ipsos homines de Frassilongo omni tempore pasculare capulare buschare fenum et foleam facere debere in montibus et communibus infrascriptorum montium positorum in pertinentiis de Vierago a rivo de Castelerio ultra versus Paludem et Fersina sursum usque ad summitatem ipsorum montium et in monte Falesnae a Fersina sursum usque ad mansos, quod quidem per dictum Copam sindicum sindicario nomine antedicto inficiebatur, et generaliter de omnibus litibus questionibus et controversiis quae vertent vel verti possent inter eos causa et occasione dictorum vel alia quacumque causa vel quocumque iure vel modo, ut in compromisso ab eis in nobis facto evidentius continetur, habita deliberatione solemni et auditis et intellectis omnibus quae super questione predicta et super his que ad invicem agere habebant ipse partes dicere et ostendere et utriusque partis diligenter investigata et cognita voluntate, pro bono pacis atque concordiae, ex vigore compromissi in nobis facti, Dei nomine invocato, laudamus arbitramur dicimus pronuntiamus diffinimus et precipimus, presentibus dictis partibus, quod homines dictae universitatis de Frassilongo cum bestiis suis communiter et singulariter pasculare et capulare debeant et possint in communibus dictorum montium positis in pertinentiis de Vierago, videlicet a dicto rivo de Casteliro intus versus Paludem et a Fersina sursum usque ad sumitatem et in dicto monte Falisnae a Fersina sursum usque ad mansos, transacto festo sancti Michaelis usque ad exitum mensis * * * * (1); et abinde in antea usque ad dictum festum sancti Michaelis non audeant pasculare cum bestiis suis in ipsis montibus a Ripis supra sed a dictis Ripis infra versus Fersinam et a dicto rivo intus versus pontem Pompermai et abinde * * * Fersinam sursum versus Frassilongum et Roveredam usque supra mansum heredum q. Jacobi d' Oltra et per supra dictum mansum ultra usque in rivum de Roverea qui dicitur Regalor (2), non transeuntes ipsum rivum ultra versus Falisnam nec dictum mansum infra versus Planum, nec damnum dantes, in ipso mansu pasculare debeant et possint; salvo quod

(1) Nella lezione a pag. 182: " ad exitum maii „.
(2) Ibidem: Riogalor.

Digitized by Google

homines de dicto loco Frassilongi qui habent et laborant mansos et terras in dictis montibus de Viarago, ultra dictam Fersinam pasculare possint in communibus ipsorum montium cum bobus et vaccis suis a labore, dum ipsos mansus et terras colunt et laborant; et quod mansatores antiqui seu habitatores in mansis antiquis de Frassilongo quolibet anno, temporibus congruis et congrue tantum, facere possint in communibus dictorum montium foleam sibi pro illo anno ad usus proprios necessariam et non ultra et etiam buschare et fenum facere sibi propria necessarium fuerit, quod quidem non audeant nec possint arpla...(?).

Item precepimus dicimus diffinimus arbitramur quod dictus Fedricus sindicus et procurator hominum et universitatis de Frassilongo sindicario nomine suprascripto det et solvat et dare et solvere debeat domino vicario de Perzino vel officialibus eius seu massario domini episcopi Tridenti, ad ipsius domini vicarii voluntatem, tertiam partem omnium condemnationum et concordiorum cum ipso domino vicario et per ipsum factorum occasione denuntiationum factarum per illos de Frassilongo contra saltuarios et homines de Vierago et villis antedictis et tertiam partem pretii scripturarum ipsarum denuntiationum; et his datis et solutis, quod dominus Altemanus sindicus et procurator hominum et universitatum Vieragi et villarum predictarum det et restituat et dare et restituere debeat dicto sindico de Frassilongo sindicario nomine suprascripto omnia et singula pignora ipsis de Frassilongo per saltuarios et homines de Vierago et villis superius nominatis hactenus ablata.

Et haec omnia et singula suprascripta laudamus arbitramur dicimus pronuntiamus diffinimus et precipimus fieri et observari et adimpleri sub pena in compromisso adiecta et apposita in singulis capitulis laudi et compromissi, si confractum fuerit, comittentes: qua e pena toties comittatur quoties fuerit contrafactum et quoties fuerit denuntiatum per partem servantem predictam partem non servantem.

Salvo dictis hominibus de Frassilongo omni suo iure, si quod habent vel haberent, in montibus qui dicuntur fuisse q. domini Oreli de Tridento.

Et etiam et reservato nobis arbitrio et potestate declarandi interpretandi et corrigendi super predictis ubicumque et quando-

Digitized by Google

cumque nobis visum fuerit expedire, et super predictis et quolibet predictorum iterum semel et pluries pronuntiandi.

Quibus sic pronuntiatis dictis arbitriis et preceptis per ipsos arbitros et arbitratores, ipse partes ibidem presentes emologaverunt approbaverunt et confirmaverunt omnia et singula suprascripta, et sic attendere promiserunt ut superius continetur.

Latum fuit predictum arbitrium et pronuntiata fuerunt suprascripta, ut superius scriptum est, per suprascriptos arbitros arbitratores ellectos in dictas partes, presentibus ipsis partibus et predicta omologantibus, anno Domini millesimo tricentesimo vigesimo octavo, indictione undecima, die lunae ultimo februarii, in episcopali palatio Tridenti; presentibus Martino de Madrano, Aldrigeto eius nepote q. Vilii Canzolino, Trentino filio ser Belenseni de Madrano, Mareblo q. Panitia de Viarago, Joanne dicto Malitia de dicta villa Viaragi, Jacomo a Plazo de Frassilongo et Monthel q. Stephani de dicto loco Frassilongi et Odorico de Viandono de Portulo, omnibus de plebatu Perzini, testibus, et aliis.

Ego Pellegrinus de Vigalzano, sacri palatii notarius, recitator predictorum et dicta pronuntiavi et omnibus et singulis suprascriptis interfui et rogatus scripsi, et de mandato dictarum partium presens instrumentum in formam publicam reddegi meumque signum apposui consuetum.

Ego Jacobus filius q. Andreae de Guielmis de Thesino, habitator in burgo Perzini, publicus imperiali auctoritate notarius ac curiarum Perzini predictae et Caldonatii cancellarius, hoc praesens instrumentum ad autenticum scriptum manu Pellegrini notarii superius dicti exemplavi, prout in eo inveni, nihil addens vel minuens quod sensum mutet vel variet intellectum nisi punctum litteram et silabam. In quorum fidem me subscripsi, apposito signo meo solito. Ad laudem Dei.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco 1, n. 12, pag. 146 e 166 segg.).*

28.

14 agosto 1331.

Pergine.

Odoricus dictus Huele de Predestablo de Florozo filius q. Odorici a Dorso de Montagnaga, *per il prezzo ricevuto* ab Antio

Digitized by Google

eius nepote filio q. Hendrigi dicti Lianari de dicto loco Florotii *rimette in mano del sottoscritto notaio, ricevente a nome* nobilis viri domini Elteli q. domini Altoni de Scennan *tutti i suoi diritti* in certa quantitate cuiusdam mansi positi in monte Florozi in loco qui dicitur Predestablo . . . , cui coheret a latere versus sero dictus mansus de Predestablo rectus per Wilielmum de Montagnaga, a mane mansus qui regitur per Antonium q. Vrizati et mansus rectus per Antium Stenie de dicto loco Florozi, de super via communis, et de subtus mansus qui regitur per Turam a Fao, *allo scopo che il detto Eltele ne investa lo stesso Anzio suo nipote, dietro pagamento di annuo livello.*

A tale vendita acconsente, a cagione dei diritti della propria dote, la moglie di Odorico, Armengarda filia q. Waldi de Montagnaga.

Lo stesso giorno, in Pinè, presso la casa di Eltele, Anzio ottiene l'investitura del maso.

Ego Franciscus de Yvano romani imperatoris notarius . . . .

(TRENTO — *R. Archivio di Stato: archivio vescovile, capsa 59, n. 191).*

29.

11 giugno 1336.

Anno Domini millesimo trecentesimo xxxvi, inditione iiii, die xi intrante junio.

In burgo Perzini . . . .

Cum reditus et directum dominium manssorum de Frasilongo post primam locationem ad plurium manus pervenerint, et nunc medietas dictorum redituum et directi dominii, pro indivisso cum heredibus q. nobilis viri domini Nicolay q. domini Yeremie de Castronovo, iure dotis uxoris sue domine Luchesie filie q. domini Bonensegne de Brentonego, pervenerit ad nobilem virum dominum Eltelum q. domini Altomi de Scenano, ex iure sibi cesso a q. domino Riprando filio q. domini Xicherii de Ausugo, ut dicitur in instrumentis publicis contineri; et preterea dicti manssi et utile dominium post primam locationem in plures et ad manus plurium pervenerint, ut dicitur per ipsorum manssorum rectores; et intersit tam domini Elteli stipulanti pro parte sua, quam etiam ipsorum regentium dictos manssos novas loca-

Digitized by Google

ciones facere et habere, ut dominus sciat quid et a quo petere debeat et unusquisque detinentium manssos sciat cui et quando solvere debeat et per se emolumentum sentiat et gravamen, salvo tamen sibi iure priorum locationum contra priores varentatores et defensores; dominus Rupretus filius q. domini Elteli .... iure locacionis perpetue .... investivit Jacopum q. Odorici a Platea de Frasilongo .... de medietate unius manssi, pro indivisso cum dictis heredibus q. domini Nicolai, iacentis in pertinentiis dicti loci Frasilongi, cui coheret a tribus partibus via communis et campus olim Menegazii et a quarta parte manssus Thomasii q. Hendrigi Curti et rivus. Item de medietate unius petie terre prative circa xii operas jacentis in monte Fedaroli, de subtus tenet Cobele a Sega, et de supra est commune, et usque Florozum tenent filii Hengenexe a Fago, et versus Rovredam terra manssi heredum q. ser Federici de Frasilongo ....

L' affitto è fissato in 40 soldi di denari veronesi, da pagarsi in due rate.

Ego Francischus de Yvano romani imperii notarius ....

(Trento — *R. Archivio di Stato: fondo comitale*).

30.

30 giugno 1336.

Anno Domini millesimo trecentesimo xxxvi, inditione iiii, die ultimo junii.

In burgo Perzini.

Dominus Rampretus filius nobilis viri domini Elteli de Scenano .... nomine dicti patris sui licet absentis .... iure locationis perpetue .... investivit Odoricum dictum Huele fratrem Xicherii de Florozo .... de uno manso posito in monte Florozi in contrata Dosalti, apud mansum rectum per Jacobum de Folgarita ab una parte, apud mansum qui olim regebatur per Xicherum et nunc vero regitur per Marchum q. Odorici et Contium q. Hendrigi ab alia parte, apud rivum de Dosalto de subtus, et apud mansum rectum per Brentelarium de supra. Item de uno prato posito in dicto monte in loco qui dicitur ad Caxariam de Pao, quod est circha xxiiii operas segatorias ....

Il fitto, da pagarsi a S. Martino, è stabilito in trecento for-

Digitized by Google

maggi del valore di 18 piccoli l' uno; e quello a Pasqua un capretto e trenta uova.

Ego Francischus q. domini Yvani di Yvano romani imperii notarius....

(TRENTO — *R. Archivio di Stato: fondo comitale*).

31.

5 dicembre 1341.

Anno Domini millesimo ccc xli, inditione viiii, die v intrante mensse decembri.

In burgo Perzini, in domo mei notarii infrascripti.

Pressentibus.... Federicho q. ser Janessy de Rovreda habitatore Frassilongi....

Ibique dominus Franchus q. domini Egani de Tridento habitator Perzini.... iure locationis perpetue.... investivit Nicolaum q. ser Federici de Frassilongo plebatus Perzini.... de uno manso iacente in Frassilongo, cui coherent inferiori parte apud Federichum de la Lavina et Regenoldo de Frassilongo et apud viam comunis....

L' affitto è determinato in 25 soldi di denari veronesi piccoli da pagarsi a S. Michele, ed a S. Stefano due spalle di porco e 2 soldi; ed a Pasqua 30 uova e 12 denari.

Ego Rodulfinus de Perzino sacrosancti romani imperii notarius....

(TRENTO — *R. Archivio di Stato: fondo comitale*).

32.

13 marzo 1343.

Anno nativitatis Domini millesimo cccxliii, indictione xi, die jovis xiii marcii.

In ecclesia Tridentina.

. . . . . .

Ibique venerabilis vir dominus Antonius de Mediolano, canonicus dicte ecclesie Tridentine, pro prebenda sua de colonello Perzini.... nomine locationis et emphiteusim seu conductionis hinc ad decennovem annos.... investivit nobilem virum dominum Rampertum q. nobilis viri domini Heltele de Scenano ibi-

Digitized by Google

dem presentem, recipientem pro se et nobili militi Conrado eius fratre et eorum heredibus et cui dederint, nominatim de monte Florocii et cetera, ut in alia locatione scripta manu mei Venturini notarii plenius continetur, pro ficto xlii librarum in festo sancti Michaelis vel eius octava et cetera.

(TRENTO — *Archivio capitolare, Instrumenta capitularia, vol. III, pag. 90).*

33.

9 dicembre 1354.

Anno Domini M iii c l iiii, indictione septima, die martis nono mensis decembris.

Tridenti, in domo habitationis infrascriptorum venditorum....

Ibique magister Josius fyxicus a Serenis... et Tomasius eius frater.... filii q. magistri Zordani fyxici de Tridento,.... presentibus et consencientibus domina Anna eorum matre et domina Marina uxore domini magistri Joris..., dederunt vendiderunt et tradiderunt Goncio et Hendrico fratribus filiis q. ser Nicolai a Costa de Frasilongo plebis Perzini ibidem presentibus.... unum affictum perpetuallem duorum conciorum vini albi braschati ad mensuram Perzini..., qui affictus solvitur et solvi debet ac consuetum est solvi eisdem venditoribus perpetualiter omni anno in festo sancti Michaelis.... de uno vineali posito et iacente in pertinenciis Sersi in loco ubi dicitur Enniglar, apud Toldum filium q. Hendrici a Costa de Frasilongo...., pro precio et mercato quadraginta librarum denariorum tridentinorum....

(TRENTO — *Archivio capitolare: Instrumenta capitularia, vol. IV, n. 181).*

34.

Infrascripta sunt bona capituli ecclesie tridentine que adhuc tenentur per dominium Tirollis sive per illos de dicto dominio.

. . . . . .

Item mons Florocii supra Perzinum cum iurisdictione meri et mixti imperii et cum redditibus et decimis ibidem, quem quidem montem cum supradictis iuribus a dicto capitulo tenebat Rampretus de Senano pro certo annuo censu; et tanto tempore

Digitized by Google

dictus Rampretus neglexit dictum fictum solvere quod cecidit in commissum et ab omni iure suo, ita quod amodo dictus mons reverti debet de iure ad dictum capitulum, licet modo dominus Conradus de Wramberger (1), nomine dominii, ipsum montem detineat.

(TRENTO — *Archivio Capitolare, capsa 32, n. 2*).

35.

20 marzo 1368.

In Christi nomine amen.

Anno nativitatis eiusdem millesimo ccc lx viii, indicione sexta, die lune vigesimo mensis martii.

In sacristia nova maioris ecclesie Tridentine ....

I canonici di Trento investiverunt nobilem militem dominum Federicum de Grafynstanger ibidem presentem, pro se suisque heredibus recipientem, nominatim de monte Florotii posito et iacente in pertinentiis Perzini, cui choeret ab una parte de subtus aqua Fersine et extenditur surssum usque ad cacumen montis et coheret territorium episcopatus Feltri silicet hominum de valle Sugana, ab alia parte versus Frasilongum rivus de Valsentina et ab alia parte mons Valcave...., qui mons devenerat in dictos dominos canonicos pro affictu retento per decem annos et ultra per nobilem virum dominum Rampretum de Senano.... *all' annuo affitto a S. Michele di 47 lire di denari veronesi piccoli.*

Et ego Petrus natus Martini Cataney de domo, novariensi diocesis, publicus imperiali auctoritate notarius....

(TRENTO — *R. Archivio di Stato: archivio vescovile, capsa 64, n. 192*).

(TRENTO — *Archivio capitolare, capsa 32).*

36.

16 luglio 1369.

. . . . . .

Anno eiusdem nativitatis millesimo trecentessimo sessagessimo nono, indictione septima, die lune sexto decimo menssis iulii.

Tridenti, in episcopali palacio ....

(1) Corrado Frauenberg fu capitano del castello di Pergine dal 1359 al 1363 (C. AUSSERER, *Persen* cit., pag. 334)

Digitized by Google

Providus vir ser Francischus notarius filius q. ser Bonaventure de Molveno civis tridentinus, tamquam procurator .... reverendissimi in Christo patris et domini domini Alberti comitis de Ortemburg Dey et appostollice sedis gratia episcopi tridentini, confitens se dicto nomine habuisse et recepisse a Toldo fillio q. Ancii de Frasilongo plebatus Perzini .... unam libram piperis pro intraticha et investitura infrascripti manssi ..., *investe esso Toldo di un maso in quel di Viarago, località Roncono,* cui coheret ab una parte Menele Mayer de Frasilongo ....

Ego Rodulfus q. ser Basini de Tridento imperiali auctoritate notarius ....

(Trento — *R. Archivio di Stato: archivio vescovile, capsa 64, n. 196).*

37.

29 maggio 1386.

Trento.

Huale et Federicus fratres filii et heredes q. Toldi q. Ancii de Fraxilongo Tridenti districtus, pro se et nomine Domele eorum sororis, *rinunciano nelle mani del notaio Francesco da Molveno procuratore del vescovo di Trento, il maso situato in quel di Viarago in località* a Roncono, apud Nichele q. Menelle Maiere de Fraxilongo ...., de quo manso terris et possessionibus dicti fratres et soror refutatores solvebant .... singulis annis in festo sancti Michaelis domino episcopo .... unum sextarium frumenti unum sextarium siliginis unum sexstarium milei unum sextarium panigii unum sextarium surgi. *E tale rinuncia essi fecero, affinchè il detto notaio Francesco, a nome del vescovo, ne investisse il predetto* Nichelem q. Menele Maier de Fraxilongo, *ricevendo per tale rinuncia dodici marche di denari piccoli trentini.*

Dopo di che lo stesso Nichele ottenne regolare investitura di esso maso.

Ego Marcus notarius antedictus ....

(Trento — *R. Archivio di Stato: Codex Clesianus, vol. III, pag. 47 segg.*) (1).

(1) Cfr. M. Morizzo e D. Reich, *Codicis Clesiani regesta*, in " Rivista tridentina „, anno X, fasc. 2, Trento, 1910, pag. 138.

Digitized by Google

38.

8 gennaio 1387.

Urbario di Pergine del capitano Federico di Greifenstein: in tedesco.

Contiene l'elencazione dei beni a Florötz, *a* Gerewt *e ad* Aychleiten.

Del codicetto si occuperà il prof. Carlo Battisti.

(Bolzano — *R. Archivio di Stato: cod. n. 171 = 554*.

39.

5 aprile 1396.

Domina Adeleyta filia q. Anzi dicti dal Pian de Frasilongo et uxor Jecheli cerdonis q. Anzi de Novatedesca habitatrix in villa Fornasi .... *vende un appezzamento di terra in quel di Pergine.*

(Trento — *Archivio Prepositurale, capsa V, perg. 20 = 264*).

40.

1405.

Urbario del castello di Perzine.

Decima in Floroczo.

. . . . . .

Item der Giger hoff ym wald ....
Item der Herblicher hoff ....
Item der Boner hoff ...
Item der Simeons hoff ....
Item Frigedankes hoff ....
Item Werber hoff ....
Item Goheldeis hoff ....
Item der hoff Pompermair ....
Item der hoff ym der Gruben ..
Item der Badestugler hoff ....
Item Giger hoff ....
Item der Coffeller hoff ....
Item der Haseller hoff ....

Digitized by Google

Item der Birker hoff....
Item Scheffer hoff....
Item der Wiser hoff....
Item Brentler hoff....
Item der Lugener hoff....
Item der Multerer hoff....
Idem der Graden hoff....
Item der Leffel hoff....
Item der Rodeler hoff....
Item der Lechm hoff....
Item Hohinlener hoff....
Item der Coffeller holff....
Item der Dressel hoff....
Item der Plachoff....
Item der Schenplacz hoff....
Item der Engelprechts hoff....
Item der Stinhoff....
Item der Kesserhoff....
Item des Anthonien hoff....

Seguono i masi di Frassilongo (in dem Gawrut).

Item der Pilgerius hoff
Item des Merkelins hoff
Item al. des Merklins hoff
Item der hoff von der Buchen
Item der hoff in der Wisen
Item der hoff ym Holtze
Item der hoff am Placze
Item der Coler hoff
Item der Merczen hoff
Item des Bellussen hoff
Item der Bruner hoff
Item de Maer hoff (1).

(TRENTO — *R. Archivio di Stato, fondo tirolese, cod. 1152*).

---

(1) Si confronti il presente elenco con quello del 1387, con quello del 1406 (O. STOLZ, *Die Ausbreitung* cit., vol. II, pag. 305 segg.) e con quello del 1412 (C. AUSSERER, *Persen* cit., pag. 123, nota m.).

Digitized by Google

42.

12 gennaio 1407.

Trento.

Il vescovo di Trento sentenzia in materia di prestazioni al castello di Pergine.

Essendosi preteso di obbligare gli uomini di Fierozzo a contribuire con legname ai restauri del castello medesimo, Josius Michael Contz in Prato et Jacobus Schoner, tamquam iurati hominum et totius comunitatis montis Florotii .... (1), referebant quod dicto castro aut eius factori et exactori suum canonem decimas et census persolvant et porrigant, et in signum subiectionis et obligationis ad castrum, uti etiamnum obligati sunt proxime tempore belli ac quotiescumque necessitas postulat, custodiis et excubiis dictum castrum provideant iuxta numerum hominum Florotii; ac propterea nec ipsi nec omnes eorum predecessores unquam ad fabricam dicti castri quidquid contribuerint.

La sentenza dà loro ragione, ma li invita in via eccezionale alla detta contribuzione una volta tanto.

(TRENTO — *R. Archivio di Stato: archivio vescovile, capsa 13, n. 41: traduzione dal tedesco in copia del secolo XVIII).*

43.

16 maggio 1407.

Anno Domini millesimo cccc septimo, indictione xv, die lune xvi mensis madii.

Ibiden in regula facta super platean vile Viaragi, in presencia ser Francisci de Polentono regolani tocius plebis Perzini, predicti homines de Viarago, de consensu omnium hominum vile Viaragi, confirmaverunt et consenserunt ad omnia statuta suprascripta.

Die suprascripto.

Iten homines vile Viaragi Sersi Portuli Caneze et Bracesii et ser Franciscus de Polentono consencienter statuerunt et ordinaverunt quod heredes q. Maiero de Fraxilongo debeant et teneantur aperire vian Fedarie ridi Piocloxi hinc ad tercian dien

(1) Il testo tedesco dice: " der Menner und ganzen gemayn dess Bergs Florotz geschworne „.

Digitized by Google

pena triun librarum pro quolibet, mandando quod medietas sit domini et alia medietas detur communi. Et si de hoc senciunt se agravati, quod compareant in terminum eis statutum ad opponendum omnia eorum iuria.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I*).

44.

6 maggio 1408.

In burgo Perziny.

I rappresentanti della gastaldia di Viarago affittano per 4 lire di denari trentini Jacobo q. Ancii de Florozo, pro se et vice et nomine Sefferi Ancii Moltrerii Brenteleri Michaelis Basani Nichely Osleri omnium de Florozo hinc ad tres epdomadas proximas futuras unum montem super quo sita est ecclesia Undecimmilia Virginum, qui mons dicitur a Set Fai, intra talles confines videlicet a Riva Petii usque ad Rivum Sesle (1).

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pergamene*).

45.

2 gennaio 1428.

Sentenza arbitrale nella controversia fra le gastaldie interiori ed esteriori di Pergine per le contribuzioni dovute al castello.

Il documento originale, che credesi dettato in tedesco, è perduto. L' Archivio gastaldiale di Viarago conserva due traduzioni, fra loro diverse, in italiano.

. . . . . .

. . . . . .

Sono stati presenti et testimonii li honorandi messer Bernardo Fintler, Roman Bellafre hora notaro et sindico, Giovan Dorico Soffer, Bernardo Mildorfer, Giovan Chuepergher, Conrado Monico, Federico Tessadro de Lasin, Henrico Ferraro, Matthio Vinciguerra, Andrea dal

Della qual sentenza furono testimoni i magnifici Bernardo Fintler, Romano Beloser notaro e sindico, Giovanni Udalrico Scheffer, Bernero Mildorfer, Corrado Meznero, Federìgo Beber di Lest, Enrico Freier, Mattia Udinger, Mattia de Prato sindico di Volrag, Leonardo de

(1) Cfr. G. GEROLA, *L' Archivio gastaldiale di Viarago*, in " Tridentum „, anno V, fasc. 9, Trento, 1902, pag. 395.

Digitized by Google

Pra gastaldo de Viarago, Leonardo de Frassilongo, Christel Prantel castaldo de Madrano, Pietro Fruet castaldo de Vignola, Dorigo Grueber, Friderico Bechen da Castegnè, Lorenzo dalla Caneata de Frassilongo, Nicolò Graizzel da Fiarozo, Giovan dei Sartori da Nogarè, Vergante de Viarago: tutti questi sono della giurisditione et valle di Pergine, et altre honorate persone assai.

Actum come si conta da poi la natività del nostro Signor Giesù Christo 1428 adì venerdì avanti l' epiphania.

Greit, Cristiano Prentl sindico in Matran, Pietro Frut sindico di Filzurg, Udalrico Grueber di Kochen, Federigo de Weger di Chestneit, Corrado Celler di Greit, Nicolò Greizl di Floran, Giovanni Sartor de Nugreit, Bernardo de Volrag, tutti abitanti nel distretto e valle di Perzine con molti altri.

Fatto l' anno del Signore 1428 in giorno di venerdì avanti il duodecimo.

La soprascritta copia è stata cavata per me Giovan Abundio Crotti nodaro di Pergine da un' altra simile alla predetta ad instanza di messer Giovanni di Sartori gastaldo di Costasavina et consorti l' anno 1634.

Et io Felice Nicolò Refatti publico notaro di Pergine ho perletto e collationato la presente copia con un' altra scritta dal sopradetto signor Giovanni Abondio Crotti. Per ciò mi son sottoscrito, havendola ritrovata uniforme (1).

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco 1*).

---

(1) Altra variante in italiano, trascritta da Baldassare Hippoliti, con ulteriori differenze nei nomi fu pubblicata, in libera traduzione tedesca, da C. AUSSERER, *Persen*, cit., pag. 247 segg.

Digitized by Google

46.

6 giugno 1483.

Nella causa vertente fra la gastaldia di Viarago e quella di Frassilongo, interessante la pertinenza del maso d' Oltra, vengono pure prodotti alcuni estratti degli estimi di Viarago.

Il 15 maggio 1590, in Pergine, viene prodotto l'estimo più antico.

Aestimum bonorum castaldiae Viaragi et consortum, alias confectum per q. eggregium dominum Antonium filium q. domini Petri de Bertellis Thienis Vicentini districtus, habitatorem in burgo Perzini, anno 1483 indictione prima die veneris sexti mensis junii ....

. . . . . .

Et primo heredes Joannis Roanar de Portulo.

Item unam petiam terre prative unius secatoris positam in pertinentiis dictae villae Portuli et Canezziae in loco qui dicitur alle Coste, apud commune undique.

2. Magister Petrus de Canezza.

Item petiam unam terrae al Rigolor in pertinentiis Canezziae unius seccatoris, apud commune tribus partibus, apud magistrum Paulum Bonster et apud dictum * * * *

3. Christanus filius q. Janesi Ferrarii de villa Canezziae.

Item unam petiam terrae prativae unius seccatoris positam in pertinentiis villarum Canezziae et Portuli in loco qui dicitur al Rigolor, apud commune a tribus partibus, apud suprascriptum Paulum Buoster et ut in partita.

4. Janesus Tybicen filius Jacobi Brol habitator Canezziae.

Item unam petiam terrae prativae unius seccatoris positam in pertinentiis dictarum villae Portuli et Canezziae in loco qui dicitur alle Coste, apud commune undique, habita a Joanne Ronner de Portulo.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 12, pag. 177 segg.*).

Dell' estratto prodotto il 22 maggio 1590 non si capisce bene se appartenga o meno allo stesso estimo.

Jacobus q. Pancere de Portulo.

Item unam petiam terrae arativae iacentem in dictis pertinentiis ubi dicitur a Plazzol, apud Nicolaum Vincentii et apud vias communes.

Digitized by Google

Michael Ferrarius de Canezzia.

Item duas petias terrae prativae, quarum prima jacet in pertinentiis Canezziae, ubi dicitur in Oltra, quarum una coheret Rigolor versus mane et commune postea circum circa, et alia coheret versus mane heredes Georgii d' Oltra et circum circa commune, habitata a dicto Odorico Rodi (?).

(*Ibidem, pag. 194 seg.*).

Finalmente l' altro estratto è prodotto l' 8 maggio 1590.

Aestimum bonorum castaldiae Viaragi et consortum confectum et scriptum per eggregium dominum Jacobum de Gulielmis alias notarium et cancellarium Perzini die 8 mensis aprilis 1556....

pag. 139. Georgius Heccher de Ferrariis habitator Canezziae.

Item unum pratum unius operae cum castaneis intus, positum in dictis pertinentiis in loco dicto alli Piazzolli, cui undique cohaeret commune.

pag. 149. Ser Leonardus Braces habitator Canezziae.

Item unam petiam terra alias arativae nunc prative, quantitatis stariorum trium seliginis sitam in dictis pertinentiis in loco dicto alle Coste seu al Piazzol, a mane commune, a meridie Dominicus Hos, a sero via communis, a septemtrione dictus Dominicus: sumptum ex aestimo Nicolai Brol supra fol. 141.

pag. 159. Mattheus filius Urbani Coffler de Floroccio.

Item unum pratum duarum operarum et arativum pro uno stario seliginis cum uno stabulo asseribus tecto cum arboribus intus cum grezzio unius plodii, totum in uno tenere, positum in dictis pertinentiis et loco dicto el maso da Oltra overo in li Plazzoi, a mane commune, a meridie Michael Brol, a sero et septemtrione commune et flumen Rigolori.

(*Ibidem, pag. 163 e 165 segg.*).

47.

Circa 1491-1501 (1).

Dije acht brobsteij in dem Gerewtt mit seiner zwgehörungen:

Caspar an der Lan = Caspar an der Lann

(*) L' interessante documento, di cui l' archivio di Pergine ci con-

Digitized by Google

Hennsel Maintzner	= Hännsl Mayntner
Barnabe Lechner	= Barnabe Lehener
Margret Lechner, dachter	= Margrett Leheners tochiter
Hennsel Mayer	= Hannsl Mayr
Cristan Brunner	= Cristann Prunner
Minig Lechner	= Mynig Lehener
Sigmund Hössel	= Sigmund Hössl
Michel Müllner	= Michel Müller
Caspar Koler	= Caspar Koler
Nichel am Ech	= Nickel am Egkh
Minig arbaiter	= Minig arbaiter
Blannch	= Blänngkl
Cristan an der Gassen	= Cristann an der Gassenn
Georig an der Puech	= Jörg an der Puech
Cristan Peijlhack	= Cristann Peylhagk
Michel Tantzer	= Michel Tanntzer
Peter ijm Holtz	= Peter ijm Holtz
Nicel Scherg	= Nikl Scherg
Linhart Taufner	= Linhartt Taufner
Hanns Schott	= Hanns Tschott
Laser Proll, seiner brueder	= Lasar Proll, sein brueder
Nicel Tüxner	= Nicola Tüxner
Fridel Fux	= Fridl Fuex

---

serva due redazioni parallele, contiene l'elencazione dei fuochi delle nove gastaldie del Perginese. Qui non pubblichiamo se non quelli della ottava gastaldia, comprendente Frassilongo e Roveda.

L'elenco era ritenuto dei primi anni del secolo XV (P. ALESSANDRINI, *Memorie di Pergine e del Perginese*, Borgo, 1890, pag. 38); ma un confronto del documento col codicetto dell'Archivio gastaldiale di Viarago contenente gli atti della regola del quattro e cinquecento, dimostra come l'anagrafe perginese deva riferirsi all'ultimo decennio del secolo XV o al primo del seguente. Più precisamente fra i capi famiglia di Viarago, nel documento di Pergine figura Odorico della Guglielma, laddove dal codicetto di Viarago apprendiamo che nel 1491 viveva ancora il padre suo Nicolò. D'altra parte Giovanni Sonaben (che i documenti di Viarago chiamano pure Caprario), comparisce bensì fra i censiti di Pergine, ma dal codicetto di Viarago apparisce che nel 1501 era già morto. Il nostro documento non può quindi appartenere se non al decennio fra il 1491 e il 1501.

Digitized by Google

Vrban Fux	= Vrban Fuex
Martan Tschott	= Marttein Tschott
Georig Paijer, arbaitter	= Jorg Paier, arbaitter

(PERGINE — *Archivio Municipale, busta IV, n. 1*).

48.

25 agosto 1506.

Delimitazione dei confini della gastaldia di Viarago: incipiendo a * * *, eundo usque ad sumitates pratorum * * *, et veniendo versus villas predictas dictarum duarum gastaldiarum per apices pratorum usque ad Costam longam, et abinde usque ad fedaram que vadit ad arientum et abinde usque ad confinia illorum de Pinedo, et abinde intra usque ad confines illorum montis Paludis et abinde descendendo usque ad flumen Fersine (1).

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pergamene*).

49.

12 maggio 1523.

Die martis duodecimo mensis maii 1523, in burgo Perzini...

Ibidem coram antedicto domino subdelegato comparuit Menegus Imholtz montis Frasilongi, tanquam gastaldus gastaldie Frasilongi et consortum, et pro interesse dicte gastaldie Frasilongi exposuit qualiter ipsi homines gastaldie Frasilongi [habent tres] * * * pontes super flumen Fersine et ad reffectionem eorumdem tenentur ipsi homines soli, per quos pontes ducunt lignamina ad castrum Perzini neccessaria et carbonum ad utilitatem Cessaree maiestatis ad minerias et alias res neccessarias etiam ad iurisdictionem Perzini. Propter quod dicit dictus gastaldus et protestatur, quum ipsi soli homines gastaldie Frasilongi teneantur ad reffectionem dictorum trium pontium, quod non intendit teneri ad reffectionem dicti pontis et strate imperialis et non posse de iure constringi ad tallem reffectionem fiendam, sed ipsos manere iuxta eorum consuetudinem. Et ita dixit et protestatus fuit ut supra.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 3*).

---

(1) Cfr. G. GEROLA. *L' Archivio* cit., pag. 396.

Digitized by Google

50.

9 gennaio 1524.

Sentenza arbitramentale emessa in Pergine il 9 gennaio 1524 presente Matthia filio q. Nicolai Gasparis de Rovereda, tanquam syndaco et procuratore hominum montium Frassilongi et Roverede, *dagli arbitri* Joanes Crivellus, Joannes Spitzer de burgo Perzini, Michael Roat montis Vignole, Joannes Planch montis Frassilongi et Antonius Tauffner montis Roverede, *per questione di confine tra le gastaldie di Frassilongo e di Vignola.*

Visa .... petitione in scriptis formata et producta pro parte dictorum hominum montium Frassilongi et Roverede, in qua in effectu dicebant et proponebant quod de anno 1520 et iam annis uno, duobus, tribus, quatuor, quinque, decem, viginti, triginta, quadraginta, quinquaginta et ultra et citra et per tantum tempus cuius initii hominum memoria in contrarium non existat ipsi homines per se et alios eorum nomine tenuerunt et possiderunt continue pacifice et quiete montem unum existentem in pertinentiis et iurisdictione castri Perzini, infra hos confines circumcirca, ab uno latere versus mane apud confinia hominum Levigi, versus meridiem prata illorum de Vignola et partim apud pratum illorum de Vincigueris, versus sero apud mansus illorum de Falisna, item ab uno latere apud aquam Fersine et divisa ipsorum de Rovereda ....

Et quia inprimis per nos, sequendo viam amicabilis compositionis, terminatum et sententiatum fuit quod a certo loco existente in aqua Rugolorii, ex adverso mansus Jacobi Tauffner montis Roverede, et ab illo ascendendo per vallem seu rivum apud collem nominatum Grobech semper ascendendo per dictam vallem usque ad certas carbonarias (1) ad angulum cuiusdam tagiaditii et ab illis carbonariis per trasversum ascendendo per dossum seu collem Grobechi usque ad certum viacium nominatum la Via del fango de sopra et ab illa via per traversum descendendo supra certum pratum spectans ad suprascriptum Ma-

(1) Più oltre è specificato: " ex adverso prime carbonarie, quasi in calce dicti rivi .... ascendendo ad certam carbonariam illorum de Zottis de Rovereda .... „.

Digitized by Google

thiam q. Gasparis supranominatum .... et ab illo loco usque ad pratum heredum Lazari Brol montis Roverede, et ab inde de supra eundo usque ad aquam Rugolorii et inde ascendendo per quandam vallem magnam usque ad summitatem montis ad locum vocatum Campo Fornas, designantes et declarantes quod a dicta designatione infra versus montem Roverede spectare debeat ad homines montium Frassilongi et Roverede et ab illa designatione supra et ultra versus montem Falisne spectare debeat ad homines burgi Perzini Vignole et Falisne..., prout de tali designatione apparet etiam in actis et rogationibus notarii infrascripti sub die iovis ultima mensis aprilis anno 1523....

Ego Sebastianus Spata filius ser Gasparini Spate, notarii de Thesino, diocesis Feltri habitator in burgo Perzini dictae diocesis publicus imperiali auctoritate notarius....

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 17*).

51.

24 agosto 1533.

Pergine.

Ibi comparuit Paulus Maerchl de Florotio plebis perginensis, tanquam propositus eiusdem totius montis Florotii et comunitatis (1), cum Joanne Cerez, Christophoro Pfeiffer et Georgio Stephani de Palay, utpote eius vicinis et incolis denominati montis, *lamentandosi del contributo che ad essi volevasi imporre in occasione della venuta di certi soldati Cremonesi, ma dichiarandosi disposti a pagare in via del tutto eccezionale 25 fiorini. Giorgio Firmian capitano del castello acconsente.*

(TRENTO — *R. Archivio di Stato, archivio vescovile, capsa 13, n. 41: traduzione del tedesco e copia*).

52.

1553-1554.

Michael Straitbser (*alias* Stratbiser) de Florotio, *era in questione colla gastaldia di Viarago a proposito del diritto di pascolo sui terreni comunali di quella gastaldia, che egli asseriva spettargli*

(1) Il testo tedesco dice: " Probst desselben ganzen Bergs Florotz und gemains „.

Digitized by Google

come possessore di un maso nel monte di Frassilongo, chiamato Pirchoff *o* Crelhoff.

Contro la sentenza emanata il 14 settembre 1553 da speciali arbitri, la gastaldia di Viarago interpose appello.

Lo Straitbiser fece allora citare per Baldasarem Pingel uti gastaldum Florotii, *un certo numero di testimoni, il cui interrogatorio è conservato a parte.*

Del primo di essi, di cui manca il nome, ma che era compater et affinis ipsius Michaelis, *ci resta la deposizione tradotta, naturalmente, in latino, ma verso la fine della quale, a proposito del numero di ottanta capre che lo Straitbiser pretendeva di mantenere e del fieno a ciò necessario, si legge:* Super ultimo examinatus, dixit aliter nescire se non, a tenir ottanta cavi in ordine, ge vol ben fen, sed nescit quantitatem.

Seguono le deposizioni di Jorii Lazes (?) de Frasilongo; *di* Ganzeli Ludbig, *che* per annos octo continuos famulator fuit Dominico im Holz de Frasilongo; *di* Dominicus Bernabe de Frasilongo; *e di* Joannes Mot (?) montis Falisne. *In queste due ricorrono di bel nuovo varie frasi in volgare.*

Nella deposizione di Viti Rodler, *altrove tradotto in* Fait Rodler, *sono nominate le* montanea Kunispergi et montanea Roverede.

Tien dietro la deposizione Joannis Graisel.

Christele Holzer, *che segue, aveva posseduto il maso in questione, ma lo aveva poi venduto a Michele Holzer, che a sua volta lo aveva ceduto allo Straitbizer. Un testimonio della parte avversa ci informa che* dictus Christel habet in uxorem filiam Pauli Marchel, que est neptis dicti Michaelis (*Straitbizer*) in parte sororis sue (1).

Chiudono le testimonianze di Petri Mueser *e di* Jacobi Mueser. *In quella di Pietro, come pure nelle deposizioni del Rodler e del Graisel, si tratta della specificazione di certi* plaustra. *In tutte tre vi si dice analogamente:* .... respondit nil aliud scire

(1) Fra i testimoni che dovevano essere invitati a deporre si nomina pure " Cristelum q. Pauli Marchel „. Si tratta di un errore di nome invece dell'Holzer, causato dalla sua parentela col Marchel? oppure il Marchel è il primo testimonio di cui, essendo mutilo il fascicolo, ci manca il nome?

Digitized by Google

nisi ut supra dixit, salvo quod plaustra que fiunt nominantur vulgariter brozi da monte.

Contro tali testimonianze protestò la gastaldìa di Viarago, introducendo a sua volta altri testimoni: Anzelum Laner (*che al momento della deposizione diventa* Johannes) *e* Simonem in Holz. *Dalla testimonianza del primo stralciamo:*

Scit quod omnes de monte Frasilongi pro eorum mansibus habent libertatem pasculandi super communibus dictorum de Viarago et consortum, prout ipse testis etiam libertatem habet: quam libertatem dictus testis dixit audivisse habere dicti homines de Frasilongo ex quadam emptione per eos factam a dictis de Viarago et consortibus....

Quasi omnes de monte Frasilongi tenent ad plus pecudes et capras 20, preter Planchel, qui plures habet, quia habet, ultra mansum suum, partem mansus Rosat (?)....

Dictus mansus dicti Michaelis (*Straitbizer*) est prior omnibus aliis mansibus existentibus in Frasilongo et faventibus pluvigos integros, et predicta scire, quia est, ut vulgariter dicitur, al reverso del sol.

E da quella di Simone Holz, parimenti:

Nullus est in Frasilongo preter Planchel et Fait Esel qui teneat ultra 15 usque ad 20 pecudes et capras, eo quia predictus Planchel habet plus quam unum mansum et Fait habet etiam satis bonum mansum et habet certa bona ad affictum ab Angelo Spizer....

Dictus mansus est prior omnibus aliis mansibus exitentibus in Frasilongo et, uti vulgariter dicitur, l'è al reverso del sol.

La sentenza fu promulgata a Pergine il 2 agosto 1554, su parere del giureconsulto Francesco dalle Scodelle. Ma contro di essa appellarono sia lo Straitbizer, presentando suo giureconsulto Georgium Hesel montis Frasilongi, *sia la gastaldia di Viarago, indicando come testimoni* Michaele Planchel *e* Anzelo Taufner montis Roverede. *Ma il capitano di Pergine sentenziò in definitiva il 6 settembre seguente:*

.... concordavit iussit remandavit et voluit... quod dictus Michael possit et valeat pasculare super communibus dictarum duarum gastaldiarum (*di Viarago*) cum omnibus bestiaminibus minutis et magnis, que tenere et hiemare potest supra manso suo

Digitized by Google

existente in Frasilongo. Et cum bestiaminibus que tenet supra manso Florotii et aliis suis bonis sive minutis sive magnis non possit pro factionibus dicti mansi et cultura eiusdem ad dictum mansum conducere nec uti.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 5*).

53.

9 maggio 1555.

Nella causa vertente fra le gastaldie di Viarago e di Frassilongo, il 15 maggio 1590, in Pergine, il sindaco di Frassilongo produce il seguente documento, per dimostrare che il maso detto d'Oltra apparteneva alla sua gastaldia.

In Christi nomine, amen.

Anno eiusdem nativitatis millesimo quingentesimo quinquagesimo quinto, indictione tertia decima, die vero iovis nona mensis maii, in burgo Pergini Feltrensis diocesis, in stuba domus habitationis mei notarii infrascripti. Presentibus .... Leonardo filio q. Anzeli Hos de monte Roveredae ....

Urbanus filius q. Lazari Brol dictus Cofler, habitator in monte Florotii .... dedit et vendidit Dominico filio q. Joannis Hos de praedicto monte Roveredae ... unum mansum nominatum el maso d'Oltra ... in pertinentiis Roveredae supra Canezziam ultra Fersinam ..., cui confinat ... a mane et meridie commune, a sero rivus nominatus Rigolor, a septentrione via cummunis dicta via de Rovereda ..., salvo iure dominarum Marzanti de Tridento, quibus solvitur de dicto manso affictum duorum edorum ... Et hoc fuit nominatim pro praetio ... rainensium florenorum auri octuaginta trium ...

Ego Baldassar Cribellus filius q. domini Joannis Cribelli, habitator Pergini, publicus apostolicha et imperiali auctoritatibus notarius...

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 12, pag. 179 e 190 segg.*).

54.

La gastaldia di Viarago salda i suoi debiti con quella di Frassilongo per la porzione del Cirè da essa comperata (1).

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pergamene*).

---

(1) Cfr. G. GEROLA, *L'Archivio* cit., pag. 402.

Digitized by Google

55.

1589-1591.

Il 18 novembre 1589 il regolano di Pergine, su parere del giureconsulto Francesco Particella, occasione denuntiae datae per ser Antonium Puocher de Rovereda Antonio Pintario de Canecia, eo quod incidit ligna in nemoribus communibus, ut asserit, vicinorum Roveredae et Frassilongi in loco dicto Fuxloch, *aveva sentenziato, condanando il Pinter.*

Da privata, la controversia divenne di interesse pubblico. Contro la sentenza appellò la gastaldia di Viarago, in contrasto con quella di Frassilongo, asserendo che la località per cui era stata dichiarata la contravvenzione, detta il maso d'Oltra, apparteneva al territorio di Viarago e non già a quello di Frassilongo, come sostenevano gli avversari.

La questione si protrasse fino al 1591. Ma il fascicolo che contiene gli atti è mutilo, e manca la definizione.

Fra i sindaci di Frassilongo e Roveda di quegli anni 1589 e 1590 si ricordano più volte ser Michael Hessel, Dominicus Sturcer *e* Dominicus Amech; *fra i rappresentanti di Viarago interviene nel 1589* ser Valentino filio ser Andreae de Pinis Floroccii, habitatore Caneciae.

Altri documenti prodotti nel corso della causa sono da noi riportati altrove.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 12*).

Contro la sentenza emessa il 23 luglio 1591, su parere del giureconsulto Gerolamo Pilati, a favore di Viarago, fu interposto appello dallo Sturcer a nome della gastaldia di Frassilongo e Roveda.

(*Ibidem, n. 12 bis*).

56.

13 gennaio 1591.

In Christi nomine, amen.

Anno nativitatis eiusdem millesimo quingentesimo nonagesimo primo, indictione quarta, die decima tertia mensis ianuarii, in burgo Perzini Feltrensis diocesis, in stuba domus habitationis mei infrascripti notarii.

Digitized by Google

Praesentibus Baltassare filio q. Basteli Hos montis Roveredae....

Ibidem personaliter constituti Joannes q. Job Sraibiset, Marcus Gaiger, Gasper Onahner, Dominicus Corn et Dominicus Straibiser, omnes montis Florutii plebis et iurisdictionis Perzini, agentes vice et nomine totius universitatis dicti montis..., fecerunt constituerunt et solemniter ordinaverunt in sindicum procuratorem actorem et certum nuntium ser Laurentium Straibiser dicti loci... in causa et lite quam habent contra reverendum dominum Jacobum Bertholdum plebanum Perzini... occasione primitiarum vel alia quacumque de causa...

Ego Gaspar filius q. egregii domini Pauli Schener, notarius Perzini, de premissis rogatus, scripsi.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 15, pag. 93 segg.*).

57.

13 gennaio 1591.

In Christi nomine, amen.

Anno nativitatis millesimo quingentesimo nonagesimo primo, indictione quarta, die decimatertia mensis ianuarii, in burgo Perzini Feltrensis diocesis, in stuba domus habitationis spectabilis domini Petri Pahler...

Ibidem personaliter constituti Bartholameus filius quondam Nicolai de Dominicis, Dominicus filius Geronymi de Sigismundis, Petrus de Petris castaldus, et Gaspar de Stefanis et alii quam plurimi, omnibus montis Paludis plebis et iurisdictionis Caldonatii, agentes vice et nomine totius universitatis ac cum consensu et voluntate aliorum hominum et vicinorum ipsius universitatis... ordinarunt in eorum procuratorem actorem et certum nuntium ser Gasparem de Sigismundis dicti loci presentem.... in causa et lite quam habent contra reverendum dominum Jacobum Bertholdum plebanum Perzini... occasione premitiarum vel alia quamcuqque de causa...

Ego Gaspar filius q. egregii domini Pauli Lehner notarius Perzini de premissis rogatus scripsi...

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 15, pag 96. segg.*).

Digitized by Google

58.

26 gennaio 1591.

In Christi nomine, amen.

Anno ab eiusdem Domini nativitate millesimo quingentesimo nonagesimo primo, indictione 4, die vero sabbati vigesimo sexta mensis ianuarii, in burgo Perzini, Feltrensis diocesis, districtus Tridentini, in stuba domus habitationis mei notarii infrascripti ....

Ibique personaliter constituti infrascripti homines ac vicini montis Paludis iurisdictionis Caldonatii et plebatus Perzini, videlicet Petrus filius q. Andrea de Peterlis castaldus dicti montis Paludis, Leonardus filius q. Laurentii de Baptistis sindicus fabrice ecclesiae dicti montis Paludis, Jacobus filius q. Adami de Baptistis, Dominicus filius q. Joannis de Baptistis, Antonius filius Joannis Echer paterno nomine, Melchior filius q. Thura de Tureris, Petrus filius q. Georgii Echer, Antonius filius q. Christelli de Peterlis, Christel filius q. dicti Christeli de Peterlis, Joanns filius q. Christeli Pacor, Georgius filius q. Antonii de Georgi, Michael filius q. Christeli Pacor, Gaspar filius q. Leonardi de Lentiis, Georgius filius q. Antonii de Lentiis, Christel filius q. Hieronimi de Dominicis, Bartholomeus eius frater, Gaspar filius q. Vincentii de Stephanis, Christel filius q. Stephani de Stephanis, Michael filius q. Andreae de Peterlis, Baldessar filius Gasparis Thauser, paterno nomine, et Dominicus filius ser Hieronymi de Peterlinis, paterno nomine, omnes isti de monte Paludis praedicto, caeteris absentibus, sed absentes se esse de quicquam (1) partibus quatuor et ultra ominum ac vicinorum dicti montis Paludis .... nominibus propriis ac vice et nomine aliorum vicinorum suorum absentium, qui, ut assertum fuit, non sunt ultra tres aut quattuor ad summam ...., constituerunt creaverunt et solemniter ordinaverunt per hunc praesentem sindicatum in eorum legitimum sindicum procuratorem negotiatorem gestorem actorem et patronum videlicet ser Gasparem filium q. Nicolai de Sigismundis praesenti montis Paludis ibi praesentem et sponte

(1) Evidentemente: quinque.

Digitized by Google

recipientem specialiter et expresse in causa et controversia quam ipsi homines habent seu habere intendunt reverendo domino presbitero Jacobo Bertholdo curato plebis Perzini occasione primitiarum quas ipse reverendus dominus plebanus propter solitam et antiquam consuetudinem petit ab ipsis hominibus et vicinis dicti montis Paludis....

Ego Mattheus filius q. domini Georgii Hoffpergher de Burgo Ausugi, habitator Perzini, publicus imperiali authoritate notarius et iurisdictionis Caldonatii vicarius....

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 15, pag. 106 segg.*).

59.

marzo 1591.

In Christi nomine, amen.

Anno 1591, indictione quarta, die 21 mensis martii, in burgo Perzini, in studio terreno domus habitationis spectabilis et magnifici domini Romuli Canella vicarii Perzini....

. . . . . .

Nomina testium.

. . . . . .

Antonius Pocher montis Roverede
Jacobus Essel montis Frassilongi
Dominicus Bergomensis
Dominicus Filzunser et
Johannes Drigel montis Florotii

. . . . . .

Depositio Dominici Filtzmoser Florotii testis ut supra inducti.

Qui testis ut supra inductus citatus monitus iuratus et examinatus super primo capitulo producto per praedictum reverendum dominum plebanum, dixit tantum scire che da suo ricordo lui testimonio ha pagato alli reverendi piovani de Perzine che de tempo in tempo sono statti un starolo de primitia, che dà mezo staro alla mesura de Perzine, ogni anno.... Super generalibus, dixit esse aetatis annorum 60, confessus et communicatus et habere in bonis valorem florenorum 600 in circa....

Depositio Joannis Prigel Florotii testis ut supra inducti.

Digitized by Google

.... Super primo capitulo dixit che lui testimonio ha pagato per il tempo del suo raccordo un starollo de segalla.... Super secundo capitulo examinatus, dixit saper che gli huomini de Fiorozzo hanno pagato il detto starollo de primitia alli reverendi pievani de Perzine, per tutto l'anno 1590 un starollo de segalla per cadauno maso et non per cadauno fogo. Interrogatus in causa scientiae, respondit saperlo perchè se ha fatto regola tra essi huomini del monte de Fiorozzo et concluso che per ogni maso si debba pagar un starolo de biava.... Super generalibus et circa personam, respondit se confessum et communicatum, aetatis annorum 50 in circa, habere in bonis valorem florenorum 500....

. . . . . .

Depositis Dominici Bergamaschi Florotii testis ut supra inducti....

Dixit tantum scire che lui testimonio del suo maso ha pagato un starol de primitia alli reverendi pievani de Perzine ogni anno et crede anco che i homeni de Fiorozo habbino pagato per ogni mese un starol; ma delli huomini del Palù lui non saper, perchè non è stato presente quando hanno pagato.... Super generalibus recte aetatis annorum 30, confessum et communicatum et habere in bonis valorem florenorum 400....

. . . . . .

Depositio Antonii Purcher montis Roverede testis ut supra inducti....

Dixit tantum scire che lui testimonio sempre ha pagato alli reverendi pievani de Perzine da suo ricordo in sino all'anno 1590 un starol de biava cioè segalla per primitia, et anco li suoi vicini hanno pagato il medemo senza contradittione alcuna.... Super generalibus et circa personam, respondit se confessum et communicatum aetatis annorum 60 in bonis valorem florenorum mille in circa....

. . . . . .

Depositio Jacobi Hessel testis ut supra inducti....

Dixit tantum scire che lui testimonio ha sempre pagato uno starollo de primitia cioè in segalla ogn'anno alli reverendi pievani de Perzen, et quando stava sul suo maso ditto Planchelhoff et anco è stado da per sè per alquanti anni sotto il reverendo

Digitized by Google

pievano passato; ma quello che paghino quelli de Fierozzo e Palù non sapere.... Super generalibus et circa personam, respondit confessum et communicatum aetatis annorum 60, habere in bonis valorem florenorum 600 in circa....

. . . . . .

Anno 1591, indictione quarta, die 29 mensis martii....

Depositio nobilis domini Joannis Mariae de Cerris Perzini....

Dixit tantum se scire che per il tempo che lui è statto pievano, che fu circa anni 10, ha sempre scosso dalli uomini de Fierozzo et de Palù e dalli altri consorti ogn' anno un starollo de segalla senza contraditione alcuna....

Super aliis interrogatoriis respondit: Nel monte de Palù Fiorozzo Rovereda et Vignola sempre han pagato la segalla, ma delli altri luochi de Frassilongo altri dove erano poveri io toleva quello mi davano; et più volte ho misurato il detto starollo, qual fu doi quarte alla mesura de Pergine....

Depositio Joannis Jacobi Fraschette....

Dixit tantum scire che gli huomini de Fiorozzo et Palù et consorti sempre hanno pagato un starollo de biava per fogo de primitie, eccettuando quelli che per la povertà non potevano pagarlo, che davano o una quarta o poco più....

Depositio reverendi patris Vincentii de Ossana....

Dixit tantum scire che per cinque anni proximi passati ha fatto la cura d' anime in Perzine et per questo tempo ha visto li huomini de Fiorozzo et Palù et consorti pagar ogni anno alli reverendi pievani uno starollo de biava per cadauno fogo....

Depositio Nicolai Ognibeni Perzini....

Dixit già anni sette, mentre era mio fratello pievan, steti con lui et doppo anco per trei altri anni io ho aiutato a tuor suso le primitie al ditto mio fratello; in Fierozzo et Palù ho rescosso un starollo de primitia per cadaun fogo, vero è che alcuni la davano et altri le recusavano et l' ultimo anno mi pregarono che mi contentasse de una quarta et che li anni poi seguenti haverebbero poi fatto il debito; et perchè allhora morse mio fratello, non so quello successe.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 14*).

Digitized by Google

60.

1591-1597.

Trento, 23 dicembre 1591. — Istanti Dominico Sturcer (*altra volta detto* Turcer) et spectabili domino Leonardo Columbino notario, sindicis Frassilongi Roveredae et consortum, *Francesco Betta dal Toldo giudice commissario, in contrasto con anteriori sentenze, giudica che la località di cui sotto appartenga alle pertinenze di Frassilongo e Roveda, anzichè di Viarago, ma che a quei di Viarago, per uso antico, spetti il diritto di servirsi di tali* luoghi e coste esistenti sopra il maso detto Oltra, dal rivo del Cotzerither, così chiamato da alcuni testimoni e da quei imminenti sopra i sassi grandi e cengi continui di qua pendenti sopra dette coste e da quelle andando fino al rivo del Rigolor....

Ego Petrus filius q. domini Baptistae Castelli de Trilaco civis et habitator Tridenti....

Traduzione volgare del curato di Viarago.

25 settembre 1597, nelle pertinenze e comune di Rovereda e Frassilongo, subito di là del fiume Fersina e di là della villa di Caneza e sotto al maso dell' Oltra.

Essendosi nella materia di cui sopra pronunciata altra sentenza in data 12 dicembre 1595 del regolano di Pergine, su consiglio del dott. Marco Matteoni di Levico (rogiti dello stesso notaio Alberti), si invita ora il Betta a chiarire il significato della sua sentenza nei riguardi dei confini della località controversa.

In presenza di Domenico Stuizer di Rovereda, *il Betta dichiara* che le parole della sentenza da sua signoria proferite comprendono anche i cengi existentes supra mansum dell' Oltra et procedendo per eosdem recto tramite ad rivum del Rigolor, e perciò non estendersi sopra la via esistente sopra detto maso dell' Oltra, nè da detta strada sopra procedendo verso la sommità del monte sopraeminente nulla si contiene nella detta sua sentenza, ma dalla detta strada di sotto però si contiene ad uso degli uomini di Viarago Caneza e consorti, come si contiene in detta sentenza fino al detto Rigolor....

Ego Federicus filius q. domini Joannis de Albertis Enni vallis Annaniae habitator modo Perzini....

Digitized by Google

Traduzione del curato di Viarago.

Un' ulteriore sentenza del regolano di Pergine, fu data a Canezza il 16 giugno 1604, in presenza dei seguenti interessati:

Christel Hezzel gastaldo di Frassilongo, insieme con Christel Laner giurato, Menego q. Nicolò Hezzel, Bastel Holzer, Stefano Holzer, Menego Amedi, tutti vicini di Frassilongo e Menego Sturzer di Rovereda.

La questione dei confini vi è così regolata:

Ha dichiarato e mandato sii posto li termini ut infra, cioè il primo verso mattino sii posto contiguo alla strada che va in Rovereda per mezzo il maso del Cozzeriter e dal detto termine in qua seguendo pure su per essa strada qual sii per confine sino alla strada che traversa e sasso che si dice la Busa della Bolp, qual Busa della Bolp sii in luogo di termine; e così seguendo per detta strada sempre sino per mezzo al sasso qual si ritrova poco sopra la via .... dove si descenderà abbasso giù per dreto a detto termine sino ad un altro sasso grande.... descendendo ancora giù sino al Ragoltroz ....

Ego Andreas filius egregii domini Horatii Leporini Perzini habitator .... (1).

Traduzione del curato di Viarago.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 24*).

61.

11 aprile 1592.

Il 7 aprile 1592 si presentavano al vescovo di Feltre i due delegati della comunità di Fierozzo, Dominicus Straibitzer de Florotio *e Domenico Cristoforo Hoster di Borgo Valsugana, per consegnargli una supplica contro Jacobo Bertoldi pievano di Pergine. Ed il vescovo incaricava Federico Bettini, pievano di Telve, di recarsi a Pergine per appurare la verità in tale materia.*

La supplica, in italiano, è sottoscritta da Lorenzo Streilbizer, Paulo Semplazer per sè e per nome di tutta la comunità di Fiorozzo.

Segue l' interrogatorio dei testimoni citati dal pievano di

(1) Cfr. G. GEROLA, *L' archivio* cit., pag. 402.

Digitized by Google

Telve, a Pergine l'11 aprile 1592. Le deposizioni vi sono riportate in italiano.

Il primo è Joannes Marchel de Florotio .... inductus per Paulum Semplozer gastaldionem Florotii. *Dice che* la moglie di un Zuane Coffiher de Florotio, *dovette morire senza sacramenti, essendosi il pievano rifiutato di andare o mandare a confessarla e comunicarla; ed eguale rifiuto essere stato dato ad altri malati. Il giorno delle palme tanto il gastaldo Paolo Semplozer quanto il teste furono cacciati di chiesa, a Pergine, in malo modo. Soggiunge che la causa del risentimento del parroco dipendeva dal rifiuto da parte di quei di Fierozzo di fornirgli le primizie. E finalmente accenna a propositi di insubordinazione del parroco contro il vescovo ed alla intenzione che egli avrebbe avuto di denunciarlo al patriarca. Essendo, al pari degli altri testimoni seguenti, analfabeta, firma la propria deposizione con un segno di croce.*

Bartholomeus Molther de Florotio *narra del rifiuto avuto dei sacramenti durante una sua passata malattia. Quindi prosegue:* La domenica passata io pregai esso signor piovano humilmente che mi volesse confessar me et la mia gente et lui mi disse: " Vammi fuori de gl'occhi, che tu sei un selm „ — che è villania delle maggiori che si possa dir fra todeschi. *E riferisce pure avere il parroco mancato di celebrare la messa che era tenuto a celebrare per loro il primo mercoledì dopo Pasqua, in Fierozzo.*

Christanus Ulcer de Frassilongo *racconta come fra il febbraio ed il marzo, trovandosi malata sua sorella, moglie di* Zuan Planchtal (*evidentemente identico col Cofler ricordato di sopra*), *si recasse a S. Orsola, ove il pievano, avendo celebrata la messa, si intratteneva in casa* delli Pintharelli; *ma come egli si fosse ricusato di* venire in Fiorozzo a confessar alcuno nè meno communicare: *per cui la povera donna morì senza sacramenti. E narra pure come il pievano stesso, trovandosi in chiesa di Pergine per un battesimo, cacciasse dal tempio il gastaldo Semplozer.*

Dominicus Hoslher de Florotio *conferma la morte senza sacramenti di* Anna moglie di Zuan Coffiher de Fiorozzo. *Quindi riferisce come il proprio figliuolo Zuane fosse malato ed il parroco non avesse aderito all'invito di venire a sacramentarlo.* Et mentre che detto mio figliolo stava ancor male, mi occorse venire a Perzine et trovai a caso esso signor piovano, il quale mi di-

Digitized by Google

mandò se detto mio figliolo era ancora amalato et io gli dissi: " Signor sì che è amalato „; et esso piovano disse: " Perchè non lo fai confessare et communicare? „, et io gli risposi: " Ho mandato et son venuto a pregarvi che veniate a confessarlo „; et il detto signor piovano rispose: " Chi hai tu mandato? „; et io gli risposi: " Mio compare Christofol casaro „; et esso disse: " Tu hai mandato un asino et io ho un asino rimandato, et sete tutti bestie quanti che voi sete „ ... So che detto signor piovano ha scacciato fuori di chiesa il nostro gastaldo, come se lui fosse stato un cane, et un altro qual ha nome Menego Gorn et Zuanne Marchel ... Occorse che morse Simon dal Pra di Fiorozzo et lo portassimo alla gradella del cimitero della pieve di Perzine, et il detto piovano lo fece star circa tre hore ivi alla gradella et levò esso piovano li zapponi et badilli acciò non potessimo far la fossa da sepellirlo et bisognò che andassero dalli soprastanti della comunità de Perzene .... *Del resto riferisce su fatti già noti, e sopra tutto dà particolari informazioni nei riguardi delle primizie.*

Dominicus Gorn de Florozio *si esprime:* Io son venuto in chiesa per confessarmi et ho ritrovato il capellano, il qual mi disse non potermi confessare perchè lui non sapeva la lingua todesca. Ritrovai poi il piovano, il qual subito che mi viste, mi dimandò: " Che cosa vouoi? „; et io gli risposi: " Io vorria confessarmi „; et lui rispose: " Non ti voglio confessare, vammi fuori di chiesa „. Et sul uscio della sacristia mi volse dar con un pugno et io mi ritirai indrio; et non potendomi dare del pugno, alzò subito un piede et me dette nella schiena et fece tanto che mi cacciò fuori di chiesa dicendomi " Selm „; et quando fui fuori di chiesa et fuori del cimiterio, allhora il prese un bastone et me corse drio con la cotta in dosso et con il bastone in mano; et io non gli dissi altro, havendo sempre rispetto a lui come sacerdote ....

Andreas Boelher de Florozzio *ripete cose note.*

Paulus Multcther de Florozzio *narra ancora l'episodio della moglie di* Zuanne Planchel *morta senza sacramenti ed altri come sopra.*

Viene pure sentito Pietro Heslher, campanaro della parrocchiale di Pergine.

Digitized by Google

Poscia Andreas Marchel de Florozzio *chiude le testimonianze, deponendo al pari degli altri.*

Il processo continua con analoga supplica da parte della comunità di Viarago, e con altri interrogatorî riflettenti anche tali accuse.

E viene finalmente la volta delle giustificazioni del pievano Bertoldi, il quale rende le sue deposizioni in data 5 e 6 giugno.

Ammette esser morta senza comunione la moglie non già di Zuan, ma bensì di Christel Clofer — *dice lui — ; ma spiega esser egli stato chiamato dal di lei fratello in occasione che, reduce dalle confessioni a Palù, si trovava a S. Orsola, dove, avendo già celebrata la messa, non aveva il Santissimo a sua disposizione; ed avendolo invitato a recarsi eventualmente da lui l'indomani, non lo vide più comparire.*

Quanto al sacramento della confessione negato a Giovanni Marchel ed altri, quale rappresaglia per il mancato pagamento delle primizie, egli si scusa osservando che, quantunque esista un decreto di mons. Tomaso Campeggi (vescovo di Feltre nei primi del cinquecento) con cui si negano i sacramenti a chi non paghi le primizie, egli non ha mai applicato tale norma; e spiega la mancata confessione vuoi per il fatto che gli era stata chiesta in tempo di predica, vuoi perchè ne era stato forzato dai suoi parrocchiani di Pergine, i quali avrebbero impedito a quei di Fierozzo di farsi avanti esclamando: " Restate voi in dredo a confessar, perchè non pagate le primizie giustamente sicome pagamo noi „.

Il caso poi della mancata comunione a Bartolomeo Molter è giustificato dalla circostanza che nessuno degli interessati sarebbe venuto ad accompagnarlo a portare il Santissimo.

Nei riguardi del figlio di Domenico Hosler, ripete anche lui: il mio capellano non sapeva todesco; *e tenta giustificare l'accaduto asserendo di essersi trovato quel giorno a Trento. Di fronte alle contestazioni avversarie, che ricordavano le testimonianze delle male parole da lui pronunciate, tenta salvarsi esclamando:* l'interprete che ha transferito in italiano queste parole l'allego sospetto, et io non li ho mai detto che siano bestie et selmi.

A proposito di Menego Gorn e dell'incidente toccatogli, asserva che costui quel giorno era ubriaco, e nega ad ogni modo di

Digitized by Google

averlo percosso. E così pure nega di avere cacciato di chiesa il Semplozer ed il Marchel.

Manca la fine del processo.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 16*).

62.

9 marzo 1595.

Convenzione fra Martino da Palù e Giovanni da Viarago suo genero circa la servitù di una strada al Pedroz (1).

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pergamene*).

63.

26 maggio 1596.

Anno 1596, die 26 maii.

Memoria dell'investitura concessa da Antonio Carnesar luogotenente del vicario minerale ad Angelo Stelzer da Portolo di una miniera di argento ritrovata nel monte di Frassilongo a man destra della strada che porta in Frassilongo chiamata la Busa di san Zuan. Item di due altre miniere, una di argento ed una di rame, in Palù, presso il monte in Ardemol sopra la casara nominate le Buse al Spirito Santo.

Regesto compilato da Baldassare Hippoliti di un documento ora scomparso, n. 63.

(PERGINE — *Archivio municipale, busta IV, n. 246, pag. 6*).

64.

2 luglio 1598.

La gastaldia di Frassilongo, per pagare i debiti incontrati con certi Ebrei al tempo della lite con Viarago, vende per 50 ragnesi a Giovanni Refatti di Viarago un pezzo di terra comunale a Fuxloch (2).

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pergamene*).

---

(1) Cfr. G. GEROLA, *L'Archivio* cit., pag. 403.

(2) Cfr. G. GEROLA, *L'Archivio* cit., pag. 404.

Digitized by Google

NOTA

Faccio seguire da ultimo alcune testimonianze sparse di secondaria importanza.

14 maggio 1401. Trento.

Fra i testimoni: Josio q. Huale Ture de Fraxilongo, Stephano q. Hanrici de Nova Teotonica.

(TRENTO — *R. Archivio di Stato: Archivio vescovile, capsa 64, n. 247*).

***

9 gennaio 1407.

In castro Perzini.

Antonius et Simeon fratres q. Hendrici dicti Casalti de Fraxillongo *rappresentanti della gastaldia di Viarago.*

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pergamene*) (1).

***

Dal volumetto di nomina degli officiali della gastaldia di Viarago:

1423 — Lunardo et Federico de Frasilongo.

1430 — Leonardo de Florotio.

1488 — Janes Moltrer de Frasilongo, pro manso et bona quae habent in Viarago.

1491 — Johanne Multrer de monte Florotio.

1494 — Leonardus filius q. Michaelis de Roveda, habitator Viaragi.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I*).

***

30 agosto 1522. Pergine.

Gerardum Rosatum de Frassilongo, gastaldum gastaldie Frassilongi et Roverede.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 2*).

---

(1) Cfr. G. GEROLA, *L' archivio* cit., pag. 394.

Digitized by Google

***

28 maggio 1531. Pergine.

.... presa informazione da Stefano di Palù, da Giovanni Corn di Fiarosso e da Michele Blandel di Frassilongo, da noi mandati a considerare la qualità di tutti i loro comuni e specialmente la montagna e così quanti bestiami possano pascolare in detta montagna....

(*Traduzione dal latino*).

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 4*).

***

16 marzo 1543. Pergine.

Michael Planchel, gastaldus Roverede et Frassilongi, Joannes ab Iscla gastaldus montis Vignole.

(*Copia del 1661*).

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco II, n. 30, pag. 14*).

***

16 gennaio 1559. Pergine.

Michael Planchel, gastaldus Frassilonghi.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 7*).

***

19 gennaio 1566. Pergine.

.... praesentibus Jobst q. Joannis Straitbisser, Dominico q. Christeli Oberover, ambobus montis Florotii.... et Christelo q. Stephani Inholz montis Frassilonghi....

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 6*).

***

2 marzo 1571. Canezza.

Andreas Faifer de Florotio, habitator Caneziae.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 9*).

Digitized by Google

***

20 gennaio 1590. Viarago.

Petro filio q. Christelli Golzer montis Frassilongi *teste.*

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 15, pag. 16*).

***

7 gennaio 1591.

Gaspar Sigamonte de Palude.

8 gennaio 1591.

Gaspar Zigasmonte de Palude et Laurentius Straimiser de Florotio.

10 gennaio 1591.

Gaspare Zigamonte de Palude et Laurentio Straibizer de Florotio.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 13*)

***

14 gennaio 1591. Trento.

Laurentius Stralizer de Fiaroz et Gasparo Sigemont de Palù, uti sindici suarum communitatum.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 15, pag. 90.*)

***

21 maggio 1593.

Anzel da Fierozzo.

(VIARAGO — *Archivio gastaldiale, pacco I, n. 19*).

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 28 agosto 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929, Tomo LXXXVIII. Parte seconda

FRANCESCO LORENZI e uno dei suoi gioielli d'arte

"IL TRIONFO DELL'AURORA"

nel Palazzo dei Conti Giusti del Giardino in Verona

RAFFAELLO BRENZONI

(presentata dal prof. L. Messedaglia, m. e., nell'ad. ord. 7 luglio 1929)

Nella prima metà dello sfarzoso settecento, quando gli acrobatismi tecnici, le virtuosità e le fantastiche concezioni di quel gigante dell'arte, che fu Giambattista Tiepolo, ricche di figure slanciate a turbine nell'aria, arditissime di scorci e di moti tumultuosi e irruenti rendevano il mondo ammirato e trascinavano all'entusiasmo la larga schiera dei pittori di quel tempo, nei primi decenni del settecento, ripeto, anche gli artisti veronesi rimanevano abbagliati dalla grande luce, che sola, come faro radioso ma isolato, ridonava all'arte decaduta uno sprazzo degli splendori del migliore e del più florido rinascimento. Nel gruppo dei discepoli, che del possente e immaginoso pittore veneziano sentirono tutto il fascino e della sua arte trionfante il tormento e la soggezione imitativa, vive chiaro il nome di un veronese, che, per lo spirito fortemente assimilatore di cui fu dotato, ebbe a lasciarci dipinti che, in parte, sembrano usciti dalle mani del sommo maestro: voglio dire di Francesco Lorenzi.

Nacque egli in un ridente paesello di vecchie e rustiche case raccolte su una verde collina nel cuore della Valpolicella, a Mazzurega, l'anno 1723 da Lorenzo e Francesca Ganascini, e sentì ancor giovanetto agitarsi in sè l'appassionante inclinazione all'arte, portato fors'anco a questa da forza naturale ed atavica: poichè pare, che l'avola sua Elena fosse figlia di Antonio Badile,

Digitized by Google

sposa di Paolo Veronese. Ereditò il nostro un temperamento d'artista, che trasfuse nelle sue opere, mirabili per la tecnica larga, senza pentimenti, e per la tavolozza, dalla quale seppe trarre sfondi ariosi e argentei, morbide e veluttate carni candide o rosee di giovani donne, verdi azzurrognoli di cieli d'apoteosi e di gloria.

Allo spirito ricco di bizzarria e di immaginazione, alla tempra di vero pittore, che della pennellata costruttiva e della aristocratica colorazione conobbe tutti i segreti, associò una profonda cultura, un vivace eclettismo, una versatilità pronta e geniale: scrittore in prosa, facile verseggiatore, spigliato ed arguto dissertatore, trattò con acuta critica delicate questioni d'arte nella Accademia degli Atofili, cui appartenne, come socio, fra i primi, adattando poi il largo corredo delle sue cognizioni agli ardui temi fantastici e mitologici, che seppe narrare pittoricamente con sicura perizia e con tecnicismo abilissimo.

Da Matteo Brida ebbe le prime nozioni, da Gianbattista Tiepolo apprese l'arte di librare nei cieli sconfinati le sue figure piene di vita e di brio, di far roteare sulle nubi argentine e soffici come cuscini di piuma puttini scherzanti e vivacissimi, di slanciare cavalli, uomini e cose nell'aria, al di là delle larghe cornici spezzettate a sagome e a volute da cui s'allontanavano nello spazio le grandiose visioni in un trionfo di luci e di riflessi abbaglianti.

E la sua fama corse largamente: chiamato da ogni parte, fece onore a sè e alla sua patria: specie al Piemonte, in Alessandria e a Casalmonferrato, lasciò mirabili e deliziosi affreschi, che completano la copiosa produzione di centinaia e centinaia di opere, che la critica gli assegna oggidì con ogni certezza.

Francesco Lorenzi, l'innamorato figlio della propria città, che nell'orazione in morte di Gianbettino Cignaroli cantava:

"Ond'è Verona mia d'Italia il fiore„ fu il solo artista veronese formatosi alla scuola del Tiepolo, vissuto spesso al suo fianco in amichevole collaborazione, aiuto prezioso e forse consigliere apprezzato di immagini e di concezioni: — si volle anzi, che egli desse al grande veneziano l'idea atta a rappresentare la grandezza del regno, su cui non tramontava il sole, visione che il maestro doveva dipingere nella grande sala dei

Digitized by Google

Digitized by Google

Re di Spagna; ma l'asserzione non è sostenuta da documentazione, e perciò rigettata da Pompeo Molmenti.

Nei suoi due figli e in Fabio Canal e nel nostro pittore, il grande veneziano ebbe affezionati e fedeli compagni di lavoro, plasmati, col suo genio soggiogatore e travolgente, sulle proprie idealità artistiche e su una colorazione e un tecnicismo corrispondenti, adatti e in tutto servili alle sue forme predilette.

Così l'artefice veronese, dopo aver donato all'arte il frutto della sua ammirabile attività, tessuta di deliziosissimi accordi, di composizioni audaci, piene di vita e di moto, e composta di sensibilità squisitamente dolci, moriva a 64 anni, il 12 Febbraio 1787.

Il gioiello pittorico di Casa Giusti.

Dall'ampio e ricco cornicione grigio del soffitto, fatto di grosse sagome, di mensole, di conchiglie e di fregi dorati, solcato dai primi raggi della luce del giorno, s'innalza in una gioia di note squillanti, in simbolica visione, il trionfo dell'Aurora. (Fig. n. 1).

I due bianchi cavalli, Lampo e Fetonte, con passo lungo e con moto impennato trainano il carro del Sole su cui siede l'aurea Dea, che, forriera di luce, avvolta in largo velo, circondata da un fascione di arcobaleno, apre le porte del giorno; i Genî e le Ore, raffigurate in bellissime giovani donne, seminude e alate, ricoperte di vesti seriche sgargianti di colore, gioconde nella opulenza delle forme e nella voluttà delle membra alabastrine o brunastre, dei petti irti e pulsanti, accasciate su nubi di bambagia, precedono la Dea in una splendida festosità di riflessi, gittando lungo il cammino ghirlande di fiori, che crescono e s'aprono, irrorati dalle gocce della rugiada stillata dagli occhi dell'Aurora: un piccolo genio intanto, librandosi in libero volo, rincorre e fuga con una fiaccola accesa i pipistrelli, che popolano il cielo, simboli della notte. (Fig. n. 2) " Particolare del suffitto „.

Il pittore — poeta non ha esaurito con il plafone centrale lo svolgimento del tema, ma cerca e compone nuove immagini attinenti al fenomeno in otto riquadri delle pareti, leggiadramente incorniciati, che donano alla sala una soavissima musicalità di rapporti e una nota spiccata di aristocrazia e di eleganza di arte.

Digitized by Google

Sopra un fondo lucicante di oro sorge da un lembo di terra una nube su cui è coricata una donna formosa, vestita di larghi drappi di seta e adorna di variopinte ali di farfalla, simboleggiante la Notte. (Fig. n. 3) " La notte „.

E dorme veramente quella figura tutta rilasciata in completo abbandono: non reggono più alla prostrazione del sonno gli amo-

Fig. 2 - Particolare del soffitto

rini, che tengono a stento aperti gli occhi in uno sforzo di sofferenza evidente.

Nel carro dorato, nell' abete stroncato, nella grande nube quasi ritagliata ai bordi, nello svolazzo dei panni e nella forma dei frutti l' affresco ricorda da vicino le forme tiepolesche " nell' Armida che rapisce Rinaldo „. (Fig. n. 4) " Aurora riceve la fiaccola da Diana „.

Nel vicino riquadro l' Aurora dal capo cinto di fiori riceve

Digitized by Google

la fiaccola della luce da Diana, che irradia fasci luminosi, ha i piedi calzati di usattini ed è adagiata su una nivea nube. La freschezza delle carni modellate a sfumature insensibili, la squisita eleganza degli atteggiamenti, il garbo delle pose, la ricchezza

Fig. 3 - La notte

delle vesti damascate e con le pieghe seriche segnate a spezzettamenti, le colorazioni cristalline e scintillanti, tutto dona all'affresco una sontuosità principesca. (Fig. n. 5) " Aurora e il tempo „.

In altro l' Aurora dalle membra mascoline, dal capo cinto di

Digitized by Google

foglie, regge una fiaccola ardente; d'intorno gli amorini sorreggono un'anfora, l'arco e la faretra. Al fianco della Dea sta un vecchio, fatto maestoso di ampie ali, austero di una lunga e

Fig. 4 - Aurora riceve la fiaccola da Diana

fluente barba: tiene egli con la destra la falce e affonda l'altra nel morbido fianco della femmina seminuda.

Potrebbe raffigurare Titone o piuttosto il Tempo.

Forte e maschia figura questa, nella quale l'artista ha trovato la maggior nota di risorsa e che rammenta quella del Saturno

Digitized by Google

tiepolesco di Villa Valmarana di Vicenza. La testa barbuta del vecchio è condotta con tecnica spigliata, abilissima; riassuntiva nella forma di dettaglio, essa è la più interessante della compo-

Fig. 5 - L'Aurora e il Tempo

sizione, che risente, nella linea, del " Tempo che rapisce la Bellezza „ custodito nel Palazzo Willy Blumenthal in Parigi, opera del maestro veneziano.

Nel quarto riquadro il nostro pittore narra il risveglio alla vita, per la benefica azione della luce e del calore: quì la Dea

Digitized by Google

è, secondo la visione omerica, dipinta con un grande velo su la testa, rivoltato indietro, a significare che l' oscurità della notte sta per sparire. (Fig. n. 6).

Fig. 6 - Aurora dirada le tenebre della notte

Nè la fantasia dell' artista si è esaurita, chè egli trova nuovi motivi e nuove idee per le quattro riquadrature lunghe e strette, poste ai lati delle specchiere. (Fig. 7 - 8 - 9 - 10).

Non è sempre facile seguire il pittore nei suoi voli poetici, nelle sue creazioni allegoriche, spesso individuali: ma ciò, che

Digitized by Google

Fig. 7

Fig. 8

Riquadrature a lato delle specchiere

Digitized by Google

Fig. 9

Fig. 10

Riquadrature a lato delle specchiere

Digitized by Google

più interessa è lo spirito agile, il senso fine e abilissimo, con il quale il Lorenzi seppe mirabilmente risolvere il problema dello spazio ristretto, con una eleganza e sapienza assai rare.

Amorini slanciati nell' aria, cavalli opulenti e muscolosi, piante adorne di minutissime e nitide foglie, paesaggi argentei,

Fig. 11 - Amicizia

morbide nubi gonfie tutto forma in queste scene un insieme paradisiaco di colore, di luce, di disegno e di forma.

E l' anima tiepolesca alleggia anche su questi dipinti; nella

Digitized by Google

struttura generale e nei cavalli possenti vi è chiara reminiscenza dei freschi delle sale di Palazzo Labia a Venezia, di quelli di Villa Soderini a Nervesa, e di quelli di Villa Cordellina; nella composizione della caccia si ricorda il paesaggio del " Battesimo di Cristo „ nella Cappella Colleoni in Bergamo; il cavallo scor-

Fig. 12 - Scienza

ciato con sicurezza di tocco rammenta quello dell' " Accompagnamento di zingari „ del museo di Magonza; la minuziosità di segnare ad una ad una le fronde degli alberi riporta alle forme usate dal grande maestro negli affreschi di Villa Valmarana.

Digitized by Google

Degno completamento della sontuosità pittorica di questo ambiente sono le sei raffigurazioni monocrome sopra le porte della splendida sala, dipinte in terra verde e che ricordano assai da vicino le scene chiaroscurate di Palazzo Labia. Il pittore disegna sapientemente queste figure, che tratteggia con squisitezza di forma; crea egli nell' opulenza di una femmina dal capo ricoperto di spighe l' allegoria dell' abbondanza; nella compostezza di una matrona adorna di diadema, armata di lancia, ricca di paludamenti damascati, raffigura la nobiltà; la giovane donna, che reca nella destra il cuore infiammato è simbolo dell' amicizia (fig. n. 11); il vecchio barbuto che tiene sgli trumenti del sapere indica la scienza (fig. n. 12); l' altro recante il ramoscello e ai cui piedi l' anfora si rovescia, lasciando scorrere le monete d'oro, è rappresentativo del merito; la giovinetta dalla testa cinta di alloro nel ritmo soave dell' arpa celebra la sublimità della musica.

Con la sala dei conti Giusti del Giardino, superba di eleganze raffinate e splendida di armoniosi dipinti, di aurei fondi, di stucchi leggeri, il Lorenzi lasciava alla sua città un opera completa e magnifica: varietà di narrazioni, di scene, di tipi, di concezioni poetiche, di simbolismi e di raffigurazioni iconologiche, tutto rivestito di forme leggiadre, di squisite morbidezze, di deliziose e fresche colorazioni.

Poesia di forme accarezzate con profumo di grazia, poesia di colori trasparenti e squillanti, poesia di luci e di riflessi irradiati sulle nudità voluttuose e procaci: questa l' essenza di spiritualità artistica, che emana dalle pareti festose in una sinfonia di note vivaci e soavissime.

A tanta allegrezza di rapporti s' accompagna una tecnica sapiente e piacevole di scorrevoli spessori impressi sul ruvido muro con l' impasto abbondante di una tempera, che sembra fissata con larga e sicura pennellata su tela a grossa tessitura. Nè la ricerca dei mezzi, nè la iridescenza delle luci, che corrono come brividi sulle carni trionfanti, nè l' ardimento di scorci difficili mostrano lo sforzo del pittore, che conosce ogni artificio, disegna con grande maestria, canta con la dolcezza del poeta in tutti i toni e in tutte le melodie chiare e smaglianti. La magnificenza dell' opera circonda di gloria il nome dell' autore, che, sia per il benefico influsso del poderoso veneziano, sia per una

Digitized by Google

genialità tutta propria e per una incantevole sensibilità di colore e di forma, fa onore alla sua patria e spicca luminoso nel settecento veronese.

Malcesine, Febbraio 1929.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 28 agosto 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Gregorio di Tours e Omero

NINO TAMASSIA, m. e.

(*Adunanza ordinaria del 14 aprile 1929*)

In un libro, che tratta di testamenti militari e di divisione della preda bellica, accennai a quel notissimo capitolo dell' *Historia Francorum* di Gregorio, vescovo di Tours, dove sono narrate le vicende del famoso vaso di Soissons. E anche notai le reminiscenze omeriche, che mi parevano evidenti nel racconto (1). Credo che l' argomento sia degno di studio, e lo riprendo ora con maggiore agio.

Premetto però una cauta riserva, per evitare qualche benevolissimo richiamo.

Può darsi che le mie osservazioni sieno tutt' altro che originali. Nei limiti di ogni mia possibile diligenza, ho cercato in tanta mole di scritti che riguardano Gregorio e l' opera sua (2), qualche indizio di un mio remoto o vicino predecessore. Non l' ho trovato; ma questo non significa che non vi sia. Se altri, più di me fortunati, riusciranno a rintracciarlo, bisognerà avere pazienza; e sperare che anche a me sia rimasto qualcosa da dire, e non del tutto inutile. Ovvero: che mi sia passata pel capo un' idea che era giusto che fosse soltanto mia.

(1) *Testamentum militis e diritto germanico*, negli Atti del *R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, anni 1926-1927.

(2) Per avere un'idea della letteratura gregoriana, basterà dare una occhiata al *Dictionnaire d'Archéologie chrétienne et Liturgie*, Paris, 1925; art. *Grégoire de Tours*, VI, p. II, 1711 segg. (Leclercq).

Digitized by Google

Gregorio, dopo avere narrato la vittoria di Clodoveo a Soissons, la fuga, la consegna e la morte del vinto Siagrio (1), così continua:

Eo tempore multae aecclesiae a Chlodoveco exercitu depraedatae sunt, quia erat ille adhuc fanaticis erroribus involutus.

Igitur de quadam eclesia urceum mirae magnitudinis ac pulchritudinis hostes abstulerunt, cum reliqua eclesiastici ministerii ornamenta. Episcopus autem eclesiae illius missus ad regem dirigit, poscens, ut si aliud de sacris vasis recipere non meretur, saltim vel urceum aeclesia sua reciperit. Haec audiens rex, ait nuntio: " Sequere nos usque Sexonas, quia ibi cuncta, que adquisita sunt, dividenda erunt. Cumque mihi vas illud sors dederit, quae papa poscit, adimpleam „. Dehinc adveniens Sexonas, cunctum onus praedae in medio positum, ait rex: " Rogo vos, o fortissimi proeliatores, ut saltim mihi vas istud (hoc enim de urceo supra memorato dicebat) extra partem concidere non abnuatis „. Haec regi dicente, illi quorum erat mens sanior aiunt: " Omnia, gloriose rex, quae cernimus, tua sunt, sed et nos ipsi tuo sumus dominio subiugati. Nunc quod tibi bene placitum viditur facito; nullus enim potestati tuae resistere valet „. Cum haec ita dixissent, unus levis, invidus ac facilis, cum voce magna elevatam bipennem urceo inpulit, dicens: " Nihil inde accipies, nisi quae tibi sors vera largitur „.

Ad haec obstupefactis omnibus, rex iniuriam suam patientiae lenitate coercuit, acceptumque urceum nuntio eclesiastico reddidit, servans abditum sub pectore vulnus. Transacto vero anno, iussit omnem cum armorum apparatu advenire falangam, ostensuram in campo Marcio horum armorum nitorem.

Verum ubi cunctus circuire diliberat, venit ad urcei percussorem; cui ait: " Nullus tam inculta, ut tu, detulit arma; nam neque tibi hasta neque gladius neque securis est utilis „. Et adpraehensam securem eius terrae deiecit. At ille cum paulolum inclinatus fuisset ad colegendum, rex, elevatis manibus, securem suam capite eius defixit. " Sic, inquid, tu Sexonas in urceo illo fecisti „.

---

(1) Di Egidio e Siagrio scrissi nel fasc. II dell'anno III della *Riv. Storica Italiana*.

Digitized by Google

Quo mortuo, reliquos abscedere iubet, magnum sibi per hanc causam timorem stutuens (1).

Questo è il testo del racconto, secondo l' edizione germanica citata; dei codici posti a base del testo stesso, ampiamente discorre l' Arndt (2).

Gregorio, nato non dopo il 539, avrebbe scritto i primi quattro libri della storia dei Franchi verso il 577. In quella basilica di s. Martino, che con indovinatissima espressione, fu detta la *Lourdes* della Francia merovingia, Gregorio era nelle migliori condizioni per udire racconti più o meno leggendari della non tanto remota e sempre viva epopea, di cui principale protagonista era stato il vero creatore della Francia. L' ingegno dello scrittore proclive, pel fervore religioso, a trovare il miracolo anche nel fatto più comune, aveva davanti a sè un periodo storico, memorabile per la Chiesa e per lo Stato, da saziare la sua ardente fantasia. Certo Gregorio nulla trascurò, per avere notizia di ogni fonte, scritta o tradizionale, riguardante il regno di Clodoveo, da cui cominciava un' êra nuova per la Gallia e pel cattolicesimo in questa regione (3).

Dall' onda rigeneratrice del battesimo, che non aveva troppo mutato la truce anima di Clodoveo, sorgeva il re cattolico difensore della Chiesa, fino a lui, soggetta a prìncipi tedeschi di religione ariana. I Romani-cattolici, avevano compreso, con giusta percezione politica, l' incalcolabile valore di questo avvenimento (4). Avito ricordava che nel giorno stesso, in cui il Redentore era nato per la salute del mondo, quel re consacrava l' anima a Dio, la vita ai presenti, la fama ai posteri (5).

---

(1) *Mon. Germ. Hist. SS. merov.*, 1, p. 1, 88-9, ed. ARNDT. *Hist. Franc.*, II, 27. Cfr. GRÉGOIRE DE TOURS, *Hist. des Francs. Texte des mss. de Corbie et de Bruxelles, publ. par* H. OMONT et G. COLLON, *Nouvelle éd. par* R. POUPARDIN; Paris, 1913; II, 18 (27) 58-9. Per i codici gregoriani: *Dictionnaire d' archéologie chrétienne et de liturgie* (Paris, 1925), VI, 2, 1741 sgg. (LECLERCQ).

(2) *SS. merov.*, I, 23 segg.

(3) *Dictionnaire* cit., 1751.

(4) *Dictionnaire* cit., VI, p. 2, 1738 segg., III, p. 2, 2037 segg. Battesimo di Clodoveo (LECLERCQ).

(5) *MGH. SS. antiquiss.*, VI, p. 2, 75-76. AVITI, *Ep. Chlodovecho regi* XLVI (41). *Illustrat tuum quoque orbem claritas sua, et occiduis*

Digitized by Google

Quando la nipote di Clodoveo andava sposa ad Alboino, il vescovo Nicezio le affidava la stessa missione dell' ava, presso il consorte eretico, magnificando l'ingegno del grande re Franco, che, prima di decidersi al mutamento di religione, molto aveva pensato; e dalla sua bene meditata decisione egli aveva tratto immensi vantaggi (1).

In qualche codice del Libro Pontificale Romano, nella vita di papa Ormisda (514-523), si legge che Clodoveo inviò in omaggio a S. Pietro doni preziosi. L'errore cronologico è grave; il dono sarebbe giunto a Roma, dopo la morte di Clodoveo; ovvero l' offerta, che forse veniva dai discendenti del re, fu attribuita a questo, come segno di devota riconoscenza al Principe degli Apostoli, e per la grazia del battesimo, e anche delle vittorie contro gli eretici delle Gallie (2).

Così Belisario dedicava a S. Pietro le *opime spoglie* conquistate nella guerra contro i Vandali, oppressori in Africa degli ortodossi (3); e la conversione al cattolicesimo di Reccaredo re di Spagna, accolta con tanta esultanza da Gregorio Magno, era accompagnata dal consueto omaggio a S. Pietro (4).

Anche Teodorico re d' Italia riconosceva le gesta magnifiche della nazione Franca e del suo re, veramente *torrens*. A questo il principe Ostrogoto, così sollecito della difesa del regno, chiedeva verso Alamanni e Visigoti quella moderazione che non ottenne, se non dopo la clamorosa sconfitta che gl' invincibili Franchi toccarono dalle armi ostrogote, vendicatrici della strage di Vouglé (5).

---

partibus in rege non novi iubaris lumen effulgurat. Cuius splendorem congrua Redemptoris nostri nativitas inchoavit, ut consequenter eo die ad salutem regeneratrix unda vos pareret, quo natum redemptionis suae coeli dominum mundus accepit etc.

(1) *MGH. Ep. merow. et karol. aevi*, I, 120.

(2) *Lib. Pont. Rom.*, ed. Duchesne, I, 271 e 274, n. 36.

(3) *Lib. Pont. Rom.*, I, 226: *Tunc Vilisarius patricius de spolia Wandalorum veniens Romam obtulit b. Petro Apostolo, per manus Vigilii papae, crucem auream cum gemmis* etc.

(4) Greg., I, *Ep.* IX, 228.

(5) Cassiod., *Var.*, II, 41. *Th. rex Luduin regi. Gloriosa quidem vestrae virtutis affinitate gratulamur, qui gentem Francorum prisca aetate residem, feliciter in nova praelia concitastis.* Cfr. III, 4. E anche

Digitized by Google

Gregorio di Tours, come si diceva, raccolse notizie e leggende, in grande abbondanza fiorite intorno al nuovo Costantino, che Dio assisteva in ogni sua lotta, contro i nemici suoi e della Chiesa (1).

Il nocciolo del racconto ha la massima verisimiglianza storica. Frutto della sconfitta di Siagrio e della conquista di Soissons, è il magnifico bottino fatto dai Franchi. Le orde vittoriose cercavano e trovavano, nelle chiese e nei monasteri, vasi, arredi sacri e non sacri, che in quei luoghi naturalmente non mancavano. Di qui le nobili e pericolose fatiche degli ecclesiastici, per riscattare uomini e cose dalle mani dei predatori (2).

L'azione si move intorno al vaso famoso; anche un'altra tragedia narra Gregorio, a proposito di settanta vasi, *quas vulgo orcas vocant*, pieni d'olio, e sottratti dagli uomini dell'arcidiacono Vigilio al *cataplum* di Marsilia (3).

Vediamo ora che cosa poteva essere il vaso, che quel vescovo aveva tanto a cuore di riavere da Clodoveo.

Gli *urcei* sono vasi di bocca più larga del fondo; variano di forma e di misura. Nobile materia e nobilissimo lavoro ne fanno anche cose preziose e vere opere d'arte; e allora presentano motivi ornamentali e iscrizioni, alludenti all'uso cui sono destinati (4).

Leggiadramente anche foggiati a conche, il loro domicilio naturale va cercato nei bagni e nelle terme.

Il battistero cristiano, adorno di marmi, di pitture e di de-

---

più tardi, XI, 1: *Franci... tot barbarorum, victoriis praepotentes... superba natio... qui praecipiti saltu proelia semper gentibus intulerunt.* Per la spedizione gotica in Gallia: L. M. HARTMANN, *Gesch. Italiens im Mittelalter*, Leipzig, 1897, I, 261 segg.

(1) GREG. TUR., *Hist. Franc.*, II, 37. Una colonna di fuoco guida l'esercito Franco. Le mura di Angoulême crollano, come quelle di Gerico, ma senza aiuto di trombe. V. FORTUN., *De virt. s. Hil.*, c. 26.

(2) *MGH. SS. antiquiss.*, VII, 96, 99. ENNOD., *V. Epif.*, cc. 95, 116: *Currunt ad domum ecclesiae. Thesauros cruda barbaries quaerebat.* Gregorio Magno manda un notaio della Chiesa a ricomperare i vasi sacri venduti in Sicilia, dopo l'invasione longobarda: *Ep.* VIII, 26; cfr. IX, 19.

(3) *Hist. Franc.* IV, 43.

(4) Per le Gallie: *Corpus Inscr. Lat.*, XIII, p. III, 86 segg.

Digitized by Google

corazioni artistiche, comprende acquedotti, fontane e terme; e ricorda evidentissimamente la sua origine dal battistero classico.

Era vanto e gloria del vescovo di edificare, o abbellire e restaurare il battistero della propria Chiesa, in modo degno delle tradizioni di questa. Nella costruzione e nella studiata distribuzione delle acque, si dava risalto alla conca battesimale, anch'essa di squisito lavoro, e con iscrizioni che si riferivano alla santità del rito (1).

Il tipo dell'edificio ci è dato del battistero della basilica Costantiniana, descritto nel Libro Pontificale Romano (2).

Forse alcuni vasi antichi rivelavano ancora la loro origine profana, nel luogo sacro dov'erano destinati al lavacro cristiano.

La digressione, non sempre inutile, ci guida all'ipotesi che quel vescovo chiedesse a Clodoveo la restituzione della conca battesimale della sua Chiesa, per la quale egli era pronto a sagrificare tutti gli altri arredi sacri rubati dai Franchi. Se si fosse trattato di qualsiasi altro vaso, anche di notevole valore intrinseco, è poco probabile che un vescovo avesse fatto tanto per riaverlo. Senza la conca battesimale, cui si collegavano spesso tradizioni religiose antiche e venerate, il battistero perdeva, non

---

(1) *Dictionnaire d'archéologie* cit., II, 382 segg. Aggiungo alle copiose citazioni del *Dictionnaire*, l'iscrizione funebre di Damiano vescovo di Pavia (morto nel 710):

> *Fundamenta erecta usque ad fastigia fantur:*
> *Domus episcopia et thermarumque vapores,*
> *ut geminas dilueret cultu proprio sordes,*
> *Corporum per aquas, animae placabilia sacra.*

Troya, *Cod. Dipl. Long.*, III, n. 386 (111). De Rossi, *Inscr. Christ. Urbis Romae*, II, 170 (n. 26). Iscrizioni delle conche ib. II, 28, 68, 98. 135, 147, 150, 151, 240 ecc.

(2) *Lib. Pontif.* cit., I, 192 segg. Costantino alla Basilica, in cui fu battezzato, offre *coronas* III *ex auro purissimo* etc. Per i battisteri gallici: Aviti, *MGH. SS. antiquiss.*, VI, p. II, 124-6. Ib. *Vita Aviti ib.*, 180-1. Sidon., *Mon.* cit. *SS. antiquiss.*, VIII, 66. Venanti Fort., *SS. antiquiss.*, IV, 40. Cfr. Ennod., *SS. antiquiss.*, VII, 157. Greg. Tur. *Hist. Franc.* X, 31 (*SS. cit.* I, 445): *Baptisterium ad ipsam Basilicam aedificare praecepi etc. - in illo priore baptisterio S. Benigni mart. pignora collocavi.*

Digitized by Google

solo il suo maggiore ornamento, ma l' oggetto più importante per la funzione che in esso si compiva.

Forse la bellezza della conca, accessibile al senso estetico dei Barbari, o meglio ancora il suo valore reale, potrebbe avere indótto i soldati di Clodoveo a trascinare con sè il vaso col resto del bottino, per poi venderlo a loro agio, a tempo e luogo opportuni.

Può sembrare strano che un vescovo, quale era lo storico dei Franchi (o la tradizione ch' egli raccolse) non abbia chiamato col suo vero nome l' *urceus*; ma c' è anche qui la spiegazione. Il vaso che, come conca battesimale, conteneva acqua benedetta ed era consacrato insieme con l' edificio, in cui si trovava, una volta profanato dai pagani, e tolto di là, non era più che un *urceus*, bello fin che si vuole, ma senza quel carattere sacro, che avrebbe riacquistato soltanto con la nuova consacrazione, restituito che fosse alla Chiesa (1). Chi a questa appartiene, e ne conosce le leggi, anche nel linguaggio comune, conserva la precisione tecnica delle espressioni. Del resto, dell' *urceus* è proprio indicato, nel racconto, la sua antica destinazione sacra dalle parole: *ut si aliud de sacris vasis recipere non meretur, saltem vel urceum ecclesia... reciperet.* Così il vescovo avrebbe sacrificato " tutti i vasi sacri „ ad uno " non sacro „, ma che tale doveva tornare. Clodoveo al nuncio episcopale, che gli fa domanda di restituzione, benevolmente risponde di seguirlo a Soissons, in cui era raccolto tutto il bottino di guerra, pronto per la divisione, e promette formalmente:

" CUM MIHI VAS ILLUD SORS DEDERIT, QUAE PAPA POSCIT ADIMPLEAM „.

Non sembra che Clodoveo, con queste parole, si dimostri molto generoso; soltanto se l' avrà in sorte, egli restituirà l'orcio, altrimenti no. Come se il tesoro regio non avesse di che riscattare l' oggetto dalle mani di qualunque Franco, a cui fosse, per sorte, pervenuto. In altri termini, il re non promette, nè si ob-

(1) Gli ortodossissimi non volevano che le chiese cattoliche riavessero nemmeno i vasi sacri profanati dagli eretici: AVITI, *Ep.* I, 7; l. c. 38.

Digitized by Google

bliga, se non per l' eventualità di un sorteggio a lui favorevole.

Tuttavia col solito " *pensarci su* „, si troverebbe la ragione della poco splendida promessa regia.

Anche i Cristiani credono che, per mezzo della sorte, si manifesti la volontà divina; e per questa ragione, essi vi ricorrono nè più nè meno degli uomini di altra fede (1).

Il vaso doveva tornare alla Chiesa, per volere di Dio, e per mezzo di Clodoveo, che indirettamente acquistava così benemerenze speciali. Presto egli si sarebbe accostato al *lavacro* che l' avrebbe redento dalla vecchia lebbra, e premiato con molte vittorie. Se il re avesse promesso di consegnare, ad ogni modo, il vaso, sarebbe mancata una chiara designazione del volere di Dio, per la preparazione del battesimo del re, che doveva celebrarsi più tardi.

E questo forse è il motivo per cui nelle narrazioni posteriori a Gregorio, il vaso sarebbe appartenuto alla Chiesa di Reims, della quale essendo vescovo s. Remigio, questi logicamente doveva farne la richiesta, e poi battezzare Clodoveo (2).

Nel racconto, avviene un mutamento improvviso di scena. Clodoveo, davanti a' suoi guerrieri, raccolti per l'assegnazione della preda, cambia linguaggio e pretende il vaso *extra partem*, cioè per dirla omericamente, che gli sia riconosciuto il vaso come ἐξαίρετον γέρας, cioè a lui assegnato, senza pregiudizio di quanto gli perverrà di sua parte, nella divisione del bottino (3).

---

(1) *Act. Apost.*, I, 26. Il libro delle sorti nell'età imperiale, come è notissimo, è l'Eneide: I. CAPIT., *V. Cl. Alb.*, c. 5; AEL. *Lampr. V. Alex. Sev.*, cc. 5, 14.

(2) FREDEG. *Chr.*, VI, 16. HINCM., *V. Remigii*, c. 11: *MGH. SS. merov.*, III, 292-3. Nicezio (*Mon. Germ. Hist. Ep.* III, 120) non dice che Clodoveo fu battezzato a Tours, ma che il re *humilis ad domni Martini limina cecidit et baptizari se sine mora promisit.* Il re era legato a S. Martino solo dalla sua promessa, che poteva compiersi in qualunque battistero. Trattandosi del suo s. Martino, se la tradizione di quel solennissimo battesimo ci fosse stata, è sicuro che il nostro Gregorio l'avrebbe raccolta.

(3) Si veda R. J. CUNLIFF, *A Lexicon of the homerie dialect* (Glasgow and Bombay, 1924) per le parole γέρας, κλῆρος, ἐξαίρετον(γέρας). VIRG. AEN., IX, 268 segg. *Excipiam sorti, iam nunc tua praemia, Nise.*

Digitized by Google

Un soldato però si oppone al consenso di coloro *quorum erat pars sanior*, cioè evidentemente della quasi unanimità dell'esercito, dispostissima a contentare il re (1), che, come si sa, ha un diritto superiore a tutti, per certe prede eccezionalmente importanti.

Di fronte alla *pars sanior*, si leva dunque un soldato *levis, invidus, facilis* (sono gli epiteti che, nel secolo sesto, erano benevolmente rivolti a chi apparteneva alla minoranza). Quanto umile è la voce della maggioranza, altrettanto fiere sono le parole e violento il gesto dell'oppositore: *cum voce magna, elevatam bipennem, urceo impulit, dicens. Nihil hinc accipies, nisi quae tibi sors vera largitur.*

Il re, come Giunone, cela lo sdegno, *acceptumque urceum nuntio ecclesiastico reddidit*; ma si vendica poi ferocemente, come è detto nel resto del capitolo.

Il soldato, che "*impulit*„ con la bipenne il vaso, aveva forse l'intenzione di mandarlo in pezzi, perchè il re ne ricevesse quel che gli spettava, cioè un frammento? Tanti pezzi, quanti i soldati che avevano diritto al vaso? Certo un colpo di bipenne non era una carezza, per un oggetto di così delicata fragilità (2). Probabilmente, il soldato volle fare soltanto un atto di dispettosa ribellione ai compagni e al re, con quel colpo di francisca. Il gesto, direbbe un illustre futurista, sottolinea la parola. Non altro.

Fredegario, o, per dir meglio, l'autore della cronaca che va sotto questo nome (fra il 643 e il 658, nè più nè meno (3)) pur risalendo all'archetipo gregoriano, ne piega il testo verso la già notata tendenza. Perchè l'*urceus magnus* sarebbe stato rubato alla Chiesa di Reims *cum reliqua ministeria,* conseguentemente

---

(1) Della *maior et sanior pars*, discorre benissimo E. Ruffini Avondo, nel suo libro: *Il principio maggioritario*, Torino, 1927, 30 segg. Sull'origine canonica della frase, più antica di quanto si crede, non mi pare possibile dubbio alcuno. Simmaco, ep. V. 20 MGH. 92 dice a proposito di una deliberazione, *pars melior*.

(2) *Impellere* significa anche colpire, ferire: Claud., *De raptu Proserp.*, II, 376 segg.... *tremantes viribus impellit.*

(3) B. Krusch, in *Neues Arch. der Gesellsch. f. ält. deutsche Geschichtchtsk.* VII, 249 segg., 423 segg.

Digitized by Google

è s. Remigio che ne chiede al re la restituzione (1). Clodoveo invita il vescovo a mandare *nuncium usque Sexonas*, dove il bottino era stato trasportato per la divisione. *Si mihi* (dice il re) *illud sors dederit, petitionem tuam implebo.* Anche, secondo Fredegario, il re prega l'esercito che quel famoso vaso gli sia concesso *extra partem.* Avviene la solita scena. Il re tutto sopporta con pazienza. Ma Fredegario aggiunge: *sortem positam, acceptum urceum b. Remedio transmisit.* Ecco qui un mutamento nel racconto, perchè il re si assoggetterebbe al sorteggio (*sorte posita*).

Fredegario pare che voglia dire che il re cedette alla dura richiesta del soldato; ma la sorte gli fu favorevole.

Nel testo gregoriano, ambigua è la frase *acceptumque urceum, nuncio ecclesiastico reddidit:* tanto essa può significare che il re ricevette il vaso in seguito al sorteggio; quanto direttamente e senza sorteggio, *extra partem*, dall'esercito, non ostante la fiera protesta del soldato. Nel racconto di Fredegario, ripeto, sarebbe la sorte propizia che diede al re il vaso (*sortem positam — acceptum urceum*).

Perchè Clodoveo, dopo aver promesso di restituire il vaso, se gli perverrà in sorte, come si osservava, lo vuole poi *extra partem*? È una maggiore coscienza di re che così reclama il vaso? Riterrei che il racconto obbedisca a due principii diversi e in contraddizione fra loro; e piegandosi la narrazione all'uno o all'altro, vengono fuori due versioni.

---

(1) Non discuto l'opinione di quelli che ammettono la probabilità dell'intervento di s. Remigio; Clodoveo nelle sue continue lotte coi Romani, coi Goti, e con gli stessi Barbari, ebbe certo relazioni con molti vescovi ortodossi, anche prima del battesimo: e non era necessario in lui un acume straordinario, per iniziare con molta mitezza i suoi rapporti con l'episcopato cattolico. Cfr. WAITZ, *Deutsche Verfassungsgesch.* (III ed., II, p. I, 49 e segg.). Il primo documento della collezione del PERTZ (*Diplom. regum I*) è una goffa falsificazione. Clodoveo scrive al *senex* Euspicio e al nipote Massimino.

Nel *Liber Hist. Franc.* (*MGH. SS. merov.*, II, 351-2, c. 10) si riproduce il cap. di Gregorio, ma non si parla di s. Remigio; il vaso sarebbe stato rubato *de quadam ecclesia*, il cui vescovo ne avrebbe poi chiesta la restituzione. Il *Liber H. Fr.* forse è del primo trentennio del secolo VIII. Incmaro, invece, è ovvio che non dimentichi Remigio nella narrazione, ed a lui attribuisca il merito della richiesta e della restituzione dell'oggetto predato (*SS. merov.*, III, 992-3, c. 11).

Digitized by Google

Col sorteggio, si è già veduto che si dava modo alla volontà divina di manifestarsi a favore del re, pel futuro battesimo di questo. Evitando il sorteggio, si rende invece omaggio al re e si evita anche una nuova profanazione. Una cosa che fu sacra non può essere di nuovo profanata da una *missio sortis;* il re deve pretenderla per sè unicamente (1).

Quando noi pensiamo al carattere " ecclesiastico „ della narrazione, in cui si cita perfino la *pars maior et sanior*, non ci meraviglieremo di questi riflessi dottrinari, che evidentemente conducevano a notevoli varianti, e diremmo noi giuristi, ad antinomiche esposizioni dei fatti. Ma anche questo è un indizio dell'esistenza di tradizioni nell'insieme concordi, ma nelle speciali circostanze un poco divergenti.

Il capitolo gregoriano è dagli storici citatissimo, come prova della *ripartizione a sorte* del bottino di guerra, anche negli eserciti germanici. Anzi il vecchio *thiudans* tedesco è volentieri accostato al βασιλεύς dell'età omerica, per i suoi diritti e doveri, in questa importante materia della distribuzione della preda bellica (2).

Il sorteggio delle porzioni di questa è un ottimo mezzo, per evitare liti, nell'assegnazione di ciò che spetta ad ogni soldato. Così accadeva fra gli eroi omerici, che, come soci di un'impresa guerresca, salvo la parte leonina del capo, non potevano trovare sistema migliore di ripartirne gli utili che ricorrendo alla sorte.

---

(1) *Psalm.*, XXI, 19; *Matth.*, XXVII, 35: *Super vestem meam miserunt sortem.* E i *bona damnatorum* sono quasi equiparati a prede belliche: *Dig.* XLVIII, 20,2.

(2) J. GRIMM, *Deutsche Rechtsalterth.*, IV ed. I, 363-4; WAITZ, *Deutsche Verfassungsgesch.*, III, ed. II, p. 2; 294. BRUNNER, *Deutsche Rechtsgesch.*, II ed. I, 304. R. PETERSDORFF, *Germanen und Griechen* Wiesbaden 1902, 83. Il quale ultimo scrittore osserva che il re omerico non può disporre liberamente della preda bellica, ma deve, nella divisione, tener conto degli υἷες Ἀχαιῶν, salvo sempre il suo γέρας speciale e regale. Cose vecchie parecchio, ma che è bene qui ricordare. Achille continuamente si lagna che solo a lui Agamennone abbia osato rapire il γέρας che gli era stato assegnato. *Iliad.* I, 123, 135, 166; IX, 335; XVI, 56; XVIII, 444-446. Codesto rancore implacabile è il *motivo* principale di tutto il poema.

Digitized by Google

E così si fa anche oggi tra coeredi, anelanti sempre alla fortuna lasciata dal morto.

Nell' età imperiale, non ostante la sentenza del maestro del giovane Massimino, i soldati, e c'erano precedenti nell'istesso esercito repubblicano, ciò che prendevano si tenevano, a dispetto della legge e di chi voleva farla osservare, senza poi rinunciare a ripartizioni di quanto restava in comune della preda (1).

Era difficile, non ostante l' inflessibile disciplina e le più atroci pene, che i militi si rassegnassero all' idea che il bottino era tutto di pertinenza pubblica e non dei soldati: tanto è vero, poi, che col solito andare dei tempi, gli stessi imperatori promettevano e distribuivano all' esercito le ricchezze tolte ai nemici (2).

S. Isidoro riconosce appartenere al diritto militare, *predae decisio, et pro personarum qualitatibus et laboribus, iusta divisio, ac principis portio* (3). Ma tutto questo non esclude il sorteggio.

Si legge, nella vita di Probo imperatore, che egli sempre si contentava, come parte sua del bottino, delle sole armi nemiche; non volle nemmeno un bellissimo cavallo preso agli Alani, e comandò che, pel sorteggio dell'animale, escluso il suo nome, fossero messi in un'urna quelli di ogni soldato, *ut aliquis eum, sorte ductus, acciperet.*

Per quattro volte, sortirono omonimi di Probo; e dovette allora l'imperatore cedere al desiderio dell' esercito e non respingere il dono della sorte (4).

Anche qui il racconto vorrebbe significarci (e si è detto e ridetto) che le prede di carattere speciale, e di un certo valore, senz'altro, erano assegnate al capo dell' esercito, e non si vendevano per distribuire poi il prezzo ricavato ai soldati.

Nell'ultimo periodo romano, quando venne meno ogni di-

(1) *Dig.* XLVIII, 13, 15 (13) [*Modestinus*]. *Is qui praedam ab hostibus subripuit, lege peculatus tenetur, et in quadruplum damnatur.*

(2) J. MARQUARDT, *Manuel des antiquités rom.* (trad. *Vigier*) X *Organisation financière*, 358 segg. A. MARCELL., XXIV, 3, 3: Giuliano all'esercito: *En... Persae circumfluentes; rerum omnium copiis ditare vos poterit opimitas gentis*, etc. E già prima: AEL. LAMPR., *V. Alex.* cc. 50, 51. AEL. SPART., *V. P. Nigri*, c. 10. FL. VOPISC., *V. Aurel.*, c. 7.

(3) *Etym.*, V, 7, 2.

(4) FLAV. VOPISC., *V. Probi*, c. 8.

Digitized by Google

sciplina fra quei barbari penetrati nei *numeri* dell'esercito, forse non sempre s'imaginerebbe una moltitudine armata, dedita alle rapine, in attesa tranquilla dell'esito dell'estrazione a sorte, come oggi buoni amici stanno intorno ad una placida *tombola*. Ma pure tali tradizioni militari, che rafforzavano quelle nazionali, continuavano fra i Tedeschi.

La preda bellica era proprietà dell'esercito, tolta la parte regia; e il bottino, nel primo momento di quiete, era ripartito " *sorte* „.

È ancora il nostro Gregorio, che ci viene in aiuto con l'opuscolo suo *de virtutibus s. Iuliani* (1).

Alcuni Borgognoni circondano Broude, in cui sorgeva la basilica miracolosa di s. Giuliano, e ne saccheggiano il tesoro: *direpto sacrosancto ministerio, ultra amnem transeunt, et viros gladio interficere, reliquum vulgus* SORTE *dividere parant.* Un certo Illidio, avvertito dal volo di una colomba, con una schiera di prodi accorre; irrompe sui Borgognoni, li stermina e libera i prigionieri.

Quattro di essi però (dovevano essere i capi dell'impresa) riescono a fuggire e *patenam et urceum, qui anax (?) dicitur, in patriam deferunt, et divisam in tantis ut erant partibus patenam, urceum ob gratiam regi Gundebado exhibent conquirendam.* Perchè anche quest'orcio era proprio un oggetto degno del re (2).

Si osserverà che qui abbiamo non un'operazione bellica, ma una vera impresa brigantesca: per quei tempi, in cui ogni soldato era un brigante, come si fa a distinguere una banda di ladroni da una " scara „ di soldati? La *scara* è fatta necessariamente di *scherani.*

Ritorniamo al nostro capitolo gregoriano. Prendiamo la narrazione, così come è fatta dal vescovo di Tours, senza preoccuparci per ora, se sia roba sua, o d'altri e riferita da lui.

---

(1) *MGH. SS. merov.*. I, p. 2, 567-8, cc. 7, 8. Anche qui l'oggetto prezioso è diviso in tante parti, quanti sono i predatori. E questo fatto spiegherebbe, come già si è notato, il senso delle parole dell'*invidus* guerriero, che si ribella alla decisione dell'esercito, a favore di Clodoveo.

(2) Come omaggio al re, benchè assente da quella spedizione. Anche Teodorico offre a Clotario *discum magnum argenteum* PRO GRATIA, ma, in realtà, per trarlo in inganno. GREG., *Hist.*, III, 7.

Digitized by Google

E dopo una sbirciatina alla figura del re, che nel racconto campeggia, tentiamo di sorprendere, nel movimento della scena una fondamentale reminiscenza classica, che, per così dire, s' insinua nella trama semplice del racconto, per una curiosa analogia della " situazione „.

Clodoveo non è più, nell'atteggiamento suo, il re popolare della gente Franca. Le vittorie su Romani e barbari, i rapporti coi provinciali e con l' impero, la dignità consolare, e infine la dottrina mosaica e cristiana, ne hanno ormai fatto il principe che per grazia di Dio regna e comanda (1).

L'assolutismo regio è chiaramente espresso nella dichiarazione umilissima dell'esercito Franco: *omnia... quae cernis tua sunt, sed et nos ipsi tuo sumus dominio subiugati... Quod tibi bene placitum videtur facito, nullus enim potestati tuae resistere valet.*

Dunque siamo già al postulato dispotico: *quod principi placuit legis habet vigorem.* E il soldato ribelle si ruppe, o gli fu rotta, la testa, cozzando contro questo inflessibile principio.

Certo nel racconto vi è la solita anticipazione di fatti e di conseguenze, molto frequente nella storiografia ingenua o non ingenua. Pel senso popolare, è quasi impossibile che chi sarà famoso da uomo fatto, non sia anche da bimbo, qualcosa di diverso dai fanciulli non destinati alla celebrità. Tutte le nostre deduzioni e conclusioni hanno, per presupposto continuo, questa considerazione poco peregrina, ma di grande valore.

Qui sta tutto il merito dei profeti del giorno dopo.

Lasciamo la storia di Gregorio per l' Iliade. Che s' inizia narrando la causa dell' ira del Pelide Achille. Ci si permetta adesso una profanazione, giustificata dalla necessità dei confronti. Riassumiamo i primi versi del primo libro del poema.

" Crise, sacerdote d'Apollo, viene, trepido, nel campo greco " per chiedere ad Agamennone la restituzione della figlia Criseide, " offrendone il relativo riscatto. E fa un commovente discorso " agli Achei, richiamandoli al rispetto del nume lunge-saettante, " di cui egli è sacerdote e protetto.

---

(1) *I Reg.*, VIII, 11 segg., X, 1 segg. PAUL. *ad Rom.*, XIII, 1. Il re Chindasvindo modestamente dice: *Divini principatus quodammodo peragimus vicem: L. Vis.*, IV, 2, 19. v. SYBEL, *Entstehung des deutsch. Königthums* (II ed.), 351 segg.

Digitized by Google

" Tutti i Greci consentono alla domanda di Crise. Tutti, " meno il re Agamennone, che con male parole caccia via il pa- " dre implorante. Vendetta di Apollo e peste fra gli Achei. Achille " induce Calcante, l'augure sapiente, a palesare la ragione del- " l'ira del Dio. E la risposta è questa: il Dio è irato per la " negata restituzione di Criseide, e per le ingiurie di Agamennone " a Crise. Si plachi Apollo con un' ecatombe e si restituisca la " figlia al padre. Agamennone si rassegna a consegnare la bella " prigioniera al sacerdote, a patto però che i Greci si preparino " subito a compensarlo di tanta perdita. Lui, il re, resterebbe " unico nell' esercito, senza la sua *sorte*, cioè la sua parte del " bottino di guerra.

" Achille non risparmia al re gloriosissimo e avarissimo " sanguinosi sarcasmi. I Greci faranno il loro dovere verso il re; " ma però tutti sanno che ora non c' è preda di guerra indivisa. " Non è lecito rimettere in comune ogni cosa, per rifare nuove " ripartizioni. Il compenso, e grande, non mancherà ad Agamen- " none nei futuri acquisti. Agamennone non si contenta di pro- " messe, e intanto si compenserà del danno a spese di Achille: " restituirà Criseide per placare il Dio, e si prenderà Briseide, " bella " *sorte* „ di Achille. Così questi si accorgerà che Agamen- " none è più forte di tutti; e ciascuno temerà di dirsi eguale e " di paragonarsi con lui „.

La trama storica non manca nemmeno qui: la ripartizione della preda bellica, e le sue conseguenze sono il solito fomite di liti sanguinose.

E poichè siamo in alta poesia, diciamo noi pure che gli antichissimi nostri progenitori erano sempre

sulle spoglie del vinto orso, rissosi.

Verso bellissimo e storicissimo, anche quando si tratta di altre spoglie che orsi non siano.

Se noi guardiamo a tutto quello che si svolge nei due campi, il greco e il franco, credo che non ci possano sfuggire, *mutatis mutandis*, impressionanti analogie, non certo accidentali.

Un sacerdote greco e un vescovo cristiano chiedono al re, capo dell' esercito, la restituzione, l'uno della figlia prigioniera; l'altro di una cosa che fu sacra, in nome dei rispettivi numi. La

Digitized by Google

prigioniera è già γέρας di Agamennone; il vaso è chiesto dal re al popolo ἐξαίρετον.

I due eserciti accolgono la preghiera dei due sacerdoti: sono tutti concordi nel concedere la restituzione di quanto si domanda; all'offerta del prezzo di riscatto di Criseide, corrisponde la rinuncia del vescovo ad ogni altra cosa predata, come compenso per quella restituita.

All' unanime consenso dei soldati, si oppone, dall'una parte il re Agamennone, che con male parole scaccia Crise; e dall'altra il Franco *levis*, *invidus* che fieramente con la voce e col gesto, protesta contro la pretesa del re. Nessuno dei due vuol perdere il proprio γέρας, o la probabilità di avere, per sorte, la sua parte dell'oggetto che si chiede pel sacerdote.

La punizione divina non tarda: la peste fa strage degli Achei, che non seppero resistere al re; e un colpo di francisca attende il soldato Franco ribelle, che doveva conoscere le parole di Calcante:

Quando il potente col minor s' adira
Reprime sì, del suo rancor la vampa,
Per alcun tempo, ma nel cor la cova
Finchè prorompa alla vendetta....

E non fidarsi dell' apparente pazienza del *torrens* Clodoveo (1).

Anche l' impetuoso Achille si leva contro il re, dimenticando il mónito di Nestore: qualunque siano i meriti del Pelide, questi deve rispettare in Agamennone il re, che non ha uguale nell' esercito, e a cui Giove concede scettro e gloria.

Achille ribelle è punito con la perdita di Briseide, violentemente a lui tolta dai messi del re, perchè così questi sia compensato dalla restituzione dell' altro γέρας; e anche grida Agamennone allo stesso Achille:

.... onde t' avvegga
Quanto io t' avanzo di possanza, e quindi
Altri meco uguagliarsi e cozzar tema.

Il soldato aveva colpito con la bipenne il vaso, che pare non si fosse rotto; il re, con un po' più di energia, *securem suam capite*

(1) Gregorio ripete la frase virgiliana: *Servans sub pectore vulnus* (*Aen.*, I, 36)che corrisponde alle parole dell'Iliade, I, 80.

Digitized by Google

eius defixit; sic, inquid, tu Sexonas in urceo illo fecisti. Ecco un talione esacerbato; ma continuiamo. *Quo mortuo* (cioè il soldato) *reliquos (rex) abscedere iubet, magnum sibi per hanc causam timorem statuens.* Clodoveo, voleva essere temuto come il suo antico collega di corona. Pare che i due re poco ci tenessero al carattere popolare del loro potere, quando c'era questione, o pretesto, di un *ius militare*, che allora è difficile pensare separato ammodo dal *civile*. E ancora: φάλαγγα e πρόμαχοι (*praeliatores*) non sono voci omeriche?

Nei due racconti, vi sono però divergenze; ma queste, per un altro verso, potrebbero dimostrare la derivazione del testo franco da quello omerico.

Achille afferma che non v'è più bottino indiviso, di cui si possa disporre per compensare il re della perdita di Criseide; Clodoveo, invece, dice al messo vescovile: vieni con noi a Soissons, *quia ibi cuncta quae adquisita sunt dividenda erunt*; era necessaria una "*situazione*„ diversa perchè potesse, tra i Franchi, aver luogo il sorteggio.

Il soldato Franco, fino ad un certo punto, fa la parte del re Agamennone, perchè avarissimi tutt'e due; ma poi il βασιλεύς greco si vendica di Achille più generoso di lui, ma protervo come il guerriero Salico. *Conclusione comune e finale: il rifiuto di cedere alle preghiere sacerdotali è un sacrilegio, che è punito con la peste e con quel colpo regale di francisca.*

Anche facendo buon viso a queste comparazioni del capitolo gregoriano col racconto omerico, sorgono problemi che è difficile risolvere, ma però di facile esposizione.

Il primo quesito riguarda un punto principale. Gregorio potrebbe essere proprio lui, che ha intessuto fregi al vero, prendendoli da Omero? La sua cultura e la sua fantasia artistica erano tali da consentirgli un simile lavoro? O, invece, udì bell'è composta la narrazione, o la lesse in uno dei tanti scritti ispirati dal grandissimo avvenimento del battesimo di Clodoveo? Non bastano tutti questi punti interrogativi. E bisogna fare i conti con quelli che saltano su, a proposito della fortuna dell'ellenismo in Occidente, e in modo speciale di Omero (1).

(1) V. LEUTSCH, in *Philologos*, XII, 366 segg. G. ROSSI, *Scritti in*

Digitized by Google

L' invasione temeraria dei campi altrui, da parte di un incompetente non sarebbe perdonabile: tollerabili spero che siano però alcune rapidissime osservazioni, che, in un certo momento, sono sorrette dall' intervento provvido di un competente amico, Federico Ageno, che qui ringrazio cordialmente.

L' ellenismo nelle Gallie ebbe due focolai: il primo, si capisce, Marsilia. Imbarbarita dopo la conquista franca, come scrive Agatia, riconquistata alla cultura e alla vita civile da Teodorico, e a' tempi di questo re, ancora greca, almeno nei nomi di persone e nelle tendenze (1). *Teodoro*, suo vescovo, è in lotta continua col patrizio *Dinamio*, perchè sospettato di segreti rapporti con l' impero bizantino; perfino l' iconoclastia, non certo di origine occidentale, ha qui i suoi precedenti (2).

Il famoso editto degli imperatori Onorio e Teodosio II per le Sette Provincie, che istituisce il più vecchio esempio dei noiosi parlamenti moderni, e lo convoca in Arles, celebra questa città quale centro dell' attività commerciale dell' Occidente e del ricco Oriente (3). Come in Italia, erano disseminate, nelle varie città galliche, fiorentissime colonie di Ebrei e di Siri, in continui rapporti con l' Oriente (4).

Il ricordatissimo luogo della vita di Cesario, che attesta come questo vescovo mantenesse liturgia e canti greci, se si coordina a tutto il resto, non ha poi un valore disprezzabile, com' è stato di moda affermare (5). Fa anche una certa impressione che il famoso libro *de excidio Troiae*, attribuito a Darete Frigio, che va

---

onore del prof. Renier, 723 segg. E. EGGER, *L'Hellénisne en France* (Paris, 1867), 40 segg. C. JULLIAN, *Hist. de la Gaule*, VI (Paris 1920) 134 segg.

(1) *Corp. Inscr. Lat.*, XIII, 55. AGATH., I, 1 (ed. Paris, 12) ἐξ Ἑλληνίδος βαρβαρική, ricaduta dopo la riconquista franca. Teodorico esortava i Massalioti, dopo le sue vittorie, ad *exuere barbariem: Var.*, III, 27.

(2) Nomi greci di vescovi, abati, governatori, cittadini dall' età gotica alla franca: *Var.*, IV, 12; GREG. M., *Ep.*, I, 30, 45, IX, 208; GREG., *Hist. Franc.*, IV, 46, VI, 11 ecc. Lotte fra Teodoro vescovo e Dinamio *rector prov. Hist. cit.*, VI, 11, 24, VIII, 12, 20. Iconoclastia nella Chiesa di Marsilia: GREG. M., *Ep.*, IV, 23.

(3) *MGH. Ep.*, T. III, 13-14.

(4) SALV., *De Gubern. Dei*, IV, 69, *MGH. SS. antiquiss.*, I, 49.

(5) *MGH. SS. merov.*, III, 463. *V. Caes.*, II, 19.

Digitized by Google

spesso insieme col compagno Dictys, sia quanto mai diffuso nelle Gallie. E l' esistenza di un testo greco, almeno di Dictys, da cui sarebbe derivato quello latino, ormai è accertata da un papiro di Tebtunis (1).

Così, dopo le grandi fortune dei Merovingi, quell' opera, intimamente connessa al poema omerico, con gli opportuni adattamenti, diventava l' *Origo gentis Francorum*, e Priamo l' antenato di Clodoveo (2). Agatia che raccoglie, e non senza garbo, lo spirito letterario de' suoi tempi, afferma che poesia (epica) e storia sono due buone sorelle; la differenza unica sta nel *metro* proprio della poesia, e che il buon Bizantino aveva ragione di credere mancante nella prosa (3).

Avito, tuttavia, aveva le sue antipatie per le favole dei Greci:

> *Haec sunt priscorum quae de terrore gigantum,*
> *Carmine mentito, Grai cecinere poetae* (4).

Era però necessario intendersi bene sul senso e sul valore di queste " falsità „ elleniche. Ma quante imagini, citazioni e reminiscenze omeriche in Sidonio e nel suo corrispondente Ruricio! Che scrive all' altro: *addidistis etiam, sicut Achilli Patroclum aut Herculi Theseum vel Theseo Perithoum, ita vos mihi debere sociari.* E poi un pensiero, su cui bisogna meditare parecchio: *In his fabulis factisque maiorum, non praerogativam personarum, sed comparationem debemus dilectionis accipere, ut quorum recolentes nomina sequamini exempla et eorum in nos vocabula transferentes merita conferamus, atque ex ipsorum gestis magnifica quaeque et honesta carpentes, vitae nostrae utiliter coaptemus... studeamusque quod in amicitiis illorum poetarum falsitas finxit, in nostris animorum veritas peragat, ut, dum imitari videmur antiqua, relinquamus imitanda et seniorum facta laudantes, laudemur a posteris* (5).

---

(1) *Tebt. Pap.* N. 268.

(2) M. Schanz, *Gesch. d. röm. Litt.* (*Handb.d. klass. Altertumswiss*). IV, 77 segg. (§ 805). Pauly-Wissowa, SP. 2213. *MGH. SS. merov.*, II, 194 segg.

(3) I, 1, *ed. cit.* 5.

(4) *MGH. SS. antiquiss.*, VI, p. 2, 239 (*Poem.*, IV, 108 seg).

(5) *MGH. SS. antiquiss.*, VIII, 305.

Digitized by Google

Si possono quindi vestire le armi dell' eroe omerico, purchè dentro vi sia il guerriero cristiano, emulo dell' antico. La retorica è ridotta ad una funzione etica. *Achille e Patroclo:* ecco l' ideale dell' amicizia, che dev' essere una realtà, pure essendo i due eroi creati dalla *poetarum falsitas.* Clodoveo si può celebrare con le lodi d' Achille.

Sidonio non dissente dall' amico: e nelle sue difficili elucubrazioni, come si diceva, passano i fantasmi virgiliani e omerici, e ricordi di Sofocle, Euripide, Menandro, Erodoto (1).

Molti sono d'accordo nell'accettare, come postulato letterario, che quanto di greco è conosciuto dai Gallo-Romani, negli ultimi tempi dell'impero, sia dovuto alle traduzioni latine. Non vogliamo opporci alla *pars sanior.* Basta per i fini della nostra dimostrazione che ci sia concesso, anzi indiscutibilmente ammesso, che le grandi opere elleniche, e prima di tutto i poemi ellenici, anche nella veste latina conservavano, con relativa fedeltà, i lineamenti originali, e non erano ridotti al tipo sciatto dell' *Ilias latina.* In cui, sia detto incidentalmente, per esempio, la scena della contesa fra Agamennone e Achille, non solo è ristretta in pochi versi, ma è esteticamente deformata (2).

---

(1) *Op. c. Ep.*, III, 12; V, 17; *Carm.*, IX, 130 segg. 213; XXIII, 125 segg.

(2) *v.* 13 segg.

Nam quondam Chryses, sollemni tempora vitta
Inplicitus, raptae flevit solatia natae
Invisosque dies invisaque tempora noctis,
Egit, et assiduis implevit questibus auras.
Postquam nulla dies animum maerore levabat,
Nullus lenibant patrios solatia fletus,
Castra petit Danaum, genibusque affusus Atridae
Per superos regnique decus, miserabilis orat,
Ut sibi causa suae reddatur nata salutis.
Dona simul praefert. Vincuntur fletibus eius
Myrmidones, reddique patri Chryseida censent,
Sed negat Atrides, Chrysenque excedere castris
Despecta pietate iubet; ferus ossibus imis
Haeret amor, spernitque preces damnosa libido.
Contemptus repetit Phoebeia templa sacerdos
Squalideque infestis moerens secat unguibus ora
Dilacerat comas etc.

Digitized by Google

Anche in Italia, la fortuna di Omero deve essere attribuita a *veteres translationes;* ma appunto, per questo, quei poemi potevano offrire al canto soggetti tradizionalmente famosi (1). Nelle Gallie, anche dopo la perduta conoscenza della lingua greca, rimaneva sempre la continuità del pensiero ellenico attraverso la veste latina.

Clodoveo, che è lì lì per lanciarsi contro i Visigoti, chiede a Teodorico re d'Italia l'invio di un bravo citarista, che *ore manibus consona voce cantando*, ne rallegrasse i banchetti.

A Cassiodoro, che manda in Francia l'artista scelto da Boezio, per ordine del suo signore, vengono in mente i canti delle sirene: rimembranze omeriche (2).

Il re Franco, giovane e prode come Achille, preferiva già ai truci canti nazionali le modulazioni classiche di episodi omerici?

Ed eccoci ancora a Gregorio. Inutile ripetere ciò che si sa, intorno alla sua cultura e alla sua modesta biblioteca di classici (3).

Piega ormai, verso la parlata volgare romanza, il suo stile, ribelle come quello del pontefice suo omonimo, alle leggi di Donato. Direttamente conosce Virgilio, Sallustio; indirettamente e di seconda mano, Plinio e Aulo Gellio: ma la sua cultura ecclesiastica è più larga, e si estende agli scritti di Sulpicio Severo, Sidonio, Ferreolo, Avito.

Nella prefazione al libro *de gloria martyrum*, egli se la prende con l'antica mitologia, e dopo accenni virgiliani, passa a quelli omerici: *non revolvam Anchisae colloquia, non Ithaci ingenia, non Achillis argutias...* (4). Fra le arguzie (*invettive*) dell'inquieto Achille, ci sarebbero le ingiurie lanciate ad Agamennone, avarissimo negatore della chiesta restituzione di Criseide? Ma chi a-

---

(1) CASSIOD., *Var.*, I, 39; *Ulixes Ithacus in laribus propriis forte latuisset, cuius sapientiam hinc maxime Homeri nobile carmen asseruit quod* MULTAS CIVITATES ET POPULOS CIRCUMIVIT: *Odyss.*, I, 4: πολλῶν δ' ἀνθρώπων ἴδεν ἄστεα καὶ νόον ἔγνω. Sembra una citazione a memoria di una versione latina.

(2) *Var.*, II, 40, 41.

(3) MANITIUS, *Gesch. d. Lat. Litteratur des Mittelalters*, I, 218 sgg. (*Handbuch d. klass. Altertumswiss.*, IX). *Dictionnaire* cit., VI, 2, 1729 segg. (LECLERCQ).

(4) *Prol. gl. mart. SS. merov.*, I, p. 2, 487-8.

Digitized by Google

vrebbe il coraggio, soltanto di sospettare in Gregorio una precisa e particolare conoscenza del primo libro dell'Iliade, che gli avrebbe permesso di dare un movimento omerico al dramma franco? Non pare del resto ch'egli sapesse di greco, e la traduzione della leggenda dei sette dormienti è dovuta ad un Siriaco, certo appartenente a quelle colonie orientali, frequenti, come si è detto, nelle città galliche.

Notiamo che Gregorio ebbe la consacrazione episcopale da un successore di s. Remigio nella diocesi di Reims, cioè dal vescovo Egidio: la qual cosa indicherebbe ad un canonista l'esistenza di un vincolo di domesticità, tra Gregorio e il clero di quella sede famosa (1).

Quando Gregorio deve descrivere la solennità del battesimo, a cui si accosta Clodoveo, dopo la predicazione di s. Remigio, il suo stile s'inalza, e la descrizione della città pavesata, in attesa del re, acquista anch'essa un non so che di grave e di solenne (2).

Il re chiede il battesimo: *Procedit novus Costantinus ad lavacrum, deleturus leprae veteris morbum sordentesque maculas gestas antiquitas recenti latice deleturus. Cui ingresso ad baptismum sanctus Dei sic ore facundo*: " *Mitis depone colla, Sigamber; adora quod incendisti, incende quod adorasti* „. *Erat autem s. Remegius episcopus egregiae scientiae et rethoricis inbutis studiis, sed et sanctitate ita praelatus, ut Silvestri virtutibus equaretur. Est enim nunc liber vitae eius, qui eum narrat mortuum suscitasse.*

Quale valore, quale significazione letteraria hanno le parole che Gregorio attribuisce a S. Remigio, mentre egli si appresta a battezzare il re?

Qui è l'amico professore Federico Ageno, che risponde per me, e certamente anche meglio di me.

" Tutti gli autori modesti non cedono spontaneamente, ma lasciano volontieri che gli ammiratori rubino le loro opere. Così era capitato a s. Remigio, come poi, soggiungo io, ad un altro

(1) ARNDT, in *SS.* cit., I, 8.
(2) *Hist. Franc.*, II, 31.

Digitized by Google

santo, cioè a Pier Damiano (1). È Sidonio che a Remigio stesso denunzia il furto (?). Un tale *ab Arvernis Belgicam petens*, giunto a Reims, con l' aiuto dallo scriba o del bibliopola di Remigio, aveva trovato il modo di portargli via le famosissime declamazioni. *Gloriabundus* di tanto tesoro, il ladro letterato era poi capitato a Clermont-Ferrand: si volevano subito leggere e trascrivere i testi preziosi. Egli *pro munere* fu liberalissimo con tutti.

Un coro di lodi si leva: *rarus aut nullus est, cui meditaturo par affatim assistat dispositio per causas, positio per litteras, compositio per syllabas, ad hoc opportunitas* IN EXEMPLIS, *fides in testimoniis, proprietas in epithetis, urbanitas in figuris, virtus in argumentis, pondus in sensibus, flumen in verbis, fulmen in clausulis* (2).

Qui c' è l' insieme delle norme retoriche, osservatissime nell' allocuzione del vescovo al re neofito.

Colla Sigamber è metricamente un adonio, verso che nella tarda latinità (Boezio) fu adoperato anche κατὰ στίχον, anzichè come elemento di periodo maggiore. Però non siamo in presenza di una citazione poetica comunque deformata. Poetico è il plur. *colla*, conforme all' uso dello stesso Gregorio, amico di codesti plurali retorici (3); poetico è pure l' epiteto *Sigamber*, per indicare il Germano, o il Barbaro in genere; potrebbe darsi che anche la scelta del nome sia stata determinata dal ricordo di Orazio e dal Sigambro che, pure in altro modo, piegò già il collo a Roma:

Trahet feroces
per sacrum clivum merita decorus
Fronde Sygambros.
(*Carm.* IV, 2; 34-36)

Te caede gaudentes Sygambri
Compositis venerantur armis.
(*Carm.* IV, 14; 51-52).

---

(1) S. P. DAMIANI, *Ep.*, II, 6. TAMASSIA, in *Atti del R. Istituto Veneto di S. L. A.*, T. LII, p. 2, 884.

(2) *Ep.*, IX, 7: *Mon. Germ. Hist. SS. antiquiss.*, VIII, 154.

(3) M. BONNET, *Le latin de Grégoire de Tours*, Paris, 1890, 780.

Digitized by Google

È poetica anche la frase *deponere colla*, nata evidentemente dalla parziale sovrapposizione di due locuzioni comuni, *demittere*, *submittere collum* e *deponere superbiam, supercilium.* C' è colorito poetico ; ma l' intera frase : *mitis depone colla Sigamber* non è verso. La frase seguente *adora quod incendisti, incende quod adorasti*, rivela la natura dell' *oratio.* Si tratta di prosa *numerosa*, e due isocolie perfette, l' una di due κόμματα di cinque sillabe, l'altra di due κῶλα di ottò sillabe ciascuno.

Anche la figura stilistica dell' ἰσόκωλον è tra gli artifici, che Gregorio ha cari e in cui riesce bene (1). L' ἰσόκωλόν si congiunge volontieri con l' ἀντίθετον e il πολύπτωτον e l' ὁμοιοτέλευτον : tutte figure che stanno lì a farsi ammirare, nella seconda delle due frasi. La *numerosità* delle quali non dipende però soltanto dall' isocolia, ma, secondo ogni buona norma retorica, dalla stessa costituzione ritmica, dalla quantità delle sillabe, associata tuttavia all' accento delle parole. Giacchè siamo ormai in un' età, in cui il *numerus* antico si è trasformato, o si sta trasformando, nel *cursus ;* onde avviene che ritmicamente, sotto l' azione dell' accento, *mítis depóne* venga ad equivalere a *cólla Sigámber*, ed amendue a corrispondere alla *clausula* per eccellenza, alla *clausula* più tipicamente latina : *cretico* + *trocheo* (2).

Questo schema, in questa precisa forma verbale, cioè trisillabo piano, preceduto da parola egualmente piana, assume allora il nome di *cursus planus.* Nella seconda frase, invece, si ha, per quanto mi sembra, un esempio di *cursus velox*, il quale, come insegna il Laurand, è costituito da un quadrisillabo piano, preceduto da parola sdrucciola, o gruppi equivalenti (antico cretico + ditrocheo).

Si può chiedere, infine, se le parole di Gregorio, poste in bocca a Remigio, siano proprio di questo ; ovvero, secondo l'uso antico, Gregorio abbia fatto parlare il vescovo in modo ragionevolmente conforme all' occasione. Non ci si può decidere per l' una o l' altra ipotesi. Certo è indiscutibile che Gregorio si è

---

(1) Bonnet, *op. c.*, 271.

(2) L. Laurand, *Études sur le style des discours de Cicéron, avec une esquisse de l'hist. du cursus*, Paris, 1907, 369 seg.

Digitized by Google

preoccupato (e lo nota espressamente) di far parlare Remigio secondo le abitudini retoriche del vescovo di Reims „.

Fin qui l' amico mio. Aggiungo che nella frase *deleturus leprae veteris morbum sordentesque maculas gestas recenti latice deleturus*, insieme col ricordo della leggenda costantiniana, c' è anche il tipo delle solite iscrizioni delle conche battesimali (1).

In quanto al dubbio che Gregorio, un po' come fece poi Dante, imitando la retorica gonfia di Pier della Vigna, abbia rifatto lo stile remigiano, osservo che, nello stesso capitolo, Gregorio trascrive l' esordio della lettera di Remigio scritta a Clodoveo, per consolarlo della morte della sorella (2). Dimestichezza aveva dunque lo storico dei Franchi con le opere di Remigio, probabilmente tutte raccolte nella sede metropolitana di Reims.

Per quanto abile nell' adattare le scarse " risorse „ della sua rustica lingua all' altezza del soggetto, non saprei se Gregorio, senza parafrasare un testo remigiano, potesse da sè cavarsela discretamente.

Remigio era un pio vescovo; ma al nostro Gregorio parve necessario, sulla fede della vita del Santo, far notare che, avendo questi richiamato in vita un morto (3), la sua dottrina era pari alla santità; quasi la troppo estesa *scientia egregia*, di per sè, fosse sempre a scapito del carattere austero sacerdotale.

Del resto, chi ha più magnificato Clodoveo di s. Remigio? Si tira addosso perfino gravi censure da' suoi confratelli, per avere ordinato, per ordine di Clodoveo, prete Claudio. Ed egli giustifica il fatto, dicendo che il re *erat non solum praedicator fidei, sed defensor, regionum praesul, custos patriae, gentium triumphator*. Come si poteva disobbedirgli? Per dire che un tale non si sapeva, se fosse vivo o morto, egli è tradito dalla frase

---

(1) È noto che la leggenda costantiniana del battesimo, che purgò Costantino della lebbra, è raccolta dal *Liber pontificalis*, da Beda e dal nostro Gregorio: *Dictionnaire* cit., III, p. 2, 2685. Delle iscrizioni sulle conche battesimali si è già detto dianzi.

(2) *MGH. Ep.*, T. III, 112. *Greg. Hist. Fr.* II, 31.

(3) Si tratta della vita falsamente attribuita a Venanzio Fortunato e quindi benissimo manipolata da Incmaro; cfr. *Anal. Bolland.*, XV, 348-9 e lett. ivi citata.

Digitized by Google

classica e quindi pagana: *si in saeculo, aut si ad inferos sit quaerendus*, dove di stile cristiano c'è soltanto la prima (1).

Nella quarta sua lettera, la solita retorica dei tempi, di cui anche Cassiodoro è maestro, brilla in questo giro di parole: *pinnis tenerulis evolasti levitate animi* (2). Un rimprovero garbatamente forte, ma di squisita fattura, secondo il senso artistico d'allora.

È anche attribuita al vescovo di Reims la lettera, con cui si additano a Clodoveo i doveri del principe cristiano. Che deve rivolgersi ai sacerdoti, seguirne i consigli. *Cives tuos erige, adflictos releva, viduas fove, orfanos nutre... Iustitia ex ore tuo procedat,* sono appunto esortazioni che vorrebbero tramutare un *rex gentium* in un alto patrono dei sudditi, secondo la dottrina cristiana (3); ma c'è una frase molto notevole nella lettera. Scrive Cicerone nel *de Oratore: quid tam porro regium, tam liberale, tam munificum, quam opem ferre supplicibus, excitare adflictos, dare salutem etc.* (4).

Sprazzi di classicità anche qui?

L'ἀντίθετον, così preponderante nelle costruzioni retoriche, figura anche nel testo ampio del prologo alla legge Salica, insieme con le citazioni bibliche. I Romani prima della conversione bruciarono, uccisero col ferro, esposero alle belve *lacerando*, i martiri di Cristo; ora i Franchi, divenuti Cristiani, *super eos aurum et lapides praetiosos superornaverunt* (5). Questa volta è s. Gerolamo la fonte dell'ἀντίθετον: egli dice che i libri sacri furono arsi nei tempi delle persecuzioni; ma ora tutti venerano pubblicamente *divinos libros, quos prius (res publica) tradebat incendio, nunc deauratos et purpuratos et gemmarum varietate distinctos* (6).

La liberazione del durissimo giogo romano è quasi una conseguenza dell'*agnitio baptismi* per i Franchi.

---

(1) *MGH. Ep.*, T. III, 113. Sidonio parlerà anche di *tauros spiritales* immolati a Dio: *Ep.*, VIII, 14.

(2) *Ep. e l. cit.*

(3) *Ep.*, T. III, 113.

(4) *De oratore,* I, 8, 32.

(5) GEFFCKEN, *Lex Salica*, 91-2.

(6) *In Zach. Proph.*, II, 8. (Ed. *Maur.*, I, 1740).

Digitized by Google

Vittorie e battesimo dànno a Clodoveo ciò che non ebbe nessun sovrano barbarico, nemmeno Teodorico d' Italia, che pure riuscì ad arrestare la marcia minacciosa del suo ortodosso rivale.

Nelle Gallie, in cui le tradizioni scolastiche, celebrate da Ausonio, erano ancora vive, se non vivissime, si ridestarono o si scossero col sorgere e con l' affermarsi della possente monarchia merovingia, pel solito omaggio al trionfatore politico e cattolico.

Gregorio di Tours riconosce in Sidonio il compagno delle glorie letterarie di Remigio e, nello stesso tempo, del sagace conciliatore dell' elemento germanico con quello romano ed ortodosso (1).

Infatti, il vescovo di Reims coglieva il momento opportuno, per tramutare il rude Merovingio in un devoto campione dell' ortodossia, rafforzandone così anche la potenza militare (2). La leggenda, che favoleggiava di Childerico e di Basina, allora trasse ben altri elementi dalle gesta di Clodoveo, e da coloro che queste esaltavano con l' arte ispirata a modelli classici e cristiani.

I panegiristi del re guerriero, munifico verso le chiese e i monasteri (3), certo ne decantarono, in vita e dopo morte, i meriti con enfasi, per avventura maggiore di quella con cui Ennodio celebrava, egli vescovo cattolico, il suo eretico eroe; anche oggetto di *dictiones*, sul fare di quelle Ennodiane, o pseudo-Quintilianee (4), non è improbabile che diventassero i tratti salienti della vita di Clodoveo. Ma a tutto sovrasta l' avvenimento principale: il battesimo; e a questo, in modo diretto o indiretto, si collegavano anche le circostanze, che ne illustravano la remota preparazione provvidenziale. Ecco il posto dell' episodio del vaso, che è già raccolto da Gregorio, quale gli si presentava nella sua elaborazione artistica, con colorito omerico.

S. Remigio proclama Clodoveo *custos patriae*. Sembra che al re si accosti la nobile figura di Ettore (5); più tardi, il pro-

(1) *Hist. Franc.*, II, 21-22.

(2) HAUCK, *Kirchengesch. Deutschlands*, I, 111 segg. (1898).

(3) *MGH. Conc. Merov. Conc. Aurel.*, 511; c. 5. GREG. TUR., *Hist. Franc.*, I 37.

(4) *Dictiones* di Ennodio: *MGH. SS. antiquiss.*, VII, 329 (Ind.).

(5) *Iliad.*, VI, 103.

Digitized by Google

logo della legge Salica lo chiama *torrens et pulcher* (1). Sono i lineamenti morali e fisici di Achille. I due eroi omerici sono confusi nella persona del fondatore del regno franco e console imperiale.

---

(1) Così anche ENNODIO (*op. c.*, 207) dice di Teodorico: *ut torrens sata, ut leo armenta vastasti.*

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 4 settembre 1929*)

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte prima

Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano Barsanti-Matteucci

ING. ARMANDO LEVI-CASES

(*presentata dal prof. L. V. Rossi, m. e., nell'ad. ord. 7 luglio 1289*)

SOMMARIO: 1. Premesse. — 2. Esame del ciclo Barsanti e Matteucci. — 3. Eventualità della combinazione della marcia a precompressione colla marcia a stantuffo libero. — 4. Considerazioni complementari sull'eventualità dell'impiego di cilindri a stantuffo libero come cilindri di seconda espansione di un motore a precompressione. — 5. Cenno di chiusa — 6. Appendice: Marcie combinate a compressione preliminare ed a sovrespansione, e problema tecnico-teorico dell'avvicinamento dei cicli a combustione interna a cicli perfetti.

1. — Premesse.

I. L'A. ebbe l'onore di ricordare il motore ideato (1853) dal Professore P. EUGENIO BARSANTI e da FELICE MATTEUCCI [1] e

(1) Cfr. *Precursori italiani nella storia del motore a combustione interna*, negli Annali della Scuola di Ingegneria di Padova, 1927, IV, e negli Atti del I Congresso del motore, Padova, 1929, ed: *Il motore Barsanti e Matteucci, con speciale riguardo alle ricerche che ne precedettero la realizzazione ed alla individualità del principio informatore della realizzazione stessa*, negli Annali della R. S. d'Ing. di Padova, 1929, n. II.

Lo studio ult. cit. può, propriamente, dirsi di compilazione contemporanea alla presente N., della quale esso contiene il riassunto.

Il commento del manoscritto Ximeniano, ossia del documento al quale si riferirà l'annotazione immediatamente successiva, forma di quello studio la parte centrale.

Quel commento riesce più esaurientemente concluso dalla presente

Digitized by Google

quello di commentare il documento (1) nel quale è tracciata la Storia sperimentale della Invenzione. Egli ha sentito, sulla conoscenza del documento stesso, l'obbligo di ricercare se il principio dell'*impiego di uno stantuffo libero durante la corsa in uscita, trasmittente l'energia (da esso accumulata nel compiere quella prima corsa), durante la corsa in regresso,* principio che informa di sè la costruzione dell'antico motore, conservi una significazione termodinamica; se, in altri termini, il principio stesso possa ancor oggi render feconde ricerche sui massimi limiti di rendimento teoricamente concessi da cicli termomotori percorsi da gas.

La parola: *principio* non appare inappropriata. Il concetto di cui parliamo è eretto a canone nel doc. cit.; non ha motivazione termodinamica nel senso odierno della parola, perchè questo non era possibile allo stato della critica scientifica del tempo; ma si basa su una serie di esperienze di esemplare universalità, onde la deduzione dell'idea che ha presieduto alla costruzione dell'antico motore assume una forma severa, che onora Inventori ed Invenzione.

Le cose che verremo esponendo assolveranno il compito di tradurre il principio costruttivo in quello termodinamico tecnico della possibilità di ricorrere (onde realizzare forme di espansione prolungata, indirettamente ricordanti, nella finalità, quelle

---

trattazione; mentre, reciprocamente, la trattazione stessa si appoggia sulla conoscenza del manoscritto, il *quale riveste di forme scientifiche l'antica formulazione.*

Esso poi concorre a giustificare, come si ripeterà in seguito, una supposizione di marcia a stantuffo *libero solo durante la fase d'espansione*, (anzichè durante le fasi di combustione ed espansione) necessaria per l'impostazione funzionale e costruttiva del problema qui esaminato.

Le due trattazioni contemporanee, le quali, per quanto fu detto, si presuppongono mutuamente, dato il loro diverso indirizzo, difficilmente avrebbero potuto armonizzarsi, in una compilazione unica.

(1) Il documento (commentato, come avvertì l'annotaz. prec., nella seconda delle N. N. citt.) appartiene alla Serie dei documenti, custoditi negli Archivi dell'Osservatorio Ximeniano di Firenze, dai Revv. P. P. Scolopî, i dotti Confratelli del Professore BARSANTI, presa in esame (1907) da T. MARTINI in una Mem. pubblicata negli Atti del R. Istituto Veneto (cfr. *Breve storia del motore Barsanti e Matteucci*), nel Tomo LXVI, parte seconda, pag. 643 e segg.

Digitized by Google

che la condensazione concede alle motrici a vapore) a *sovraespansioni forzosamente indotte dallo stantuffo*, giovandosi, a sovraespansione avvenuta, e col favore del ritorno più lento dello stantuffo (ritardato dalle esigenze della trasmissione del lavoro) di un *processo di raffreddamento dei prodotti della combustione per ridurre la resistenza opposta dai prodotti stessi al movimento dello stantuffo rientrante* (o, *tenendo presente il bilancio termico del ciclo, la temperatura delle retrocessioni di calore ai corpi esterni*).

II. La N. espone quindi il risultato della ricerca a cui allude il 1. capov. del num. prec. Il modo con cui i risultati saranno qui indicati è, nei valori dei rendimenti, ancora approssimato; ma forse sufficente per l'intento che la N. valga a preparare una discussione che l'A. non presume di poter concludere. Una ulteriore elaborazione avrebbe potuto, d'altra parte, toglierle la possibilità di pubblicazione prima della chiusura della Esposizione scientifica di Firenze, privando l'A. di quella di adempiere ad una rispettosa promessa fatta, quando, con squisita benevolenza, gli fu concesso di prender visione dei Documenti Ximeniani.

***

III. *Il motore a stantuffo libero durante la corsa in uscita e trasmittente durante il ritorno* fu autorevolmente studiato negli Atti di questo Reale Istituto, e con riguardo ad esperienze sue personali, da E. Bernardi in una Mem. successivamente cit.; T. Martini tracciò negli Atti stessi, colla Mem. già ricordata, la storia del motore Barsanti e Matteucci. Ciò dispensa da una lunga ricapitolazione introduttiva.

Non si può tuttavia esimersi da un sommario accenno descrittivo, quale esso può esser fatto basandosi sulla Relazione esistente negli Atti del R. Istituto Lombardo sul motore monocilindrico Barsanti e Matteucci di costruzione *Bauer*, premiato da quella Accademia (1863) (1).

Il motore constava del cilindro (verticale) nel quale era mobile, oltre allo stantuffo libero, uno stantuffo (ausiliario) infe-

(1) Cfr. Atti del R. I. L. Vol. III.

Digitized by Google

riore, a corsa assai più breve, vincolato mediante manovellismo all'albero motore e costituente una specie di fondo mobile del cilindro. Lo stantuffo secondario veniva prossimamente a contatto colla testa dello stantuffo principale (ricaduto nella posizione di riposo) al rinnovarsi di ogni ciclo.

All'iniziarsi del ciclo lo stantuffo stesso operava l'aspirazione (lo stantuffo principale in riposo rappresentando, a sua volta, il cielo della camera di combustione). Ad aspirazione ultimata, il miscuglio veniva acceso elettricamente; la pressione si elevava, mentre lo stantuffo libero iniziava la sua rapida corsa ascendente e lo stantuffo ausiliario ultimava la discesa, trasmettendo, in quel momento, direttamente. Più tardi, al chiudersi del ciclo, lo stantuffo ausiliario spostava, e spingeva verso l'uscita, i prodotti della combustione.

La trasmissione del movimento dello stantuffo principale avveniva a mezzo di un'asta dentata. Il rocchetto con cui l'asta ingranava era legato all'albero motore con un meccanismo semplice, il quale non consentiva la trasmissione che durante la corsa di ritorno.

IV. Deve aggiungersi: *L'apparecchio sperimentale di B. e M.* ripeteva lo schema del cilindro motore propriamente detto.

Lo stantuffo secondario, divenuto essenzialmente organo aspiratore e misuratore della miscela, veniva spostato a mano. Lo stantuffo principale non trasmetteva. Gli sperimentatori derivavano dalle sue escursioni la misura relativa delle quantità di lavoro accumulate a fine corsa e studiavano le condizioni atte a renderle massime, facendo mutare, nei modi più illuminatamente variati, come già si disse, le condizioni di alimentazione e registrando, fra l'altro, gli effetti dell'*imposizione di resistenze*, temporanee o continue, durante la corsa in uscita. Il dispositivo era orizzontale, esso evitava, in tal modo, *l'influenza del peso dello stantuffo.*

2. — Esame del ciclo Barsanti e Matteucci.

I. Il motore a ciclo Barsanti e Matteucci, caduta, nel 1864, dopo la Scomparsa del P. BARSANTI, l'invenzione in abbandono, fu costruito (1867-1877) a migliaia di esemplari da Otto e Lan-

Digitized by Google

gen. Oziosa è la ricerca se l'idea di quei costruttori sia stata un ritorno ininfluenzato. Secondo l'uso corrente e corretto, la priorità italiana è indiscutibile ed indiscussa. La larga pubblicità che l'invenzione aveva ufficialmente avuto riduce le presunzioni che essa fosse ignorata. Possono rimanere incontestate alcune originalità costruttive del motore germanico, originalità costruttive di cui può apprezzarsi l'eleganza. Non si è però in condizione di accettare, senza discussione, il giudizio di una qualsiasi superiorità funzionale, e, prima ancora, termologica, delle disposizioni stesse, che, comunque, non incidono nello spirito dell'invenzione primitiva.

Ripetiamo ancora dalle trattazioni citate, che alla costruzione germanica noi crediamo di dovere la benaugurata prova della vitalità tecnica del trovato di B. e M.; ed un complesso di esperienze indispensabili per il corretto apprezzamento termologico del sistema, considerato indipendentemente dalla personalità dei suoi realizzatori.

Dal complesso di queste esperienze, e ciò giustifica la citazione del motore di Otto e Langen, deriva fra l'altro, il diagramma di indicatore della fig. 1 (1). Noi distinguiamo in esso:

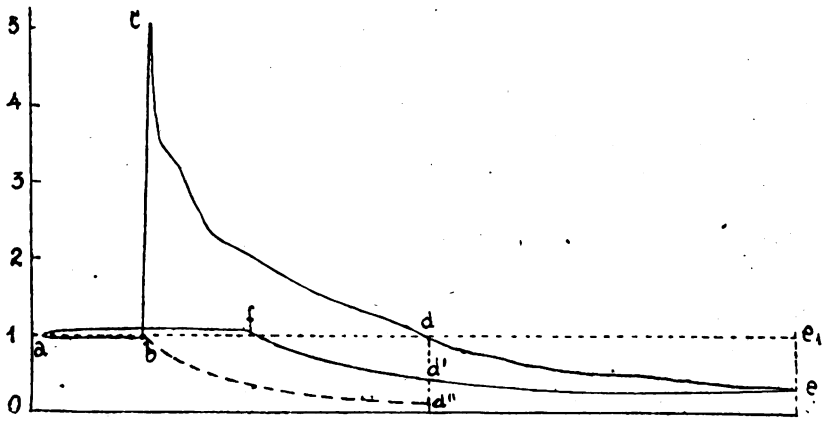


Fig. 1. - Diagramma di indicatore di motore *Otto e Langen* desunto dal Trattato di SCHÖTTLER.

(1) Cfr. R. SCHÖTTLER, *Die Gasmaschine*, 4 ediz. (Goeritz, 1902, Brunswick), pag. 19.

Digitized by Google

a) la fase di *aspirazione* (linea *a b*)

b) „ *combustione* („ *b c*)

c) *l'espansione* (linea *c e;* divisa, per comodità di riferimento, nei tratti: *c d* e : *d e*, separati dalla linea atmosferica.

d) una fase di *compressione*, nella corsa di ritorno dello stantuffo (rappresentata dalla *e f*, ausiliariamente divisa dal punto *d'*, a volume uguale al volume nel punto *d*).

e) la fase di *scarico*, nella stessa corsa di ritorno (linea *f a*) a leggera sovrapressione.

Osserveremo, per la necessità in cui ci troveremo di riprendere il concetto, che, nel caso dello stantuffo senza massa ed esente da attriti, (secondo la supposizione che faremo fin d'ora pelle indagini del § succ.) l'area $d\,e\,e_1\,d$, fra la seconda sezione della linea d'espansione e la linea atmosferica, (da considerarsi come misura del lavoro accumulato vincendo la pressione esterna) dovrebbe uguagliare l'area *b c d b* (lavoro ceduto dai gas allo stantuffo durante la prima parte dell'espansione).

Nel caso concreto, la prima area è minore, in causa delle resistenze passive e del peso dello stantuffo (il cilindro era disposto verticalmente, come già si disse) che venivano a costituire notevoli resistenze addizionali.

II. In fatto di rendimenti, come fu documentato nelle NN. citt., il motore a stantuffo libero superò il 16 % come rendimento effettivo, e toccò, verosimilmente, il 25 % come rendimento indicato, dando, in quei tempi, un risultato memorando. Assai più esso avrebbe potuto dare, se, nelle condizioni d'esperienza, la combustione avesse meglio potuto avvicinarsi a compiutezza.

Un breve esame termodinamico del diagramma della fig. 1 può essere opportuno, specialmente dato l'aiuto che esso offrirà, quando dovremo proporci di considerare il ciclo antico anche come ciclo di seconda espansione di un moderno ciclo d'alta pressione media e d'alto rendimento. Il nostro intento è, infatti, ripetendo e differenziando, quello di accertare quali siano i risultati ai quali può condurre il principio di Barsanti e Matteucci se esso si avvicina ai principi di Beau de Rochas o di Diesel proponendoci alternativamente il problema del *funzionamento completo a stantuffo libero* e precompressione ed il citato problema

Digitized by Google

della *seconda espansione dei gas della combustione di un motore ordinario in un cilindro a stantuffo libero.*

L' esame del diagramma vale, del resto, a secondare la definizione precisa dei caratteri del ciclo originario, definizione, la cui ripetizione forma il necessario presupposto dell' intera trattazione.

III. Per compiere il commento, incominceremo, senza presunzione di rigore, ma a solo scopo dimostrativo, col tracciare, come primo elemento di un diagramma ausiliario, che converrà destinare al servigio di gran parte dell' esposizione successiva, uno *schema entropico* del ciclo descritto (cfr : la base della fig. 2).

Immagineremo, a questo intento, che il ciclo si inizi a 290° ass. nel punto B (corrispondente, convenzionalmente, al punto *b* della fig. 1) e che una *somministrazione di calore a vol. cost* (assimilati i gas della combustione ad un *aeriforme perfetto colle caratteristiche dell'aria a bassa temperatura*) porti i gas stessi in C a 1450° ass., (ossia alla temperatura a cui corrisponde, nelle ipotesi fatte, la pressione di 5 atm., che noi, sulla approssimativa indicazione della figura medesima, possiamo attribuire ai gas nel punto *c* della fig. 1).

Riterremo quindi, conservando un certo contatto colle indicazioni della stessa figura, che i gas si espandano adiabaticamente fino ad $\frac{1}{3,5}$ atm., per assumere, a fine espansione, un volume settuplo del volume d' aspirazione, e veder discendere, come si ricava da un calcolo semplice, la temperatura a : $\frac{7}{3,5} = 2$ volte la temperatura iniziale del ciclo (ossia a 580° ass).

Valuteremo, sempre in via di approssimazione, al doppio di quella che abbiamo assunto come temperatura iniziale, ossia, nuovamente, a 580° ass., anche la temperatura nel punto *f*, nel quale, si inizia lo scarico, ritenuto, per semplicità, che, in quel punto, il volume sia esattamente doppio del volume nel punto *b*.

Chiuderemo, nella necessità di schematizzare in modo semplice, la serie delle nostre supposizioni approssimate ammettendo che, a partire da E, i gas della combustione siano dapprima oggetto di una *sottrazione di calore a pressione costante;* quindi di

Digitized by Google

una *compressione* accostantesi, in presenza, verosimilmente, di lievi cessioni di calore (e secondo il giudizio che può trarsi dalla fig. 1) ad una *compressione adiabatica,* che li riporterà, per quanto fu detto, alla temperatura di 580° nel punto F, per condurli poi, sotto pressione costante, al punto B.

Data la diffusa conoscenza del sistema di rappresentazione dei cicli di trasformazione in coordinate termiche, non ci fermeremo a chiarire ulteriormente la nostra figurazione.

IV. Visto questo modo sommario, col quale, pur senza perdere il contatto col ciclo concreto della fig. 1, ne abbiamo delineato,

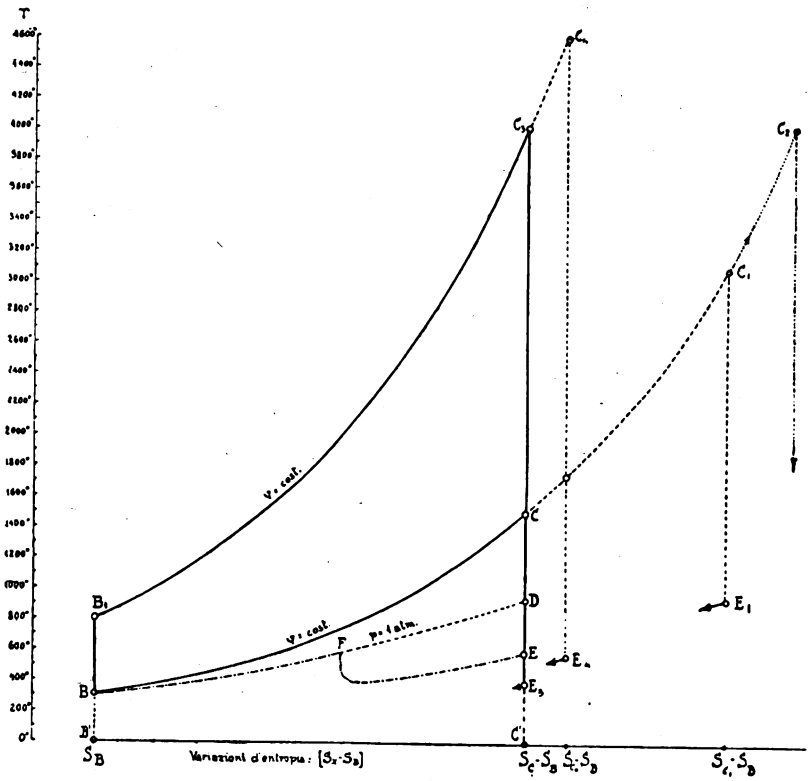


Fig. 2. - Schemi termici (in coordinate: *variazioni d'entropia e temperature assolute*) dei cicli di trasformazione presi in esame nella trattazione, o di loro elementi.

Digitized by Google

a scopo dimostrativo, lo schema entropico, non ci permetteremo di ricorrere allo schema stesso per compiere una determinazione precisa di rendimento indicato.

È noto che tale determinazione dovrebbe compiersi, se il diagramma fosse rigoroso, facendo il rapporto fra le aree B C E F B e B^1 B C C^1 B^1, (1), rappresentanti (nella scala della fig. 2) rispettivamente la quantità di calore trasformata in lavoro e la quantità di calore somministrata. Osserveremo soltanto che già all'esame superficiale il rendimento appare notevolmente superiore al 25 %.

Ricorreremo, per procurarci un sussidio più direttamente convincente, ma forse di approssimazione minore, ad un artificio, che l'ispezione della fig. 1 concede di impiegare con una certa evidenza. Osserveremo cioè che la sezione $d' f$ della linea inferiore del ciclo, percorsa a pressioni più rapidamente crescenti, non differisce tanto marcatamente (ai fini della misura degli assorbimenti di lavoro) da quello che dovrebbe essere l'andamento della compressione adiabatica $d'' b$ (linea ausiliaria, la quale ha, come pressione e volume d'arrivo, pressione e temperatura nel punto b) da far sì che l'area $d'' b f d' d''$ sia, a sua volta, notevolmente diversa dall'area $d e d' d$ la quale rappresenta l'aumento del lavoro indicato portato dalla sovraespansione (e dal raffreddamento dei gas durante la corsa di ritorno). Per questo, in fatto di resa di lavoro, il ciclo $b c d d'' b$ può, pel provvisorio intento dimostrativo, considerarsi equivalente al ciclo $a b c e f a$ originario (2).

---

(1) I punti B' e C', come si osserva perchè gli indici non sono riusciti sufficentemente appariscenti sulla figura 2, sono, (ciò che è implicito nel concetto che si rammenta) i punti corrispondenti alla proiezione di B e D sull'asse delle ascisse.

(2) Deve osservarsi (ripetendo in parte) per la maggiore esattezza e, nel tempo stesso, per richiamare l'attenzione su quelle che sono le differenze di massima fra questo caso concreto e gli esempi teorici successivi, che il grado di espansione è quì ridotto dal non trascurabile peso dell'*equipaggio mobile* (stantuffo ed asta dentata) valutabile, in base a dati su un motore *Otto e Langen* sperimentato da MEIDINGER, nell'ordine di 0,1 kg. per unità di sezione del cilindro; e delle resistenze d'attrito incontrate dallo stantuffo libero sul suo movimento.

Digitized by Google

Ciò posto, una valutazione orientatrice di rendimento può farsi osservando, che, secondo il diagramma, il rapporto fra volume d'aspirazione e volume nel punto *d* è uguale a 3,5 circa; e che, per quanto fu detto, il ciclo, convenzionalmente idealizzato, non è lontano dall'essere assimilabile ad un ciclo *Beau de Rochas - Otto* (due fasi adiabatiche; somministrazione e cessione di calore a volume costante).

Senza bisogno di ripetere un calcolo familiare a tutti gli studiosi dei motori a combustione, si può desumere da uno di quei diagrammi-prontuario, i quali, nella maggioranza dei Trattati, esprimono, in funzione del rapporto di compressione (di espansione) la legge di variazione dei rendimenti del ciclo *Beau de Rochas*, che il rendimento che noi cerchiamo potrebbe essere dell'ordine del $32 \div 33\ \%$.

Il contrapposto col citato valore sperimentale del rendimento indicato ($25\ \%$), ammesso che anche il ciclo rappresentato nella figura coincida in rendimento con cicli studiati sperimentalmente da MEIDINGER e da CLERK, non ci meraviglia, perchè quel valore del rendimento astrae dalle quantità di gas le quali abbruciano tardivamente (oppure passano incombuste allo scarico), deprimendo il rapporto fra le quantità di calore trasformate in lavoro e le quantità potenzialmente apportate dal combustibile.

Questo rapporto coincide infatti coll'espressione pratica corrente del rendimento indicato (1).

È poi necessario far risaltare come la espansione *c d* non coincida con una adiabatica teorica, e come, anche se coincidesse nell'andamento geometrico con quello della linea ideale, essa non le sarebbe equivalente ai fini del calcolo del bilancio termico del ciclo, inquantochè la similitudine di andamento geometrico attesterebbe l'esistenza (accanto alle inevitabili perdite per raffreddamento del ciclo reale) di equivalenti apporti di calore (di cui è, qualitativamente, certa l'esistenza) conseguenza di combustioni tardive.

(1) In realtà le valutazioni citate portarono a divisore, nel calcolo del rendimento, tutto il calore potenzialmente apportato dal gas combustibile. Il nostro calcolo attuale porta a divisore una grandezza proporzionale alle quantità di calore effettivamente sviluppate in un ciclo *Beau de Rochas* teorico, caratterizzato dal concreto valore del rapporto d'espansione. La cosa può vedersi materialmente sullo schema entropico, l'area B' B C C' B' rappresentandovi anzi (e con difetto, date le combustioni tar-

Digitized by Google

***

V. Il commento dovrebbe completarsi, facendo intravvedere a quali cospicui valori avrebbe potuto salire il rendimento teorico del motore antico, *se*, in esso, *la combustione avesse potuto essere istantanea e compiuta*. Neppure in questo caso il calcolo teorico può farsi agevolmente.

Se ci è dato di poter stabilire quale sarebbe, in quella ipotesi e per determinate proporzioni di combustibile ed aria, l'andamento teorico delle linee di somministrazione di calore e di espansione, non è facile procurarsi una rappresentazione teorica corretta dei fenomeni i quali compagnano il ritorno dello stantuffo.

Può dirsi tutt'alpiù, ad orientamento, che BERNARDI (1) calcolò che, impiegando una miscela di gas illuminante ed aria sulla quale Egli aveva lungamente sperimentato, si sarebbe potuto ottenere, nell'ipotesi della combustione istantanea e compiuta, una

---

dive successive) la sola quantità di calore effettivamente sviluppata nel corso della combustione istantanea iniziale (a volume praticamente costante, rappresentata dalla linea *b c* della fig. 1, come già noto).

Nelle ragguardevoli conseguenze della grande difficoltà di combustione nel motore che compie l'accensione sotto pressione atmosferica, la distinzione fra *rendimento termico pratico* e quello che può dirsi il *rendimento termico rispetto alle quantità di calore concretamente sviluppate*, non è oziosa.

Volendo evitare di ripetere che essa può servire di indiretto mezzo di accentuazione del pregio termologico del sistema B e M, può avvertirsi che ci troveremo più tardi a dover considerare una forma di iuxtaposizione (per via di doppia espansione) di un ciclo avente presumibilmente uno schema entropico uguale a quello già costruito nella fig. 2 e di un ciclo *Beau de Rochas* (inteso, quest'ultimo, come ciclo di motore ad alta pressione, versante i propri gas di scarico in un motore a stantuffo libero).

In questo caso particolare, l'incompiutezza della combustione, o la sua tardività, non possono evidentemente più ripercuotersi sul rendimento del ciclo a stantuffo libero. Le conchiusioni, che si potrebbero derivare partendo dall'antica valutazione pratica del rendimento, sarebbero pertanto in difetto rispetto alla stessa realtà sperimentale.

(1) Cfr. *Studi sul motore atmosferico a gas*, Atti del R. Istituto Veneto. Vol. IV. S. V.

Digitized by Google

pressione massima di 10 atmosfere ed un rapporto di espansione (supposta la trasformazione rigorosamente adiabatica) di 1 a 17,5. Si trova facilmente che, in questa ipotesi, la temperatura di fine espansione sarebbe stata più elevata di quanto essa non fosse nel caso della figura 1 ; e può dirsi che il volume elevato assunto dai gas a fine espansione avrebbe, aumentando le superfici di trasmissione del calore, concorso, coll'ampliato salto di temperatura, a render intensi i fenomeni di raffreddamento durante il ritorno dello stantuffo.

Si trova anche che il rapporto di espansione, nel passare dal punto *c* di fine combustione al punto *d* a pressione atmosferica (fig. 1) sarebbe stato dell'ordine di uno a cinque, ossia di un ordine tale da poter aspirare, nel ciclo Beau de Rochas, al rendimento termico teorico del 48 %.

Ad onta della previsione di cospicua entità dei fenomeni di raffreddamento nella corsa in regresso dello stantuffo, eviteremo di concludere, privi dell'appoggio del diagramma di indicatore, per un avvicinamento, sia pur approssimato, del rendimento del ciclo teorico di cui parlammo al valore testè accennato.

Reputato però possibile, in generale, un aumento molto sensibile rispetto al caso precedente, sembra già raggiunto il nostro scopo del momento; ossia l'intento di far presente come nel motore antico, *nel quale il rapporto di espansione non è legato a quello di compressione*, l'aumento nella misura dell'energia termica tempestivamente apportata debba condurre a larga progressività di rendimenti.

Questo progresso dei rendimenti, in funzione delle quantità di calore apportate, nei correnti moderni motori a rapporto di espansione costante non è teoricamente possibile.

VI. Affinchè resti traccia, sulla fig. 2, anche dell'esempio al quale si riferì il num. prec. la fig. stessa porta segnati a tratto discontinuo il prolungamento $C C_1$ (corrispondente a quella ipotesi) della linea B C a v. c. e la verticale $C_1 E_1$ rappresentante l'espansione adiabatica. Il diagramma si lascia aperto (privo, cioè della sua linea inferiore) per la già asserita difficoltà di tracciarne correttamente l'andamento presuntivo.

Digitized by Google

Sullo stesso diagramma è, per maggiore compiutezza, tracciata anche la cuspide superiore (con vertice in C_2) di un ciclo ad alimentazione ulteriormente spinta.

Trattasi di un ciclo ipotetico compiuto con un gas molto ricco (*gas d' olio* di 10000 Cal. kg. di pot. cal. inf.) nell' ipotesi della combustione totale ed istantanea in proporzioni teoriche di combustibile e d' aria (1).

Si è in questo caso in un' ipotesi limite, dalla quale dovrebbe potersi derivare, approfondendo l' esame, quello che potrebbe essere (tenuto anche conto della serie delle esperienze compiute da Barsanti e Matteucci, i quali le iniziarono precisamente impiegando combustibile ed aria in proporzioni teoriche) il massimo rendimento teorico del ciclo a stantuffo libero, in quanto esso si supponga compiuto con un miscuglio d' aria e di gas combustibile di elevato potere calorifico, nelle citate proporzioni limiti.

3. — Eventualità della combinazione della marcia a precompressione colla marcia a stantuffo libero.

I. Le premesse fatte consentono ormai di entrare nel vivo del nostro argomento, argomento che il titolo del § rienuncia; e che precedenti allusioni hanno già sdoppiato in due diverse combinazioni: impiego, per l' espansione, dello stantuffo libero, dopo aver fatto avvenire la combustione a v. c. di un miscuglio preventivamente compresso (o la combustione a v. c. di idrocarburi liquidi in aria preliminarmente compressa) od impiego, (per la seconda espansione, di gas abbandonati sotto pressione da uno dei motori moderni) di uno o più cilindri a stantuffo libero.

La prima cosa della quale dobbiamo esser solleciti nell' affrontare il nuovo problema è quella di stabilire che esso non conduce, secondo le tradizioni tecnico-storiche, a travisare il concetto degli inventori, tramutando l' elogio, che forma l' intento di

(1) Nell' esempio citato da GÜLDNER: 14 kg. d' aria, per 1 kg. di combustibile.

Digitized by Google

questo scritto, nell'apprezzamento puro e semplice di una combinazione arbitraria. Ciò diminuirebbe l'importanza dell'elogio stesso.

Necessita dunque dissipare fin d'ora ogni impressione avversa e questo compito è assunto dal num. seg.

II. Chi prenda le mosse, per la desiderata giustificazione, dal secondo dei problemi proposti, vale a dire, da quello dell'impiego del motore a stantuffo libero come elemento motore per la seconda espansione, può esser reso persuaso di non compiere contraffazione istituendo un parallelo alla macchina a vapore. Si riconduce, infatti, onorando, a PAPIN il principio dell'impiego della condensazione (l'invenzione della macchina atmosferica a vapore) anche se le sezioni motrici agenti secondo quel principio sono oggi poste in sistema con motrici ad altissima pressione; e se si è in presenza, per la stessa bassa pressione, di costruzioni profondamente disformi dalle antiche.

Per quanto riguarda il primo dei problemi particolari rienunciati iniziando il §, ossia quello che possiamo anche denominare il problema relativo alla *soluzione integrale a stantuffo libero*, è chiaro che esso *non concede di pensare ad una marcia a stantuffo incondizionatamente libero;* non foss'altro per la necessità che lo stantuffo si mantenga immobile (o tutt'alpiù si sposti, durante la fase di compressione, fino al punto in cui esso delimita il volume necessario per costituire la camera di combustione).

Ma, come è ovvio, e come fu implicitamente detto, il lasciar libero lo stantuffo anche durante la sola combustione, sarebbe un elemento di rinuncia alla compiutezza del procedimento, del tutto ingiustificato, chè l'essenza del processo antico sta, in definitiva, nel *carattere di libertà che il movimento dello stantuffo assume durante l'espansione*, anzichè in quella che può essere l'assoluta assenza di vincoli nelle fasi che precedono l'espansione stessa.

III. Nessuna argomentazione può essere inoltre altrettanto persuasiva, per chi, come fu detto, sia sollecito di non incorrere nel rilievo di aver contraffatto il concetto degli antichi sperimentatori, di quello che è la citazione della circostanza, che risulta dal documento Ximeniano, che gli *stessi inventori, compirono esperienze a stantuffo vincolato al momento della esplosione.*

Digitized by Google

Essi infatti, in alcune delle loro esperienze, *legarono lo stantuffo con una fune,* in modo che la stessa vicenda delle pressioni crescenti ne determinasse la rottura.

Barsanti e Matteucci notarono, che, in quel caso, la corsa dello stantuffo non diminuiva, ad onta, noi diciamo, che il lavoro reso si accrescesse del *lavoro di deformazione e rottura* del vincolo. I due sperimentatori giustamente notarono che il cilindro si riscaldava dippiù di quanto esso non si riscaldasse, in condizioni pari, a stantuffo libero.

Noi giudichiamo, che la combustione si perfezionava sotto le più forti contropressioni (e nella possibilità di raggiungere temperature relativamente più elevate). Essi non potevano interpretare compiutamente il fenomeno, poichè, allo stato della scienza del tempo, dovette quasi certamente apparire indiscutibile il concetto classico della *combustione istantanea ed integrale.*

***

IV. Restringendoci al più generale dei due problemi, diciamo che ciò che noi ci proponiamo di fare, risolvendolo, è il tentativo far agire, sullo stantuffo libero, gas, i quali posseggano quantità di energia largamente più rilevanti di quanto non possedessero i gas della combustione dell'antico motore e *siano atti a trasformarne in lavoro aliquote maggiori, prima di raggiungere la pressione atmosferica.* Questo nell'intento di ottenere che lo stantuffo, accelerato mercè un adeguato assorbimento di queste quantità di lavoro, elevi grandemente il rapporto d'espansione ed apra la via verso i maggiori abbassamenti delle temperature di fine espansione, e, quindi, verso i grandi rendimenti, (dato che alle basse temperature di fine espansione, in presenza di condizioni propizie pel raffreddamento dei gas espansi, possono seguire temperature moderate di retrocessione di calore nel percorso della fase inferiore del ciclo).

Il modo di realizzazione, fino a tanto che ci manteniamo nel campo delle indagini teoriche, ha importanza secondaria. Non dimeno, ad appoggiare il pensiero, può alludersi, sia all'eventualità di alimentare il cilindro sotto pressione, supponendo i gas (o l'aria) portati ad elevata pressione in un compressore esente

Digitized by Google

da perdite; sia all'eventualità di trasformare lo stantuffo ausiliario del motore Barsanti e Matteucci in uno stantuffo funzionante come uno stantuffo di corrente motore a precompressione a quattro (od a due) tempi e contemperando adeguatamente il ritmo dei due stantuffi (concedendo, necessariamente, nel caso del funzionamento a quattro tempi, una pausa fra l'uno e l'altro colpo dello stantuffo libero).

V. Conviene dir subito, affinchè la maggiore o minore artificiosità delle citt. soluzioni non imprima un carattere di eccessiva astrazione al complesso della nostra indagine, che, almeno per quanto ci sembra possibile intravvedere, questo nostro problema integrale è destinato, subito dopo compiute approssimative riflessioni sui rendimenti teorici, a cedere (per poco che si insista sul problema costruttivo) il proprio posto alla seconda soluzione. Non conviene pertanto indugiarsi più a lungo a discutere sui dispositivi costruttivi della soluzione integrale.

Iniziandoci invece al sommario calcolo dei rendimenti, ha manifesto interesse il prendere in esame uno dei casi in cui il rendimento può esser massimo. Ciò attribuisce alla ricerca il carattere di una, sia pur provvisoria, ricerca di limiti di rendimento teorico basata, come primo presupposto, sulla combinazione col ciclo a precompressione di più elevata efficenza (ciclo *Beau de Rochas*).

Discende da questo, altresì, l'idea di studiare un ciclo d'elevato rendimento e d'elevata pressione media (un ciclo ad alimentazione intensa) affinchè gli impulsi sullo stantuffo siano grandi, i rapporti finali d'espansione vistosi; mentre quello che può dirsi il *rendimento base*, dovuto al ciclo a precompressione che si assume a riferimento, potrà scegliersi, come è detto subito dopo, per quanto è possibile elevato (in concreto: con rapporto di compressione portato verso i limiti raggiunti dalla pratica) per contribuire a sostenere il valore del rendimento complessivo.

VI. La condizione ultima prescrive, può dirsi, in modo univoco (allo stato della tecnica) i caratteri del ciclo di riferimento.

Il motore a gas od a benzina, a compressione di miscuglio,

Digitized by Google

deve arrestare la propria ascesa verso gli alti rendimenti per la necessità di limitare le compressioni, dato il pericolo delle accensioni premature. È noto però che esistono motori i quali danno rendimenti superiori ai rendimenti già cospicui dei motori ora citati. Si è da lungo tempo dimostrato di poter superare l'ostacolo, opposto alla ascesa verso gli alti rendimenti dal pericolo delle accensioni premature, ricorrendo dapprima, con DIESEL (e forse, come si vuole, con qualche suo precursore) alla *compressione separata di aria e combustibile* e ad una combustione praticamente, a *pressione costante;* ricorrendo oggi a forme di preparazione della combustione e di iniezione del combustibile (olio combustibile denso) le quali, come si ripeterà, hanno concesso di trasformare la combustione a pressione costante *in una somministrazione di calore già vicina alla somministrazione a volume costante*, con rapporti d'espansione portati, in pratica, anche fino ad 1 a 12,5 (e con rendimenti teorici tendenti verso un limite dal 64 ÷ 65 %).

Nulla impedisce, che, nel caso presente, dato che noi abbiamo sollecitata la facoltà di presuporre lo stantuffo bloccato fino a combustione ultimata, si attribuisca alla combustione il carattere di combustione a volume costante; anzi, può dirsi, la ipotesi è la sola che si accordi con quel presupposto funzionale. Noi dobbiamo perciò prendere come elemento di partenza un ciclo avente i caratteri del citato ciclo Beau de Rochas; e, per seguire un esempio fatto in un Trattato (1) al quale, per uniformità, riferiamo le precedenti indicazioni di rendimento ed altre successive indicazioni numeriche, possiamo assumere come ciclo di partenza un ciclo con rapporto di compressione 12,24 (e rendimento teorico del 64 %).

Per ciò che riguarda il grado di alimentazione, dalla cui misura spinta ci siamo ripromessi di veder emergere la possibilità di raggiungere valori molto elevati del volume finale, nella espressione del rapporto totale di espansione, assumeremo, per rimanere

(1) Cfr. G. VAILLOT, *Les moteurs Diesel et Sémi-Diesel,* Parigi, 1923, Dunod,

Digitized by Google

nel campo delle ipotesi compatibili colla marcia a combustibile liquido denso, che il nostro motore abbia a marciare, secondo una possibilità riconosciuta in esperienze su motori veloci (1), con proporzioni d'aria molto ridotte, e, precisamente, con un eccesso pari al 20 % del teorico.

VII. Seguendo la Mem. ult. cit. faremo addirittura l'ipotesi, contemplata in uno dei relativi esempî, che il motore consumi la varietà di olio pesante che prende la denominazione corrente di olio da gas (*Gasöl*) in una specie di densità 0,87; pot. cal. inf. 10100 Cal. per Kg.; avente come fabbisogno teorico di aria di combustione 12,21 mc. per Kg. (a 15° ed 1 atm.), e richiedente perciò, nella marcia col 20 % di eccesso, di comburente, 14,65 mc. d'aria per Kg. di combustibile. Assumeremo inoltre, come calore specifico a volume costante dell'aria: 0,169 Cal., (come abbiamo già fatto nel tracciare, alla base della fig. 2, che ora ci proponiamo di interpretare compiutamente, lo schema entropico approssimato del ciclo rappresentato dalla fig. 1).

Poichè è preferibile non introdurre ipotesi arbitrarie sulla temperatura di inizio del ciclo, assumeremo, col Tratt. cit. nella penult. annotaz., che il ciclo si inizî alla temperatura esterna, valutata (come già fu fatto per il cit. schema) in 290° ass. Desumeremo quindi, dallo stesso Trattato, i valori della pressione e temperatura di fine espansione, ossia, rispettivamente, 35 atm. ed 805° ass. e traccieremo sul diagramma la verticale $B B_1$ la quale rappresenta la compressione adiabatica, per far seguire, a partire dal punto B_1, la linea di somministrazione di calore a volume costante $B_1 C_3$, la quale, comportando, in base alle ipotesi fatte, un aumento di temperatura di 3183°, finisce, lievemente arrotondando, a 4000° ass.

Una semplice proporzione, noto ormai il valore della tempe-

(1) Cfr. ad es. K. NEUMANN, *Die Dieselmaschine als Kraftfahrzeugmotor*, Giornale della Associazione degli ingegneri tedeschi (Z. V. D. I), 1927 pagg. 775 e segg.

Digitized by Google

ratura superiore, permette di attribuire alla pressione massima il valore di 174 atmosfere. Un' altra semplice proporzione, dato che, come è noto, il rapporto fra le pressioni estreme del ciclo di base è lo stesso per le due adiabatiche (legge di *Poisson* ed equazione caratteristica dei gas perfetti) permette di stabilire che la pressione di fine espansione di quel ciclo sarà:

$$p = \frac{174}{35} = 4{,}97 \text{ atm.}$$

mentre una 3.ª proporzione conduce a valutare in 1440.° la temperatura finale della stessa adiabatica.

Per un fatto di pura causalità, il quale riesce però favorevole al nostro intento di render intuitiva la dimostrazione, siamo condotti a notare (se noi tracciamo, sulla fig. 2, la verticale, discendente nel senso delle temperature, la quale rappresenta l' espansione adiabatica del ciclo originario) che il punto finale sensibilmente *coincide col punto* C *rappresentativo*, sulla fig. 2, *del regime di fine combustione* del diagramma (fig. 1) del motore a stantuffo libero. — Perciò, infine, il diagramma viene a chiudersi sulla *linea a volume costante* che iniziava il ciclo del motore a stantuffo libero (intesa nel caso attuale, quest' ultima linea, come percorsa in senso discendente). Possiamo quindi dire di aver, col ciclo B B_1 C_3 C B, compiuta la rappresentazione del ciclo di partenza della nostra indagine.

VIII. Passando al *calcolo del rapporto d' espansione del ciclo integrale*, incomincieremo coll' osservare, che, data la fortuita coincidenza delle caratteristiche del punto di fine espansione del ciclo originario col punto di inizio dell' espansione del ciclo a stantuffo libero, si può, prima ancora di prendere in esame la misura del lavoro compiuto in quella espansione, stabilire, che, in base al ciclo fig. 1, e per il semplice fatto della protrazione della espansione fino alla pressione atmosferica, prima, e della correlativa sovrespansione forzata, poi, il volume finale d' espansione deve settuplicarsi (ossia, che, in definitiva, il rapporto d' espansione deve variare da 1 a 12,24 a circa 1 ad 85) dato che

Digitized by Google

il volume del punto *c*, come ci è già noto da rilievi precedenti, è, nella fig. 1, circa una settima parte del volume nel punto *e* (1).

IX. Rimane a compiere una valutazione della quantità di energia già accumulata dallo stantuffo, nel momento in cui la pressione tocca le 5 atmosfere.

Abbiamo infatti ormai, per la parte di questo lavoro che il motore sviluppava nell'espansione fra 5 ed 1 atmosfere, preferito, per la più facile intuizione, l'esame della fig. 1, anzichè il calcolo diretto.

Si vedrà, fra breve, come, e per quali ragioni, il calcolo della *pressione media del ciclo* (o, più correttamente, della *pressione media nel corso della espansione fra 174 e 5 atm.* del ciclo originario) non esiga, in quanto essa deve contribuire al calcolo del rapporto di espansione totale, un grande rigore. Basta, per ora, ripetere la citazione della circostanza, che, al di là di un certo limite, *aumenti del rapporto d' espansione, i quali non siano*, addirittura, *ingenti, influiscono, negli stessi cicli odierni, in misura relativamente insensibile sui valori del rendimento.* Non vi è poi (o quasi) bisogno di chiarire la presente allusione alla circostanza, che, a base del calcolo, deve assumersi *non la pressione media del ciclo originario, ma la pressione media durante la fase d'espansione*, dato che è effettivamente il lavoro reso dalla espansione quello che lo stantuffo deve accumulare.

La pressione media del ciclo viene solo considerata in quanto essa rappresenta un corrente valore di riferimento.

X. Diremo, addivenendo alla valutazione: NEUMANN (loc. cit.) calcola in circa 12 atm. la pressione media di un ciclo ser-

(1) Noi separiamo, per fruire di una agevolazione nel raffronto, come è ripetuto, subito dopo, nel testo (ma come non è forse ozioso di riannotare anche a questo punto, per evitare incertezza di interpretazione) il volume generato nella espansione fra 5 ed 1 atmosfere, assieme a quello generato nella relativa sovraespansione (nel trasformare il corrispondente lavoro di seconda espansione in energia potenziale dello stantuffo che viene vincendo la pressione atmosferica) dal volume generato dallo stantuffo libero, nel trasformare in energia potenziale il lavoro raccolto durante l'espansione fra 174 e 5 atm.

Digitized by Google

vito dal combustibile, che abbiamo supposto di impiegare, col 50 % di eccesso d'aria (il ciclo avendo in quel caso, data la legge di variazione dei calori specifici colla temperatura di cui noi, mantenendoci in un campo più astratto, per semplicità non teniamo conto, rendimento inferiore al 64 %). Supporremo che lo stesso valore si approprî (approssimandosi però per difetto) anche ad un ciclo col 64 % di rendimento, ma che però si trasformi in 15 atm. circa nell' ipotesi dell' impiego del solo 20 % di aria in eccesso. Valuteremo approssimativamente (tenuto conto delle quantità di lavoro tramutatesi in calore sensibile dell'aria durante il compimento della compressione adiabatica, ed evitando la complicazione della valutazione diretta) la pressione media durante la corsa di compressione in una quarta parte circa della pressione indicata onde aggiungerla (per quanto è stato detto alla fine del num. prec.) alla pressione media indicata (da noi valutata in 15 atm.) dato che la misura della pressione media del ciclo si ottiene correntemente detraendo la pressione media della fase di compressione da quella della fase di espansione.

La pressione media durante l' espansione ormai salirà a $18 \div 19$ atm. — Le si contrapporrà una depressione, oltre al punto rappresentato nel diagramma entropico con E, e che nel diagramma della fig. 1 risulta di 7 decimi di atmosfera circa, la quale discenderà a fine espansione (come si verificherà) a circa 95 centesimi di atmosfera. Chi assuma, in base a ciò, per la depressione oltre il punto *e* (della fig. 1) un valore medio di 85 centesimi di atmosfera, trova che, per accumulare il lavoro reso nel corso della espansione fra 174 e 5 atm., bisogna che lo stantuffo generi un volume uguale approssimativamente a:

$$\frac{19}{0{,}85} = \sim 22 \text{ volte}$$

il volume assunto dai gas a 5 atm.; od anche a:

$$12,\ 24 \times 22 = 269 \text{ volte}:$$

il volume di compressione del motore di partenza. Aggiungendo le 85 volte (lo stesso volume) già computate a misura del volume raggiunto (come si dirà in forma di convenzionale abbreviazione) nel punto E, si ha in totale, arrotondando, un rapporto d' espansione dell' ordine di 1 a 350.

Digitized by Google

È ben noto, che, indicando con: p_1, v_1, T_1 pressione, volume specifico e temperatura assoluta in C; con p_2, v_2, T_2 gli analoghi parametri nel punto di fine espansione (v_2 essendo dunque uguale a 350 v_1) è (se si assume, ad espressioue numerica del rapporto $\frac{c_p}{c_v}$, il valore 1,41):

$$\frac{p_1}{p_2} = 350^{1,41}$$

e, poichè è: $p_1 = 174$

$$p_2 = 0{,}045 \text{ atm.};$$

e che è ancora:

$$\frac{T_1}{T_2} = 350^{0,41}$$

Poichè è: $T_1 = 4000.^0$, è, risolvendo:

$$T_2 = 348.^0$$

Concludiamo da questo che l'espansione finisce a circa 75.° centigradi, o, comunque, al di sotto dei 100.°. Il risultato è in sè eloquente; ma noi vorremo, che esso potesse condurci a trovare un valore almeno approssimato del rendimento del ciclo, di cui *non abbiamo, ancor una volta, mezzo per conoscere l'andamento della linea inferiore.* Dobbiamo, per questo, evitare di pronunciarci con presunzione di rigore.

***

XI. Il non conoscere l'andamento della linea inferiore non implica tuttavia definitiva rinuncia alla possibilità di formarsi una idea del presumibile ordine di grandezza del rendimento. Si può riuscire nell'intento con persuasiva semplicità, se *abbandonata*, per il momento, *la soluzione integrale, rivolgiamo l'attenzione al secondo dei nostri problemi:* il problema dell'impiego del motore a stantuffo libero come motore di seconda espansione.

Non abbiamo difficoltà a riconoscere, (fig. 2) considerando lo schema risultante dalla *iuxtaposizione del ciclo originario e dello schema entropico fatto a commento* della figura 1, che il diagramma risultante medesimo non può aver area molto inferiore a quella del diagramma della soluzione integrale.

Digitized by Google

La linea inferiore (della quale abbiamo detto di non essere in grado di stabilire il verosimile andamento) non può infatti discostarsi marcatamente, nel senso delle più basse temperature, dalla linea inferiore del primo schema entropico. — È chiaro, che, a partire dal punto di fine espansione (a 75.° centigradi) la temperatura dei gas, per effetto del raffreddamento, potrà discendere ancora di qualche decina di gradi; ma non potrà mai assolutamente discendere al di sotto (e, anche, non potrà certamente raggiungere) la temperatura esterna.

Stando così le cose, il complesso: *motore primario* + *motore di seconda espansione*, darà bensì un rendimento inferiore (non però un rendimento notevolmente inferiore) a quello del ciclo risultante dalla soluzione integrale. — Se pertanto noi conosciamo *il rendimento del ciclo a doppia espansione*, possiamo dire che questo rendimento si approssima, per difetto non grande, a quello del ciclo integrale.

Ciò non significa che, ai fini dell'indagine teorica, la differenza di rendimento fra i due casi debba considerarsi irrilevante. Noi ci troviamo infatti in un campo di grandezza dei rendimenti sul quale la ulteriore conquista di ogni unità percentuale è estremamente laboriosa.

Addiveremo, pel 2° caso, al seguente tentativo di valutazione.

XII. Per quanto sappiamo, il *ciclo primitivo dà un rendimento teorico del 64 %*. Esso versa quindi al cilindro di seconda espansione le 36 unità residue.

Il ciclo di seconda espansione a stantuffo libero permette, a sua volta, di utilizzare, per quanto fu esposto introduttivamente, più della 4.ª parte (e fors'anche una 3.ª parte) della quantità di calore somministratagli, ossia, in concreto, *9 a 12 unità percentuali della quantità di calore portata al motore primario*. Non è necessario giustificare questa affermazione, qualora noi riflettiamo, che il primo valore (che certamente risponde ad una ipotesi molto cauta) riprende, nella misura del 25 %, la *concreta misura del rendimento termico realizzato in motori a stantuffo libero* (collo sfavore della combustione incompiuta, ossia di una causa menomatrice della misura delle effettive somministrazioni di calore ai gas, causa menomatrice che, nel nostro, caso non esiste).

Digitized by Google

La pres. osservazione, già preannunciata fin dall'inizio, sarebbe, a questo punto, quasi superflua, se non premesse, anche per riguardo agli appunti del § succ., conservarla in evidenza.

La seconda ipotesi corrisponde invece a quella valutazione del rendimento del ciclo della figura 1 nella misura del $33 \div 34\,\%$ di cui ci è sembrato, sulla scorta di quel disegno, di non dovere escludere la possibilità (in seguito ad un esame delle linee del diagramma) e ad onta del carattere di provvisorietà dei calcoli ivi istituiti).

In conclusione: il valore del rendimento del ciclo a doppia espansione verrebbe a fissarsi fra il valore (certamente in difetto) del:

$$64 + 9 = 73\,\%$$

ed il valore di:

$$64 + 12 = 76\,\%$$

computato attribuendo al ciclo di seconda espansione un rendimento del $33 \div 34\,\%$.

Date queste premesse, il rendimento del ciclo integrale dovrebbe essere superiore all' ultimo valore indicato di un numero ristretto, come fu detto, di unità (che una analisi successiva potrebbe, del resto, permettere di precisare con qualche approssimazione) mentre rimarrebbe provata la possibilità di tendere, coll' aiuto del principio antico *e senza uscire dal campo dei rapporti di compressione correnti,* a rendimenti superiori al $75\,\%$, ossia, per riferimento, a rendimenti, i quali, col ciclo Beau de Rochas, *non potrebbero ottenersi se non con rapporti di compressione d' ordine triplo;* (con ingenti aumenti dei valori delle pressioni e temperature superiori, dimostratisi, come si ripeterà, costruttivamente impraticabili).

La conclusione appare, in senso teorico, di notevole importanza per l'apprezzamento dell'antico principio, specialmente dopo di aver anche veduto che la soluzione primitiva, (se non vi fossero state difficoltà di combustione) avrebbe portato ad elevati rendimenti. Desideriamo, riavvicinando, che il nuovo titolo di pregio si sommi all' antico (1).

---

(1) Questo cioè si ripete, affinchè il considerare il ciclo a sovrespansione solo come complemento di un ciclo a compressione preliminare non menomi, per quanto indirettamente, i suoi complessivi titoli di pregio.

Digitized by Google

4. — Considerazioni complementari sull' eventualità dell' impiego del cilindro a stantuffo libero come cilindro di 2.ª espansione.

I. Il paragone, che, per giungere alla valutazione dell' ordine di grandezza del rendimento del ciclo integrale, ci siamo trovati a dover compiere, ci avvia verso la seguente riflessione: *Se la costruzione del motore a doppia espansione*, secondo il concetto discusso, *non dovesse incontrare difficoltà molto gravi, la non grande differenza di rendimento non consiglierebbe*, quasi certamente, *ad insistere* (quando dall' indagine teorica si volesse passare all' indagine sperimentale) *sulla soluzione integrale.* Questa, come fu già detto, presenta più gravi incognite di carattere costruttivo, (conducendo, fra l' altro, ad enormi volumi di fine espansione e quindi a cilindri di proporzioni inadeguate).

Data l' importanza di elemento discriminante, che la questione costruttiva viene così ad assumere, è opportuno prospettarsi brevemente anche nel caso del motore a stantuffo libero, impiegato come motore di seconda espansione, il problema costruttivo, poichè, pure in campo di studi teorici, è giusto rendersi conto se il funzionamento a cui alludiamo porti, (ad onta della sua maggior semplicità rispetto alla soluzione integrale) a forme di mostruosità costruttiva, le quali lo confinino in un campo fantasiosa astrazione.

La fig. 3 riproduce, all' uopo, uno schema costruttivo, in una sezione trasversale fatta, per la metà di sinistra, verso l'estremità del cilindro del motore orizzontale M (che costituirebbe il motore primario) supposto, questo motore primario, un ordinario motore ad olio pesante, od a gas, fortemente alimentato; e per la metà di destra sull' incastellatura, fra cilindro e cuscinetti dell' albero motore.

Lo schema non presume d' aver non solo carattere di progetto; ma nemmeno di schema *definitivo.* Esso sopperisce soltanto alla necessità di *fissare*, materializzando, *il pensiero.*

La figura suppone che il motore M (della categoria a quattro tempi) porti nel cilindro, verso il termine della corsa, aper-

Digitized by Google

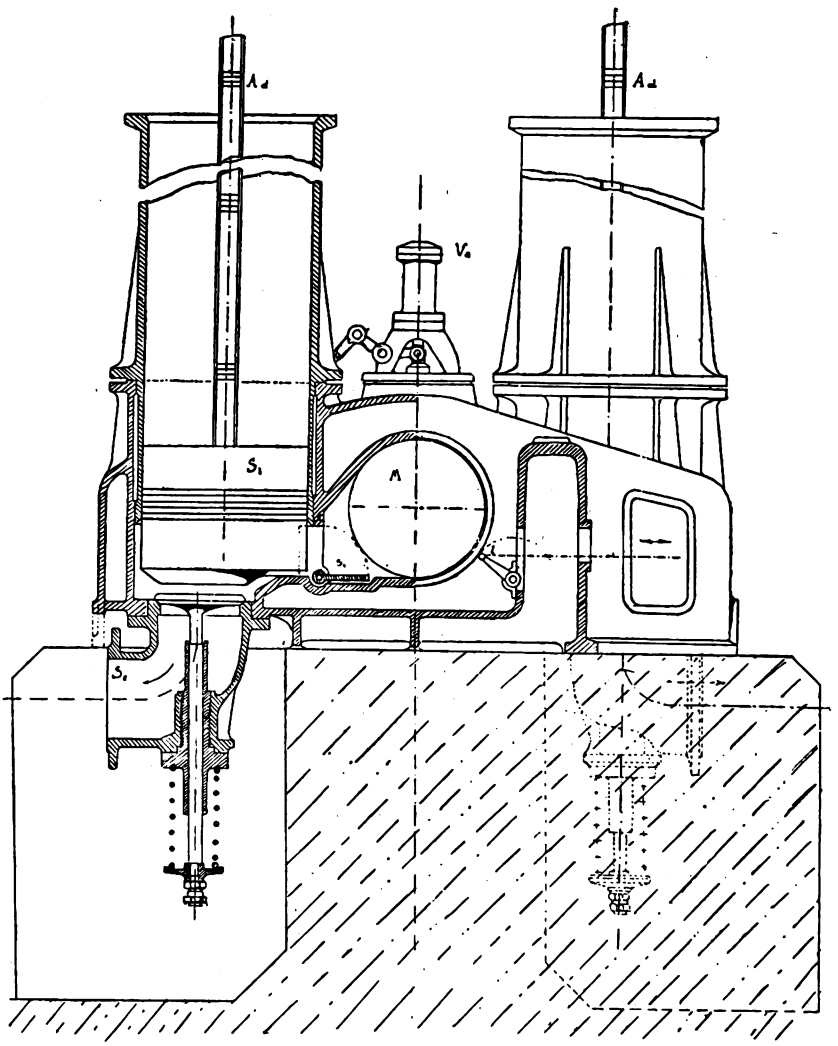


Fig. 3. - Sezione schematica di un ipotetico motore a quattro tempi a due gradi di espansione, effettuante la seconda espansione in cilindri a stantuffi liberi, trasmittenti durante la corsa di ritorno (secondo il concetto funzionale e costruttivo di BARSANTI e MATTEUCCI) l'energia accumulata nell'ascesa.

Nella fig. distinguonsi:

a) nel motore orizzontale a quattro tempi:

M = cilindro motore — s_1 = organo di intercettazione fra i cilindri

V_a = valvola di ammissione — l = leve di comando di s_1

b) nei cilindri di seconda espansione:

S_l = stantuffo libero — A_d = aste dentate

S_c = valvole di scarico dei cilindri a stantuffo libero.

Digitized by Google

ture di scarico simili a quelle che sogliono praticarsi nei motori a due tempi.

Lo stantuffo del motore principale smaschererebbe queste luci (in corrispondenza, approssimativamente, del momento nel quale, negli ordinarî motori, si inizia il processo di scarico spontaneo) (1) e, come mostra il disegno, il motore stesso, anzichè scaricare nell' atmosfera, *scaricherebbe i proprî gas della combustione in due cilindri a stantuffo libero, disposti, possibilmente, in modo da render minimi quelli che, nella dizione corrente, si chiamano gli spazî nocivi* (ossia gli spazî inerti, o perduti) i quali verrebbero ad avere una funzione pregiudizievole (in causa dell' abbassamento di pressione che il loro riempimento verrebbe a provocare).

Nel canale di comunicazione fra cilindro ad alta e cilindri a bassa pressione, dovrebbe prevedersi, seguitando a descrivere, anche l' applicazione di un *dispositivo di intercettazione*, collo scopo di prevenire i perturbamenti derivanti, al funzionamento del complesso, da una persistenza della comunicazione al termine della corsa di aspirazione (nel ciclo a 4 tempi del motore principale).

Schematicamennte, quest' organo di intercettazione è rappresentato sul cilindro a stantuffo libero sezionato dalla serranda *s*. Sulla destra del disegno è, in via complementare, simboleggiata in *l* la leva di manovra della serranda del secondo cilindro.

*
* *

II. Ciò che avverrebbe, non appena immessi i gas nei cilindri di seconda espansione, è facilmente immaginabile. Gli stan-

(1) Onde creare un punto di transizione fra il problema integrale ed il problema della seconda espansione dei gas espansi, nelle condizioni in cui essi vengono abbandonati da un motore ordinario, può dirsi: Il punto di presa dei gas parzialmente espansi può anche pensarsi *spostato verso la camera di combustione,* portato cioè in una posizione intermedia (per quanto, possibilmente, non lontana dall' estremità del cilindro, per non cadere in difficoltà costruttivamente o funzionalmente proibitive).

La seconda espansione potrebbe evidentemente essere più efficente (il grado di sovraespansione potendo essere maggiore). Nondimeno deve dirsi, che la soluzione intermedia può avere interesse per lo studio tecnico teorico. Rispetto ad una esperienza costruttiva, essa si presta ad obiezioni. La verosimiglianza della sperimentabilità è, in altri termini, minore.

Digitized by Google

tuffi liberi verrebbero rapidamente proiettati in alto e si compirebbe la *sovraespansione* in tutti e tre i cilindri. Essi sarebbero infatti comunicanti, fino al momento in cui lo stantuffo principale, ritornando, li separerebbe nuovamente, (determinando, dopo d'aver riportato la pressione al valore atmosferico, lo scarico dal motore principale).

Mentre la vicenda corrente del ciclo andrebbe poi continuando a svolgersi nel motore principale, gli stantuffi liberi, spinti verso l'alto dall'afflusso di gas in pressione, discenderebbero trasmettendo lavoro, dopo raggiunto il vertice della loro corsa. Allorquando la pressione nuovamente si fosse portata al valore ambiente, le *valvole di scarico* disposte (nello schema) alla base, dei relativi cilindri, aprendosi, concederebbero libero sfogo ai prodotti della combustione.

La capacità del cilindro principale (ritenuta la sovraespansione già compiuta, data la lentezza dei movimenti dello stantuffo primario, nel momento dell'inversione della corsa) concorrerebbe nel formare la capacità che diremo, brevemente, di *sovrespansione*. Lo stantuffo primario, ritornando, sarebbe anch'esso, per una parte, verosimilmente preponderante, della sua corsa, attivamente premuto dalla pressione esterna. La parte di gas rimasta nel motore principale verrebbe scaricata dalla valvola di emissione normale.

La trasmissione del movimento potrebbe avvenire con meccanismi di maggior precisione degli antichi. Le velocità di rotazione del motore principale, dovrebbero esser tali da concedere il tempo necessario alla corsa di ritorno; qualche legame cinematico potrebbe esser creato per render sicuramente tempestive ed armoniche le differenti funzioni del motore composto.

Alle serrande dovrebbero esser sostituiti organi di chiusura adeguati, conformando convenientemente i canali di comunicazione fra i cilindri.

Un organo di intercettazione, anche se di precisione, può, con verosimiglianza, trovare condizioni favorevoli di conservazione nelle condizioni di temperatura di gas di scarico.

Infatti, guidati dall'analogia della disposizione, possiamo dire che si conoscono esempî di motori a 2 tempi aventi un or-

Digitized by Google

gano di intercettazione sullo scarico (può citarsi ad es. una esecuzione di motore *Still*) e possiamo osservare, che le stesse valvole di scarico dei motori a quattro tempi (poste in condizioni analoghe per quanto riguarda le temperature di scarico) si trovano nella parte più calda del cilindro (sono cioè esposte alle temperature superiori del ciclo durante la combustione e l' inizio della espansione).

*
* *

III. Varie altre domande di massima insorgono, domande, le quali, in parte, si riferiscono a *ricerche astratte sui rendimenti massimi*, ed in parte tendono, in ordine di concetti reciproci, a *riavvicinare* il pensiero al concetto della *ricerca tecnica degli elevati rendimenti.*

La domanda relativa ai *rendimenti massimi* che possono *idealmente* ottenersi col processo (o coi processi) studiati, si sdoppia in quella: *se sia possibile incrementare l' alimentazione del ciclo* in modo da poter riuscire, se non altro a scopo di affermazione teorica, a valori del rendimento *superiori a quelli che abbiano indicati* in via di approssimazione; ed in quella: *se il risultato possa altrimenti ottenere mutando i caratteri del ciclo di partenza.*

Sulla 1.ª questione si può dare la risposta seguente: L' indagine astratta concede, che, alle tante ammissioni limiti, si aggiunga anche quella della possibilità di spingere l' alimentazione fino ad avere *proporzioni teoriche di aria e combustibile.* Si può così aspirare ad un aumento, facilmente calcolabile, nella *temperatura e pressione di alimentazione del motore* di seconda espansione; e, quindi, ad aumento del suo rendimento parziale.

Nella fig. 2 sono indicati a tratto interrotto il prolungamento della linea di somministrazione di calore e la linea d' espansione (linee C_3 C_4 e C_4 E_4) pel caso della marcia in proporzioni teoriche di aria. Si ommette, per non moltiplicare le indicazioni approssimate, la ricerca del rendimento del relativo ciclo di seconda espansione (il quale si inizierebbe a circa 6 atm.) e si aggiunge:

L' aumento delle proporzioni di combustibile può sembrare

Digitized by Google

l' unico mezzo al quale convenga pensare senza artificio, affinchè (ripetendo il calcolo anche per il *ciclo integrale*, e cercando di valutare nuovamente quella che può essere la differenza di rendimento rispetto al ciclo semplice a doppia espansione) si stabilisca il limite delle prospettive teoriche, in quanto si ricorra all' ordinario ciclo a precompressione, con somministrazione, di calore a v. c.

Tuttavia, riflettendo alla seconda parte della domanda di cui quì ci occupiamo; e, cioè, alla domanda relativa ai *risultati ottenibili modificando il ciclo di partenza*, si deve rispondere, che la dimostrazione della fruttuosità teorica del principio della marcia a sovraespansione può solo esaurirsi toccando un ordine più assoluto di concetti, ossia qualora si sfiori *il problema della realizzazione di un ciclo prossimo al ciclo perfetto.*

Poichè desideriamo evitare, nel testo, il prevalere di considerazioni astratte, il problema a cui alludiamo è fatto oggetto di un § di appendice.

***

IV. All'infuori del pregio di condurre a definitiva impostazione del problema dei rendimenti teorici massimi, la prima domanda porta pochi riflessi sperimentali. Riflessi più attraenti offrono le circostanze che si possono adombrare riavvicinando il pensiero, come fu detto, al concetto della *ricerca tecnica degli elevati rendimenti.*

Può dirsi al riguardo: La pressione di fine espansione del ciclo originario (o: di alimentazione del ciclo di seconda espansione) che, nella nostra ricerca, venne a fissarsi intorno alle 5 atmosfere, concesse di pensare al ciclo di seconda espansione come a ciclo di un minimo rendimento termico uguale (sulla scorta di risultati concreti di antichi motori a stantuffo libero, ed a combustione certamente non compiuta) al 25 %; con la verosimiglianza però, in base alla sommaria indagine fatta, che il rendimento indicato stesso possa raggiungere e superare il 30 %. Quella pressione finale di espansione del ciclo originario *non è irraggiungibile* nella pratica.

È notevole anzi il fatto, che, a raggiungere questa pressione

Digitized by Google

di alimentazione del ciclo di seconda espansione, può condurre, praticamente, in luogo della citata marcia con *proporzioni eccezionali di combustibile*, il procedimento (ormai di impiego corrente nei grandi motori a gas ed in via di diffusione nel campo dei motori ad olio pesante) della *marcia con sovralimentazione*, ossia della marcia compiuta alimentando il motore con aria lievemente precompressa prima della ammissione al cilindro. Però si deve avvertire che l'elevata pressione di fine espansione non si accompagna, in quelle marcie a sovralimentazione, a temperature tanto elevate quanto sono quelle che si sono potute presupporre nello studio teorico, ammettendo, ai fini di quello studio, la possibilità di raggiungere proporzioni di combustibile che la pratica non realizza correntemente.

Sia lecito tuttavia prescindere per il momento da queste differenze di temperatura, dato anche che quelle proporzioni, se non sono correnti, non sono tuttavia, come già si disse, irraggiungibili.

V. Condurrebbe fuori del nostro tema il ripetere per quali ragioni la marcia con sovralimentazione abbia un complesso *di ripercussioni benefiche sul rendimento effettivo*; e finisca, in massima, *col compensare l'onere che la compressione preparatoria fuori cilindro tende a far pesare sul bilancio del ciclo.* È invece importante notare, che, nel caso dei motori sovralimentati, tendono ad elevarsi le proporzioni di calore recate allo scarico, in paragone a quelle recate allo scarico dai motori ad alimentazione ordinaria d'analogo ciclo (1). Per questo, senza compiere una esempli-

---

(1) La marcia a sovralimentazione, non essendo le pareti in grado di dar sfogo a quantità di calore accresciute in misura proporzionale all'aumento delle quantità di calore sviluppate entro al cilindro, *tende ad avvicinare la fase di espansione all'andamento adiabatico, alterando, rispetto alle marcie normali, la proporzione fra le quantità di calore cedute attraverso il mantello refrigerante e quelle portate allo scarico.*

D'altra parte, il ciclo dei motori a gas, pure corrispondendo fondamentalmente al ciclo *Beau de Rochas*, ha, come è noto, rapporti di compressione inferiori a quello presupposto nell'esempio sviluppato nel § prec. Il rendimento essendo, per conseguenza, più basso, anche il ciclo teorico tende a portare allo scarico quantità di calore superiori al 36 %, corrispondente allo stesso esempio. Parziali combustioni tardive possono

Digitized by Google

ficazione documentata (anch' essa quì non opportuna) ci limiteremo a dire, che le quantità di calore recate allo scarico da un motore fortemente sovralimentato raggiungono, in esempî concreti, il $40 \div 42\,\%$.

Stando così le cose (in materia di pressioni iniziali e di quantità di calore recate allo scarico) è evidente che *la seconda espansione potrebbe attribuire a motori della pratica* (ammettendo soltanto che non si abbiano perdite proibitive di calore, nè espansioni nocive, nel passaggio dall' uno all' altro cilindro) rendimenti indicati complementari, i quali dovrebbero, teoricamente, poter salire fino al $12 \div 14\,\%$; e, se si vuol aggiungere, rendimenti effettivi complementari di sicuro rilievo, specialmente nell' ipotesi, in cui, impiegando meccanismi costruiti con grande accuratezza, come fu precedentemente accennato, si riesca *ad ottenere un grande rendimento meccanico nel motore di seconda espansione*, (semprechè le temperature più moderate dei gas di scarico non portino, come sembra, comunque, da escludersi, ad una contrazione eccessiva di quei rendimenti).

I rendimenti termici pratici dei cicli più favoriti salgono ormai, a carico normale oltre il $45\,\%$; i rendimenti globali toccano il $38\,\%$ e tendono al $40\,\%$. In linea *tecnico-teorica* (se non può dirsi: in linea applicativa), le cose dette conducono a pensare all' eventualità, che i rendimenti indicati, superato il 50 possano tendere verso il $55\,\%$; ed i rendimenti effettivi possano fors' anche superare il $45\,\%$, ripetute però, doverosamente, le più severe riserve per le difficoltà od imperfezioni del funzionamento concreto.

---

concorrere ad incrementare le percentuali rappresentanti il calore di scarico.

A sua volta, il motore ad olio pesante esegue tutt'ora, nella maggior parte dei casi, il ciclo *Diesel. La somministrazione graduale di calore che caratterizza quel ciclo*, deprimendo, a parità di rapporto di compressione, il rendimento termico, tende ad accrescere le quantità di calore portate allo scarico.

Vi sono dunque cause, le quali, pur essendo indizio di depressione del rendimento del ciclo primario, concedono che il ciclo di seconda espansione tenda a corrispondere, in circostanze appropriate, ai presupposti delle valutazioni precedenti.

Digitized by Google

Il trasportarci dai cicli teorici ai cicli concreti porta a render meglio palese, per le proporzioni che si vengono alterando, il beneficio della sovraespansione. Esso lo riporta da un vantaggio dell'ordine, forse, di una quinta parte del rendimento teorico del ciclo *Beau de Rochas* analizzato, a quello, (per scegliere, in questo, il caso più favorevole, ossia il caso dei grandi motori a gas, il cui rendimento effettivo si limita al $25 \div 26\ \%$) forse di una terza parte del rendimento concreto di grandi unità lente ad esplosione.

*
* *

VI. Rimane la riserva fatta per le temperature di scarico, le quali riuscendo inferiori alle temperature massime del ciclo della fig. 1, tendono evidentemente a deprimere i rendimenti.

Osserveremo tuttavia la temperatura dei gas di scarico è inferiore, nel caso dei motori a gas meno di quanto possa apparire a prima vista dall'esame dei valori sperimentali. Si trovano, infatti, accusate temperature anche superiori ai 700.° C, (1). Queste temperature (di poco meno, dunque, di 1000.° ass.) vanno intese come temperature medie fra quella di inizio dello scarico (la temperatura che effettivamente ci interessa) dei gas ancora sotto pressione, e la serie delle temperature rapidamente digradanti, che si hanno nel corso degli elementi successivi della fase di scarico; la media essendo ancora abbassata dalla presenza, nella massa dei gas, di quantità non trascurabili di aria fredda (*aria di lavaggio*) quali esse vengono impiegate nei motori sovralimentati a liberare il cilindro, a scarico ultimato (e perciò in un momento successivo a quello in cui dovrebbe compiersi la seconda espansione) dai residui della combustione contenuti nella camera di compressione.

Per questo, il distacco dal ciclo della fig. 1, il quale forma,

(1) cfr., ad es: De Grahl: " *Verwertung von Abfall und Überschussenergie* „ Berlino 1926, V. D. I. Verlag (nel diagramma di temperature a pag. 170). Le temperature più elevate rappresentate in quel diagramma sono già determinate al surriscaldatore di una caldaia di ricupero; e riescono pertanto (benchè forse modicamente) inferiori alle temperature medie di scarico misurate a valle della valvola relativa.

Digitized by Google

pur sempre, il nostro riferimento più certo, può non essere (senza dissimularsi questa e le altre cause di minorazione, fatte oggetto di precedenti riserve) tale da menomare irreparabilmente il significato del ricupero d'energia che la sovraespansione concede di ripromettersi.

Un'altra osservazione sul ciclo di seconda espansione nei motori a gas (in quanto il ciclo può essere contrapposto ai cicli realizzati impiegando vapore generato col calore di scarico) è fatta in forma di annotazione, in occasione del raffronto fra i cicli a combustione ed i cicli a vapore che chiude la successiva appendice.

5. — Cenno di chiusa.

I. Può dirsi, a conclusione delle cose dette: La teoria delle macchine termiche giustamente accoglie anche idee di problematica realizzabilità, ma, naturalmente, di corretta concezione, per considerarle come arma nella lotta ideale che essa combatte per portare sempre più innanzi il limite dei rendimenti raggiungibili.

Noi abbiamo visto, senza che, in questo, sia ombra di rilievo critico, (chè noi stessi, prima di aver avuto la ventura di conoscere con quanta severità il problema dell'espansione prolungata sia stato anticamente vagliato da Barsanti e Matteucci, avevamo sfiorato queste questioni senza riconoscerne l'importanza) che la teoria delle motrici a combustione suole invece relativamente trascurare un principio, il quale ha portato, negli albori della storia del motore, a brillanti risultati termologici e tecnici.

L'abbandono nel quale, sia pure dal punto di vista teorico, è caduta l'antica concezione, (per chi non si renda conto come le applicazioni immediate, od il loro commento, necessariamente dominino anche il campo degli studî teorici) appare forse meno spiegabile, quando si pensi, che, in generale, lo studio teorico pone fra le correnti materie di indagine, ad onta delle difficoltà di soluzione avutesi finora, *il problema della espansione protratta fino alla pressione atmosferica.*

I trattati non mancano, d'altra parte, di alludere alla possi-

Digitized by Google

bilità di altissimi rendimenti, quando però i rapporti di compressione salgano a valori straordinariamente più elevati di quelli che la pratica ha mostrato di poter convenientemente realizzare.

Sembra a noi pertanto, che a quelle, pur legittime, forme di astrazione, anche se dovesse veramente dimettersi la fiducia nella possibilità di una qualsiasi esperienza, dovrebbe aggiungersi quella suggerita dal concetto dell' eventualità dell' impiego del ciclo antico. Esso, come si disse, non porta il menomo senso di concezione faticosa, e può portare, anche inteso come semplice procedimento di seconda espansione, aumenti di rendimento termico molto più notevoli di quelli consentiti da larghi incrementi della compressione o dal semplice prolungamento dell' espansione fino alla pressione atmosferica (o fino in prossimità della pressione stessa).

II. Si possono evitare di rinnovare molte osservazioni dei § § precc., già esaurientemente riassunte.

Rimane pertanto all' A. solo il ripetere il voto, che, riprovati i risultati che egli ha presunto di far intravvedere, i trattati italiani di termodinamica-tecnica riprendano il concetto dell' antico motore e ne mostrino, meglio di quanto egli non abbia fatto, la fruttuosità teorica, ad onore della nostra Invenzione e degli studî sperimentali che la accompagnarono.

Se un altro voto può aggiungersi, esso è quello che venga accuratamente vagliato il problema, solo fuggevolmente qui adombrato, della eventualità di esperienze, le quali costituirebbero, verso l'antica Ideazione, un ben più significativo atto di Omaggio.

Digitized by Google

6. **Appendice:** *Marcie combinate a compressione preliminare ed a sovraespansione e problema tecnico teorico dell'avvicinamento dei cicli a combustione interna a cicli perfetti.*

I. Questo studio non può esimersi, nell'intento di dare impostazione relativamente compiuta ai problemi discussi, dal considerare sommariamente l'argomento di una indagine, che, nel campo di queste ricerche, può rivestire, in confronto delle altre ricerche a cui allude il testo, più deciso carattere di indagine limite.

Si tratta, in base allo stesso titolo del §, della ricerca della possibilità che la sovraespansione secondo Barsanti e Matteucci, avvicini, completandoli, cicli a precompressione, adeguatamente concepiti, *a cicli perfetti*, aventi, per esser precisi fin d'ora, temperatura inferiore *prossima* (se non coincidente) alla *temperatura esterna.*

Ad illustrare i caratteri del problema, serve, pur sommariamente, questo § di appendice. Esso è stato distinto dal testo onde evitare, nel testo stesso, accentuazione di carattere teorico. Ciò fu già avvertito.

Il testo, come si vide, ha, per contrapposto, cercato di riaccostarsi, verso la fine, alla realtà costruttiva. Il senso della, pur lontana, possibilità di veder rivivere, con funzioni innovate, che ne rendano persistente il pregio, l'antica ideazione, ci apparve, anche nel chiudere il § prec., più atto (anche se la ricostruzione dovesse farsi con puro intento di ricerca) a diffondere l'elogio del principio costruttivo - funzionale di Barsanti e Matteucci.

L'obbiettivo fu, insistendo, oltre che quello di pregiare il principio, in quanto esso ci rivela il segreto per risolvere problemi tecnico-teorici di antichissima data e di grande impegno, anche quello di non ostacolare, colla trattazione soverchiamente astratta, quella possibilità di divulgazione, con cui può forse meglio concretarsi l'intento commemorativo dello studio presente.

***

II. La storia dei motori a combustione ricorda di aver conosciuto con R. Diesel (1893-94) due espressioni del desiderio di avvicinare il ciclo a combustione al ciclo perfetto.

La prima espressione è offerta addirittura da una *proposta di realizzazione del ciclo di Carnot*, essendosi Diesel, all'inizio dei suoi studi, ripromesso di scindere la compressione in due elementi: uno *isotermico*, l'altro *adiabatico*, somministrando quindi il calore *a temperatura costante* e ritornando alle condizioni iniziali con una *espansione adiabatica.*

Quello studioso però, nel rivolgersi alla pratica costruttiva, ben conscio delle difficoltà create dall'inclusione della compressione isotermica, tentò la realizzazione di un ciclo variante, iniziantesi con una

Digitized by Google

compressione adiabatica, conservante la *somministrazione di calore a temperatura costante*, a cui doveva seguire *un' espansione adiabatica.* Questa avrebbe poi dovuto prolungarsi *fino alla pressione esterna.* Il ciclo, che denomineremo *ciclo variante* (di Diesel) si sarebbe così chiuso con una *linea di raffreddamento a pressione atmosferica.*

In esempi numerici fatti da Diesel, il ciclo, con una temperatura massima di soli 800° centigradi (ed una pressione massima di novanta atmosfere) avrebbe dovuto dare rendimenti (variabili col rapporto volumetrico dell'espansione isotermica) d'ordine di grandezza (nella media dei casi) del 70 %.

È noto, come e perchè, ad onta della correttezza teorica della concezione, l'esperimento non abbia sortito l'esito sperato.

III. Ammessa la concreta possibilità di *prolungare l'espansione fino alla pressione esterna*, quel ciclo finiva, comunque, a temperature relativamente elevate. La nostra domanda attuale, della quale è facile intravvedere (dopo quanto si è detto nei casi analoghi esaminati nel testo e supposte condizioni adeguate) possibilità di risposta affermativa, si traduce in quella di investigare, *se l'armonizzare il funzionamento secondo il* " ciclo variante „ *di Diesel col funzionamento a stantuffo libero consenta di ottenere*, come temperatura finale della espansione adiabatica, *la temperatura con cui il ciclo si è iniziato.*

Si incomincierebbe in tal modo col realizzare la *terza fase del ciclo perfetto.* Nel tempo stesso, si otterrebbe *una linea inferiore avente i due regimi estremi alla temperatura iniziale del ciclo* testè ricordata, (ed altresì, se si vuole aggiungere, ed a parità delle volute circostanze) una linea inferiore avente *breve estensione nel senso delle entropie* crescenti, e, per ovvia conseguenza, meno soggetta a veder pronunciarsi le temperature nel corso della compressione operata dalla pressione atmosferica, nel chiudere il ciclo.

La linea inferiore dovrebbe, esemplificando sommariamente, poter avere andamento più favorevole della linea E F B della fig. 2; incominciando (a prescindere dalla osservazione fatta sul beneficio della minore estensione del ciclo nel senso delle entropie crescenti) alla temperatura del punto B. La dimostrazione della superiorità termodinamica, di questa linea a bassa temperatura media, sulla linea a temperatura costante (e, più ancora sulla linea a volume costante adducente a B, la quale per quanto sappiamo finora corrisponde, in modo che può dirsi esclusivo, alle realizzazioni pratiche) non ha bisogno di essere rinnovata.

***

IV. L'analisi delle combinazioni possibili e la valutazione dei rendimenti presunti non sono qui opportune, nè indispensabili (1).

(1) Una deduzione in materia è stata abbozzata, sulla base del ciclo ad 800.° di temperatura massima studiato da Diesel, nella N. di contemporanea compilazione ripet. cit.

Digitized by Google

In massima dobbiamo già accontentarci della precedente presunzione generica di possibilità per giustificare e conchiudere la presente estensione della trattazione. Vi è tuttavia un argomento il quale richiama l'attenzione, in modo da non consentire di ommettere una breve discussione. Questa discussione, può, pensando al problema generale, darci l'idea della possibilità, nel caso corrispondente, di *portare la temperatura finale della sovraespansione anche al di sotto della temperatura esterna*; e può permetterci di valutare le conseguenze, (come si dirà, non indiscutibilmente favorevoli) di questa eventualità.

La discussione ha anche, in definitiva, il seguente scopo indiretto:

Pure volendo mantenerci risolutamente lontani dal discutere possibilità sperimentali del sistema che studiamo, non siamo in condizione di prospettarci altrettanto bene, nell'ipotesi della soluzione integrale a stantuffo libero ed in quella dell'impiego di un cilindro a stantuffo libero per la sola seconda espansione, uno schema costruttivo. La possibilità esiste infatti solo nel secondo caso, poichè l'espansione isotermica *non può compiersi* (1.° caso) *a stantuffo bloccato durante la combustione*, dato che, per assunto, *lo stantuffo deve spostarsi in modo disciplinato ed armonico col progresso delle somministrazioni di calore.*

Vista la emergente difficoltà funzionale, si è condotti a subordinare la domanda principale ai risultati ottenibili coll'impiego della seconda combinazione costruttiva, anche se ciò porta a rinunciare in alcuni casi (somministrazioni di calore contenute, e temperature superiori basse) alla risoluzione piena del problema; se cioè porta ad accontentarsi di soluzioni approssimate (rendendo difficile il ritorno alla temperatura di inizio del ciclo) (1).

V. Siamo, riunendo, condotti a renderci conto del fatto, che, in date condizioni, la soluzione integrale potrebbe portare a sovraespansioni eccessive (eccessivo abbassamento di temperatura) dimostrando implicitamente, che la seconda soluzione (oppure la soluzione intermedia a cui accenna la annotaz. prec.) potrebbe, in quelle condizioni, non imporre rinuncie sul rendimento.

L'indicazione che desideriamo di ricavare, può appoggiarsi sull'esempio già trattato.

Intendiamo riferirci al ciclo $BB_1 C_3 E_3 \ldots B$ della fig. 2, immaginando che il "*ciclo variante*„ di Diesel sia, in questo caso, rappresentato

---

(1) Abbiamo, ad ogni modo, già avvertito, che, specialmente in linea tecnico-teorica, è possibile anche una soluzione costruttivamente intermedia:

Si può cioè, nello schema della fig. 3, supporre di operare il versamento dei gas nei cilindri a stantuffo libero in una regione adeguatamente arretrata della superficie di scorrimento dello stantuffo primario. Si può in tal modo avvicinarsi, in varia misura, alla soluzione integrale.

Digitized by Google

da un ciclo di *uguale temperatura massima ed uguale somministrazione di calore per unità di massa di gas.*

Il punto di fine espansione (a pressione atmosferica) di questo ciclo ipotetico, per l'eguaglianza delle aree rappresentanti le somministrazioni di calore (implicita nelle ipotesi di partenza) cadrebbe, sulla fig. 2, in un punto di temperatura notevolmente più bassa di quella del punto D, a cui, nel ciclo già studiato cessava (al raggiungere della pressione atmosferica) l'accumulazione di lavoro da parte dello stantuffo libero.

Inoltre, l'accumulazione di lavoro si concluderebbe, nel ciclo variante di Diesel percorso nelle condizioni sopradefinite, dopo che l'espansione avrebbe attribuito allo stantuffo quantità d'energia superiori a quelle che gli avevano potuto essere attribuite nel caso precedente.

V. Le quantità di energia cedute allo stantuffo sono uguali, come è noto, alla somma della quantità di lavoro spesa nella compressione adiabatica con l'equivalente di quella somministrata in corso di combustione, diminuita però dell'equivalente meccanico dell'energia rimasta acquisita al gas in forma di aumento del suo corredo di calore sensibile.

La somministrazione di calore è uguale alla precedente. L'energia spesa durante la compressione è, nel caso attuale, molto maggiore; la differenza in più, come è facile provare, è anzi equivalente alla quantità di calore somministrata, (dato che anch'essa è capace di portare il gas dalla temperatura del punto B_1 a quella di C_3). L'aumento del corredo di calore sensibile, a fine espansione, è, sempre nel caso presente, per quanto è stato detto intorno alla temperatura di fine espansione (a pressione atmosferica) più piccolo di quello che esso fosse nel caso precedente.

In definitiva, lo stantuffo libero, oltrepassando all'inizio della sovraespansione il regime a pressione esterna, possiede una quantità di energia notevolmente maggiore di quella posseduta nel caso già studiato, e genera, a partire da questo punto, un volume maggiore.

Perciò il rapporto fra volume finale della sovraespansione e relativo volume iniziale cresce, per il doppio motivo della minore entità del volume iniziale e della grande entità della variazione. Cresce, con esso, il rapporto fra le temperature assolute, iniziale e finale, della sovraespansione.

Chi tenga presente, che, nel punto E_3 di fine sovraespansione, la temperatura era, già nel caso precedente, teoricamente inferiore ai 100° centigradi, conclude tosto per la verosimiglianza, anche in assenza di un calcolo preciso, che la temperatura di fine sovraespansione sia, nell'ipotesi che ci occupa, notevolmente inferiore alla temperatura ambiente.

Digitized by Google

VI. *L'esuberante approfondimento non avvantaggia il ciclo motore.* Infatti, se si considera il lento ritorno dello stantuffo come circostanza facilitante gli scambi di calore (il raffreddamento dei gas, nei casi precedentemente considerati), si cade, nel caso presente, nella presunzione che il gas, durante il principio della fase in regresso; e fino al raggiungimento della temperatura ambiente, *assorba calore dai corpi che lo circondano*, (in modo dannoso rispetto alle condizioni atte ad aumentare il rendimento del ciclo).

Questo concorre a far pensare all'impiego dello stantuffo libero quale *dispositivo di seconda espansione*, come soddisfacente ad un postulato costruttivo funzionale, non avversato, in circostanze appropriate da ragioni termologiche.

*
* *

VII. Chiariti ormai gli essenziali concetti di massima, chiuderemo, data la generalizzazione così raggiunta, chiedendo il consenso di abbracciare, per un momento, anche il campo delle macchine a vapore. Un paragone fra i caratteri delle due specie di aeriforni in questione, può, dopo di aver avvicinate le due grandi categorie di motrici, servire anche ad ulteriore illustrazione del principio di B. e M., considerato all'infuori dei problemi che ci occupano, in una forma più spiccatamente sintetica.

Diremo pertanto:

I cicli di trasformazioni termodinamiche delle macchine a vapore eccellono sui cicli a gas, per il *favorevole andamento delle linee a bassa temperatura.* L'aeriforme che le anima, facilmente condensabile in presenza di adeguate masse refrigeranti (aiutato dalla sua stessa conduttività termica e dalle forze attrattive fra le molecole) può mantenersi agevolmente a basse temperature e pressioni.

Per contrapposto, l'andamento dei cicli a gas è assai più libero *in campo di alte temperature.* Fra le altre cose (circostanza sulla quale l'argomento ci porta a fissarci, in questo istante, in modo particolare) durante il percorso di linee di somministrazione di calore isotermiche, *il gas* (perfetto) *ha il privilegio di poter trasformare in lavoro tutto il calore somministratogli;* mentre, nel vapore, una parte, che per date temperature è notoriamente parte largamente preponderante del calore somministrato, deve essere impiegata a compiere il lavoro (interno) necessario a vincere le resistenze (opposte dalle molecole al mutuo allontamento) che si manifestano durante l'espansione.

Possiamo dire pertanto *che la sovraespansione forzatamente indotta dallo stantuffo libero*, tanto più profonda quanto maggiori sono le quantità di lavoro attribuite allo stantuffo prima che la pressione nell'interno del cilindro sia discesa al valore della pressione esterna, finisce col *giovarsi del privilegio, che la libertà delle molecole concede ai gas, rispetto al vapore*, riportandolo sulle fasi a bassa temperatura del ciclo; e supe-

Digitized by Google

rando, nei limiti del possibile, la condizione di inferiorità in cui, dal punto di vista termodinamico-tecnico, quelle fasi inferiori vengono praticamente a trovarsi rispetto alle fasi inferiori dei cicli a vapore (1).

---

(1) Alla luce del paragone compiuto si ha la possibilità di inquadrare, forse meglio di quanto non fosse possibile nel § 4, un altro raffronto, non più nel campo degli altissimi rendimenti teorici, ma in quello della ricerca dei più elevati rendimenti tecnici, che rappresentò l'argomento di chiusa del § cit.

Si parlò allora di un ciclo pratico di rendimento relativamente modesto, vale a dire del ciclo ad esplosione, quale esso viene compiuto dai grandi motori lenti della industria metallurgica; e si prospettò (con riserva di tornare sull'argomento in questa annotazione finale) la possibilità, che il motore, adeguatamente sovralimentato, potesse aggiungere, ricorrendo alla seconda espansione, un numero rilevante di unità al valore (percentuale) del proprio rendimento.

È noto come, nei motori in parola, dei quali si videro i gas della combustione salire anche a temperature medie dell'ordine del 700.° centigradi, (impiegandosi *caldaie di ricupero dei calori perduti*) si riesca a produrre vapore sotto pressioni e a temperature (ed in masse) sufficenti per ricavare quantità di lavoro equivalenti al 6 ÷ 7 % delle quantità di calore apportate al motore. (Ciò si rileva, ad es., per citare un elemento di documentazione, da un diagramma riprodotto dall'A. in una comunicazione riguardante l'*Evoluzione dei motori a combustione interna dall'epoca della definitiva realizzazione del motore a precompressione*; in: Atti del Congr. 1927 pag. 87, od Annali R. S. Ing. Padova, fasc. IV, 1927).

La temperatura dei gas concede già un surriscaldamento fra i 300.° ed i 400.° e pressioni di generazione di vapore superiori alle 10 ÷ 12 atm. Il ricupero di calore, in generatori perfezionati, può avvenire (cfr. de GRAHL loc. cit.) sotto alto rendimento. Il vapore *può pertanto porre in evidenza la propria attitudine a favorire il rendimento dei cicli, in campo di basse temperature*, essendo essi cicli alimentati da calori perduti di motori a combustione. Avviene cioè, considerati i citati rendimenti supplementari dell'ordine del 6 al 7 %, che essi riescano certamente superiori a quelli che si avrebbero prolungando semplicemente l'espansione nel motore a gas fino alla pressione atmosferica. Rimane, per contrapposto, la presunzione, che la sovraespansione conceda di superarli (in una motrice unitaria, quale sarebbe il motore a gas, trasformato, secondo quanto fu detto, in un complesso a doppia espansione coll'impiego di cilindri a stantuffo libero). Ciò quantunque, a voler distinguere, in questo esempio, che non è più quello del *ciclo variante di Diesel*, a cui è dedicata la presente appendice, il raffronto cada (per la maggiore elevatezza, a parità di circostanze, della temperatura di fine espansione) in condizioni di relativo sfavore.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 13 settembre 1929)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Sulla pretesa presenza nel Mediterraneo del genere "HINDSIA„ H. & A. Adams e di due rarissime forme tirrene di "PSEUDOMUREX„.

GIORGIO COEN

(present. dal prof. M. Minio, s. c., nell' ad. ordin. 7 luglio 1929)

Aradas e Benoit (1) descrivono il loro MUREX SOFIAE con la menzione che (sic) " vive questa specie rarissima nei mari di Palermo „ e dichiarano di averla ricevuta " unita ad esemplari " di MUREX LAMELLOSUS, col quale ha qualche affinità ma molto " distinta per l'abito, per la forma degli avvolgimenti, e del- " l'apertura, nonchè per la coda obliqua. „ Aggiungono gli A. A. che " è molto affine al MUREX o HINDSIA NIVEA di Pfeiffer „ (sic) ma che però " ne differisce per avere i cingoli trasversali " in maggior numero e scabrosi, l'apertura meno grande ed al- " lungata, il lato sinistro dell'apertura non striato ed il canale " chiuso e più ristretto. „

L'esemplare descritto e figurato dai nostri autori appare essere rimasto unico; non vi ha menzione di altro individuo; e ciò conferma il Kobelt, (2) come vedremo più avanti.

Riproduco fotograficamente (1 × 1) la litografia dell'opera di Aradas e Benoit (fig. 1).

Il nostro eminente malacologo, il Marchese di Monterosato, mio compianto Maestro, sulla *Nuova Rivista* (3) non fa menzione

(1) ARADAS e BENOIT, *Conchigliologia vivente marina della Sicilia*, 1870, pag. 270, specie 715, Tavola V, fig. 7.

(2) KOBELT, *Iconographie der Schalentragenden Europaeischen Meeres-Conchylien*, 1883, vol. IV, pagg. 129-130, tav. LVIII, fig. 15.

(3) MONTEROSATO, *Nuova Rivista delle Conchiglie Mediterranee*, 1875.

Digitized by Google

della specie; nella *Enumerazione* (1) rimasta un caposaldo della nostra malacologia, ne fa cenno, ma come di errore: dice infatti che " il M. SOFIAE, Aradas e Benoit, creduto vivente nel mare " di Palermo, è l' HINDSIA NIVEA Pfeiffer, specie esotica. „

Venuto, poi, in possesso dell' *unicum* del Benoit, il Monterosato si è ricreduto. Sebbene, che io sappia, egli non ne abbia più scritto, lo etichettò nella sua collezione come MUREX SOFIAE, Benoit, tipo di Palermo.

La figura 2 riproduce (1 × 1) la conchiglia ed il cartellino autografo Monterosatiano.

Non credo che esistano, e, in ogni caso, non sono a mia conoscenza altre figure nel tipo, fino a quella data dal Kobelt (2) figura infelicissima che riproduco fotograficamente, fig. 3, (1 × 1) aggiungendovi però, nella fig. 4, la riproduzione, sempre fotografica (1 × 1), di un disegno a matita fatto e firmato dallo stesso Kobelt come dal vero: ma che veramente pare tratto piuttosto dalla litografia di Aradas e Benoit che dallo esemplare in natura.

Tornerò, poco più sotto, su questi disegni.

Il Kobelt (op. cit.) indica la specie come HINDSIA SOFIAE Benoit: ne dà la diagnosi, e la fa seguire dalla provenienza " in " der Korallenzone des Mittelmeeres „, riporta la storia dell'unico esemplare, e dice che esso " nella forma e nell' habitus „ (trad. letterale dal tedesco) " corrisponde molto alla H. NIVEA „, ma ha la struttura squamosa come un " PSEUDOMUREX „, il che è perfettamente vero.

Aggiunge il Kobelt che nel 1° volume della citata vastissima opera, dove avrebbe dovuto trovar posto la specie, egli la ha trascurata, perchè la riteneva un apporto esotico, non credendo ad un unico esempio del genere HINDSIA in Europa: ma che " la scoperta alle Azzorre della H. GRIMALDII Dautzenberg „, seconda specie Europea, fece tacere il suo preconcetto; e ripara così alla omissione aggiungendo, in supplemento, alla nostra fauna la H. SOFIAE.

---

(1) MONTEROSATO, *Enumerazione e Sinonimia delle Conchiglie Mediterranee*, 1878, pag. 41, nota 1ª.

(2) KOBELT, op. cit.

Digitized by Google

Vediamo, con qual fondamento la specie sia attribuita al genere HINDSIA.

Non ho la possibilità di esaminare la H. GRIMALDII, nè di vedere se è realmente una HINDSIA: veramente la diagnosi dell'Autore (1) non concorda, a mio avviso, con le descrizioni del genere, e tanto meno concordano con esse le figure, sia del Dautzenberg, sia del Kobelt: ma ciò non entra in questo studio.

Il Dautzenberg aggiunge alla sua diagnosi, che (trad. letterale dal francese) " la conchiglia descritta da A. & B. sotto il " nome di MUREX SOFIAE, ed il cui unico esemplare conosciuto " fu trovato a Palermo in zona coralligena, è egualmente una " HINDSIA, ma si differenzia dalla H. GRIMALDII per caratteri " che l'A. enumera, e cioè per la spira più alta, l'ultimo giro " più piccolo, la scultura più delicata composta di costole longi- " tudinali meno forti, più rade, e di cordoni decorrenti più deboli; " la conformazione dell'apertura è pure assai differente: mentre " è ristretta alla base e terminata con un canale affilato e doppio " nel MUREX SOFIAE, è fortemente dilatata e terminata in canale " corto e semplice nell'H. GRIMALDII. "

Senza occuparmi, dunque, della H. GRIMALDII, escludo in via assoluta che al genere HINDSIA appartenga il M. SOFIAE, se pur deve conservarsi a quel genere il significato diagnostico datogli dai suoi autori e da tutti i testi posteriori universalmente seguiti: e, siccome non abbiamo l'anatomia del M. SOFIAE, è giuocoforza contentarci dei caratteri della conchiglia, ma discutendoli col massimo rigore: e, fortunatamente, nel nostro caso, essi sono più che sufficienti.

Mentre la fotografia è essenzialmente obbiettiva, e col suo mezzo è tutt'al più possibile (mediante accorgimenti d'angolo visuale e di illuminazione) dar maggiore risalto ad un carattere piuttosto che ad un altro, ma non si giunge a falsare addirittura l'immagine, i disegni degli Autori bene spesso si risentono di loro impressioni o interpretazioni soggettive, o meglio del valore maggiore o minore ch'essi danno a caratteri che più hanno col-

(1) *Campagnes scientifiques du Prince de Monaco*, fasc. I, 1889: *Révision des Mollusques Marins des Açores*, par Ph. Dautzenberg, pag. 33, tav. II, fig. 4 *a* - 4 *d*.

Digitized by Google

pito la loro mente o son loro sfuggiti; alcuni di essi vengono pertanto, sia pure involontariamente, esagerati, a tutto danno della esattezza del documento che dovrà servire allo studioso, e che vale quanto, o poco meno della diagnosi stessa.

A. & B. figurando la loro specie hanno un poco trascurato la crenatura del labbro proveniente dai cingoli; hanno accentuato le coste longitudinali, ed esagerato il falso canale, o " canale priore „, che rende bifida la " coda „ del loro esemplare (coda bifida di cui però tace la diagnosi); ma la loro litografia è sempre riconoscibile.

Il disegno a matita del Kobelt accentua tali mende di proporzione: e la figura che egli dà nell'op. cit. non somiglia più all'originale nemmeno nella forma della spira, della bocca e della lamina columellare: fa poi saltar fuori, da luogo ed in modo morfologicamente impossibili, il falso canale, cui dà forma di un lungo tubo liscio e cavo, mentre è in verità breve, rugoso, e chiuso: come del resto appare nella figura di A. & B. e nel disegno stesso del Kobelt. E si noti che si tratta di un *unico*, di uno *stesso* esemplare, come dichiara il medesimo autore-disegnatore.

Chiedo venia della digressione, pur non inutile.

Sono pertanto d'accordo sulla patria della specie, con Aradas & Benoit, il Kobelt ed il Dautzenberg nelle opere citate, ed il Monterosato nel suo cartellino: ma v'ha di più. Il Monterosato ha chiamato MUREX SOFIAE Ben. var. SERRATA un'altra forma, o piuttosto un altro esemplare, unico anch'esso, che gli venne dalla celebre collezione Tiberi, colla menzione dell'habitat di Corsica. La precisione dell'eminente naturalista siciliano in tutto, e particolarmente sulle provenienze (il più lieve dubbio sulle quali Egli non mancò mai di segnare col punto interrogativo) garantisce della sua certezza del rinvenimento della conchiglia del Tiberi in Corsica, come della tipica del Benoit a Palermo: la figura 5 riproduce l'esemplare tiberiano col cartellino di mano del Monterosato (1 × 1).

Tutto concorda dunque nell'assegnare al M. SOFIAE la patria coralligena mediterranea, negata altra volta sulla base di una presunta appartenenza della specie ad un genere esotico.

Il Genere HINDSIA, H. & A. Adams, 1850, sinonimo di

Digitized by Google

NASSARIA Link, è dai suoi autori descritto testualmente così (1) (traduzione letterale dall'inglese: " Conchiglia ovale-fusiforme; " spira acuta; giri costulati longitudinalmente e cancellati; aper- " tura terminata in avanti con canale lungo e ricurvo; labbro " interno (= sinistro o columellare) circoscritto, *trasversalmente* " *corrugato - plicato;* labbro esterno internamente solcato. „

J. C. Chenu (2) descrive il genere come segue (trad. letterale dal francese): " Conchiglia ovale-fusiforme; spira acuta: giri " solcati o cancellati longitudinalmente; apertura presentante in " avanti un canale abbastanza lungo e ricurvo; orlo interno " (= columellare) *pieghettato o rugoso trasversalmente*; orlo destro " (= labbro) internamente solcato. „

Finalmente Paul Fischer (3) nella sua opera, fino ad oggi non superata e rimasta classica, dice dell'HINDSIA:

" Conchiglia ovale - fusiforme; spira acuminata, giri costulati " longitudinalmente e cancellati; apertura ovale, terminata ante- " riormente in un lungo canale curvato all'infuori; *labbro* crenato, " spesso, *varicoso all' esterno*, solcato all' interno; *columella rugosa* " *e trasversalmente plicata*, munita posteriormente *di un tubercolo* " *dentiforme.* Opercolo ovale, acuto alla cima un po' arcuata, a " nucleo apicale. „

La fig. 6 riproduce, 2 × 1, quella della H. ACUMINATA Reeve dal testo degli Adams, e, dal testo dello Chenu, la fig. 7 riporta la H. BITUBERCULARIS Adams e la fig. 8 la H. NIVEA Pfeiffer, ambedue 1 × 1.

Quest' ultima figura, pur non troppo felice, mostra perfettamente i caratteri generici così esattamente riassunti e completati dal Fischer, e particolarmente la columella rugosa in tutta la sua altezza, e la varice labiale: del resto egli, prendendo ad esempio del genere precisamente la H. NIVEA, mostra di ritenere che essa ne presenti i caratteri in pieno. Mi pare pregio dell'opera aggiungere anche la fotografia, (3 × 1) per agevolare il confronto colle figg. seguenti, di un eccellente esemplare (fig. 9)

---

(1) H. E A. ADAMS, *The Genera of Recent Mollusca*, 1858, pag. 132.

(2) J. C. CHENU, *Manuel de Conchyologie*, 1859, vol. I, pag. 161.

(3) FISCHER, *Manuel de Conchyliologie et de Paléontogie conchyliologique*, 1887, pag. 631.

Digitized by Google

di H. RECURVA Sowerby, di Aden, che fa scorgere in modo inequivocabile tutti i caratteri generici sudescritti: il dente sopracolumellare è particolarmente cospicuo e così le forti coste longitudinali, che, come gli altri caratteri del genere, mancano nel M. SOFIAE Benoit.

Basta aver prestato un po' d'attenzione a quanto finora ho esposto, per concludere:

I° la figura 8 rappresenta veramente una HINDSIA;

II° Il M. SOFIAE, A. & B. non ha nulla in comune con essa; e solo un esame molto superficiale può averlo fatto confondere colla stessa, a prima vista e, con ogni probabilità, sulla fede di figure ed in assenza degli esemplari in natura.

La figura 10 è la fotografia, 2 × 1, del famoso esemplare del M. SOFIAE, Ben. della figura I.

Un esame attento mostra come le coste longitudinali siano lievissime e piuttosto definibili come *onde* simili a quelle del giovane BUCCINUM UNDATUM, dell'AUSTROFUSUS ALTERNATUS ecc.; e come non vi sia traccia di varice labiale; come la columella sia perfettamente liscia; salta all'occhio il carattere essenziale della continuità del margine posteriore del peristoma, ove l'orlo del labbro esterno continua e si confonde senza interruzione con quello del labbro sinistro, o meglio della lamina sopracolumellare; questo carattere, che è proprio dei PSEUDOMUREX (come delle RAPANA e RAPA) basterebbe ad attribuire al genere la nostra specie, se non vi fosse dell'altro ancora.

La scultura (e lo osserva bene il Kobelt nel passo sopra citato) consta di funicoli assai elevati, minutamente squamosissimi, particolarità questa dei PSEUDOMUREX e che trova riscontro soltanto nella ornamentazione delle CORALLIOPHILA, come mi venne fatto di osservare in altra mia memoria (1).

Malauguratamente non possiedo, e non saprei dove trovare, la descrizione originale di Monterosato del Genere PSEUDOMUREX, genere caratteristico, sebbene tanto polimorfo, ma nella cui creazione appare lo acume straordinario dell'Autore. La diagnosi che ne dà il Fischer (op. cit., pag. 643) non è troppo chiara nè per-

(1) COEN, *Del Genere Pseudomurex*, Atti della Soc. Italiana di Scienze Naturali, vol. LXI (1922) pag. 70.

Digitized by Google

fetta; egli attribuisce, p. es., a tutto il genere il carattere della " partie supérieure des tours ornée d'écailles triangulaires saillantes „ che è proprio di una sezione del genere da me chiamata BABELOMUREX (op. cit.); ma, definendo le conchiglie del genere " in forma di MUREX o di RAPANA „ lo stesso Fischer esclude sempre — ed a ragione — le varici.

Ecco, del resto, in totale, la diagnosi del Fischer (trad. letterale dal francese) " Conchiglia in forma di MUREX o di RA- " PANA; *non varici*, ma coste più o meno marcate; parte supe- " riore dei giri ornata di scaglie triangolari, sporgenti; apertura " ovale-allungata; labbro ondulato: canale corto, aperto; perfo- " razione ombilicale variabile. Opercolo a nucleo laterale. „

Patria: Mediterraneo.

Esempio P. LACERATUS, Desh.

Come ho detto or ora, i PSEUDOMUREX sono apparentemente polimorfi all'estremo, tanto che io stesso (op. cit.), che aborro dalle innovazioni non necessarie in sistematica, diedi descrizioni singole per varie sezioni ed un sottogenere; ma sono così caratteristici, e riconoscibili con certezza ad occhio esercitato, che mirabilmente li ha tolti il Monterosato dai generi più eterocliti con cui erano confusi: dice il Fischer: " Les coquilles de ce genre ont été ballottées parmi les MUREX, PIRULA, LATIAXIS, FUSUS etc. „.

Occorre quì rammentare particolarmente il polimorfismo del genere, apparente: e la costanza invece dei caratteri principali: polimorfismo e costanza che mi suggeriscono di proporre una diagnosi generica completante quella del Fischer.

GEN. **Pseudomurex**, Monterosato 1872, in Fischer.

" Conchiglia in forma di MUREX o RAPANA, sprovvista di " varici; spira variabile; giri più o meno costulati longitudinal- " mente, ornati di funicoli spirali elevati, a superficie rugosa per " minute acute squame, talvolta carenati e coronati; apertura " ovale-allungata o piriforme, a peristoma posteriormente con- " tinuo; canale breve o medio, aperto; columella liscia; labbro " ondulato, crenulato dai funicoli spirali, internamente più o meno " solcato; perforazione ombelicale variabile, circoscritta da residui " canale-columellari priori. Colorazione sempre uniforme, bian-

Digitized by Google

" castra o variante verso il gialla stro od il cinereo; apertura e " columella candide. Opercolo a nucleo laterale. „

(La scultura della HINDSIA si accosta piuttosto a quella di certi Tritonidi; bene dicono, infatti, H. & A. Adms (op. cit.) che " HINDSIA rassomiglia ad un PHOS con canale allungato e " subcurvo e fu confusa coi TRITON; che però differisce dal " primo per la curvatura del canale e dai secondi per la " posizione degli occhi e per la forma della parte anteriore del " piede.) „

*
* *

Aradas & Benoit (op. cit.) così descrivono il loro MUREX SOFIAE:

" M. testa solida; ventricosa, albida; anfractibus (sic) 7 " rotundatis, longitudinatiter costulatis, interstitiis striatis, trans- " versim cingulatis cingulis numerosis scabrosis: apertura piri- " formi; labro dentato, intus plicato; cauda obliqua, bifida, ca- " nale clauso. „

Non si vede come gli A. A. abbiano chiamato " *chiuso* „ il canale che è, ed essi hanno ben figurato, *aperto* in tutta la sua lunghezza. Non può trattarsi che di un lapsus calami!

Il Kobelt (op. cit.) dice della HINDSIA SOFIAE:

" Testa solida, ovato ventricosa, unicolor lutescente albida; " spira brevi, convexo - conica, cauda elongata bifida. Anfractus " 7 convexi, longitudinaliter costulati, costis rotundatis, numerosis, " interstitiis striatis, et liris spiralibus numerosis squamoso - sca- " brosis cincti, ultimus major, rotundatus, in canalem sat longum, " canali priori persistenti bifidum elongatus. Apertura piriformis, " canali sinistrorso, labri extus haud incrassato, denticulato, intus " sulcato, columellari angusto, appresso, brevi. „

Opercul. ?

L'esame accurato del tipo, che la fig. 10 può ben chiarire al lettore, mi suggerisce di integrare e completare la diagnosi, sempre sulle traccie delle precedenti, e che l'assenza ormai di preconcetti o dubbii mi permette di stendere in modo scrupolosamente obbiettivo:

Digitized by Google

Pseudomurex Sofiae, Aradas & Benoit

" Testa solida, albo - lutea, ovato - ventricosa, spira mediocri " convexo - conica, acuta; anfractubus 7 convexis, cingulis spira- " libus numerosis undulatis cinetis; undis continuis, costis lon- " gitudinalibus similibus, ultimo anfractu evadinioribus; cingulis " squamis minutis creberrime acute scabrosis, interstitiis funiculis " similibus minoribus saepe dimidiatis; ultimo anfractu magno, " super ample ventricoso, basin rotunde rapide attenuato; aper- " tura postice ampla, antice angusta, obliqua, canale sat longo, " obliquo, aperto, augusto, cauda columellari valde producta; " peristomate postice continuo, labio simplici extus cingulis cre- " nato, intus sulcato, non varicoso nec incrassato; columellari " callo lamellari, reflexo, laevissimo; fauce ac columella candidis. „

" Operculum „ ?

Non ho fatto cenno del *canale bifido*, che pure è carattere cospicuo dell'esemplare, poichè non mi pare si debba ad esso dar valore più che individuale; osservo, a conferma, che non ne fanno menzione gli Autori, Aradas & Benoit: e che il Monterosato (vedi sopra) attribuì la conchiglia di Corsica ad una varietà del M. SOFIAE, sebbene in essa non esista traccia di canali persistenti se non in misura modesta, ma come costantemente si nota in quasi tutti i PSEUDOMUREX.

La direzione obliqua dell'apertura è invece caratteristica e va tenuta nel debito conto.

***

Il Monterosato ha, come si è visto, chiamato M. SOFIAE var. SERRATA, l'altro esemplare Tiberiano di Corsica che ho rappresentato (fig. 5) col suo cartellino originale.

Ne dò un'altra figura, 2 × 2, per maggior evidenza (fig. 11):

Si tratta di PSEUDOMUREX tipico, simile assai al SOFIAE, e diverso da tutti gli altri; differisce dal SOFIAE per avere fra altro, l'apertura in direzione longitudinale e non obliqua; il canale retto e non incurvato lateralmente o all'indietro, e perciò la linea del labbro deviata al suo terzo anteriore per divenire parallela, lungo il canale, all'asse columellare. Manca perciò il

Digitized by Google

carattere obliquo della bocca del M. SOFIAE; e la non continuità della linea esterna del labbro toglie al tutto l' aspetto ventricoso, contribuendo invece a renderlo più fusiforme e biconico. Il labbro è sinuoso nella metà posteriore, e presenta internamente una serie di 7 forti denticolazioni che devono aver suggerito al Monterosato il nome della *var.* SERRATA.

Se questo esemplare, anch' esso unico, devesi, come è logico, ritenere rappresenti una forma, i suoi caratteri sono troppo peculiari per farne una varietà del P. SOFIAE; esso si accosta non meno che al SOFIAE ad altre specie del genere, con le quali, del resto, non può confondersi, come col SOFIAE non può essere confuso.

Dato, allora, che l'" unicum „ di Aradas e Benoit sta a sè, ci troviamo di fronte ad altra specie, che vorrei descrivere come segue, e cui darò il nome impostole, come varietà, dal Marchese di Monterosato.

Pseudomurex serratus n. sp.

(= **M. Soflae** *Ben. var.* SERRATA Monts. mss. in coll.)

" Testa solida, fusiformi - biconica, crassa; spira mediocri " conica subacuta; anfractubus 7 paullum convexis, cingulis spi- " ralibus numerosis regulariter cinctis, cingulis squamis parvis " creberrime scabrosis, interstitiis undique funiculo simili minori " dimidiatis; primis anfractubus undis longitudinalibus signatis; " ultimo undis evadinioribus, medio ventricoso, sed haud carinato, " basin conice attenuato; apertura postice rotandata, antice an- " gusta, canale sat longo, angusto, aperto, recto; labro extus in- " crassato, sinuoso, antice intus 7 tuberculis fortissime dentato, " postice columellari callo reflexo laevissimo, continue unito. " Colori alboluteo, columella candida. „

" Operculum „ ?

Digitized by Google

***

Da tutto quanto precede, e che risulta da lungo studio ed accurati confronti, parmi esatto concludere:

1° Non è dimostrata la presenza nel Mediterraneo del gen. HINDSIA H. e A. A. Adams;

2° Il M. SOFIAE, Aradas & Benoit, appartiene al genere PSEUDOMUREX, Monterosato;

3° Nelle acque della zona coralligena côrsa vive una nuova rara specie, sopra descritta col nome di PSEUDOMUREX SERRATUS, (Mont. mss. var.) n. sp.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 23 settembre 1929)

Digitized by Google

ERRATA CORRIGE

alla Nota di Giorgio Coen

a pag. 1290 degli Atti del R. I. V., tomo LXXXVIII, anno 1928-1929, p. II. (Disp. 9ª ed ultima).

Fig. 1. *Murex Sofiae*, figura del Benoit, 1 × 1.
Fig. 2. *Murex Sofiae*, es. unico, cartello Monterosatiano, 1 × 1.
Fig. 3. *Hindsia Sofiae*, figura del Kobelt, 1 × 1.
Fig. 4. *Murex Sofiae*, disegno a matita del Kobelt, 1 × 1.
Fig. 5. *Murex Sofiae* var. *serrata*, es. unico, cartello Monterosatiano, 1 × 1.
Fig. 6. *Hindsia acuminata* Reeve, figura degli Adams, 2 × 1.
Fig. 7. *Hindsia bitubercularis* Adams, figura di Chenu, 1 × 1.
Fig. 8. *Hindsia nivea* Pfeiffer, figura di Chenu, 1 × 1.
Fig. 9. *Hindsia recurva* Sowerby, 3 × 1.
Fig. 10. *Pseudomurex Sofiae*, dal vero, 2 × 1.
Fig. 11. *Pseudomurex serratus*, dal vero, 2 × 1.

Digitized by Google

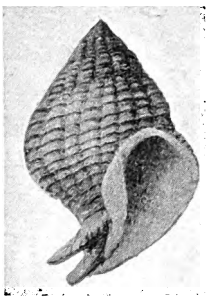


Fig. 1

Fig. 2

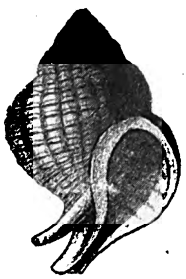


Fig. 3

Fig. 4

UNIV. OF MICH.

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 5

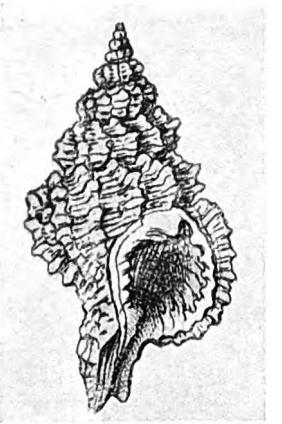


Fig. 6

Fig 7

Fig. 8

Digitized by Google

Digitized by Google

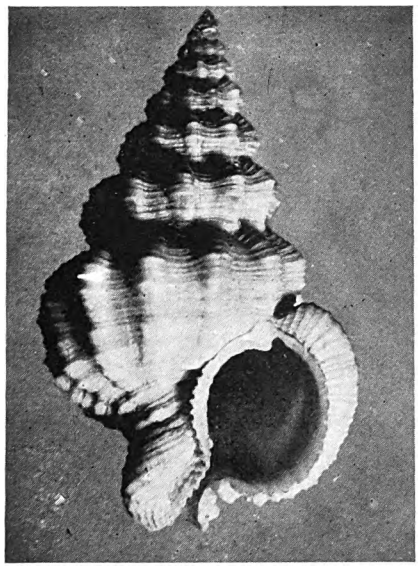


Fig. 9

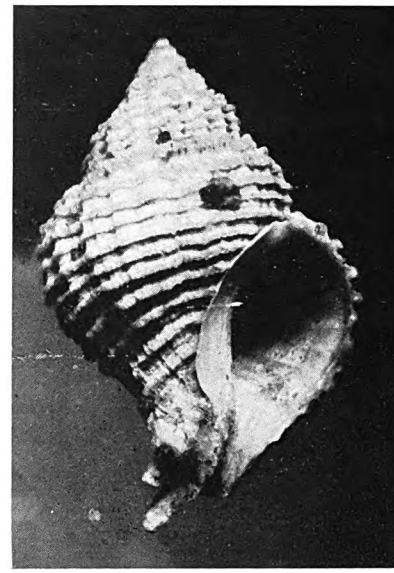


Fig. 10

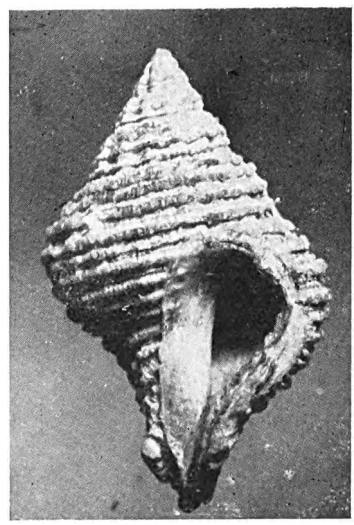


Fig. 11

U. OF MICH.

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno Accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Il diagramma di Cyrene

dott. PAOLA ZANCAN

(presentata dal prof. C. Anti, s. c., nell'adun. ord. 7 luglio 1929)

1. — Il diagramma di Cyrene è stato oggetto di considerazione da parte di studiosi anche insigni (1). Ma ad una interpretazione definitiva non si è giunti, ed è tuttora discusso se debba essere posto alla fine del IV secolo o alla metà del III.

Affronto subito il problema cronologico. Un dato della nostra iscrizione, finora non bastantemente rilevato, ci permette di collocarla entro limiti sicuri e ben definiti: intendo la menzione di Tolemeo senza titolo regio. Scrive il De Sanctis (VI, 245): " Tra le obiezioni si possono lasciare senz'altro da parte quelle " fondate su impressioni subiettive, alle quali è lecito contrap- " porre impressioni opposte: per esempio a taluni è sembrato " strano che Tolemeo non apparisca nella epigrafe come re; a " me invece, poichè i due Arcadi salvaguardarono, almeno in " apparenza, la libertà, pare ben naturale che Tolemeo compari- " sca qui con potere costituzionale di stratego, non già con ti-

(1) Ferri, " Abhandlung der preussischen Akademie der Wissenschaft „ 1925, estratto; De Sanctis, " Rivista di Filologia classica, 1926, p. 145; Beloch, Griechische Geschichte, IV, 2, 613; Wilcken, " Sitzungsberichte der preussischen Akademie der Wissenschaft „, 1927, p. 155; Heichelheim, " Klio „, 1927, p. 175; Groh, " Historia „, 1927, p. 112; Reinach, " Revue Archéologique „, 1927, p. 1; Otto, "Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaft „, 1928, p. 76; Oliverio, " Rivista di Filologia classica „, 1928, p. 133; De Sanctis [2], " Rivista di Filologia classica „, 1928, p. 240. — I due articoli del De Sanctis sono, nelle citazioni del testo, contraddistinti con IV il primo e con VI il secondo

Digitized by Google

" tolo di re „. Tuttavia, poichè nelle iscrizioni di epoca tolemaica, quante almeno ne ho potute vedere (p. e. O. G. I. S., 16-198 ; cfr. Syll.[3]), il nome di Tolemeo è sempre accompagnato o dal titolo regio e dal cognomen, oppure dal solo titolo regio, oppure, più raramente, dal solo cognomen (1) ; mi pare che, fino a che prove storiche patenti non contraddicano, la nostra iscrizione vada sicuramente posta nel periodo tra il 323, morte di Alessandro, e il 305, assunzione del titolo regio da parte di Tolemeo.

Così i limiti sono fissati, ed è aperta la strada ad una dotazione precisa. Poichè il contenuto dell'epigrafe presuppone un intervento tolemaico in Cyrene, tre anni possono essere presi in considerazione: 322, 313, 308.

Respingo il 313 in cui, secondo la testimonianza di Diodoro (XIX, 79, 1-3), una ribellione contro Tolemeo fu domata dai suoi generali Agio e Epeneto, che procedettero tosto ad aspre punizioni ; mentre nel nostro documento non è traccia di ribellione nè di repressione. Quanto al 308 sappiamo solo che, morto allora Ofella, Tolemeo riuscì a riconquistare la Libya (Suid., Δημ): la scarsità di notizie non ci consente di portare un argomento sicuro per nè contro questa data. Ma la condannano gli argomenti in favore del 322.

La fonte capitale è Diodoro (XVIII, 19-21 ; cfr. anche Arr., Diad., 16-19). Thibrone, il condottiero lacemone, con le milizie di Harpalo e la guida di esuli Cyrenei, ottiene in Libya rapidi successi: il porto di Cyrene cade nelle sue mani, Barce e Evesperide si uniscono a lui. Continua con alterna fortuna la lotta. Finalmente Thibrone, con l'aiuto di 2500 mercenari giunti dal Peloponneso, vince i Cyrenei, e i Liby, e i Carthaginesi loro alleati. Scoppia frattanto in Cyrene una insurrezione del popolo contro i ricchi, i quali, espulsi dalla città, si rifugiarono parte presso Thibrone, parte presso Tolemeo. Di questi Tolemeo

(1) Non parlo dei papiri che, riferendosi per la maggior parte agli ultimi Tolemei, sono per il mio confronto meno significativi. Comunque si ripete in essi il fenomeno costante della presenza del titolo regio. La lettera di Antigono agli Scepsi, in cui Tolemeo appare come Tolemeo senza ulteriore designazione, non contraddice ma anzi conferma la regola; poichè quella lettera con sicura datazione si riferisce al 311/10 (O. G. I. S., 5-6). — Cfr. naturalmente S. B. di Preisigke e Bilabel.

Digitized by Google

cura il rimpatrio e invia a loro scorta in Cyrenaica il luogotenente Ofella con uomini e navi. Thibrone, cui i popolani di Cyrene di fronte all' imminente pericolo si erano uniti, è battuto, fatto prigioniero e crocifisso; Cyrene e le altre città greche si sottomettono al potere tolemaico.

La situazione storica delineata corrisponde perfettamente a quella presupposta dal nostro diagramma. E cioè, riassumendo: 1) Tolemeo non è re; 2) le città della Cyrenaica non sono unite in κοινόν; 3) sono testimoniati precedenti torbidi in Cyrene, onde è giustificata la modificazione della costituzione; 4) pretesto all' intervento tolemaico sono degli esuli (Diod., XVIII, 21, 6), il che spiega l' interesse di Tolemeo alla sorte dei medesimi (ll. 6-7; 42).

Si aggiunga che della composizione della lotta tra ricchi e democratici al momento della sottomissione, composizione che è implicita in Diodoro, abbiamo nel diagramma esplicita testimonianza, ed anzi i termini stessi dell' accordo. Da un lato la condizione necessaria di possedere un censo minimo di 20 mine appare provvedimento favorevole ai ricchi. È vero che non è detto che una simile condizione rappresenti una innovazione, chè anzi l' esistenza di precedenti liste censitarie (l. 15) può far pensare il contrario; nè che le 20 mine costituiscano un censo più elevato del precedente; ma senza dubbio un precedente censo più alto sarebbe eccezionale, se già tanto ristretta parve ad Athene nel 321 la costituzione di Antipatro che, analogamente esigendo un censo minimo di 20 mine, escludeva dai diritti completi più che 2/3 dei cittadini (Diod., XVIII, 18; cfr. Beloch, III 2, § 164). Resta dunque che l' imposizione in Cyrene di tale censo, fosse innovazione o fosse conferma di un uso precedente, aveva in ogni modo tendenza oligarchica. — D' altro lato il modo con cui i redditi erano valutati appare piuttosto una concessione ai democratici: di fatti non solo sono nel reddito computati i beni della moglie, ma, purchè i beni della moglie ne siano garanzia, è ammesso che le 20 mine si posseggano sotto forma di credito (e ciò conformemente a quel che affermino i debitori ma anche se i γείτονες dei debitori non abbiano τιμαί da far valere come garanzia). Ora, poichè il possedere beni sotto forma di credito è più proprio della classe industriale e

Digitized by Google

commerciante, ne segue che questa dalle suddette concessioni è beneficata: e cioè in genere il partito democratico.

Queste le linee essenziali.

2. — Vengo ora alla considerazione di singoli punti. Che il nostro documento si riferisca alla sola città di Cyrene già al Reinach parve indiscutibile. Ma obietta il De Sanctis: 1) Il fatto che la cittadinanza sia concessa a tutti i nati di padre cyreneo, sia la loro madre libyca o cyrenea, presuppone che si parli non della sola città di Cyrene ma della regione tutta; ciò scende e dalla pura e semplice contrapposizione di Cyrenei e Liby, e dal fatto che è fin ridicolo supporre che i meticci potessero essere in condizione superiore ai Greci nati di madre di Barce o di Evesperide; 2) alla seconda linea (ἐντὸς τοῦ Καταβαθμοῦ καὶ Αὐταμάλακος) sono designati i due punti estremi della Cyrenaica, a oriente e a occidente, e il documento, legiferando sulle donne libyche dall'uno all'altro estremo del paese, mostra con ciò stesso di riferirsi non alla città di Cyrene, sì alla Cyrenaica intera (VI, 241 sg.).

Ai quali argomenti si può rispondere: 1) che il documento legiferi sulle donne libyche dall'uno all'altro estremo del paese, ci indica solo che la concessione alle unioni con donne barbare aveva un limite: l'esistenza del quale avvalora la già probabile congettura del De Sanctis che il riconoscere la cittadinanza ai nati di Cyrenei e donne libyche non fosse cosa nuova, ma semplice conferma di leggi o di usi o di abusi vigenti; 2) che la medesima concessione non sia fatta ai figli di Cyrenei e di donne greche di Barce o di Evesperide ci mostra che tale sanatoria non era necessaria o non era desiderata: in qual numero fossero tali unioni, e se ve ne fossero, non sappiamo; sappiamo invece quali torbidi abbiano continuamente agitato le città della Cyrenaica nel decennio 333-323, e come nell'ultimissima lotta contro Thibrone Barce e Evesperide si siano schierate dalla parte di lui, a differenza dei Liby, che furono alleati a Cyrene (Diod. XVIII, 20). Il diverso contegno giustifica il diverso trattamento.

Cadono dunque gli argomenti dai quali il De Sanctis traeva come necessaria conseguenza l'esistenza di un κοινόν. Alla conclusione che tale κοινόν non esistesse ci conduceva già il con-

Digitized by Google

fronto con gli altri κοινά greci a noi noti. Mentre nel nostro documento non è traccia di legame, nella distribuzione delle magistrature, tra Cyrene e le altre città; in quelli i membri della bulè erano designati con una certa proporzione dalle singole città facenti parte della lega: come risulta anzitutto per la lega Arcadica del IV secolo che accanto all' assemblea dei Diecimila ha una piccola bulè di demiurghi rappresentanti dei vari membri della lega (Syll.[3], 183); inoltre per l' antico κοινόν beotico (Busolt-Swoboda, *Griech. Staatskunde*, 1414 sgg.), e per la lega etolica (o. c., 1509), e probabilmente per la lega Achea (o. c. 1531 sgg. — cfr. De Sanctis, IV, 160); la partecipazione delle singole città al κοινὸν συνέδριον è testimoniata anche per la lega Lycia (Strab., XIV, 664 C). Ma più significativo è il confronto con il κοινὸν delle Cycladi; il quale, costituitosi al tempo di Tolemeo I o II, durato probabilmente quanto la dominazione marittima dei Lagidi, in continuo rapporto con il sovrano d'Egytto o i suoi agenti e tuttavia autonomo, contemporaneo dunque e in condizioni analoghe al presunto κοινόν cyrenaico, è regolato da norme e consuetudini sostanzialmente diverse: 1) il consiglio della confederazione era composto dei vari rappresentanti delle città confederate, chiamati synedri; 2) non esisteva una cittadinanza federale (quale si dovrebbe supporre per il cyrenaico se ad esso riferiamo la nostra iscrizione), ma le singole città della confederazione conservavano ognuna la sua particolare cittadinanza; come risulta dall' espressione: δεδόσθαι πολιτείαν αὐτῶι καὶ ἐγγόνοις ἐν πάσαις ταῖς νήσοις ὅσαι μετέχουσιν τοῦ συνεδρίου, e dal fatto che per consacrare questo diritto una copia del decreto doveva essere posta in ogni città, nel santuario dove si facevano di solito le iscrizioni del medesimo genere (B. C. H., 1880, p. 320 sgg.).

La soluzione di quello che il De Sanctis chiama il problema cruciale della nostra epigrafe, se essa cioè si riferisca alla sola Cyrene o a tutta la Cyrenaica, era già implicita nella soluzione del problema cronologico. Ma ho creduto opportuno aggiungere queste considerazioni dalle quali appare quante difficoltà, per lo meno di inverosimiglianza, già rendessero sospetta l' esistenza del κοινόν; e alle altrui argomentazioni precedentemente addotte altre ho voluto opporre che più evidentemente ci mostrano come,

Digitized by Google

alla data 322, la tradizione storica e quella epigrafica si chiariscano ed integrino e confermino a vicenda. Non solo dunque, non esistono prove patenti contro la data 322 dedotta nel § 1, ma le presunte prove contrarie sono in realtà favorevoli. Ci resta da discuterne ancora due.

3. — Quanto all' argomento: " La repubblica federale Cyrenaica ha come elemento caratteristico i Diecimila; ma i Diecimila sono il corpo politico della lega arcadica; quindi in Cyrene devono esser stati artificialmente trapiantati dai due legislatori arcadici Ecdelo e Megalofane (De Sanctis, IV, 148) „; si osservi che l' esistenza dei Diecimila è testimoniata per l' Arcadia alla metà del IV secolo, negli anni dal 369 al 348 (cfr. Dittenberger in Syll.^{3}, 183, n. 3), e in ogni caso sicuramente cessò con lo scioglimento della lega, il 324, per ordine di Alessandro il Grande (Hyperide, I, 18; Busolt-Swoboda, o. c., 1404); che i due legislatori sono invece della metà del III secolo: di modo che essi avrebbero introdotto nello stato ch' erano chiamati a riformare un ordinamento che già da un secolo nella loro patria non esisteva più. Ciò è molto inverosimile: e in ogni caso non ha forza di prova. Ma si veda quanto scrivo qui sotto al paragrafo 4.

Contro la mia datazione sembra ancora sussistere un dato oggettivo addotto dall'Oliverio (o. c., 197 sg.). E cioè: Strabone ricorda che sotto il regno di Tolemeo il confine fra la Cyrenaica e il territorio Carthaginese era il castello di Eufrantas (XVII, 836 C); per Eratosthene invece il confine era Automala (cfr. in Strab. II, 123 C). Le due determinazioni si riferiscono ad epoche evidentemente diverse; e poichè la seconda è senza dubbio posteriore, e, per l' epoca in cui Eratosthene visse, da riferirsi intorno al 250 o più tardi, la prima dev' essere senz' altro ricondotta al tempo di Tolemeo I, probabilmente agli anni dopo la spedizione di Ofella verso Carthagine. La menzione di Automala quale confine nella nostra iscrizione è la prova oggettiva che essa va riferita alla metà del III secolo. Così l' Oliverio.

Ma anzitutto non è detto che il confine di Eratosthene sia posteriore a quello di Strabone, perchè non è detto a qual tempo Eratosthene lo riferisse. Sappiamo poi che Automala si trovava

Digitized by Google

nei pressi delle Are dei Fileni (Stad. Mar. Magn., 84, dà la distanza di 185 stadi); e che a quegli altari, già noti al Pseudo-Scylace (Peripl. 109), era posto il più antico confine fra la Cyrenaica e Carthagine (Sall. Jug. 19. 79: la leggenda collegava anzi l' erezione stessa delle *arae* con il loro valore di confine); che lì il confine continuò ad essere posto secondo una tradizione costante (Polyb., III, 39, 2; X, 40, 7; Eratosth, l. c.) fino ai tempi del Basso Impero (Oros. I 2, 90). Il dato di Strabone, che ci avverte di un temporaneo spostamento verso occidente, si riferisce al dominio tolemaico (ὑπὸ Πτολεμαίου); dunque a un momento diverso da quello del diagramma; che, se anche dà inizio a un indiretto dominio tolemaico su Cyrene, si riferisce però a una situazione di fatto anteriore. Sta pertanto tutto in ordine se nel diagramma del 322 troviamo il consueto confine di Automala (cfr. anche Beloch, IV 2, § 150; De Sanctis, *St. d. Rom.* III, 29). E l' argomento geografico, lungi dal provare la data 250, la distrugge.

4. — Veniamo alla lettura e interpretazione storica dell' epigrafe.

Giova per chiarezza osservare che la costituzione cui ci troviamo di fronte non è, a rigore, democratica, ma oligarchica: poichè non c' è coincidenza tra i πολῖται e i πολῖται κύριοι, tra il πλῆθος e il πολίτευμα.

Quanto ai πολῖται essi possono essere tali o per nascita, πολῖται γένει (i nati da padre e madre cyrenei; i nati da padre cyreneo e madre libyca; i discendenti dei coloni); o per conferimento, πολῖται ποιητοί (quelli che Tolemeo designerà; quelli che il πολίτευμα accoglierà): ll. 1-5.

Il πολίτευμα sarà costituito dai κύριοι: condizione necessaria per parteciparvi è aver raggiunto i 30 anni di età, e possedere un reddito di 20 mine alessandrine; dei κύριοι faranno parte inoltre gli esuli, quelli rifugiatisi in Egytto (1), che Tolemeo designerà (l. 6 ss.).

---

(1) La determinazione " οἱ ἐς Αἴγυπτον φυγόντες „ fa pensare ad altri esuli rifugiatisi altrove. Sappiamo infatti da Diodoro che una parte di essi aveva cercato protezione presso Thibrone (XVIII, 21, 6). È vero

Digitized by Google

Una prima osservazione: normalmente la concessione dei pieni diritti era un privilegio che, poichè assicurava la partecipazione alla politica, esigeva un atto del κύριον τῆς πολιτείας, del potere sovrano; quindi, nella democrazia, dell' assemblea popolare (Busolt-Swoboda, o. c., 227). Nel nostro documento il diritto di conferimento è in ugual misura riservato al politeuma e a Tolemeo; e cioè il potere sovrano non è nelle mani nè di un'assemblea popolare, nè di una bulè oligarchica, ma è sdoppiato fra gli organi politici, democratici o oligarchici che siano, della Κυρηναίων πολιτεία, e la persona di Tolemeo. Come avvenga tale sdoppiamento, in quale forma e entro quali limiti, la nostra epigrafe ci insegna: e *qui sta il suo particolare interesse.*

Ma procediamo con ordine. Che cosa sono i μύριοι? La loro presenza ha fatto pensare ad analogie con la lega arcadica: di fatto un' assemblea di 10.000 ha riscontro solo lì; nè so come l' Heichelheim possa dire che " der Festlegung der Zahl der " vollberechtigten Bürger eines griechischen Staates auf 10.000 " haftet nichts Ungewöhnliches an „ (o. c., 179, 2). Che la designazione di μύριοι non implichi come conseguenza necessaria che si tratti effettivamente di 10.000 membri, già è stato osservato (Hiller v. Gärtringen, RE, II, 1128). Se poi ricordiamo che nel 321 ad Athene i cittadini che avessero un censo di 20 mine erano circa 9000 (Diod., XVIII, 18), pur conseguendo essi i pieni diritti a 20 anni e non a 30, possiamo logicamente ritenere che per Cyrene la cifra 10.000 sia molto ma molto approssimativa. Ma c' è di più. Il § 3 dell' epigrafe dice: " La bulè sia di " 500 uomini, eletti per sorteggio, non minori di 50 anni, restino " in carica due anni, il terz' anno ne sia allontanata per sorteg- " gio la metà; lascino trascorrere ancora due anni. Se non sia " possibile raggiungere il numero, si sorteggi fra i cittadini di " 40 anni „. È chiaro che il terz' anno si rinnovava per sorteggio la metà del consiglio; trascorsi ancora due anni, all' inizio del quinto, lo si rinnovava tutto (1). Onde al momento del rinno-

che di essi Diodoro narra pure che perirono tutti mentre più tardi tentavano di unirsi a Tolemeo; ma il particolare nella sua coloritura fantastica appare molto sospetto.

(1) Traduce il De Sanctis (IV, 159): " siano sorteggiati 500 non mi- " nori di 50 anni; e siano buleuti per due anni, e ne sia eliminata per

Digitized by Google

vamento totale si dovevano trovare tra i μύριοι almeno 1000 uomini di oltre 50 anni. Era però previsto, o per lo meno si temeva, che la cifra non si potesse raggiungere: onde, poichè secondo la statistica gli adulti sopra i 50 anni non sono molto più di un terzo di quelli sopra i 30, doveva essere preveduto il caso che i 10.000 nonostante il loro nome non fossero nel fatto molto più di 3000 (cfr. De Sanctis, IV, 160). Approssimativamente alla stessa cifra ci conduce anche la somma dei cittadini effettivamente membri del politeuma, e cioè: 500 senatori + 1500 giudici + [1500 non sorteggiati] (1) + 101 geronti + x magistrati = circa 3500. Ciò nonostante il nome di μύριοι si può anche spiegare con un certo grado di probabilità. Ci serve ancora l'analogia della costituzione di Athene del 321: là i cittadini con censo di 20 mine sono 9.000 su 31.000 (Diod., XVIII, 18; cfr. Beloch, III 2, § 164), e cioè poco meno che un terzo di tutti gli uomini liberi forniti di cittadinanza; considerando che il rapporto sia press' a poco il medesimo anche in Cyrene abbiamo che ai 3000 cittadini a pieni diritti dovrebbe corrispondere un complesso di circa 10.000 (2); dal che risulta che la designazione

---

" sorteggio la metà. E lascino passare due anni (prima di essere di " nuovo sorteggiati) „. E spiega: i buleuti devono rimanere in carica due anni, e sono poi per un uguale periodo di tempo ineleggibili. La metà ciascun anno scade d'ufficio ed è sostituita. Il turno succede regolarmente senza bisogno di sorteggio, eccetto la prima volta, quando appunto s'inizia; e la prima volta, perchè sia assicurata una maggiore stabilità nel momento della introduzione del nuovo statuto e perchè nessuno rimanga in carica meno del triennio normale, si fa il sorteggio solo a capo di due anni. Così intende anche l'Oliverio (o. c, 206). Ma io non vedo come si possa dare al διαλειπόντωσαν δύ' ἔτη il significato di " lascino passare due anni„ nel senso di " siano ineleggibili per due anni „; si dovrebbe considerare sottinteso un nuovo soggetto come οἱ ἡμίσεις, oppure οἱ ἀποκεκληρωμένοι, il che però forza la costruzione del periodo; il quale, per quel che mi pare, non ammette in realtà che un unico soggetto ai 3 verbi, e precisamente οἱ πεντακόσιοι.

(1) I 1500 giudici sono sorteggiati; bisogna quindi supporne almeno altrettanti sorteggiabili.

(2) È vero che per avere un rapporto esatto bisognerebbe togliere dai 9000 Atheniesi il 20 % costituito dai cittadini tra i 20 e i 30 anni, che mancano al πολίτευμα di Cyrene; ma tale sottrazione può considerarsi grosso modo compensata dal numero dei possidenti con censo di

Digitized by Google

di μύριοι data al politeuma, in realtà, numericamente, va riferita al complesso dei πολῖται.

Se dunque i μύριοι, per quel che noi possiamo valutare, sono ben lungi dall' essere 10.000, la nuova costituzione viene a perdere almeno in parte quel carattere di democratizzazione profonda che si era creduto di vedere nella sostituzione dei 10.000 ai 1000 (l. 35; cfr. Reinach, o. c., p. 6). In che cosa di fatto consista tale sostituzione, è cosa estremamente incerta. Beloch pensava ad una anteriore coesistenza dei due corpi: i 1000 sarebbero stati una suddivisione dei 10.000 che la riforna avrebbe omessa in quanto troppo complicata (IV 2, 614). Ma, come osserva l' Otto (o. c., 98, 1), secondo tutte le analogie che noi conosciamo dagli altri stati di Grecia, dobbiamo vedere nei 1000 o 10.000 il numero complessivo dei cittadini forniti di diritti politici; la coesistenza di due di tali cifre è dunque inammissibile.

Resta così che i 10.000 sostituiscono i 1000. Ora però, a considerare attentamente il § 7 della nostra epigrafe, mi pare che i vari periodi che lo costituiscono siano legati da un nesso logico non trascurabile; quel medesimo nesso logico che analogamente lega in un unico concetto il contenuto dei singoli paragrafi. Dice: " Facciano i geronti ciò che i geronti facevano in " tempo di pace, e la bulè ciò che faceva la bulè, e i diecimila " quel che facevano i mille „. E poi chiarisce: " (Cioè) tutti i " processi capitali giudichino i geronti, e la bulè, e dei diecimila " millecinquecento eletti per sorteggio „. Sicchè, a guardar bene, resta sì che il nuovo corpo politico si chiama dei diecimila ma di fatto i 1000 verrebbero ad essere sostituiti dai 1500; e cioè l' allargamento del corpo politico non sarebbe già nel rapporto 1 : 10, bensì in quello 2 : 3.

Donde tale allargamento sia venuto, con certezza non possiamo dire; ma con un certo grado di probabilità possiamo argomentare che sia legato ad un accrescimento dei cittadini grazie alle presumibilmente nuove concessioni, di cui le prime linee ci dànno notizia, o che dipenda piuttosto dall' ammissione al po-

---

20 mine, che a Cyrene comprende anche i creditori di tale somma, e in ogni caso comprende coloro che a tale somma giungono soltanto computando i beni della moglie oltre i proprî.

Digitized by Google

liteuma dei creditori; nè è escluso che tutt'e due queste cause intervengano sommandosi.

5. — Il § 7 è particolarmente interessante, e aiuta a chiarire anche altri punti. C'è in esso la menzione di πρότεροι νόμοι, τόδε τὸ διάγραμμα, e ὄντες νόμοι; e ne è implicita l'equazione πρότεροι νόμοι (ὅσοι μὴ ὑπεναντίοι) + τόδε τὸ διάγραμμα = ὄντες νόμοι, dalla quale risulta evidente che qui diagramma non ha altro significato che raccolta di leggi; come del resto già aveva osservato il De Sanctis (IV, 147), il quale dall'identificazione di οἵδε οἱ νόμοι della l. 6 e τόδε τὸ διάγραμμα traeva la medesima conclusione. Con ciò tuttavia abbiamo incasellato in una categoria più famigliare quello che è il contenuto sostanziale del diagramma, ma non ne abbiamo chiarita l'origine. Il termine ci avverte che un qualche cosa di diverso dal consueto in queste leggi che si chiamano diagramma c'è. Se non è diversa la sostanza, e l'abbiamo dimostrato, ne sarà diversa l'origine. Il che vuol dire che il potere da cui emanano non è il politeuma, ma un potere a lui diverso, se non opposto. È facile pensare a Tolemeo che già abbiamo visto a fianco del politeuma, a parità di diritti. E a Tolemeo pensa il Reinach. Ma la forma di tutto il documento in cui Tolemeo appare sempre in terza persona, l'espressione stessa ἄτερ τῆς Πτ. γνώμης (l. 42) ce ne dissuadono. Così pure il confronto con altri διαγράμματα (v. Oliverio, o. c., 201 s.).

E chi, se non il politeuma e non Tolemeo, può avere avuto tale potere? non possiamo pensare che a Ofella. Di lui ci dice Diodoro che παρέδωκε τάς τε πόλεις καὶ τὴν χώραν Πτολεμαίῳ τῷ βασιλεῖ (21, 9); e conclude: così i Cyrenei e gli altri perdettero la libertà e si sottomisero alla dominazione tolemaica.

Una tale sottomissione esigeva però un atto pubblico che la sancisse, e ne precisasse la natura. Il nostro documento è appunto quell'atto, nel quale sono i termini dell'accordo tra la repubblica soccombente, che tuttavia cercava di salvare il più possibile la sua autonomia, e il vincitore che, in apparenza moderato, in realtà direttamente o indirettamente si impadronisce di tutti i poteri, il deliberativo, l'esecutivo e il giudiziario.

Digitized by Google

6. — Il diagramma può dunque oramai essere definito il rescritto di Ofella, ratificato dai Cyrenei. Come tale, non manca neppure delle norme transitorie: ritrae appunto la fase di passaggio dalla indipendenza comunale alla indiretta dipendenza regia.

Già ho ripetutamente notato lo sdoppiamento di potere sovrano, a parità di diritti fra Tolemeo e il politeuma. Di fatto però Tolemeo interferisce due volte nella costituzione del politeuma stesso: 1) direttamente con l'introduzione degli esuli; 2) indirettamente, per mezzo dei 60 censori, i quali sono scelti dai geronti, i quali sono nominati da Tolemeo. Sicchè, siano prese le deliberazioni dai μόριοι, o dalla bulè che tra essi è sorteggiata, o dai geronti, in ogni caso alla radice di ciascuno di questi poteri è la persona di Tolemeo. Ciò per quel che riguarda il potere deliberativo, così nella fase transitoria come nello statuto definitivo.

Per l'esecutivo, il fatto che a Tolemeo sia riservato il primo posto nel collegio degli strateghi, e l'unico a vita, gli assicura una preminenza incontrastata; ma soprattutto gli dà potere il sicuro appoggio della sua forza militare.

Nei processi capitali Tolemeo rappresenta un tribunale straordinario cui si può ricorrere per la durata di tre anni. Ben inteso che Tolemeo non poteva intervenire a modificare i giudizi presi dal tribunale di geronti, bulè e 1500; bensì " a colui il " quale i geronti e la bulè giudichino degno di morte, a quello " sia lecito, se lo desideri, essere giudicato secondo le leggi, o " secondo la sentenza di Tolemeo „. Cioè ci troviamo qui di fronte (l. 39) a un vero e proprio προβούλευμα, che può essere confermato o respinto indifferentemente o dal tribunale maggiore coi 1500 giudici, o da Tolemeo. Quanto agli esuli, non esisteva limite di tempo: non potevano in alcun modo essere condannati senza l'appello a Tolemeo (1).

(1) Si badi che qui non si tratta della pena d'esilio in generale chè in tal caso avremmo l'accusativo della pena (φυγήν, analogamente al θάνατον della l. 39), non il genitivo della persona; il quale ci indica trattarsi qui di quelli che già erano esuli (γυγάδες), evidentemente dunque quei medesimi sopra ricordati.

Digitized by Google

Il tribunale straordinario di Tolemeo sarebbe durato tre anni; si prevedeva dunque che il periodo di sistemazione avrebbe dovuto avere questa durata. Vediamo infatti che, se già dopo un anno i cittadini devono essere regolati secondo il nuovo censo, solo al terz' anno si rinnova metà della bulè; e cioè solo allora entrano in essa gli elementi del nuovo censimento. È chiaro che fino a questo momento la bulè, se pure eletta per sorteggio, non può avere che un valore transitorio.

Che, al momento dell' emanazione, si prevedesse che solo al terz' anno il nuovo ordinamento avrebbe potuto essere applicato, è anche per altra via confermato. Se osserviamo la lista delle ἀρχαί con la quale termina il documento, ci troviamo di fronte a una serie di apparenti sorprese che già furono più volte dai precedenti studiosi rilevate. E cioè: il sacerdote è designato in carica ἐς τρίτον ἔτος, mentre, sebbene nelle leggi non sia determinata la durata della carica, tutto lascia supporre che essa dovrebbe essere di un anno. Inoltre, nella lista appaiono 12 strateghi, laddove nel documento si dice che essi avrebbero dovuto essere 5, oltre Tolemeo. Inoltre ancora, fra le magistrature appaiono 5 nomotheti, che nel documento non sono affatto menzionati. Si tentarono varie spiegazioni (cfr. De Sanctis, IV, 164; Oliverio, 211). Secondo me non v'è altra spiegazione che questa: si tratta di cariche provvisorie per il periodo di sistemazione; ἐς τρίτον ἔτος vale " fino al terz' anno „ e si riferisce, non sintatticamente, ma di fatto, a tutti i magistrati elencati. Il numero straordinario di strateghi non stupisce dopo una situazione così profondamente travagliata. Del resto, a ben guardare, anche nel testo la carica di stratego ci appare come la più elastica. Difatti il numero legale è fissato a 5, i quali devono essere eletti tra uomini di 50 anni che non siano mai stati strateghi. In caso di guerra però è tolto il limite d' età che veniva ad escludere gli elementi più giovani, ed è pure concesso ai geronti di rivestirne la carica; in caso di guerra non libyca sono i μύριοι che devono confermare il collegio in carica o eleggerne un altro, sempre con scelta da tutto il politeuma. Probabilmente nell' espressione ἐκ παντὸς πολιτεύματος è inclusa anche la soppressione della clausola ἐκ τῶν μήπω ἐστρατηγηκότων, la quale verrebbe altrimenti a sottrarre, al momento del bisogno, gli uomini sperimentati. La pre-

Digitized by Google

senza dei nomotheti al momento dell' applicazione delle nuove leggi e della sistemazione di queste con le precedenti è naturale; mentre essi non avrebbero ragione di sussistere a sistemazione avvenuta, perchè le loro funzioni sono allora tutte assorbite dai nomofylaci.

Sicchè anche nelle ἀρχαί non vedo difficoltà essenziali. Anzi, difficoltà vedrei se in calce al diagramma apparissero come già esistenti appunto tutte quelle magistrature che il diagramma pone in essere. D' altra parte non possono nemmeno apparire le magistrature che il diagramma annulla o sostituisce. Dunque ci sono magistrature provvisorie e straordinarie.

7. — Della parte centrale dell'epigrafe, dove la lettura estremamente incerta consente solo di avanzare più o meno incerte congetture, non mi occupo.

A conclusione della lettura giova rilevare ancora che il significato e l' interesse particolare della nostra iscrizione sta nell' essere l' *unico documento conservatoci* in cui direttamente ci appaiano, nella loro essenza, *i rapporti tra comune e regno;* dei quali finora non avevamo che frammenti di notizie a gran pena racimolati dai documenti di varia natura pervenutici (1). Onde questi da quello dovranno trarre luce.

8. — Non ho addotto a ragione della mia collocazione cronologica argomenti di carattere numismatico od epigrafico. Voglio però osservare che i primi ne sono conferma, come indipendentemente ma concordemente dimostrarono il Robinson, l' Otto, l' Heichelheim, e il Reinach. Dai secondi prescindo perchè dell' elasticità dei medesimi l' Oliverio stesso, che ha al suo attivo così larga esperienza, ci dà una piccola prova. Osserva infatti l' Oliverio che alcuni dei nomi dei membri delle ἀρχαί ricompaiono, essi e i loro patronimici, in una lista di *lochagoi* (S. G. D. I., 4833).

Tale iscrizione, per ragioni epigrafiche, era dal Blass stata

(1) Cfr. p. es. PIETRO GHIONE, *I comuni del regno di Pergamo;* GIUSEPPE CARDINALI, *Il regno di Pergamo*, in BELOCH, *Studi di storia antica*, V, 1906; BELOCH, *Gr. G.*, IV, 1, 364 sgg.; KAERST, *Gesch. d. Hell.*[3], (1927), II, 348 sgg.

Digitized by Google

collocata, senza un termine molto preciso, prima del dominio tolemaico.

Ma la forma delle lettere costringe l'Oliverio a spostarla ai primi decenni del III secolo. E poichè tra questa iscrizione e la nostra ci dev' essere un certo intervallo per concedere ai *lochagoi* di salire alle cariche di stratego e di eforo, l'Oliverio trova in ciò una conferma alla sua datazione del diagramma. E fin qui, sia o non sia vero, il ragionamento va.

Esiste però un' altra iscrizione, edita dal medesimo Oliverio in *Africa Italiana* (1928, 325), in cui si hanno " lettere molto " eleganti la cui forma ci autorizza a porre l' iscrizione alla II " metà del IV secolo „. In tale iscrizione è menzionato un Filone di Annikeris che, come l' Oliverio ben ricorda, noi conosciamo già, perchè è uno degli ufficiali del corpo scelto dei 300 della precedente iscrizione 4833. Pure l' iscrizione di *Africa Italiana* non può essere anteriore a 4833, perchè, per ragionare come l' Oliverio, quando Filone dedicò l' altare doveva essere già un personaggio di una certa importanza; onde anzi fra 4833 e la dedica dell' altare devono essere trascorsi alcuni anni.

Di qui non s' esce. Tutto ciò ha, naturalmente, un' importanza molto relativa: è solo, come dicevo, una piccola prova di quanto sia periglioso affidarsi agli infidi caratteri epigrafici.

Quanto alla lingua usata nel diagramma, il dialetto cyrenaico compare solo nelle ἀρχαί, il che conferma l' emanazione da parte di un' autorità estranea al paese; naturalmente i nomi, che sono personali e quindi immutabili, furono trascritti così come suonavano nel loro dialetto.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 12 ottobre 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda

Studî sulle equazioni differenziali fuchsiane

di genere zero

DI ANNIBALE COMESSATTI, s. c.

(*Adunanza ordinaria del giorno 7 luglio 1929*)

Alla presentazione del tema di questi studî provvede ampiamente, con ogni dettaglio specifico, il paragrafo introduttivo, senza tuttavia escludere l'opportunità d'una più generica premessa, intesa a riassumerne lo svolgimento.

Le equazioni differenziali da cui trae argomento la presente ricerca, sono — limitatamente al genere zero — quelle che POINCARÉ ha chiamato *fuchsiane* (*), cioè le equazioni lineari del tipo

$$A) \qquad y'' = Q(z)\, y \ ,$$

con Q *funzione razionale* di z, per le quali la variabile indipendente z risulta *funzione fuchsiana* del rapporto η tra due integrali particolari (qualunque).

L'equazione A), ove sia fuchsiana, individua un *gruppo fuchsiano* G di genere zero; viceversa ad ogni G di genere zero è associata una, ed essenzialmente *una sola* equazione differenziale A). E poichè G resta individuato dall'assegnare sul piano z il corrispondente *gruppo di diramazione* Δ (di m punti), colla relativa *segnatura* $(\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_m)$, così a sua volta, l'insieme di tali elementi caratteristici, che concisamente indicheremo con $[\Delta]$, individua pienamente la funzione razionale $Q(z)$.

(*) Per le citazioni dettagliate rinviamo al testo, segnatamente al § 1.

Digitized by Google

Nello stato attuale della teoria, la prova della dipendenza univoca di $Q(z)$ dagli elementi caratteristici raccolti in $[\Delta]$, si consegue passando attraverso al *teorema fondamentale (Grenzkreistheorem)* che assicura dell' esistenza del gruppo fuchsiano G per ogni $[\Delta]$ *arbitrariamente* assegnato; ed ha il carattere d' un *teorema d' esistenza e d' unicità*, senza che ne risulti, almeno in generale, una *determinazione analitica diretta* della funzione in discorso.

In modo preciso, valutate opportunamente le *condizioni algebriche* del problema, restano tuttavia incogniti, nel numeratore della $Q(z)$, $m-3$ coefficienti, che KLEIN ha chiamato *parametri accessorî*, e che dipendono in maniera trascendente ma del tutto imprecisata dalle condizioni caratteristiche predette. Onde resta aperto l' interessante problema di precisare tal dipendenza, o quanto meno taluni suoi caratteri, e subordinatamente il problema minore d' indicare i casi nei quali l' indeterminazione della $Q(z)$ s' abbassa di grado, fino a quelli in cui la funzione stessa può esser *costruita algebricamente.*

La presente ricerca, dedicata ad uno sguardo ai predetti problemi, s' inizia, dopo le già ricordate premesse, colla considerazione di *due principî*, la cui applicazione conduce a determinare compiutamente per via algebrica la funzione $Q(z)$, in due gruppi di casi caratterizzati da opportune particolarità degli elementi caratteristici, cioè del gruppo G. Senza entrare in altri particolari, aggiungeremo che il primo principio, informato al *teorema di diramazione*, ed alla conseguente trasformazione dell' equazione A), può essere applicato anche nel caso di speciali *trasformazioni non algebriche*, ed allora conduce ad equazioni di tipo più generale della A), le quali posson dirsi *fuchsiane in senso lato*, in quanto possiedono la proprietà della A) in relazione a gruppi G (sempre con cerchio limite) che non sono generabili mediante un *numero finito* d'operazioni. La relativa funzione $Q(z)$ non è più, naturalmente, razionale, ma trascendente, ed il campo della variabile indipendente z può ancora essere l' intero piano complesso, ma può anche ridursi all' interno d' un opportuno circolo.

La parte rimanente della ricerca, è dedicata ai *gruppi* G *con quattro diramazioni di egual indice* ν (finito od infinito) che primi si presentano, in ordine di semplicità dopo i *gruppi trian-*

Digitized by Google

golari (per i quali la funzione $Q(z)$ è notoriamente determinata dalle condizioni algebriche) ed alle proprietà funzionali dell'*unico parametro accessorio* λ_ν allora esistente. In una prima fase dell'indagine quel parametro vien considerato come funzione del birapporto a della quaderna di diramazione Δ; se ne determinano alcuni valori particolari (tra cui quelli relativi a quaderne armoniche ed equianarmoniche), ed i valori limiti quando a tende, *sull'asse reale*, ai *punti singolari* $0, 1, \infty$ per cui la quaderna Δ degenera (**). Inoltre viene approfondito il comportamento della funzione $\lambda_\nu(a)$ di fronte ad opportune trasformazioni lineari, (proiettive ed antiproiettive) dell'argomento a, mettendo in vista altri casi nuovi (oltre a quello già noto di a reale) in cui per infiniti valori di a le due componenti del parametro complesso λ_ν son vincolate in modo determinato, per guisa che l'indeterminazione di $Q(z)$ può riassumersi in un unico *parametro reale*.

In una seconda fase dell'indagine, relativa al caso in cui *l'indice di diramazione è un numero pari* 2ν (o l'infinito) il problema vien riesaminato con riferimento all'interessante equazione

$$\text{B)} \qquad Y'' = \rho_\nu \{ p(u) + c_\nu \} Y \ ,$$

che può sostituirsi alla A) del caso, dalla quale deriva mediante l'algoritmo di trasformazione fornito da un opportuno *integrale ellittico*. Nella B) le derivate son prese rapporto ad u, la ρ_ν è una costante dipendente in modo noto da ν, $p(u)$ è la funzione di WEIERSTRASS, ed al parametro accessorio λ_ν si sostituisce, con analogo significato, il *nuovo parametro* c_ν. E precisamente per la B), come per la A), sussiste un *teorema d'unicità* in forza del quale, data $p(u)$ (cioè i suoi periodi ω, ω') e l'indice 2ν, l'equazione B) è *fuchsiana* (*in senso lato*) per un solo valore di c_ν il quale pertanto è una funzione determinata della coppia ω, ω'. Si tratta, come quì vien fatto vedere, d'una *forma modulare* (*trascendente*) $c_\nu(\omega, \omega')$ legata in modo determinato a $\lambda_\nu(a)$, e suscettibile d'un'espressione analitica nella

(**) Avvertiamo il lettore che in questa esposizione preliminare non ci atteniamo strettamente all'ordine del testo; così ad es. i valori limiti di cui si parla son determinati nelle ultime pagine del lavoro.

Digitized by Google

quale la parte incognita si riassume in una *trascendente intera* $\psi_\nu(J)$ funzione dell'*invariante assoluto* J relativo alla quaderna Δ (cioè alla p). In particolare se la p è armonica od equianarmonica, l'equazione B) è fuchsiana, qualunque sia ν, quando $c_\nu = 0$.

È chiaro che in argomento la possibilità di conclusioni più precise e definitive è strettamente legata alla conoscenza del *gruppo dell'equazione* B). Ma per quanto sembri abbastanza giustificato il fare assegnamento sull'influenza favorevole che nei riguardi può esercitare la periodicità della $p(u)$ e la distribuzione regolare dei punti singolari, non ci è stato possibile giungere in merito a risultati conclusivi, sia pur limitatamente a quei caratteri del gruppo che interessano il nostro problema. Crediamo che la questione meriti di venir segnalata agli studiosi, almeno in veste di caso elegante.

In tutti i problemi inerenti ai gruppi fuchsiani di genere zero e segnatura (ν, ν, ν, ν) entra spontaneamente in gioco la considerazione del *gruppo trirettangolo* ammesso dalla quaderna di diramazione Δ; e la presenza di quel gruppo si riflette in eleganti proprietà geometriche, che vengono sistematicamente indagate nell'ultima parte del lavoro.

Vi si fa vedere che ogni gruppo fuchsiano del tipo in discorso può determinarsi mediante un *triangolo* T *del piano iperbolico*, la cui somma d'angoli sia eguale a $\frac{2\pi}{\nu}$; e si caratterizzano i casi corrispondenti alle particolarità più ovvie di quel triangolo, mettendone in vista i legami coi problemi precedentemente trattati. In particolare quando T è isoscele coll'angolo al vertice eguale a $\frac{\pi}{\nu}$, oppure equilatero, la quaderna di diramazione è armonica o risp. equianarmonica, ed il corrispondente *problema di rappresentazione conforme* può risolversi (come d'altronde si vede per altre vie) combinando opportunamente una *funzione triangolare*, con una *funzione diedrale* o *tetraedrale*. Nascono così fra i relativi gruppi eleganti interferenze che restano variamente discusse e commentate col soccorso di opportune tavole illustrative.

Digitized by Google

INDICE

Parte I. — *Considerazioni sul problema dei parametri accessorî per le equazioni differenziali fuchsiane di genere zero.*

§ 1. Richiami ed osservazioni preliminari . . . Pag. 6
§ 2. Pincipio di diramazione . . . . . „ 16
§ 3. Principio gruppale . . . . . „ 22
§ 4. Il parametro accessorio λ del problema (ν, ν, ν, ν) come funzione del birapporto a della quaderna di diramazione. . . . . „ 30

Parte II. — *Trasformazione del problema* (ν, ν, ν, ν) *nel caso di indici pari.*

§ 1. Confronto tra uniformizzanti . . . . . „ 46
§ 2. Caso in essi l'uniformizzante η è un integrale ellittico, ed applicazione al nostro problema . „ 53
§ 3. Il parametro accessorio c come forma modulare. „ 61

Parte III. — *I gruppi fuchsiani* (ν, ν, ν, ν).

§ 1. Generalità. Determinazione mediante un triangolo T del piano iperbolico . . . . . „ 66
§ 2. Casi particolari notevoli . . . . . „ 72
§ 3. Illustrazioni relative ai casi armonico ed equianarmonico. Valori limiti della funzione $\lambda_\nu(a)$ per a reale . . . . . „ 85

Digitized by Google

PARTE I.

Considerazioni sul problema dei parametri accessori per le equazioni differenziali fuchsiane di genere zero.

§ 1. - Richiami ed osservazioni preliminari (1).

1. Sul piano della variabile complessa z (retta complessa) sia dato un *gruppo di diramazione* Δ, composto di $m\,(>2)$ punti $D_i\,(i=1,\,2,\,\ldots.,\,m)$ di affisse $z=a_i$, a ciascuno dei quali sia attribuito un *indice di diramazione* ν_i finito od infinito; e sia η la relativa *uniformizzante fuchsiana*, determinata, com'è ben noto, a meno d'una sostituzione lineare.

La η è una funzione polidroma (*linearmente polimorfa*) della z, i cui valori in un punto P si deducono da uno qualunque tra essi mediante le sostituzioni lineari d'un *gruppo fuchsiano* G; in particolare il prolungamento lungo un cappio circondante il punto D_i produce sul valore assunto in partenza una *sostituzione ellittica* (di periodo ν_i) *o parabolica* a seconda che ν_i è finito ed infinito. Inversamente la z è *funzione fuchsiana del 1° ordine* della η, vale a dire è uniforme (entro al cerchio limite dove varia la η), invariante per G, ed assume in un campo fondamentale di G, una ed una sola volta ciascuno dei valori di

---

(1) Cfr. H. Poincaré, α) *Mémoire sur les fonctions fuchsiennes* [Acta Math. Bd. I (1882) pp. 193-294, Oeuvres II, pp. 169-257] segnatamente §§ IV, V, VII, β) *Sur le groupe des équations linéaires* [Ibid. Bd IV (1884) pp. 201-311, Oeuvres II, pp. 300-401] R. Fricke - F. Klein, *Vorlesungen über die Theorie der automorphen Functionen* [Leipzig. Teubner, 2.ª ed. (1926)] Bd II, Cap. I e II (risp. § 12 e 17), L. Schlesinger, *Automorphe Funktionen* [Berlin, W. de Gruyter (1924)] n.i 38-44. Per un rapido orientamento sull'uniformizzazione delle curve algebriche mediante funzioni fuchsiane, il lettore potrà consultare il nostro scritto *Curve algebriche e funzioni fuchsiane* [Questi Atti, T. LXXXVIII (1929) pp. 771-834] che nel seguito verrà richiamato colla sigla N.

Digitized by Google

cui è capace (2). Le altre funzioni fuchsiane del 1° ordine relative a G son le trasformate lineari di z.

Atteso il carattere lineare della polidromia di η, il relativo *parametro differenziale di* SCHWARZ

$$[\eta]_z = \frac{3\eta''^2 - 2\eta'\eta'''}{4\eta'^2} \quad (3), \tag{1}$$

(gli apici indicando derivazioni rispetto a z) notoriamente invariante per sostituzioni lineari, risulta una *funzione uniforme di* z. Si tratta precisamente d'una *funzione razionale*, che verrà indicata con $Q(z)$, delle cui caratteristiche, essenziali per questi studî, si discorrerà tra poco.

Di conseguenza la η soddisfa all'equazione differenziale del 3° ordine

$$[\eta]_z = Q(z) \ . \tag{2}$$

A conclusioni più notevoli ed espressive si giunge partendo dall'osservare che, ove si ponga

$$y_1 = \sqrt{\frac{dz}{d\eta}} \ , \qquad y_2 = \eta \sqrt{\frac{dz}{d\eta}} \ , \tag{3}$$

risulta

$$y_1 \dot{y}_2 - \dot{y}_1 y_2 = 0 \ ,$$

cioè

$$\frac{\dot{y}_1}{y_1} = \frac{\dot{y}_2}{y_2} \ ,$$

mentre d'altra parte un facile calcolo mostra che tal rapporto è eguale a $Q(z)$. Poichè, per la (3), si ha $\eta = \frac{y_2}{y_1}$, ne consegue

---

(2) Che son poi tutti i valori complessi, esclusi gli a_i relativi ad indici ν_i infiniti.

(3) Per motivi d'opportunità formale, adottiamo (con SCHLESINGER) la (1) anzichè l'espressione di SCHWARZ e KLEIN che ne differisce per il fattore numerico al denominatore (2 anzichè 4). In ciò siam pure d'accordo con POINCARÉ (loco cit. (1) α)) salvo la differenza nel segno, imputabile ad una svista dell'A.

Digitized by Google

che *la funzione* $\eta(z)$ *può esprimersi come il quoziente di due integrali particolari dell' equazione lineare del* 2° *ordine*

$$y'' = Q(z)\, y \ , \tag{4}$$

la quale dicesi l' **equazione differenziale fuchsiana** relativa al gruppo di diramazione Δ coll' assegnata segnatura $(\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_n)$.

È chiaro che i due integrali particolari della (4) possono esser scelti comunque, e che il fissarli equivale ad individuare la η di fronte alla sua naturale indeterminazione di cui sopra.

2. Affinchè un' equazione del tipo (4), nella quale $Q(z)$ è una funzione razionale, sia *fuchsiana*, cioè tale che la η risulti funzione fuchsiana del rapporto tra due dei suoi integrali particolari, occorre che la funzione $Q(z)$ soddisfi ad opportune concondizioni. Di queste alcune son di carattere *algebrico*, altre di natura *trascendente*.

Occupiamoci anzittuto delle prime, supponendo assegnato il gruppo di diramazione Δ colla segnatura relativa; e per fare il caso generale supponiamo dapprima che i punti D_i di Δ siano tutti *al finito*.

In tale ipotesi, escludendosi che il punto all' infinito sia singolare per la (4), *la funzione* $Q(z)$ *dovrà avere ivi uno zero quadruplo* (almeno). Più avanti avremo motivo per collegare tal comportamento ad un' osservazione più generale; ma teniamo fin d' ora presente, che, fatta la posizione

$$Q(z) \equiv \frac{h(z)}{\psi(z)} \ , \tag{5}$$

(h, ψ, polinomî) il grado del numeratore sarà inferiore di quattro unità a quello del denominatore.

Le altre condizioni algebriche son relative ai *punti di diramazione*, che devon essere *singolari* per la (4). Ricorrendo agli sviluppi della $\eta(z)$ nei relativi intorni si vede che quei punti son *zeri doppi* per $Q(z)$, ed inoltre che, in D_i

$$\lim_{z \to a_i} Q(z) \,.\, (z - a_i)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\nu_i^2} - 1\right) \ , \tag{6}$$

Digitized by Google

il secondo membro riducendosi a $-\frac{1}{4}$ se $\nu_i = \infty$. Poichè d'altra parte l'equazione non deve avere altri punti singolari, così posto

$$\varphi(z) = (z - a_1)(z - a_2) \dots (z - a_m) \quad (7)$$

sarà $\psi(z) \equiv \varphi^2(z)$, e

$$Q(z) = \frac{h(z)}{\varphi^2(z)} \quad (5')$$

h essendo un polinomio di grado $2m - 4$. Pertanto la funzione razionale $Q(z)$ ha come gruppo dei poli il gruppo 2Δ e come gruppo degli zeri il punto all'infinito quadruplo, più il gruppo H di $2m - 4$ punti rappresentato da $h(z) = 0$.

Con riferimento all'espressione (5') la (6) può scriversi

$$\frac{h(a_i)}{\varphi'^2(a_i)} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\nu_i^2} - 1\right), \quad (6')$$

quindi in particolare se tutti i ν_i sono eguali ($\nu_i = \nu$), si ha

$$\frac{h(a_1)}{\varphi'^2(a_1)} = \frac{h(a_2)}{\varphi'^2(a_2)} = \dots = \frac{h(a_m)}{\varphi'^2(a_m)} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\nu^2} - 1\right), \quad (8)$$

gli apici indicando derivazioni rispetto a z.

Tutto va sostanzialmente allo stesso modo se uno dei punti del gruppo Δ, sia D_m, cade all'infinito, purchè quel punto si continui a considerare come un polo doppio di $Q(z)$, a cui è sovrapposto uno zero quadruplo, ottenendosi come risultato uno zero doppio. Il polinomio $h(z)$ ha ancora il grado $2m - 4$, mentre il grado del denominatore $\varphi^2(z)$ scende a $2m - 2$, dovendosi, nel secondo membro di (7) sopprimere l'ultimo fattore e per il punto all'infinito, si ha, in luogo della (6), la condizione

$$\lim_{z \to \infty} Q(z) z^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\nu_m^2} - 1\right), \quad (6'')$$

mentre per i punti $a_1, a_2, \dots a_{m-1}$ continuano a sussistere le (6), (6'), (8).

Digitized by Google

Notiamo infine che le condizioni indicate vengono ad esprimere che gl' integrali della (4), sono, nel senso di FUCHS, *regolari* negl'intorni dei punti di diramazione, ed inoltre, che, in D_i, la differenza delle radici dell' *equazione determinante* è eguale ad $\frac{1}{\nu_i}$ (zero se $\nu_i = \infty$); con che, ove si ricordino le espressioni degl' integrali in quegl' intorni (4), risulta assicurato che una circolazione intorno a D_i produce una sostituzione ellittica di periodo ν_i sulla η, se ν_i è finito, una sostituzione parabolica se $\nu_i = \infty$ (5).

3. Le condizioni algebriche assegnate al n.° precedente, non sono, per $m > 3$, sufficienti a determinare la funzione $Q(z)$, cioè il suo numeratore $h(z)$. Ed invero esse forniscono m relazioni lineari non omogenee indipendenti tra i $2m - 3$ coefficienti di h; onde dopo ciò rimangono ancora incogniti $m - 3$ coefficienti, che, comumque sian messi in evidenza, si diranno, con KLEIN, i **parametri accessorî** *dell' equazione differenziale*(4).

Ad esempio, fatta per semplicità la posizione

$$\rho_{\nu_i} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\nu_i^2} - 1\right), \tag{9}$$

alla quale ci atterremo correntemente nel seguito, si può dare a $Q(z)$ la forma

$$Q(z) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\rho_{\nu_i}}{(z - a_i)^2} + \frac{\lambda_0 + \lambda_1 z + \ldots + \lambda_{m-4} z^{m-4}}{\varphi(z)}, \tag{10}$$

per la quale i parametri accessorî sono $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_{m-4}$.

---

(4) Cfr. E. PICARD, *Traité d'Analyse* [Paris, Gauthier-Villars (1922-28) 3ª ediz.] T. III, Cap. XI.

(5) Viceversa, ammessa nei punti singolari la *regolarità* degl' integrali, la condizione che, per un giro intorno a D_i, η deva subire una sostituzione ellittica di periodo ν_i (o parabolica) porta che la differenza fra le radici dell' equazione determinante sia $p + \frac{1}{\nu_i}$, con p intero. Se si aggiunge anche la condizione che $z(\eta)$ sia *uniforme* si può di più inferirne la *necessità* del comportamento regolare, ed inoltre si vede che dev' essere $p = 0$.

Digitized by Google

A fissare i valori di tali parametri soccorrono le *condizioni trascendenti* del problema, intendendosi come tali quelle atte a garantire che:

a) La z risulti *funzione uniforme* del rapporto η tra due integrali particolari della (4);

b) Il *gruppo* della (4) sia *fuchsiano.*

In modo preciso, detta, con POINCARÉ, *normale*, un' equazione (4) per cui $Q(z)$ soddisfi alle condizioni algebriche del n.° prec. (quindi possa porsi sotto la forma (10)), e attribuite ad un stesso *tipo*, tutte le equazioni relative allo stesso Δ ed alla medesima segnatura (cioè agli stessi a_i, ρ_i) la valutazione approfondita delle condizioni trascendenti porta a concludere che *entro ad un tipo fuchsiano esiste una ed una sola equazione fuchsiana.*

Merita di venir ricordato che a formare tal conclusione fondamentale contribuiscono con significato e proporzioni ben diverse:

α) Il *teorema d' unicità.* Esso si deduce facilmente dal ben noto teorema secondo il quale ogni corrispondenza biunivoca analitica fra due aree circolari è rappresentata da una sostituzione lineare (*lemma di* SCHWARZ, *primo lemma fondamentale di* POINCARÉ) (6).

β) Il *teorema d' esistenza.* Esso ha significato ben più profondo e riposto, ed equivale al *teorema fondamentale dell' uniformizzazione* mediante funzioni fuchsiane (*Grenzkreistheorem*) (7), del quale è immediata conseguenza. La considerazione dell' equazione (4) e la valutazione delle condizioni trascendenti in discorso, intervengono appunto nel *metodo di continuità* attraverso il quale si può raggiungere quel risultato (8).

---

(6) È interessante osservare che, se si prescinde dalla condizione *b*), il teorema d' unicità non è più, almeno in generale, valido, potendosi avere in uno stesso tipo più equazioni che conducono a funzioni $z(\eta)$ uniformi, delle quali una è fuchsiana, le altre son funzioni, pure automorfe, ma di altro tipo (*kleiniane*). Cfr. l' elegante esempio di FUCHS nel citato libro di SCHESINGER, n.° 43.

(7) Quel che si dice va riferito anche al caso delle equazioni e funzioni fuchsiane di genere > 0.

(8) È questo appunto il tema principale della Memoria di POINCARÉ citata in (1), β).

Digitized by Google

La dipendenza univoca della funzione $Q(z)$, cioè dei relativi parametri accessorî, dalle condizioni iniziali del problema (gruppo Δ e relativa segnatura) resta con ciò assodata in modo preciso. Ma se tal conclusione ha un gran valore teorico, la sua *portata pratica* è per così dire nulla, nel senso che non se ne ricava alcuna indicazione circa la natura delle funzioni che esprimono la dipendenza dei parametri accessorî dagli elementi che caratterizzano le condizioni iniziali. La ricerca di indicazioni più precise, in particolare dei casi in cui la funzione $Q(z)$ può essere compiutamente determinata, resta aperta, e forma l'oggetto di quel *problema dei parametri accessorî*, intorno al quale si raggruppano le osservazioni del presente lavoro.

4. Un caso classico in cui la funzione $Q(z)$ risulta pienamente determinata dalle condizioni algebriche, è quello $m = 3$, essendo anche notorio che allora la (4), mediante un cambiamento della y, può ricondursi all'*equazione ipergeometrica*. Premessa una sostituzione lineare (proiettività) sulla z si può sempre ricondursi al caso in cui le diramazioni cadono in $0, 1, \infty$ (cfr. n.° 5), ed allora facilmente si ha

$$(11)\quad Q(z) = \frac{1}{4}\left\{ \frac{\frac{1}{\nu_1^2} - 1}{z^2} + \frac{\frac{1}{\nu_2^2} - 1}{(z-1)^2} + \frac{\frac{1}{\nu_3^2} - \frac{1}{\nu_1^2} - \frac{1}{\nu_2^2} + 1}{z(z-1)} \right\}.$$

Per $m = 4$ si ha invece *un parametro accessorio*, che, per il *caso di diramazioni eguali* [*problema* (ν, ν, ν, ν)] ci conviene individuare opportunamente con riferimento ad una scrittura di $Q(z)$ di cui s'illustrerà più avanti (§ 3) il significato.

Trasportati in $(a, 0, 1, \infty)$ i punti di diramazione, posto $\rho_\nu = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\nu^2} - 1\right)$, ed $h(z) = \rho_\nu h_1(z)$, essendo $\varphi(z) \equiv z(z-1)(z-a)$ si ha dalle (8)

$$h_1(0) = a^2, \quad h_1(1) = (1-a)^2, \quad h_1(a) = a^2(a-1)^2,$$

mentre in forza della (6″) il coefficiente di z^4 in $h_1(z)$ dev'essere eguale all'unità.

Ma i valori predetti son anche quelli della funzione $(z^3 - a)^2$ che ha pure eguale ad 1 il coefficiente di z^4; quindi $h_1(z)$, ch'è

Digitized by Google

di quarto grado, differisce da $(z^2 - a)^2$ per un polinomio di terzo grado il quale si annulla per $z = 0, 1, a$. Si conclude che sarà

$$h_1(z) \equiv (z^2 - a)^2 + \lambda z(z-1)(z-a) , \tag{12}$$

ed in definitiva

$$Q(z) \equiv \rho_\nu \frac{(z^2 - a)^2 + \lambda z(z-1)(z-a)}{z^2(z-1)^2(z-a)^2} , \tag{13}$$

restando chiaramente designato in λ il *parametro accessorio del problema*; che indicheremo più precisamente con λ_ν o con $\lambda(a)$, o con $\lambda_\nu(a)$ quando interessi metterne in vista la dipendenza dell'indice ν, o la più essenziale *dipendenza funzionale dal birapporto a della quaderna di diramazione*, ovvero l'una e l'altra. Naturalmente la dipendenza dall'indice intero ν va per così dire, isolata, considerando due $\lambda_\nu(a)$ relative a differenti ν come *funzioni distinte* del parametro complesso a; e colla scrittura $\lambda(a)$ s'intenderà designare una, generica, fra quelle funzioni.

Tra le funzioni $\lambda_\nu(a)$, in generale *trascendenti*, ve n'ha una ch'è *lineare* e di espressione facilmente deducibile; ed è quella relativa al caso $\nu = 2$, che può sviscerarsi completamente, in quanto si conosce l'espressione analitica della relativa uniformizzante, ch'è l'*integrale ellittico*

$$\eta = \int \frac{dz}{\sqrt{\varphi(z)}} = \int \frac{dz}{\sqrt{z(z-1)(z-a)}} \ (9) , \tag{14}$$

per cui si ha subito dalla (1)

$$[\eta]_z \equiv Q(z) = -\frac{3}{16}\left(\frac{\varphi'}{\varphi}\right)^2 + \frac{1}{4}\frac{\varphi''}{\varphi} ,$$

ed infine, dopo facile confronto colla (13)

$$\lambda = -\frac{4}{3}(a+1) . \tag{15}$$

---

(9) Cfr. la Memoria N, n.° 16, B, 3, e più esaurientemente l'altra Memoria dell'autore, *Le involuzioni sulle curve algebriche ed il teorema generale di diramazione per le funzioni fuchsiane.* [In corso di stampa nelle Memorie Accad. Lincei] n.° 10, I. e n.° 32. Questa Memoria verrà richiamata colla sigla D.

Digitized by Google

Non ci risultano noti altri casi, in cui sia stata assegnata l'espressione effettiva di $Q(z)$, cioè i valori dei parametri accessorî relativi.

5. Se nella funzione $\eta(z)$ si cambia la variabile indipendente, ponendo

$$z = f(w) \,, \tag{16}$$

si ha facilmente

$$[\eta]_w = [\eta]_z \left(\frac{dz}{dw}\right)^2 + [z]_w \text{ (10)} \,, \tag{17}$$

ed allora posto

$$Q_1(w) = [\eta]_w \,,$$

l'equazione differenziale

$$Y'' = Q_1(w)\, Y \,, \tag{18}$$

si deduce dalla (4), mediante la trasformazione (16) combinata colla

$$y = Y \sqrt{\frac{dz}{dw}} \,, \tag{19}$$

come, anche indipendentemente dai materiali calcoli, risulta senz'altro dalle (3). Si dirà brevemente che la (18) è la *trasformata della* (4) mediante il *cambiamento di variabile* espresso dalla (16).

In particolare se tal cambiamento è *lineare*, cioè se si assume come variabile w, un'altra fra le *funzioni fuchsiane del 1° ordine* relativa al gruppo G, legata a z dalla

$$z = \frac{a\,w + b}{c\,w + d} \,, \qquad (D = ad - bc \neq 0) \,, \tag{20}$$

si ha $[z]_w = 0$, quindi subito dalla (17)

---

(10) Cfr. F. KLEIN, *Vorlesungen über das Ikosaeder* [Leipzig, Teubner (1884)], Cap. III, § 6.

Digitized by Google

$$(21) \qquad Q_1(w) = Q\left(\frac{aw+b}{cw+d}\right)\frac{D^2}{(cw+d)^4},$$

sicchè posto, come al n.° 2, $Q(z) = \dfrac{h(z)}{\varphi^2(z)}$ ed inoltre

$$h_1(w) = h\left(\frac{aw+b}{cw+d}\right)(cw+d)^{2m-4},$$

$$\varphi_1(w) = \varphi\left(\frac{aw+b}{cw+d}\right)(cw+d)^m.$$

risulta

$$(22) \qquad Q_1(w) = D^2\frac{h_1(w)}{\varphi_1^2(w)}.$$

Ma d'altra parte $\varphi_1(w)$, $h_1(w)$ sono i *polinomî*, di ordini rispettivi m, $2m-4$, che eguagliati a zero rappresentano i gruppi Δ_1, H_1 trasformati di Δ, H, mediante la proiettività (20), dunque, se si confrontano due equazioni differenziali fuchsiane (4) (18) relative a gruppi di diramazione Δ, Δ_1 tra di loro proiettivi (e di egual segnatura) anche i due gruppi H, H_1 relativi si deducono uno dall'altro mediante la stessa proiettività, o in altre parole *il gruppo degli zeri della funzione razionale* $Q(z)$ *è un covariante proiettivo del gruppo di diramazione.*

L'osservazione si estende subito alle antiproiettività, e tutto si riduce evidentemente a verificarla per il *coniugio* del piano z. Posto perciò $z = \overline{w}$ (indicandosi con z e w i valori della z in due punti corrispondenti, e al solito, con $\overline{w}$ il valore coniugato di w) quindi $w = \overline{z}$, è anzitutto chiaro che l'uniformizzante fuchsiana ζ relativa al gruppo di diramazione $\overline{\Delta}$ coniugato di Δ è la $\overline{\eta}$; dopo di che si ha

$$(23) \qquad Q_1(w) = [\zeta]_w = [\overline{\eta}]_{\overline{z}} = \overline{Q}(\overline{z}) = \overline{Q}(w),$$

indicandosi con $\overline{Q}$ la funzione razionale coniugata di Q (cioè a coefficienti coniugati), sicchè insomma la funzione $Q_1(w)$ dell'equazione differenziale relativa al gruppo $\overline{\Delta}$ è

$$(24) \qquad Q_1(w) = \overline{Q}(w) = \frac{\overline{h}(w)}{\overline{\varphi}^2(w)},$$

il che prova l'asserto.

Digitized by Google

Notiamo ancora che se Δ non contiene il punto improprio e si pone $z = \frac{1}{w}$, la $Q_1(w)$ dovrà esser regolare per $w = 0$; e la (21) mostra subito che ciò ha luogo solo a patto che la $Q(z)$ abbia all'infinito una zero quadruplo (almeno) come s'era asserito al n.° 2.

Infine si verifica con facili calcoli che le condizioni algebriche del n.° 2 si mutano per effetto della (20) nelle analoghe relative a $Q_1(w)$ ed al nuovo gruppo di diramazione Δ_1, come d'altronde, vista la provenienza ed il significato di quelle condizioni, è a priori evidente.

§ 2. - Principio di diramazione.

6. Suppongasi ora che nella trasformazione $z = f(w)$ considerata al n.° prec., la f sia una *funzione razionale* d'ordine n. Allora le rette (piani complessi) z, w restan legate da una corrispondenza $(1, n)$ che associa ai punti di z i gruppi d'una *serie lineare* g_n^1 della w.

Nell'ipotesi fatta, anche la funzione $Q_1(w)$ dell'equazione differenziale (18) è razionale; ma tuttavia *l'equazione stessa, non è più, almeno in generale, fuchsiana.* E ciò perchè la w, ch'è funzione ad n valori di z, non risulta, in generale *funzione uniforme* di η.

V'ha però un caso notevole in cui ciò si verifica; ed è quando la trasformazione tra z e w (cioè la g_n^1) soddisfa alle condizioni del *teorema di diramazione* (Cfr. Mem. D). Allora la w è proprio *funzione fuchsiana* della η appartenente ad un sottogruppo G_1 d'indice n del gruppo G relativo a z (e del 1° ordine); e quindi la (18) è l'equazione fuchsiana corrispondente.

Ricordiamo che per la rispondenza alle condizioni in discorso occorre e basta che la funzione w di z sia diramata solo nei punti del gruppo Δ con *indici di diramazione* divisori dei relativi ν_i (arbitrarî se $\nu_i = \infty$) cioè che le coincidenze della g_n^1 cadano solo nei gruppi corrispondenti ai punti D_i, ed il $m.c.m$ delle coincidenze appartenenti a ciascun gruppo, sia un divisore di ν_i.

Digitized by Google

In tali condizioni se al punto D_i corrispondono su w, r punti distinti $H_i', H_i'' \ldots H_i^{(r)}$, colle molteplicità rispettive $\delta_i', \delta_i'', \ldots, \delta_i^{(r)}$ per la g_n^1, tutti i $\delta_i^{(r)}$ saranno divisori di ν_i (arbitrarî se $\nu_i = \infty$) ed $H_i^{(r)}$ sarà un punto di diramazione (regolare) d' indice $\frac{\nu_i}{\delta_i^{(r)}}$ per la funzione polimorfa η di w; in particolare non sarà di diramazione se $\delta_i^{(r)} = \nu_i$ (D, n.i 5, 8). È così perfettamente determinato il gruppo di diramazione Δ' della $\eta(w)$, cioè, sul piano w, il gruppo dei punti singolari per l' equazione (18).

Poichè d' altronde ogni sottogruppo G_1 di genere zero e d' indice finito n del gruppo G relativo alla (4), può esser generato in tal guisa, così, supposta nota la (4) stessa, si è *teoricamente in grado di costruire l' equazione analoga per ogni sottogruppo* G_1 *di* G *nelle condizioni indicate* (11); la relativa funzione $Q_1(w)$ restando espressa dalla (17) mediante elementi noti.

Naturalmente per fare dei *casi pratici* occorrerà partire da gruppi G per cui la $Q(z)$ sia nota, quindi dai *gruppi triangolari* (in particolare p. es. dal *gruppo modulare*) o dal gruppo (2, 2, 2, 2), ed inoltre costituire la g_n^1, cioè la funzione $f(w)$ in modo che il gruppo Δ' e la relativa segnatura risultino tali da rendere il caso notevole fra i tanti possibili, ad esempio in modo da aver la soluzione di qualcuno dei problemi (ν, ν, ν, ν).

7. Suppongasi in particolare che G sia il gruppo (n, ν, n), colle diramazioni in $z = 0, 1, \infty$, come d' ora in poi supporremo, salvo avviso in contrario; di guisa che, a norma della (10) si avrà

$$Q(z) = \frac{\rho_n (z-1)^2 + \rho_\nu z}{z^2 (z-1)^2}, \tag{25}$$

sempre colla posizione (n.° 4), $\rho_n = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{n^2} - 1\right)$, ecc.

Posto $z = w^n$ si avrà sulla retta w una g_n^1 con due punti n — pli omologhi di $z = 0, \infty$; perciò ivi la $\eta(w)$ non sarà di-

(11) L' osservazione sussiste anche per gruppi (e sottogruppi) di genere > 0, con riferimento alle equazioni fuchsiane relative.

Digitized by Google

ramata, mentre lo sarà coll'indice ν negli n punti del *gruppo ciclico* $(1, \varepsilon, \varepsilon^2, \ldots, \varepsilon^{n-1})$ $\left(\varepsilon = e^{\frac{2\pi i}{n}}\right)$ corrispondente a $z = 1$.

Con riferimento alla (25), applicando la (17) si ricava

$$Q_1(w) = n^2 \rho_\nu \frac{w^{n-2}}{(w^n - 1)^2}, \tag{26}$$

restando così determinata *l'equazione fuchsiana relativa al gruppo ciclico* Δ' predetto, ed alle diramazioni $(\nu, \nu, \ldots, \nu)$.

In particolare se $n = 4$, il gruppo Δ' $(1, i, -1, -i)$ è *armonico*, e colla nuova trasformazione lineare

$$w = \frac{z + i}{1 + iz}, \tag{27}$$

si riconduce (in ordine opportuno) al gruppo $(a, 1, 0, \infty)$ per $a = -1$, localizzato conformemente alle convenzioni del n.° 4. Applicando la (21), con riferimento alle attuali notazioni delle variabili, si trova facilmente nelle nuove condizioni

$$Q(z) = \rho_\nu \frac{(z^2 + 1)^2}{z^2 (z^2 - 1)^2} = \rho_\nu \frac{(z^2 + 1)^2}{z^2 (z - 1)^2 (z + 1)^2}, \tag{28}$$

ed il confronto colla (13) mostra in conclusione che *il parametro* λ *del problema* (ν, ν, ν, ν) *relativo ad una quaderna armonica è nullo, o in altre parole che* $\lambda_\nu(-1) = 0$.

Alla risoluzione dello stesso problema per le *quaderne equianarmoniche*, si perviene facilmente, tenendo conto (D, n.° 10, III) che il gruppo (ν, ν, ν, ν) relativo alla quaderna $(1, \varepsilon, \varepsilon^2, \infty)$ $\left(\varepsilon = e^{\frac{2\pi i}{3}}\right)$ è un sottogruppo d'indice 3 del gruppo triangolare $(3, \nu, 3\nu)$ e se ne deduce mediante la trasformazione $z = w^3$.

Per il gruppo triangolare di partenza si ha subito dalla (10)

$$Q(z) = \frac{\rho_\nu z (z + 8) - 2 (z - 1)^2}{9 z^2 (z - 1)^2}, \tag{29}$$

quindi applicando la (17) per $z = w^3$ risulta

$$Q_1(w) = \rho_\nu \frac{w (w^3 + 8)}{(w^3 - 1)^2}. \tag{30}$$

Digitized by Google

Infine si passa dalla quaderna $(1, \varepsilon, \varepsilon^2, \infty)$ alla $(a, 0, 1, \infty)$ con $a = -\varepsilon$, mediante la trasformazione lineare

$$w = z(\varepsilon^2 - 1) + 1 \,, \tag{31}$$

che, per il tramite della (21), porta alla nuova espressione

$$Q(z) = \rho_\nu \frac{(z^2 + \varepsilon)^2 - \frac{4}{3}(1 - \varepsilon) z (z - 1)(z + \varepsilon)}{z^2 (z - 1)^2 (z + \varepsilon)^2} \,, \tag{32}$$

quindi, per confronto colla (13), alla conclusione che *il parametro* λ *del problema* (ν, ν, ν, ν) *relativo ad una quaderna equianarmonica, cioè* $\lambda_\nu(-\varepsilon)$ *vale* $\frac{4}{3}(\varepsilon - 1)$.

8. Si può osservare che nei casi fin quì considerati del problema (ν, ν, ν, ν) si ha sempre $\lambda = -\frac{4}{3}(a + 1)$. Si potrebbe da ciò esser tentati a formulare una previsione, della cui fallacia persuaderà l'esempio seguente.

Si parta dal gruppo triangolare $(3, \infty, \infty)$, per cui dalla (10) si ha

$$Q(z) = \frac{1}{4} \frac{8(z - 1) - 9z^2}{9z^2 (z - 1)^2} \,, \tag{33}$$

e si operi la trasformazione razionale

$$z = \frac{(w + 2)^3}{27 w} \,, \tag{34}$$

per effetto della quale ai punti z corrispondono i gruppi d'una g_3^1 che ha un punto triplo $(w = -2)$ in corrispondenza a $z = 0$, e due gruppi ciascuno costituito da un punto doppio ed uno semplice (i punti doppî in $w = 1, \infty$, i punti semplici in $0, -8$) per $z = 1, \infty$. Il teorema di diramazione è applicabile, e conduce per la $\eta(w)$ ad un gruppo di segnatura $(\infty, \infty, \infty, \infty)$ colle diramazioni nei punti della quaderna $(-8, 1, 0, \infty)$, che, nell'ordine scritto, ha il birapporto -8. E per questo gruppo

Digitized by Google

si ha facilmente, coi soliti calcoli, la funzione $Q_1(w)$, che, ridotta alla forma (13) (per $a = -8$) si scrive

$$(35) \qquad Q_1(w) = \rho_\infty \frac{(w^3+8)^2 + 8w(w-1)(w+8)}{w^2(w-1)^2(w+8)^2},$$

porgendo

$$(36) \qquad \lambda_\infty(-8) = 8,$$

mentre la formula $\lambda = -\frac{4}{3}(a+1)$ darebbe il valore $\frac{28}{3}$.

9. Procedendo nella ricerca dei gruppi (ν, ν, ν, ν) che son sottogruppi di gruppi triangolari si ricade almeno per i valori più piccoli del grado n della trasformazione, sui casi già presentati, e varî indizî dànno a pensare che non se ne debbano ritrovare dei nuovi. E d'altra parte il proseguimento è, a un certo punto, arrestato dalle materiali complicazioni dei calcoli.

Lasciando perciò momentaneamente da parte le trasformazioni razionali ed i problemi (ν, ν, ν, ν), rivolgiamoci ad un *caso di trasformazione* di significato nuovo, nel quale i rapporti considerati rivelano capacità più ampie.

Anzichè una corrispondenza algebrica $(1, n)$ considereremo tra z e w la *corrispondenza trascendente* $(1, \infty)$ definita dal porre

$$(37) \qquad z = e^{\frac{2\pi i}{\omega} w} \quad \text{quindi } w = \frac{\omega}{2\pi i} \log z,$$

indicandosi con ω una costante complessa qualunque ($\neq 0$). La funzione w della z così definita, è ad infiniti valori, e diramata coll'indice ∞ nei punti $0, \infty$ del piano z.

Sia η l'uniformizzante fuchsiana colle diramazioni d'indici (∞, ν, ∞) nei punti $0, 1, \infty$ del piano z, cioè insomma la $s(\infty, \nu, \infty; z)$ di Schwarz, G il gruppo fuchsiano corrispondente. È facile vedere che per la trasformazione (37) sussiste un *teorema di diramazione* analogo a quello del caso algebrico, cioè che la w considerata come funzione di η risulta *uniforme*

Digitized by Google

ed invariante per le operazioni d' un sottogruppo G_1 *d' indice infinito* in G, quindi, *in senso lato*, *fuchsiana* (12).

Si può allo scopo ripetere quasi fedelmente il ragionamento del caso algebrico (D, n.° 7) tutto riducendosi a provare, che, fissato un valore η_1 di η, quindi il z_1 corrispondente, e detto w_1 uno fra i valori $w(z_1)$, quando η_1 descrive nel proprio campo Ω (interno del cerchio limite) un cammino chiuso λ, anche w_1 descrive sul piano w un cammino chiuso. E per lo scopo basta osservare che a λ corrisponde sul piano z un cammino chiuso l ch' è riducibile al punto z_1 senza traversare i punti di diramazione 0, ∞ della funzione w; il che a sua volta consegue da ciò che le immagini di quei punti di diramazione cadono sul *contorno* del campo Ω.

Applicando il teorema di diramazione si vede che *la funzione polimorfa* $\eta(w)$ *è diramata coll' indice* ν *negl' infiniti punti* w *corrispondenti a* $z = 1$, cioè *nei punti del gruppo ciclico*

$$(38) \qquad -n\omega, \ldots, -\omega, 0, \omega, 2\omega, \ldots, n\omega .$$

generato dalla *sostituzione parabolica* $w' = w + \omega$. Ed è pur facile provare che *il gruppo* G_1 *è generato delle sostituzioni ellittiche di* G (tutte a periodo ν) e che un suo *campo fondamentale* può ottenersi riunendo ad un campo fondamentale di G i suoi trasformati mediante le potenze d' una delle sue sostituzioni paraboliche, che corrisponda ad un *cappio semplice* del piano z intorno al punto 0 od ∞.

Per avere *l' equazione differenziale fuchsiana* (in senso lato) *relativa al gruppo* G_1 basta ora procedere al solito modo, partendo dall' espressione

$$(39) \qquad Q(z) = \frac{4\rho_\nu z - (z-1)^2}{4z^2(z-1)^2} ,$$

relativa al gruppo triangolare (∞, ν, ∞) ed effettuando la trasformazione (37). Si trova così l' equazione

---

(12) *In senso lato*, perchè relativa ad un gruppo fuchsiano G_1 che non è generabile mediante un numero finito di operazioni, ed i cui campi fondamentali hanno (quindi) infiniti lati.

Digitized by Google

$$(40) \qquad Y'' + \frac{4\rho_\nu \pi^2}{\omega^2} \frac{e^{\frac{2\pi i}{\omega} w}}{\left(e^{\frac{2\pi i}{\omega} w} - 1\right)^2} Y = 0 ,$$

che ha pertanto come punti singolari quelli del gruppo (38) intorno ai quali il rapporto degl' integrali subisce una sostituzione ellittica di periodo ν. Ciò del resto risulta anche direttamente dall' osservare che, indicando con $-Q_1(w)$ il coefficiente di Y nella (40) si ha

$$\lim_{w \to n\omega} Q_1(w)(w - n\omega)^2 = \rho_\nu ,$$

conformemente alla (6); badandosi però che non ne resta assicurato il *carattere fuchsiano* dell' equazione (40), quale invece emerge dalla genesi considerata.

Noteremo infine, con riserva di maggiori e più generali illustrazioni al n.° 22, che la w è a sua volta un' uniformizzante (cioè una funzione linearmente polimorfa) per z, colle diramazioni (∞, ∞) in $0, \infty$, ed il gruppo ciclico $w' = w + \omega$ (n intero). Inversalmente la z è funzione automorfa (del 1° ordine) di w relativa a quel gruppo, ch' è poi il *gruppo delle funzioni semplicemente periodiche* (N, n.° 16, B, 1). E la relativa equazione differenziale, che può ancor dirsi *fuchsiana* [13], è

$$(41) \qquad Y'' + \frac{Y}{4z^2} = 0 .$$

§ 3. - Principio gruppale.

10. Alla genesi di particolari equazioni fuchsiane, conduce anche facilmente la considerazione del *legame proiettivo* fra i due gruppi degli zeri e dei poli della funzione $Q(z)$, messa in vista al n.° 5. E ne resta espressivamente caratterizzata in forma geometrica l' indeterminazione della $Q(z)$ relativa al problema (ν, ν, ν, ν) inerente alla presenza del parametro accessorio λ.

---

[13] Includendo, come di regola, nei gruppi fuchsiani, anche quelli dei tipi *parabolico* ed *ellittico* (N, n.° 16).

Digitized by Google

In forza del ricordato legame, se il gruppo Δ ammette una trasformazione proiettiva γ in sè medesimo — intendendosi che γ ne lasci invariata anche la segnatura, cioè associ punti del medesimo indice — anche il gruppo H (n.° 2) dovrà risultare invariante per γ. E pertanto se Γ è il *gruppo proiettivo* che lascia invariato Δ, H dovrà ricercarsi tra i gruppi di $2m - 4$ punti invarianti per Γ.

È chiaro in conseguenza, che, quando Γ non si riduca all'identità e sia abbastanza ampio, ciò potrà condurre a limitare il numero dei parametri che restano indeterminati nell'espressione di $h(z)$; e l'aggiunta delle condizioni (6′) non potrà che migliorare la situazione in quanto fornisce delle relazioni lineari (non omogenee) tra i coefficienti di $h(z)$.

Così se, come in varî casi si verifica, il gruppo H resta *addirittura individuato* dalle condizioni gruppali, una qualunque delle (6′) basta a togliere in $h(z)$ l'indeterminazione del fattore costante, dopo di che la funzione $Q(z)$ è perfettamente determinata. E naturalmente le altre condizioni (6′) restano in conseguenza verificate.

A chiarimento dei particolari applicativi, converrà infine ricordare, che, se N è l'ordine di Γ, operando con Γ sopra un punto generico P della retta z, si ottiene un gruppo di N punti che varia con P in una *serie lineare* g^1_N (regolare). A questa serie appartengono tre *gruppi eccezionali* (due se Γ è *ciclico*) che ne contengono tutte le coincidenze e son rispettivamente costituiti da $\frac{N}{\nu_1}$ punti ν_1 — pli, $\frac{N}{\nu_2}$ punti ν_2 — pli, $\frac{N}{\nu_3}$ punti ν_3 — pli, indicandosi con ν_1, ν_2, ν_3 le note caratteristiche di Γ; convenendo di indicarli (come gruppi di punti semplici) con T_1, T_2, T_3, ogni gruppo invariante per Γ è del tipo

$$m_1 T_1 + m_2 T_2 + m_3 T_3 + r R \quad , \tag{42}$$

indicandosi con $r \cdot R$ un complesso di r *gruppi totali* della g^1_N.

Aggiungasi che, posto Γ sotto la forma normale, i tre gruppi T_i si rappresentano eguagliando a zero le *forme fondamentali di* KLEIN (14); e sulla *sfera complessa* z hanno come immagini il

(14) loco cit. (13), I, Cap. 2°, § 9 e seg.ti

Digitized by Google

gruppo dei *vertici del poliedro* (relativo a Γ) il gruppo dei *vertici del poliedro polare*, ed il gruppo dei *punti di mezzo degli spigoli* (quest' ultimi *trasportati* nel modo noto sulla sfera).

11. Per incominciare dal caso più semplice, suppongasi $m = 3$, quindi, colle solite convenzioni, $\varphi(z) = z(z-1)$; la segnatura sia (ν, ν, ν).

Il gruppo $\Delta(0, 1, \infty)$ ammette sei proiettività in sè le quali formano un *gruppo diedrico* Γ_6. Poichè H ha $2m - 4 = 2$ punti ed è invariante per Γ_6, sarà necessariamente l' immagine della *coppia dei poli del diedro*, cioè la coppia dei punti uniti delle proiettività cicliche di terz' ordine (una inversa dell' altra) ammesse da Δ (*coppia hessiana* di φ). Si ha quindi subito $h(z) = \rho(z^2 - z + 1)$, dopo di che basta una qualunque delle condizioni (6') ad esempio la $\dfrac{h(0)}{\varphi'(0)} = \rho_\nu$ a far riconoscere che $\rho = \rho_\nu$, quindi

$$Q(z) = \rho_\nu \frac{z^2 - z + 1}{z^2 (z-1)^2}, \tag{43}$$

conformemente alla (10).

Andiamo poi al nostro problema (ν, ν, ν, ν) relativo al solito gruppo $\Delta(a, 1, 0, \infty)$ per cui $\varphi(z) = z(z-1)(z-a)$. In questo caso Γ è un *gruppo trirettangolo (Vierergruppe)*, cioè un *gruppo diedrico d' ordine* $N = 4$, ed i relativi gruppi eccezionali T_1, T_2, T_3 son le tre coppie formate dai punti doppî delle 3 involuzioni appartenenti a Γ, che hanno per equazioni le

$$z^2 - a = 0, \quad z^2 - 2z + a = 0, \quad z^2 - 2az + a = 0. \tag{44}$$

Il gruppo H la anch' esso quattro punti, e perciò, o è un *gruppo totale* della g_4^1 generata da Γ, oppure è la riunione di due (distinti) gruppi T_i. Ma quest' ultima ipotesi che condurrebbe ad esprimere $h(z)$ come prodotto di due dei polinomî (44) (per un fattore costante) si rivela incompatibile colle condizioni (6'), come mostra un facilissimo calcolo; resta quindi la prima che conduce a scrivere

$$h(z) = \rho \left| (z^2 - a)^2 + \lambda z(z-1)(z-a) \right|, \tag{45}$$

Digitized by Google

esprimendo che H appartiene alla g_4^1 individuata dai due gruppi $2T_1$ e Δ. Ma d'altra parte si ha

$$\frac{h(0)}{\varphi'^2(0)} = \frac{h(1)}{\varphi'^2(1)} = \frac{h(a)}{\varphi'^2(a)} = \rho ,$$

quindi le condizioni (6') concordano coll'attribuire a ρ il valore ρ_ν, *conducendo alla* (13) *della cui struttura formale resta così messo in evidenza il significato geometrico.*

12. Quando la quaderna Δ è *armonica* od *equianarmonica, il gruppo* Γ *si amplia* ed i vincoli che si aggiungono costringono il gruppo H ad una posizione determinata. I risultati del § precedente trovano così illustrazione e conferma.

In dettaglio le circostanze son le seguenti:

a) *Caso armonico* ($a = -1$).

In questo caso Γ è un Γ_8 *diedrico*, quindi conferito, com'è lecito, a Δ il significato di immagine del *gruppo dei vertici*, H non potrà essere che l'altra quaderna eccezionale, immagine del *gruppo dei punti di mezzo degli spigoli*, ovvero la coppia eccezionale, immagine del *gruppo dei poli*, contata due volte. Ma la prima, che si forma riunendo le coppie rappresentate per $a = -1$ dalla 2ª e 3ª delle (44) non dà un gruppo totale della g_4^1, quindi per quel che s'è detto dianzi, va scartata; resta pertanto la seconda che porge per $h(z)$ l'espressione $h(z) = \rho(z^2+1)^2$, quindi, tenuto conto che $\rho = \rho_\nu$ riconduce alla (28) ([15]).

b) *Caso equianarmonico.*

Per motivi di semplicità, si supponga che i punti del gruppo Δ abbiano, come inizialmente al n.° 7, le posizioni $(1, \varepsilon, \varepsilon^2, \infty)$.

([15]) Si tenga presente che, trasportato il gruppo Δ sulla sfera (ora non occorre *normare* la z perchè Γ è proprio di forma normale, ed i punti $z = -1, 0, 1, \infty$ sulla sfera stessa sono i vertici d'un diedro (quadrato)) le tre involuzioni del relativo gruppo trirettangolo (sottogruppo di Γ) son rappresentate dalle rotazioni di 180° intorno ai diametri che congiungono: *a*) la coppia dei poli, *b*) i punti medî degli spigoli opposti. La prima involuzione è quella che associa le coppie $(0, \infty)$ $(+1, -1)$ di vertici opposti del diedro, cioè la $z\,z' + 1 = 0$, ed i suoi punti doppî son precisamente i due poli; invece i punti doppî delle altre due involuzioni dànno il gruppo dei punti medî degli spigoli, ecc.

Digitized by Google

Il gruppo proiettivo ammesso da Δ è un Γ_{12} *tetraedrico* ed i punti di Δ potranno ritenersi immagini del *gruppo dei vertici*; allora H, avendo 4 punti dovrà necessariamente rappresentare i *vertici del tetraedro polare.*

Sulla retta z la quaderna così caratterizzata è quella costituita dagli *ulteriori* punti uniti delle quattro proiettività che lasciano fisso un punto di Δ e permutano circolarmente gli altri tre [16]. Si trova facilmente che le loro equazioni sono

$$(46) \quad z' = \varepsilon z\,,\ z' = \frac{\varepsilon z + 2}{z - \varepsilon^2}\,,\ z' = \frac{z + 2\varepsilon^2}{z - \varepsilon^2}\,,\ z' = \frac{z + 2\varepsilon}{z - \varepsilon}\,,$$

ed i relativi punti uniti cadono quindi in

$$(0,\ \infty)\quad (1,\ -2)\quad (\varepsilon,\ -2\varepsilon)\quad (\varepsilon^2,\ -2\varepsilon^2)\,,$$

sicchè, tolti i punti di Δ, restano a formare H i punti

$$(47) \qquad (0,\ -2,\ -2\varepsilon,\ -2\varepsilon^2)\,,$$

e pertanto si ha

$$(48) \quad h(z) = \rho\, z\,(z+2)\,(z+2\varepsilon)\,(z+2\varepsilon^2) = \rho\, z\,(z^3+8)\ ;$$

e poichè $\varphi(z) = (z^3 - 1)$, $\varphi'(1) = 3$, $h(1) = 9\rho$, così dalla (6') riferita al punto 1 del gruppo Δ risulta $\rho = \rho_\nu$ e si ricade sulla (30).

13. Anche il primo caso considerato al n.° 7, in cui Δ è il *gruppo ciclico* $(1,\ \varepsilon,\ \varepsilon^2, \ldots, \varepsilon^{n-1})$ si discute facilmente in base al principio gruppale.

Il nostro Δ ammette un Γ_{2n} *diedrico*

$$\left(z' = \varepsilon^i z,\ z' = \frac{\varepsilon^i}{z}\,;\ i = 0,\ 1,\ 2, \ldots, n-1\right)$$

ed i relativi gruppi eccezionali sono lo stesso Δ (*gruppo dei vertici*) il gruppo $z^n + 1 = 0$ *(punti medî degli spigoli)* e la coppia

---

[16] Tali proiettività corrispondono alle *rotazioni intorno alle altezze del tetraedro;* ed i relativi punti uniti son le immagini degli estremi dell'asse di rotazione cioè appunto, per ciascuna, un vertice del tetraedro ed un vertice del tetraedro polare.

Digitized by Google

$0, \infty$ *(poli)* [17]. Pertanto H contenendo $2n-4$ punti risulterà da questa coppia contata $n-2$ volte, oppure (e solo per n pari) dal gruppo $z^n+1=0$, aggiunta la coppia predetta contata $\frac{n-4}{2}$ volte.

Nella seconda eventualità sarebbe $h(z)=\rho(z^n+1)z^{\frac{n-4}{2}}$, che, come si verifica facilmente è incompatibile colle condizioni (6'); resta pertanto la prima, la quale porge $h(z)=\rho z^{n-2}$. D'altra parte si ha $\varphi(z)=z^n-1$, $\varphi'(1)=n$, $h(1)=\rho$, quindi dalla (6') riferita al punto (1) si trae $\rho=n^2\rho_\nu$, il che riconduce alla (26).

Termineremo questo § con alcune osservazioni generali relative all'applicazione del principio in discorso, seguite da un acconcio esempio.

Sempre nell'ipotesi d'indici di diramazione eguali, supponga si dato il gruppo Δ, quindi la $\varphi(z)$; sia Γ il gruppo proiettivo ammesso da Δ che supporremo non si riduca alla sola identità. Allora per il teorema d'esistenza ed unicità dell'equazione fuchsiana relativa al problema considerato, dovrà esistere un gruppo H di $2n-4$ punti invariante per Γ ed inoltre tale che fissato opportunamente nel relativo polinomio $h(z)$ il fattore costante, sian soddisfatte le condizioni (6).

Suppongasi che, come in taluno dei casi considerati, il gruppo H resti *individuato* dalle condizioni gruppali. S'è già osservato che rimane ancora in $h(z)$ l'indeterminazione del fattore costante, onde, in un primo tempo, si può solo scrivere $h(z)=\rho g(z)$, essendo $g(z)$ uno qualunque dei polinomî che eguagliati allo zero rappresentano H.

Si è pure notato che, a determinare ρ, basta il ricorso ad una delle condizioni (6), ma tal ricorso, in quanto richiede la *conoscenza delle radici* di $\varphi(z)=0$, può talvolta essere incomodo per materiali complicazioni di calcoli o addirittura inapplicabile; non richiedendo il problema che i punti di Δ sian dati singolarmente. In tali casi la determinazione di ρ_ν può essere affidata ad un altro procedimento, derivante da un'interpretazione delle condizioni (6), che ora vogliamo esporre ed illustrare.

---

[17] Attesa la posizione di Δ, il Γ_{2n} è proprio di *forma normale*.

Digitized by Google

Osserveremo perciò che posto $h(z) = \rho\, g(z)$, e, al solito $\rho_\nu = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\nu^2} - 1\right)$, quelle condizioni, scritte sotto la forma

$$\rho\, g(a_i) - \rho_\nu \varphi'^2(a_i) = 0 \ ,$$

esprimono che *il polinomio* $\rho\, g(z) - \rho_\nu \varphi'^2(z)$ *del fascio individuato da* $g(z)$ *e* $\varphi'^2(z)$ *è divisibile per* $\varphi(z)$. Poichè in quel fascio un tal polinomio è evidentemente unico, così quando si conosca, o si riesca a scrivere tra $g(z)$, $\varphi(z)$, $\varphi'(z)$ un' identità del tipo

$$\lambda\, g(z) + \mu\, \varphi'^2(z) + \nu\, \varphi(z)\, q(z) \equiv 0 \tag{49}$$

(q polinomio), o comunque a determinare i moltiplicatori λ, μ per cui la combinazione lineare $\lambda\, g(z) + \mu\, \varphi'^2(z)$ è divisibile per $\varphi(z)$, si avrà $-\frac{\lambda}{\mu} = \frac{\rho}{\rho_\nu}$ quindi $\rho = -\frac{\lambda}{\mu}\rho_\nu$.

Il caso considerato si presenta quando Δ è uno dei *gruppi eccezionali* d' un *gruppo poliedrale* Γ, vale a dire quando φ è, in veste non omogenea, una delle *forme fondamentali di* KLEIN, giacchè allora, salvo ambiguità facilmente dirimibili, H resta individuato dalle condizioni gruppali.

Suppongasi ad esempio che φ uno dei *polinomî icosaedrali*, che indicheremo colla notazione della corrispondente forma; in modo preciso, e tenuto conto che per la (7) il coefficiente della più alta potenza di z dev' esser $+1$, facciasi risp. φ eguale ad f, $-\mathrm{H}$, T. Il gruppo Δ avrà risp. 12, 20, 30 punti [18] e perciò il gruppo H ne conterà 20, 36, 56; sicchè dovendo anch' esso risultare invariante per il Γ_{60} icosaedrale, $h(z)$ a meno d' un fattore costante dovrà identificarsi con H, f^3, $f^3\,\mathrm{H}$ che sarà il nostro $g(z)$.

Per determinare i corrispondenti ρ si dovranno ricercare i moltiplicatori λ, μ per cui i polinomî

$$\lambda\,\mathrm{H} + \mu\, f'^2 \ , \quad \lambda f^3 + \mu\,\mathrm{H}'^2 \ , \quad \lambda f^3\,\mathrm{H} + \mu\,\mathrm{T}'^2 \ , \tag{50}$$

---

[18] La f non omogenea ha però ordine 11 perchè al gruppo dei *vertici dell' icosaedro* (nella posizione normale) appartiene il punto $z = \infty$. In coordinate omogenee è $f(z_1\ z_2) = z_1\, z_2\, (z_1^{10} + 11\, z_1^5\, z_2^5 - z_{10}^2)$, come da KLEIN, loco cit. [19]. I, Cap. 2°, § 13.

Digitized by Google

(gli apici indicando derivazioni rispetto a z) risultano risp. divisibili per f, H, T.

Si osservi perciò che i *gruppi hessiani* di $f=0$, $H=0$, $T=0$ (cioè quelli ottenuti eguagliando a zero i rispettivi *covarianti hessiani*) hanno precisamente $2n-4$ punti cioè risp. 20, 36, 56 e sono invarianti per Γ_{60}; ne segue che a meno d'un fattore costante, H, f^3, f^3H saranno i *polinomi hessiani* di f, H, T.

D'altra parte se $g(z)$ è un polinomio di grado $\leq n$ che rappresenti un gruppo di n punti (contenente eventualmente il punto all'infinito) un facile calcolo mostra che il corrispondente polinomio hessiano è

$$n(n-1)gg'' - (n-1)^2 g'^2 ,$$

quindi nei nostri casi dovrà essere (soppresso nei primi membri il fattore $n-1$)

$$(51)\qquad \begin{gathered} 12\,ff'' - 11\,f'^2 = \lambda_1 H , \quad 20\,HH'' - 10\,H'^2 = \lambda_2 f^3 , \\ 30\,TT'' - 29\,T'^2 = \lambda_3 H f^3 . \end{gathered}$$

Ricorrendo alle espressioni (non omogenee) di f, H, T, ed eguagliando i termini di grado più alto (risp. 10, 33, 53) si calcolano facilmente i coefficienti λ_1, λ_2, λ_3; e così si trovano le identità

$$(52)\qquad \begin{gathered} 11\,H + 11\,f'^2 - 12\,ff'' \equiv 0 , \\ 91200\,f^3 + 19\,H'^2 - 20\,HH'' \equiv 0 , \\ 313200\,Hf^3 - 29\,T'^2 + 30\,TT'' \equiv 0 . \end{gathered}$$

Poichè esse son del tipo (49), ne restano determinati i corrispondenti valori di ρ, ed in definitiva si ha che;

Se $f(z)$, $H(z)$, $T(z)$ *sono i tre polinomî fondamentali dell'icosaedro, le equazioni differenziali*

$$(53)\qquad \begin{gathered} y'' + \rho_\nu \frac{H(z)}{f^2(z)} y = 0 , \quad y'' - 4800\,\rho_\nu \frac{f^3(z)}{H^2(z)} y = 0 , \\ y'' - 10800\,\rho_\nu \frac{H(z)\,f^3(z)}{T^2(z)} y = 0 , \end{gathered}$$

sono fuchsiane.

È poi ovvio che il principio gruppale può esser impiegato con vantaggio anche per casi in cui gl'indici di diramazione non son tutti eguali. Sarà facile al lettore procurarsi adatti esempî.

Digitized by Google

Infine è pur chiaro che *quando* Δ *ammette delle antiproiettività in sè* si potrà far intervenire al posto di Γ il più ampio *gruppo di seconda specie* $\overline{\Gamma}$ (composto di proiettività ed antiproiettività) rispetto a cui Δ è invariante. Ma dei nuovi vantaggi che tal considerazione comporta discorreremo al prossimo §.

§ 4. - Il parametro accessorio λ del problema (ν, ν, ν, ν) come funzione del birapporto a della quaderna di diramazione.

14. Il carattere proiettivo della relazione univoca tra le due quaderne Δ, H relative ad un problema (ν, ν, ν, ν), viene a dire che se J, J_1 sono i relativi *invarianti assoluti*, J_1 è *funzione uniforme di* J. Ma la considerazione di tale funzione, che incontreremo più avanti, non è la più appropriata al problema, perchè anche se Δ è (non solo proiettivamente, ma) localmente fissato, il valore di J_1 non individua H, in quanto entro alla serie lineare g_4^1 generata dal gruppo trirettangolo Γ relativo a Δ esistono sei gruppi aventi lo stesso invariante J_1.

Volendo mantenere la dipendenza del problema da un unico argomento complesso a, e da un unico parametro incognito λ, convien riportarsi alle condizioni fissate al n.° 4 ed ulteriormente chiarite al n.° 11.

Esse si precisano anzitutto in ciò che la quaderna Δ è localizzata in $(a, 0, 1, \infty)$. Una tale quaderna si dirà *normale*.

Una quaderna normale è *ordinata*, e nell'ordine scritto ha il birapporto a [19]. Di conseguenza si può ordinare anche il gruppo Γ disponendo le sue operazioni nell'ordine in cui ad a associano gli elementi $a, 0, 1, \infty$.

Se P è un punto qualunque della retta z, le operazioni di Γ applicate, nell'ordine, a P, generano una quaderna ordinata della g_4^1 predetta; e si dirà che l'ordinamento così ottenuto è *concorde* con quello di Δ.

Sostituendo a P un altro punto della quaderna l'ordina-

---

[19] L'ordinamento della quaderna Δ è un *elemento non intrinseco*, ma assai favorevole alla trattazione formale del problema.

Digitized by Google

mento cambia; ma è facile vedere ch' esso può derivarsi dal primitivo mediante un doppio scambio, per guisa che il cambiamento non influisce sul valore del birapporto. Resta così determinato per ogni gruppo della $g_4^!$ *un* valore del birapporto che si dirà il *birapporto proprio* della quaderna considerata.

Un altro carattere delle condizioni in discorso è dato dal modo di scrittura adottato per $Q(z)$, il cui elemento essenziale è la *designazione del parametro incognito* λ.

L' espressione (13) (n.° 4) adottata per $Q(z)$ si dirà pure *normale.*

Come si è già osservato, il parametro λ, è, per ogni ν, *funzione uniforme* di a, determinata per ogni valore di a (e finita) fatta eccezione per i valori $0, 1, \infty$ relativi a quaderne Δ *degeneri.* Perciò *la funzione* $\lambda_\nu(a)$ *ha al più tre punti singolari in* $a = 0, 1, \infty$ [20].

Ricordiamo infine che nei §§ precedenti si è determinata la funzione $\lambda_2(a) = -\frac{4}{3}(a+1)$, e per le altre λ_ν si son trovati i *valori particolari*

$$(54)\quad \lambda_\nu(-1) = 0\,,\ \lambda_\nu(-\varepsilon) = \frac{4}{3}(\varepsilon - 1)\,,\ \lambda_\infty(-8) = 8\,,$$

per $\varepsilon = e^{\frac{2\pi i}{3}}$.

15. Due quaderne normali $\Delta(a, 0, 1, \infty)$ $\Delta'(a', 0, 1, \infty)$ possono esser *proiettive*, e ciò notoriamente si verifica allora e soltanto che

$$(55)\quad a' = \left(a,\ \frac{1}{a},\ 1-a,\ \frac{1}{1-a},\ \frac{a-1}{a},\ \frac{a}{a-1}\right).$$

Allora i due problemi relativi sono sostanzialmente identici, ma però non lo sono i relativi valori di λ legati alle nostre

---

[20] *Ametterremo*, come la questione suggerisce, *l' analiticità della funzione* $\lambda_\nu(a)$; ma avvertiamo subito che a tale ammissione ricorreremo solanto al § 3 della Parte II. A proposito delle singolarità di λ, vedremo più avanti (Parte III, § 5) che esistono e sono finiti i *limiti* di λ, quando a tende a 0 od 1 *per valori reali*, ed il limite di $\frac{\lambda}{a}$ quando a tende, pure sull' asse reale, all' infinito.

Digitized by Google

condizioni normali di riferimento. È però assai facile precisare il legame fra quei valori, cioè l' espressione di $\lambda(a')$ in funzione di $\lambda(a)$; e poichè i procedimenti e le conclusioni sussistono per qualunque ν così *questo indice verrà sottinteso*, come di regola nel seguito.

Facciasi ad esempio $a' = \frac{1}{a}$, talchè il gruppo Δ' si ottenga da Δ mediante la trasformazione $z = \frac{1}{w}$. Allora la (21) del n.° 5 dà subito la funzione $Q_1(w)$ relativa al gruppo Δ', e tal funzione scritta in forma normale, è

$$(56) \qquad Q_1(w) = \rho_\nu \frac{(w^2 - a')^2 + \frac{\lambda}{a} w(w-1)(w-a')}{w^2(w-1)^2(w-a')^2},$$

dove λ sta per $\lambda(a)$. Si conclude che $\lambda(a') = \frac{\lambda(a)}{a}$, ed in modo del tutto analogo si trattano gli altri casi, pervenendo a formule che si riassumono nelle due seguenti

$$(57) \qquad \lambda\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{\lambda(a)}{a}, \quad \lambda(1-a) = -\lambda(a) - 4,$$

che sono due *equazioni funzionali alle quali soddisfa la nostra funzione* $\lambda(a)$.

Se ne deducono facilmente i già essegnati valori di $\lambda(-1)$, $\lambda(-\varepsilon)$, bastando perciò porre $a = -1$ nella prima delle (57) ed $a = -\varepsilon$ nella relazione

$$\lambda\left(\frac{a-1}{a}\right) = -\frac{\lambda(a)}{a} - 4,$$

che ne è una immediata conseguenza. Inoltre colla scorta delle (54) si trovano gli altri *valori particolari*

$$\lambda_\nu(2) = -4, \quad \lambda_\nu\left(\frac{1}{2}\right) = -2, \quad \lambda_\nu(-\varepsilon^2) = \frac{4}{3}(\varepsilon^2 - 1),$$

$$(58) \qquad \lambda_\infty\left(-\frac{1}{8}\right) = -1, \quad \lambda_\infty(9) = -12,$$

$$\lambda_\infty\left(\frac{1}{9}\right) = -\frac{4}{3}, \quad \lambda_\infty\left(\frac{9}{4}\right) = -3, \quad \lambda_\infty\left(\frac{8}{9}\right) = -\frac{8}{3}.$$

Digitized by Google

Se ora si costruisce la funzione

$$\mu(a) = a\,\frac{\lambda(a)+4}{\lambda(a)+4a}\,, \tag{59}$$

si trova mediante le (57) ch' essa ha il comportamento espresso dalle

$$\mu\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{1}{\mu(a)}\,, \quad \mu(1-a) = 1-\mu(a)\,, \tag{60}$$

talchè si può dire che *quando a subisce le sostituzioni del gruppo diedrico* (55) *la funzione* μ *varia in modo cogrediente ad a*.

La funzione μ si comporta dunque come un birapporto; ed è facile vedere che si tratta precisamente del *birapporto proprio della quaderna* H.

Difatti se z è uno dei punti della quaderna H, cioè una radice dell' equazione

$$(z^2-a)^3 + \lambda z(z-1)(z-a) = 0 \tag{61}$$

gli altri tre si ottengono applicando, nell' ordine fissato, le operazioni del gruppo trirettangolo Γ (non identiche) quindi complessivamente i punti di H corrispondono ai valori

$$z\,, \quad \frac{a}{z}\,, \quad \frac{z-a}{z-1}\,, \quad a\,\frac{z-1}{z-a}\,. \tag{62}$$

Ma d' altra parte la (61) può scriversi

$$a\left\{\frac{z(z-1)-(z-a)}{a(z-1)-z(z-a)}\right\}^2 = a\,\frac{\lambda+4}{\lambda+4a} \tag{63}$$

ed il primo membro è precisamente il birapporto dei quattro valori (62) [21].

---

[21] I sei birapporti delle radici della (61) sono pertanto *funzioni razionali* dei relativi coefficienti. Si noterà che colla trasformazione $z = t\sqrt{a}$ la (61) si muta in un' *equazione a radici reciproche* e che se si indicano con (t_1, t_2) (t_3, t_4) le due coppie di radici reciproche, posto $\mu = (t_1\ t_2\ t_3\ t_4)$ si ha facilmente $\left(\frac{\mu+1}{\mu-1}\right)^2 = \left\{\frac{(a+1)\lambda+8a}{\lambda(a+1)}\right\}^2$ da cui si trae per μ il valore (59) o il reciproco.

Digitized by Google

Se infine si pone

$$J(x) = \frac{4}{27}\frac{(x^2 - x + 1)^3}{x^2(x-1)^2}, \tag{64}$$

con che $J(a) = J$, $J(\mu) = J_1$ saranno gl' *invarianti assoluti* [22] delle quaderne Δ, H, la funzione $J(\mu)$ rimane notoriamente inalterata quando μ subisce le sostituzioni del gruppo diedrico (55), quindi, attesa la cogredienza rilevata, lo stesso accadrà di $J(\mu)$ in quanto si consideri *funzione dell' argomento* a. Ne consegue, conformemente all' osservazione fatta in principio del n.° prec. che $J_1 = J(\mu)$ è funzione uniforme di $J = J(a)$ e che a tale funzione $J_1(J)$ si perviene dalla $\lambda(a)$, eliminando a fra la $J_1 = J(\mu(a))$ e la $J = J(a)$, essendo μ dato in funzione di a dalla (59).

Nel caso $\nu = 2$ in cui $\lambda_2(a) = -\frac{4}{3}(a+1)$ e quindi $\mu_2(a) = a\frac{a-2}{1-2a}$ si trova così con qualche calcolo

$$J_1 = \frac{J^2}{J-1}. \tag{65}$$

Osserviamo per ultimo che dalle (54) per il tramite della (60) si deduce

$$\mu(-1) = 1, \quad \mu(-\varepsilon) = -\varepsilon^2, \tag{66}$$

la prima delle quali rispecchia, per il caso armonico, la degenerazione della quaderna H, che si riduce ($\lambda = 0$) alla $(z^2 - a)^2 = 0$, mentre la seconda viene a dire che *quando la quaderna di diramazione è equianarmonica, lo è anche la quaderna* H.

16. Riprendiamo a considerare le due quaderne di diramazione $\Delta(a, 1, 0, \infty)$ $\Delta'(a', 1, 0, \infty)$ e supponiamo ora che

---

[22] Adottiamo per l'invariante J l'espressione (64) che concorda con quella impiegata nella teoria delle funzioni ellittiche, come si vedrà più avanti. La (64) equivale alla $J = \frac{i^3}{i^3 - 6j^2}$ essendo $i = (a\ b)^4$, $j = (a\ b)(b\ c)(c\ a)$ gl' *invarianti quadratico e cubico* della *forma biquadratica* legata alla quaderna che si considera.

Digitized by Google

sia $a' = \overline{a}$, cioè che le due quaderne siano *cogniugate*. Sappiamo allora dalla fine del n.° 5 che lo saranno anche le due quaderne H, H' corrispondenti, e quindi, come del resto risulta subito dalla (24), lo saranno anche i relativi parametri accessorî, cioè si avrà $\lambda(a') = \overline{\lambda}(a) = \overline{\lambda}(\overline{a})$, denotandosi con $\overline{\lambda}$ la *funzione coniugata* di λ.

Scriveremo abbreviatamente $\lambda' = \overline{\lambda}$, convenendo d'ora in poi di indicare con λ, λ' i valori $\lambda(a)$, $\lambda(a')$, e colla sopralineazione i valori coniugati.

Combinando la relazione $a' = \overline{a}$ colle (55) (prime tre ed ultima) e tenendo conto delle (57) si trova poi facilmente che:

$$(67)\qquad \begin{array}{llll} \text{A)} & \text{per} & a' = \overline{a} & \text{è} \quad \lambda' = \overline{\lambda} \\ \text{B)} & \text{„} & a' = \dfrac{1}{\overline{a}} & \text{„} \quad \lambda' = \dfrac{\overline{\lambda}}{\overline{a}} \\ \text{C)} & \text{„} & a' = 1 - \overline{a} & \text{„} \quad \lambda' = -(\overline{\lambda} + 4) \\ \text{D)} & \text{„} & a' = \dfrac{\overline{a}}{\overline{a} - 1} & \text{„} \quad \lambda' = \dfrac{\overline{\lambda} - 4\,\overline{a}}{\overline{a} - 1}\,. \end{array}$$

Queste relazioni hanno varî significati geometrici e gruppali che ci proponiamo d'illustrare.

Ci riferiremo alle immagini di a e λ nei rispettivi piani complessi, che supporremo *sovrapposti*, per quanto ci convenga adottare per le rispettive parti reali ed immaginarie notazioni distinte, ponendo $a = x + iy$, $\lambda = \xi + i\eta$.

Incominciamo coll'osservare che le quattro *sostituzioni di 2ª specie*

$$(68)\qquad a' = \left(\overline{a}, \frac{1}{\overline{a}}, 1 - \overline{a}, \frac{\overline{a}}{\overline{a} - 1}\right),$$

sono *involutorie* (*simmetrie*), e sul piano a rappresentano le *riflessioni* rispetto alle rette e circoli seguenti [23]:

---

[23] Adopereremo il termine *simmetria* per qualunque *trasformazione di 2ª specie involutoria*, anche se priva di punti uniti; fra le simmetrie, quelle dotate di punti uniti son notoriamente *riflessioni*, (cioè *inversioni* rispetto ad un circolo, in particolare simmetrie ortogonali risp. ad una retta). Avvertiamo poi che alla penultima e terzultima sostituzione del quadro (55) corrispondono trasformazioni di 2ª specie

Digitized by Google

A) L'asse reale $a = \bar{a}$ $(y = 0)$;

B) Il circolo unitario $a\,\bar{a} = 1$ $(x^2 + y^2 = 1)$ (k della Figura);

C) La retta $a + \bar{a} = 1$ $\left(x = \frac{1}{2}\right)$ (r della Figura);

D) Il circolo $a\,\bar{a} - (a + \bar{a}) = 0$, od anche $(1 - a)(1 - \bar{a}) = 1$ $(x^2 + y^2 = 2x)$ di raggio unitario e centro in $x = 1$, $y = 0$ (γ della Figura).

D'altra parte le relazioni (67) fra λ, λ' possono ordinatamente scriversi nelle forme

$$\lambda' = \bar{\lambda}\,, \quad \frac{\lambda'^2}{a'} = \frac{\bar{\lambda}^2}{\bar{a}}\,, \quad i(\lambda' + 2) = -\,i(\bar{\lambda} + 2)\,, \quad i\left(\frac{\lambda'}{a'} + 2\right) = -\,i\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{a}} + 2\right) \tag{69}$$

e in tal veste vengono ad esprimere che *le funzioni*

$$\lambda\,, \quad \frac{\lambda^2}{a}\,, \quad i(\lambda + 2)\,, \quad i\left(\frac{\lambda}{a} + 2\right) \tag{70}$$

assumono rispettivamente valori coniugati in punti simmetrici (inversi) rispetto alle rette e circoli predetti.

In particolare *ciascuna di quelle funzioni assumerà valori reali nei punti del corrispondente circolo o retta di riflessione* [24]. Tal comportamento può interpretarsi geometricamente come segue:

A. *Quando al punto a è sull'asse reale, lo è anche il punto λ.*

B. La (67), B) per $a' = a$ porge $\frac{\lambda}{\bar{\lambda}} = a$, quindi fatto

---

$a' = \frac{1}{1 - \bar{a}}$, $a' = \frac{\bar{a} - 1}{\bar{a}}$, non involutorie, ma *cicliche di 6° ordine* la cui considerazione non conduce ad interpretazioni geometriche espressive, e d'altronde non dà nulla di nuovo, in quanto conduce a relazioni tra λ, λ' che conseguono da quelle assegnate.

[24] Si noti che, *ammessa l'analiticità di* λ, questo comportamento porta di conseguenza il precedente, per il tramite del principio di riflessione.

Digitized by Google

$a = e^{i\vartheta}$ (perchè a è sul cerchio unitario) e $\lambda = re^{i\varphi}$, ci dà $e^{2i\varphi} = e^{i\vartheta}$ ed in definitiva $\varphi \equiv \frac{\vartheta}{2} \pmod{\pi}$. Tanto val dire che *quando a è sul circolo unitario k, λ è sulla bisettrice (retta intera) dell' angolo formato dal semiasse positivo x e dal raggio Oa.*

C. Quando a è sulla retta r, la funzione $i(\lambda + 2)$ è reale, quindi $\lambda + 2$ è immaginaria pura, e pertanto $\xi = -2$. Dunque *ai punti a della retta $x = \frac{1}{2}$, corrispondono i punti λ della retta* $\xi = -2$ (r' della Figura).

D. Se a è sul cerchio γ la funzione $i\left(\frac{\lambda}{a} + 2\right)$ è reale, quindi $\frac{\lambda}{a} + 2$ è immaginaria pura cioè ha parte reale nulla. Ma questa parte reale è

$$\frac{x(\xi + 2x) + y(\eta + 2y)}{x^2 + y^2},$$

dunque sarà $x(\xi + 2x) + y(\eta + 2y) = 0$, e, tenendo conto che x, y soddisfano all' equazione di γ

$$\xi x + \eta y + 4x = 0 \quad (71)$$

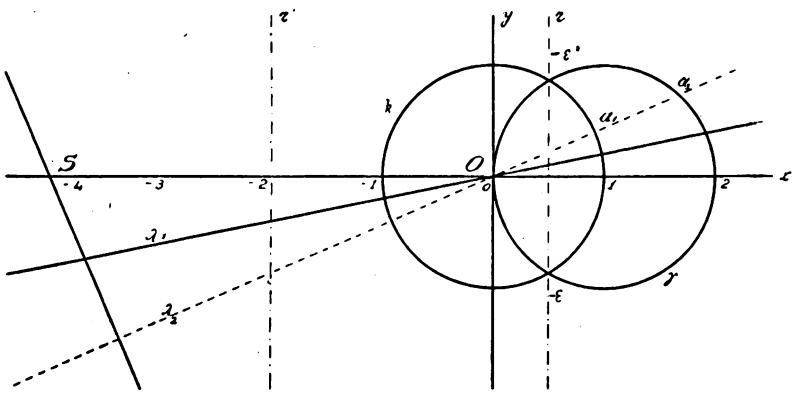


Fig. 1

Quest' equazione nelle variabili ξ, η rappresenta una retta passante per il punto $S(-4, 0)$ dell' asse x e perpendicolare alla $y\xi - x\eta = 0$, ch' è precisamente la Oa. Dunque:

Digitized by Google

Quando a è sul circolo γ, λ è sulla retta perpendicolare ad O a condotta per S.

La figura illustra graficamente i rapporti enunciati. Per dar evidenza alle relazioni dei casi B), D) si son segnati due punti a_1, a_2 dei cerchi k, γ, e le rette λ_1, λ_2 alle quali appartengono i corrispondenti λ. Si noterà che se a_1, a_2 coincidono ciò può verificarsi solo nel punto $a = -\varepsilon$ od $a = -\varepsilon^2$; allora si presentano contemporaneamente i tre casi B, C, D e le tre rette r', λ_1, λ_2 concorrono in un punto ch'è risp. quello di affissa $\frac{4}{3}(\varepsilon - 1)$ o $\frac{4}{3}(\varepsilon^2 - 1)$ com'è facile ricavare anche dalla figura.

I rapporti considerati si collegano variamente tra loro. Così ad es. la D può ricavarsi da ciò che i punti del circolo γ sono i trasformati di quelli di r mediante l'inversione rispetto a k, per il tramite della C, e della (67) B).

17. Dalle osservazioni del n.° prec. si trae che *quando il birapporto a della quaderna di diramazione Δ soddisfa ad una delle relazioni*

$$(72) \quad a = \overline{a}\,, \quad a\overline{a} = 1\,, \quad a + \overline{a} = 1\,, \quad (1 - a)(1 - \overline{a}) = 1\,,$$

le due componenti ξ, η del parametro accessorio λ son pure vincolate da un'equazione, per guisa che *nella funzione* $Q(z)$, *anzichè l'indeterminazione d'un parametro complesso, resta solo quella d'un parametro reale.*

Dal punto di vista del principio gruppale, il motivo di tal maggior limitazione si spiega come or vedremo nel modo seguente: Le relazioni (72) dànno le condizioni necessarie e sufficienti affinchè la quaderna Δ ammetta un gruppo di 2ª specie $\overline{\Gamma}$, ed allora le quaderne mutate in sè da $\overline{\Gamma}$ formano una *catena* dipendente da un parametro reale, entro a cui, per il principio gruppale, deve cadere la quaderna H.

Incominciamo coll'osservare che se quale parametro accessorio si considera, in luogo di λ, il birapporto μ dato dalla (59), si vede con facilità, in base alle relazioni del n.° prec. che quando a ed a' sono associati da una delle (68), lo stesso succede dei corrispondenti μ, μ' quindi in particolare (fatto $a = a'$) se a soddisfa ad una delle (72) anche μ verifica la stessa rela-

Digitized by Google

zione. E pertanto le particolarità caratterizzate da quelle relazioni, appartengono simultaneamente alle quaderne Δ, H.

Premesso ciò andiamo a ricercare quali siano le quaderne Δ (di punti d'una retta z) che ammettono un gruppo di 2ª specie $\bar{\Gamma}$. Indicheremo con A, B, C, D i punti di Δ senza per ora limitarne comunque la generalità.

Se Δ è mutata in sè da un'antiproiettività τ, si può sempre supporre che τ sia involutoria. Difatti premessa una delle involuzioni del gruppo trirettangolo relativo a Δ si potrà far si che τ lasci fisso A; ed allora τ^2 ovvero τ^3 lascerà fissi tutti i punti di Δ. Nel primo caso τ^2, essendo proiettiva, è identica, nel secondo lo è τ^6, quindi risp. le antiproiettività τ, τ^3 sono involutorie.

Si possono ora fare due ipotesi essenzialmente distinte:

a) τ lascia fissi tutti i punti della quaderna;

b) τ lascia fissi due punti, e scambia tra di loro gli altri due.

L'ipotesi che τ permuti i quattro punti scambiandoli a 2 a 2, si riconduce subito alla *a*) moltiplicando τ per l'involuzione che opera nella quaderna gli stessi scambî.

Esaminiamo ora separatamente i due casi.

a) La τ avendo punti uniti, può, com'è notorio, ricondursi proiettivamente al *coniugio;* e con ciò Δ si muta in una *quaderna di punti reali.* Dunque *il birapporto a è reale* (qualunque sia l'ordinamento di Δ) e si ha il primo caso (72).

In generale (escluse le quaderne armoniche) il $\bar{\Gamma}$ ammesso da una Δ del tipo predetto contiene 8 operazioni delle quali quattro sono proiettività, e quattro antiproiettività, tutte involutorie, e prodotti di τ per le prime. Supposti A, B, C, D reali e fatto riferimento alla rappresentazione sul piano complesso z, delle quattro antiproiettività una (coniugio) ha per immagine la simmetria rispetto all'asse reale, le altre tre hanno per immagini due riflessioni rispetto a cerchi reali ed una simmetria priva di punti uniti.

Difatti se l'antiproiettività σ scambia tra loro gli elementi delle due coppie AB, CD e quelle coppie non si separano, l'immagine di σ nel piano complesso in quanto subordina sull'asse reale l'involuzione a cui appartengono quelle coppie, ha come punti uniti i relativi elementi doppî (reali) MN e quindi è una

Digitized by Google

riflessione rispetto ad un circolo passante per MN, anzi più precisamente rispetto al circolo di diametro MN (poichè in essa devono corrispondersi le coppie AB, CD dell'asse reale). Invece se AB, CD si separano, la σ non può essere una riflessione (risp. ad un cerchio reale) perchè ne deriverebbe l'esistenza d'una coppia di punti reali separanti armonicamente AB, CD.

b) Anche ora τ è proiettivamente equivalente al coniugio, e quindi Δ *è riducibile ad una quaderna con due punti reali e due punti immaginarî coniugati.*

Salvo il caso equianarmonico, $\overline{\Gamma}$ contiene 8 operazioni; e delle quattro antiproiettività due sono involutorie e scambiano risp. C con D ed A con B (nel piano z riflessioni su cerchi o rette reali) le altre due son cicliche di 4° ordine coi cicli (ACBD) (ADBC).

Per vedere come restino caratterizzati i valori dei birapporti delle quaderne in discorso, supponiamo ricondotta Δ alla forma normale, ed esprimiamo che un'antiproiettività involutoria τ deve lasciarne fissi due punti e scambiare tra di loro gli altri due.

Se i punti fissi sono 0, 1 l'immagine di τ sul piano z dev'essere un'inversione coi punti uniti 0, 1 che trasforma a in ∞; dunque il cerchio d'inversione ha il centro in a e passa per 0, 1. Ne consegue che a sta sull'asse del segmento 0, 1, quindi $a + \overline{a} = 1$. Alla stessa conclusione si giunge se τ lascia fissi a, ∞ e scambia 0 con 1.

Se i punti fissi son 0, a, il circolo di riflessione deve avere il centro in 1 passare per 0, a; dunque è il circolo γ del n.° prec., e pertanto $(1 - a)(1 - \overline{a}) = 1$. Egual conclusione se τ lascia fissi 1, ∞, e scambia 0 con a.

Infine se τ lascia fissi 0, ∞ e scambia 1 con a, il circolo di riflessione si riduce ad una retta per l'origine rispetto alla quale i punti 1 ed a devon essere simmetrici. Dunque 1 ed a sono equidistanti dall'origine ed in definitiva a sta sul cerchio unitario k, cioè $a\overline{a} = 1$. Così pure se τ lascia fissi 1 ad a e scambia 0 con ∞.

È d'altronde chiaro che, verificate le predette condizioni, che si identificano colle tre ultime relazioni (72), Δ ammette un gruppo di 2ª specie del tipo in discorso, onde le relazioni ricordate sono *caratteristiche* per il caso considerato.

Digitized by Google

18. È anche facile ricondurre i due tipi di gruppi di 2ª specie ottenuti ad una opportuna *forma normale*. Perciò si riduca anzitutto il gruppo trirettangolo della quaderna Δ alla *forma normale di* KLEIN

$$z' = \left(z, -z, \frac{1}{z}, -\frac{1}{z}\right), \tag{73}$$

con che ogni quaderna invariante per il gruppo, in particolare la Δ, diviene del tipo $\left(b, -b, \frac{1}{b}, -\frac{1}{b}\right)$, il cui birapporto, nell'ordine scritto, è $\left(\frac{b^2-1}{b^2+1}\right)^2$; poi si osservi che:

a) Nel primo caso si può supporre che, anche nella nuova posizione i quattro punti di Δ siano reali (b reale), bastando perciò osservare che se a è il birapporto reale della quaderna Δ in ordine prefissato, l'equazione $\left(\frac{b^2-1}{b^2-1}\right)^2 = a$ ha le radici reali, ove sia anche $a > 1$, e quest'ultima condizione può sempre adempiersi col sostituire ad a uno dei valori $1-a, \frac{1}{a}$, corrispondenti ad un diverso ordinamento della quaderna iniziale.

In tali condizioni l'antiproiettività involutoria che lascia fissi tutti i punti di Δ è il *coniugio* $z' = \bar{z}$, e le altre sono i suoi prodotti per le (73).

b) Nel secondo caso si può supporre che i punti fissi per una delle due antiproiettività involutorie di $\bar{\Gamma}$ siano b e $-b$ $\left(\text{oppure } \frac{1}{b} \text{ e } -\frac{1}{b}\right)$, perchè la Δ iniziale comunque ordinata può sempre trasformarsi proiettivamente, nell'ordine, in una quaderna del tipo $\left(b, -b, \frac{1}{b}, -\frac{1}{b}\right)$.

Sul piano complesso z l'inversione immagine dell'antiproiettività considerata deve lasciar fissi b, $-b$ e scambiare $\frac{1}{b}$ con $-\frac{1}{b}$; dunque la retta congiungente questi due punti deve passare

Digitized by Google

per il centro del cerchio d' inversione il quale d' altra parte deve stare sull' asse del segmento $b, -b$. Ma quella retta e quest' asse s' incentrano nel punto medio O (origine) del segmento $b, -b$, dunque l' inversione si riduce alla simmetria rispetto alla retta $(b, -b)$ e pertanto le due rette $(b, -b)\left(\frac{1}{b}, -\frac{1}{b}\right)$ sono *ortogonali.* Ma esse sono anche simmetriche rispetto all' asse reale, dunque son le *bisettrici dell' angolo degli assi,* e la simmetria considerata ha l' espressione

$$z' = i\bar{z} \ .$$

Moltiplicando per le (73) si ha subito la forma normale cercata, ed in conclusione:

Condizione necessaria e sufficiente affinchè una quaderna Δ *di punti d' una retta ammetta un gruppo di seconda specie* $\overline{\Gamma}$, *è che il suo birapporto a (in ordine arbitrario) soddisfi ad una delle relazioni* (72). *E precisamente* $\overline{\Gamma}$, *ridotto a forma normale, è di uno dei due tipi*

$$(74)\quad \begin{aligned} &\text{I)} \quad z' = \left(z, -z, \frac{1}{z}, -\frac{1}{z}; \bar{z}, -\bar{z}, \frac{1}{\bar{z}}, -\frac{1}{\bar{z}}\right) \\ &\text{II)} \quad z' = \left(z, -z, \frac{1}{z}, -\frac{1}{z}; i\bar{z}, -i\bar{z}, \frac{i}{\bar{z}}, -\frac{i}{\bar{z}}\right) \end{aligned}$$

a seconda che è verificata la prima relazione, ovvero una delle altre tre.

Si trova poi ancora che:

Le quaderne predette son quelle il cui invariante J *è reale; ed appartengono al primo od al secondo tipo a seconda che* $J > 1$ *oppure* $J < 1$ [26].

---

[26] Si può indirettamente pervenire a tal conclusione, notando che ove Δ si riduca ad una quaderna reale risp. con 4 punti reali, o con 2 punti reali e 2 immag. coniugati, rappresentata dall' equazione $\varphi(x) = 0$ a coefficienti reali, la *curva ellittica* $y^2 = \varphi(x)$ ha risp. due ed un ramo reale, essendo d' altronde ben noto che nel prima caso si ha $J > 1$, nel secondo $J > 1$. Cfr. la mia Nota *Sulle curve ellittiche reali* [Bollettino Un. Mat. Ital. V (1926)] pp. 69-75.

Digitized by Google

Il caso armonico ($J = 1$) serve di transizione, e, naturalmente, allora il gruppo $\bar{\Gamma}$ si amplia; ciò ha luogo pure nel caso equianarmonico che rientra nel secondo tipo ($J = 0$).

Osserveremo infine che se si opera con uno dei due gruppi $\bar{\Gamma}$ predetti sopra un punto generico P della retta z, si ottiene un gruppo di 8 punti invariante per $\bar{\Gamma}$, che si riduce ad una quaderna, solo quando P ha una posizione particolare. E precisamente se $\bar{\Gamma}$ è dato in forma normale, nel primo caso l'immagine di P sul piano z, dovrà cadere su uno degli assi o sul circolo unitario k, nel secondo sopra una delle bisettrici degli assi.

19. I due tipi di gruppi $\bar{\Gamma}$ segnalati posson anche ritrovarsi partendo dal problema di ricercare gli *ampliamenti di cui è suscettibile il gruppo trirettangolo* Γ *mediante trasformazioni di* 2^a *specie*, cioè i gruppi di seconda specie $\bar{\Gamma}$ il cui sottogruppo proiettivo (necessariamente d'indice 2) coincide con Γ.

Si rappresenti Γ, supposto dato in forma normale, sulla sfera complessa, riferita nel solito modo al piano z, e si segnino su quella sfera i tre gruppi eccezionali, cioè le immagini delle coppie $(\infty, 0)$ $(+1, -1)$ $(+i, -i)$ formate dai punti doppî delle tre involuzioni I, J, K di Γ. Si avranno così i punti $Z Z_1$, $X X_1$, $Y Y_1$ appartenenti risp. agli assi ζ, η, ξ del solito sistema ortogonale di riferimento (ξ, η coincidenti con gli x, y del piano z) che saranno vertici d'un *ottaedro regolare* Π.

Una τ di 2ª specie atta ad ampliare Γ dev'essere permutabile con Γ ed avere il quadrato in Γ; ed inoltre si può supporre che sia involutoria. Invero se ciò non è, sarà p. es. $\tau^2 = I$, quindi $\tau I \tau^{-1} = I$, onde τ muterà I in sè; e perciò non potrà far lo stesso con J e K altrimenti muterebbe in sè ciascuna delle tre coppie eccezionali, e quindi τ^2 avendo 6 punti uniti sarebbe identica. Sarà pertanto $\tau J \tau^{-1} = K$, quindi $\tau J = K \tau$, $(\tau J)^2 = K \tau\tau J = K I J = 1$, onde risulterà involutoria la τJ.

Sulla sfera, τ resta subordinata da un'omografia involutoria *inversa* dello spazio, quindi da un'omologia armonica T. Questa deve mutare in sè la terna coordinata ξ, η, ζ, quindi in ogni caso lascia fisso O, e pertanto può essere:

Digitized by Google

1) La simmetria centrale $z' = -\frac{1}{\bar{z}}$ (priva di punti uniti);

2) Una simmetria (ortogonale) rispetto ad un piano diametrale che muti in sè il gruppo dei sei punti $X X_1 \dots Z_1$, cioè l'ottaedro Π.

Ora *l'ottaedro* Π *ammette nove piani di simmetria*, che sono:

a) I piani coordinati. Si hanno così le simmetrie rappresentate da $z' = \bar{z}$, $z' = -\bar{z}$, $z' = \frac{1}{\bar{z}}$ che sul piano z sono le riflessioni sui due assi coordinati $x\,y$ e sul circolo unitario.

b) I sei piani bissettori (due per ciascun asse) dei diedri coordinati. Anzitutto le simmetrie rispetto ai due piani bissettori per l'asse ζ hanno come immagini sul piano z le riflessioni $z' = i\bar{z}$, $z' = -i\bar{z}$ sulle bisettrici degli assi x, y. Se poi si considerano le simmetrie rispetto ai due piani bissettori per l'asse ξ esse lasciano fissi $X X_1$ e scambiano l'una Y con Z ed Y_1 con Z_1 l'altra Y con Z_1 ed Y_1 con Z; e quindi hanno come immagini due inversioni che lasciano fissi i punti $+1$, -1 e scambiano i con 0 e $-i$ con ∞, oppure $-i$ con 0 ed i con ∞. Nel primo caso il circolo unito avrà il centro in $-i$ e passerà per $+1$, -1, onde la sua equazione sarà $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$; cioè $z\bar{z} + i(\bar{z} - z) - 1 = 0$, e la relativa inversione si rappresenterà con

$$z'\bar{z} + i(\bar{z} - z') - 1 = 0\ ,$$

cioè con $z' = \frac{-i\bar{z} + 1}{\bar{z} - i}$; nel secondo si avrà l'inversione sul circolo simmetrico del predetto rispetto all'asse x, cioè la $z' = \frac{i\bar{z} + 1}{\bar{z} + i}$. Analogamente si trova che le due simmetrie rispetto ai piani bissettori per l'asse η son rappresentate dalle inversioni $z' = \frac{\bar{z} + 1}{\bar{z} - 1}$, $z' = \frac{-\bar{z} + 1}{\bar{z} + 1}$, rispetto ai circoli dedotti dai primi scambiando l'ufficio degli assi.

In conclusione:

Il gruppo trirettangolo Γ

$$z' = \left(z, -z, \frac{1}{z}, -\frac{1}{z}\right),$$

Digitized by Google

è mutato in se stesso da dieci trasformazioni di 2ª specie involutorie, delle quali una $\left(z' = -\frac{1}{\bar{z}}\right)$ *non ha punti uniti, le altre nove son rappresentate dalle inversioni rispetto ai cerchi e rette della figura, ed hanno le equazioni*

$$(75)\quad \text{(I)}\qquad z' = \left(\bar{z},\ -\bar{z},\ \frac{1}{\bar{z}}\right)$$

$$\text{(II)}\quad z' = \left(i\bar{z},\ -i\bar{z},\ \frac{\bar{z}+1}{\bar{z}-1},\ \frac{-\bar{z}+1}{\bar{z}+1},\ \frac{-i\bar{z}+1}{\bar{z}+1},\ \frac{i\bar{z}+1}{\bar{z}+i}\right).$$

Ciascuna delle 10 trasformazioni è atta ad ampliare Γ; e le prime 4, cioè la $z' = -\frac{1}{\bar{z}}$ e le (I) dànno il tipo (74), I), mente le prime due (II) dànno il II tipo (74). Nè le altre (II) conducono ad ampliamenti nuovi, ma riconducono al tipo (74) II)

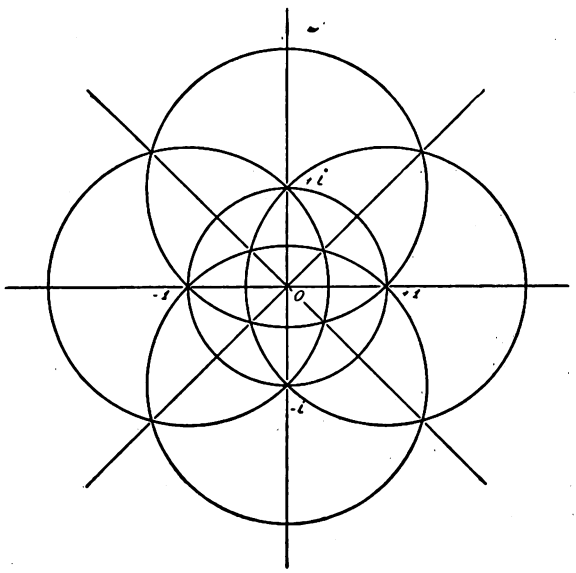


Fig. 2

trasformato mediante una sostituzione lineare sulla z che muta in sè il gruppo trirettangolo fondamentale. Ciò si vede tenendo

Digitized by Google

conto che le tre coppie di simmetrie (II) si deducono nello spazio una dell' altra scambiando l' ufficio degli assi ξ, η, ζ ([27]).

PARTE II.

Trasformazione del problema (ν, ν, ν, ν) nel caso di indici pari.

§ 1. - Confronto fra uniformizzanti.

20. Riprendiamo a considerare il caso generale del n.° 1, e sia pertanto Δ in gruppo di diramazione del piano z, formato degli m punti $z = a_i$, η l' uniformizzante fuchsiana ivi diramata cogl' indici ν_i, G il relativo gruppo fuchsiano, Ω il campo della η cioè l' interno del circolo limite, o eventualmente (casi parabo-

---

([27]) I problemi relativi ai *gruppi lineari finiti di 2ª specie* sopra una variabile complessa z, per quanto meno importanti di quelli relativi ai gruppi di 1ª specie, e dipendenti da essi, son rimasti alquanto in ombra. Nè ad esaurirli bastano le "*Erweiterungen*„ di KLEIN, giacchè tali ampliamenti sono ottenuti mediante le simmetrie rispetto ai piani di simmetria del poliedro fondamentale, cioè imponendo alla τ ampliante la condizione di mutare in sè il gruppo eccezionale dei vertici; mentre tal condizione non è necessaria quando, come nel caso dei gruppi diedrici e dal gruppo tetraedrico, esiste un altro gruppo eccezionale (due per il gruppo trirettangolo) dello stesso numero di punti. L' osservazione che i gruppi diedrici ed il gruppo tetraedrale son suscettibili di due ampliamenti distinti, si trova in una nota a piè della pag. 214 Bd I, delle *Autom. Funktionen* (cit. ([1])) e, per il secondo caso, al § 57 delle *Lezioni sulla teoria dei gruppi di sostituzioni,* ecc. [Pisa, Spoerri, 1899] di L. BIANCHI; ma più compiutamente il problema è stato studiato da S. CHERUBINO, nella Nota *Sulle curve iperellittiche con trasformazioni birazionali di 2ª specie in sè* [Atti Accad. Torino, T. L (1914-15) pp. 39-55] anche con riguardo al corrispondente "*Formenproblem*„; tuttavia la trattazione concisa dell' A, fa desiderare qualche più espressiva illustrazione geometrica. Notiamo infine che nel caso del gruppo trirettangolo l' ampliamento di KLEIN si ottiene mediante le (75), I).

Digitized by Google

lico ed ellittico) il piano complesso escluso o no il punto all' infinito, ed infine

$$y'' = Q(z)\, y \,, \tag{1}$$

la relativa equazione fuchsiana.

Immaginiamo ora di cambiare gl' indici ν_i sostituendovi dei multipli interi $\sigma_i \nu_i$ o l' infinito ($\sigma_i = \infty$). In relazione alla nuova segnatura avremo una nuova uniformizzante fuchsiana ζ, per cui adotteremo le notazioni G_1, Ω_1 ed

$$y'' = Q_1(z)\, y \,, \tag{2}$$

correlative alle precedenti.

Per metterci nelle ipotesi più generali, non escluderemo che qualcuno degli indici ν_i valga 1, di guisa che il corrispondente a_i non sia in effetto punto di diramazione per la η. Quindi nel gruppo di diramazione della ζ ci potranno esser dei punti che non son tali per la η, ed i relativi indici σ_i (della ζ) saranno arbitrarî.

In tali condizioni è facile vedere, e d' altronde è noto, che *la η è funzione uniforme della ζ* [28] anzi *funzione fuchsiana in senso lato*, in quanto invariante per le operazioni d' un sottogruppo Γ *d' indice infinito* in G_1.

Alla conclusione guida un ragionamento già accennato al n.° 9 per un caso particolare, e, per dir così, normale nelle questioni del genere (Cfr. D, n.° 7).

Sia ζ_0 un valore di ζ (nel campo Ω_1) z_0 il corrispondente valore di z, η_0 uno dei valori di η in z_0; tutto si riduce al solito a provare che quando ζ descrivere in Ω_1 un cammino chiuso l_1 che parta da ζ_0 e vi ritorni, anche η descrive in Ω un cammino chiuso. E perciò basta osservare che al cammino l_1 corrisponde sul piano z un cammino λ (relativo a z_0) il quale fa ritornare in z_0 col valore ζ_0 di ζ assunto in partenza, quindi (N, n.° 9, D, n.° 7) è riducibile per deformazione continua al punto z_0 o ad una successione di *cappî completi* (in relazione agl' indici $\sigma_i \nu_i$) avvolgenti quei punti di diramazione cui appartiene un

---

[28] Cfr. POINCARÉ, loco cit. [1] β) § VI. Secondo POINCARÉ l'equazione (2) è da dirsi *subordinata alla* (1).

Digitized by Google

indice $\sigma_i \nu_i$ finito, e tener presente il modo come la η è diramata in quei punti.

Invece quando η descrive in Ω un cammino chiuso l, ζ potrà descrivere un cammino aperto, ma che in ogni caso avrà per estremi due punti *equivalenti* rispetto a G_ι; quindi fissati η_0 e ζ_0, a quel cammino resta associata una sostituzione S del gruppo G_ι. L'insieme delle S così ottenute dà il sottogruppo Γ dianzi nominato, che lascia invariante quella funzione $\eta(\zeta)$ che per $\zeta = \zeta_0$ assume il valore η_0.

Si consideri infine un punto a_i del gruppo Δ a cui appartenga un indice ν_i *finito*, punto certamente esistente se le due uniformizzanti η, ζ sono (essenzialmente) distinte; e sia α_i uno degl'infiniti punti del campo Ω ad esso corrispondenti, che sarà un *vertice ellittico* d'indice ν_i per G se $\nu_i > 1$. Quando η, partendo da η_0 descrive un cappio semplice intorno ad α_i, la z descrive un cappio che gira ν_i volte intorno ad a_i, e quindi la ζ subisce una sostituzione ellittica di periodo σ_i (poichè la sostituzione relativa ad un cappio semplice ha il periodo $\sigma_i \nu_i$) o parabolica, a seconda che σ_i è finito od infinito; e tanto val dire che *la funzione linearmente polimorfa* $\zeta(\eta)$ *è diramata in* Ω *negl' infiniti punti* α_i *cogl' indici* σ_i.

21. Come nel caso normale (n.° 1) si vede che posto

$$[\zeta]_\eta = R(\eta) , \tag{3}$$

la funzione polimorfa $\zeta(\eta)$ può esprimersi come il quoziente di due integrali particolari dell'equazione differenziale

$$Y'' = R(\eta)\, Y , \tag{4}$$

gli apici indicando derivazioni rispetto ad η, ed R essendo una *funzione uniforme* di η in Ω. Diremo ancora che la (4) è, *in senso lato*, *un' equazione differenziale fuchsiana*, appunto perchè la η è, in quel senso, funzione fuchsiana del rapporto tra due dei suoi integrali particolari.

Quanto alla funzione $R(\eta)$ è facile assegnarne un'espressione, precisarne la natura, ed il comportamento.

Digitized by Google

Anzitutto per la (17) si ha

$$[\zeta]_z = [\zeta]_\eta \left(\frac{d\eta}{dz}\right)^2 + [\eta]_z \,, \tag{5}$$

quindi, dato che $[\zeta]_z = Q_1(z)$, $[\eta]_z = Q(z)$ risulta,

$$R(\eta) = \left(\frac{dz}{d\eta}\right)^2 \{ Q_1(z) - Q(z) \} \,, \tag{6}$$

ch' è l' espressione annunciata, nella quale z va pensata come la funzione fuchsiana $z(\eta)$ relativa al gruppo G.

Suppongasi ora che la z descriva nel suo piano un cammino chiuso, per effetto del quale il valore η subisca la sostituzione del guppo G che lo muta in $\eta' = \frac{\alpha\eta + \beta}{\gamma\eta + \delta}$ (con $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$). Si dovrà avere per la (6)

$$R(\eta') = \left(\frac{dz}{d\eta}\right)^2_{\eta=\eta'} \{ Q_1(z) - Q(z) \} \,,$$

ma d' altra parte, tenendo conto che $z(\eta) = z(\eta')$ si ha

$$\left(\frac{dz}{d\eta}\right)_{\eta=\eta'} = \frac{dz(\eta')}{d\eta'} = \frac{dz(\eta)}{d\eta'} = \frac{dz}{d\eta}\frac{d\eta}{d\eta'} = \frac{dz}{d\eta}(\gamma\eta + \delta)^2 \,,$$

sicchè risulta

$$R\left(\frac{\alpha\eta + \beta}{\gamma\eta + \delta}\right) = R(\eta)(\gamma\eta + \delta)^4 \,, \tag{7}$$

la quale viene a dire che:

La funzione uniforme $R(\eta)$ *è una funzione thetafuchsiana del 2° ordine relativa al gruppo* G [29].

Alla relazione (7) si può anche pervenire, più direttamente, col procedimento che segue:

---

[29] Per la nozione di *funzione thetafuchsiana* cfr. POINCARÉ, loco cit. [1], α), § II. La proprietà della $\frac{dz}{d\eta}$ espressa dalla formula precedente (la quale viene a dire che quella derivata è una funzione thetafuchsiana del 1° ordine) è d' altronde notoria.

Digitized by Google

A norma della definizione (3) di $R(\eta)$, posto

$$\zeta' = \zeta(\eta') = \zeta\left(\frac{\alpha\eta + \beta}{\gamma\eta + \delta}\right),$$

si ha

$$R(\eta') = [\zeta']_{\eta'} = [\zeta]_{\eta'},$$

la seconda eguaglianza consegnando, in base alla proprietà fondamentale del *parametro Schwàrziano*, da ciò che ζ' è funzione lineare di ζ (30). Ma d'altra parte per la solita formula si ha

$$[\zeta]_{\eta'} = [\zeta]_{\eta}\left(\frac{d\eta}{d\eta'}\right)^2 + [\eta]_{\eta'},$$

ed $[\eta]_{\eta'}$ è nullo per la dipendenza lineare di η da η' sicchè in definitiva viene

$$[\zeta']_{\eta'} = [\zeta]_{\eta}\left(\frac{d\eta}{d\eta'}\right)^2, \tag{7'}$$

conformemente alla (7).

È chiaro che i *punti singolari* dell'equazione differenziale (4) sono gli α_i di cui sopra, e che il relativo comportamento della $R(\eta)$, è quello del caso normale (n.° 2) cioè è espresso dalle relazioni

$$\lim_{\eta \to \alpha_i} R(\eta)\,(\eta - \alpha_i)^2 = \rho_{\sigma_i}, \tag{8}$$

dal momento che il comportamento stesso dipende solo da ciò che η è funzione uniforme del rapporto tra due integrali particolari della (4), e che quel rapporto, per un giro intorno ad α_i subisce una sostituzione ellittica di periodo σ_i (o parabolica se $\sigma_i = \infty$).

Ma è da osservarsi che la (8) può anche venir dedotta formalmente dalle analoghe relazioni inerenti alle equazioni differenziali (1) (2), cioè dalle

---

(30) Precisato che per $\zeta'(\eta')$ deva intendersi il valore che assume ζ quando si passa da η ad η' mediante un cammino l di tipo fissato, poichè l'immagine di l sul piano z è un cammino chiuso, ζ' deriva da ζ mediante una sostituzione di G.

Digitized by Google

$$(9)\quad \lim_{z\to a} Q(z)(z-a)^{\nu} = \rho_{\nu}\ , \qquad \lim_{z\to a} Q_i(z)(z-a)^{\nu} = \rho_{\sigma\nu}\ ,$$

nelle quali si è soppresso per semplicità l'indice i.

Invero, essendo ν finito, si ha nell'intorno di $\eta = \alpha$

$$z - a = b_1(\eta-\alpha)^{\nu} + b_2(\eta-\alpha)^{\nu+1} + \dots .$$

quindi

$$\frac{dz}{d\eta} = \nu\, b_1(\eta-\alpha)^{\nu-1} + \dots ,$$

dalle quali segue

$$(z-a)\frac{d\eta}{dz} = \frac{1}{\nu}(\eta-\alpha) + \dots ,$$

e, con riguardo alla (6)

$$\frac{1}{\nu^{\nu}} R(\eta)\{(\eta-\alpha)^{\nu} + \dots .\} = (z-a)^{\nu}\{Q_i(z) - Q(z)\}\ ,$$

cioè passando al limite e tenendo conto delle (9)

$$(10)\quad \lim_{\eta\to\alpha} R(\eta)(\eta-\alpha)^{\nu} = \nu^{\nu}(\rho_{\sigma\nu} - \rho_{\nu}) = \rho_{\sigma}\ ,$$

come si voleva verificare.

22. Val la pena di osservare che, nei rapporti considerati in questo §, può ravvisarsi una interessante *estensione del teorema di diramazione* considerato nella Memoria D, almeno nella sua parte essenziale. Il parallelismo tra i due casi si rivela in ciò che al posto d'una riemanniana (ordinaria) C multipla secondo l'intero n sul piano z e diramata nei punti di Δ colla segnatura $(\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_m)$ quì comparisce la *riemanniana ad infiniti fogli* della funzione polimorfa η, cioè l'*universale* U (*Ueberlagerungsfläche*) relativa a Δ ed alla segnatura predetta (N, n.° 9) o, il che è lo stesso, il campo Ω in quanto legato al piano z dalla corrispondenza $(\infty, 1)$ posta dalla funzione $\eta(z)$. La ζ quì assolve il compito di quella che nel caso algebrico s'indicava con η, vale a dire è uniformizzante fuchsiana tanto sul piano z quando sulla U(Ω), e ciò essenzialmente in grazia del fatto che

Digitized by Google

son soddisfatte le *condizioni del teorema di diramazione*, cioè che i punti di diramazione della η sul piano z, cadono soltanto in quelli del gruppo relativo a ζ e gl' indici ν_i relativi alla prima son divisori di quelli $\sigma_i \nu_i$, della seconda. E le diramazioni della ζ sulla U si costruiscono colla stessa regola del caso algebrico (D, n.° 5) salvo per $\nu_i = \infty$ che non dà luogo di diramazioni (i punti di Ω corrispondenti al relativo a_i cadono sul contorno), ma d' altra parte non ha, in quel caso, l' analogo.

Si aggiunga che anche ora (fissati opportunamente z_o, η_o, ζ_o) il gruppo Γ delle sostituzioni operate sulla ζ dalle circolazioni effettuate su U (in Ω) è un sottogruppo (non più d' indice finito n, ma d' indice infinito) dell' analogo G_1 relativo alle circolazioni effettuate su z. E se ad ogni sostituzione di G che porti η_o in η' si associano le infinite sostituzioni sulla ζ prodotte dai cammini che si possono tracciare in Ω da η_o ad η' si viene a porre tra G e G_1 una corrispondenza $(1, \infty)$ nella quale all' identità di G corrisponde entro G_1 il sottogruppo Γ.

Si vede così che *il gruppo* G *della* η *sostituisce attualmente, nei rapporti considerati, il gruppo di monodromia* M *della rappresentazione di* C *sul piano* z; e l' analogia diviene più intima, se si suppone che *la riemanniana* C (in quanto multipla sul piano z) *sia regolare,* come lo è la superficie ricoprente U (N, n.° 10). Tale più stretta analogia si rivela ad esempio in ciò, che, come nel caso delle riemanniane regolari (D, n.° 3), l' attuale Γ *è un sottogruppo invariante contro a* G_1.

Lasciando al lettore la cura d' altri raffronti, aggiungiamo qualche parola per il caso particolare in cui G è il gruppo $(2, 3, \nu)$ colle diramazioni in $0, 1, \infty$ e G_1 il gruppo $(2, 3, \infty)$ cogli stessi punti di diramazione, vale a dire il *gruppo modulare.* Al confronto fra i due gruppi e relative uniformizzanti sono applicabili le osservazioni precedenti, quindi si può porre tra essi una corrispondenza d' isomorfismo $(1, \infty)$, mediante la quale all' identità in G corrisponde in G_1 un sottogruppo invariante, già considerato (per quanto con altre argomentazioni) dal KLEIN e da esso indicato con $\Gamma_{[\nu]}$. Il KLEIN ha inoltre osservato che mediante la corrispondenza predetta ad ogni sottogruppo H d' indice finito n in G resta associato un sottogruppo H_1 di

Digitized by Google

egual indice del gruppo modulare (31), ed ha invertito l'osservazione provando, che, viceversa, ad ogni sottogruppo H_1 di G_1 è legato un intero ν (*classe* del sottogruppo) in relazione al quale H_1 ammette la genesi indicata. Ora tal *principio di* KLEIN, con riferimento al teorema di diramazione del caso algebrico si spiega semplicemente così: Al gruppo H_1 (d'indice n in G_1) è legata una curva algebrica C, multipla secondo n sul piano z, e diramata nei punti 0, 1 con indici 2, 3, e nel punto ∞ con indice intero arbitrario; questo indice, cioè il $m.c.m$ della molteplicità delle coincidenze appartenenti al gruppo della g_n^1 di C omologo di $z = \infty$, è la *classe* ν *di* KLEIN. Preso a considerare il gruppo $G(2, 3, \nu)$, per il tramite dei rapporti inerenti al teorema di diramazione del caso algebrico, alla C resta legato anche un sottogruppo H d'indice n in G, dal quale H_1 deriva appunto alla maniera precedente (32).

Anche i rapporti considerati al n.° 9 rientrano nel quadro attuale, le due uniformizzanti η e ζ dovendo pensarsi surrogate dalle w, η di quell'esempio. E pertanto la funzione $R(\eta)$ dell'equazione (40) di quel numero può anche determinarsi ricorrendo alla (6) del n.° prec., nella quale per $z(\eta)$ si ponga la (37), per $Q_1(z)$ si assuma la funzione $Q(z)$ data dalla (39), e per $Q(z)$ la funzione $-\frac{1}{4z^2}$ legata alla (41), come il lettore verificherà facilmente.

§ 2. - Caso in cui l'uniformizzante η è un integrale ellittico ed applicazione al nostro problema.

23. Suppongasi ora che il gruppo Δ di cui al § precedente sia la *quaderna normale* $(a, 1, 0, \infty)$, e che i relativi indici ν_i siano tutti eguali a 2; allora l'uniformizzante η, che d'ora in poi indicheremo con u, è data, a meno d'una sostituzione

---

(31) F. KLEIN - R. FRICKE, *Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Modulfunctionen* [Leipzig, Teubner (1890-92], Bd. I, Abschn. II, Cap. VI, 5, 6.

(32) Vedi anche la Mem. D, n.° 10, V, VI, e nota (9).

Digitized by Google

lineare, da un *integrale ellittico* (n.° 4), ed ove si precisi che sia proprio

$$u = \int_{\infty}^{z} \frac{dz}{\sqrt{z(z-1)(z-a)}} \tag{11}$$

sparisce dalla u ogni indeterminazione. Il campo Ω della u è attualmente (*caso parabolico*) l'intero piano complesso coll'esclusione del punto all'infinito, e la funzione (fucksiana) $z(u)$ è una *funzione ellittica* che si riduce alla $z' = p(u)$ classica colla trasformazione lineare che fa assumere all'integrale (11) la *forma normale di* WEIERSTRASS, la quale è precisamente

$$z = 4z' + \frac{1}{3}(a+1) . \tag{12}$$

Si verifica subito che gl'*invarianti* g_2, g_3 della $p(u)$ sono

$$\begin{aligned} g_2 &= -\frac{1}{4}\left\{a - \frac{1}{3}(a+1)\right\}^2 = \frac{1}{12}(a^2 - a + 1) \\ g_3 &= -\frac{1}{48}\left\{a(a+1) - \frac{2}{9}(a+1)\right\}^3 = \\ &= \frac{1}{432}(a+1)(a-2)(2a-1), \end{aligned} \tag{13}$$

quindi l'*invariante assoluto* J della quaderna Δ (n.° 15) vale

$$J = \frac{4}{27}\frac{(a^2-a+1)^3}{a^2(a^2-1)^2} = \frac{g_2^3}{g_2^3 - 27g_3^2} , \tag{14}$$

conformemente alla posizione classica.

Ai punti di diramazione, a, 1, 0, ∞ del piano z corrispondono sul piano u gl'infiniti punti

$$\alpha = \frac{m\omega + n\omega'}{2} , \tag{15}$$

dove ω, ω' son *periodi primitivi* dell'integrale ellittico u [33],

---

[33] Si tenga presente che, in parte della letteratura classica i periodi son denotati con 2ω, $2\omega'$; e del pari che per noi $p(u \mid \omega, \omega')$

Digitized by Google

che d' ora in poi supporremo, com' è lecito, scelti in modo che risulti

$$(16)\qquad u(\infty)\equiv 0\ ,\quad u(0)\equiv\frac{\omega}{2}\ ,\quad u(1)\equiv\frac{\omega'}{2}\ ,\qquad u(a)\equiv\frac{\omega+\omega'}{2}\qquad(\text{modd. }\omega,\ \omega')\ .$$

I punti α sono *vertici di sostituzioni ellittiche a periodo* 2 del gruppo G, e tra esse, quelle relative ai valori 0, $\frac{\omega}{2}$, $\frac{\omega'}{2}$ di α, cioè le sostituzioni

$$(17)\qquad u'=-u\ ,\quad u'=-u+\omega\ ,\quad u'=-u+\omega'$$

bastano a *generare* l' intero G. D' altronde in tal funzione esse sono equivalenti alle sostituzioni

$$(18)\qquad u'=-u\ ,\quad u'=u+\omega\ ,\quad u'=u+\omega'\ ,$$

delle quali le due ultime generano il *gruppo puro di genere* 1, H, caratteristico per le funzioni ellittiche coi periodi ω, ω'. Pertanto, com' è ben noto (D, n.° 10, I e n.° 32) G è un sottogruppo d' indice 2 in H e le funzioni fuchsiane relative son le *funzioni ellittiche pari* (coi periodi ω, ω') come le $z(u)$, $p(u)$.

24. Poichè per le (17) e d' altronde per tutte le operazioni del nostro G è $(\gamma u+\delta)^4=1$ così dalla (7) (n.° 21) si deduce che:

Qualunque siano gl' interi σ, *la funzione* $\mathrm{R}(u)$ *è invariante per* G, *cioè è una funzione ellittica pari della* u.

Del resto ciò consegue anche dal notare che si ha

$$\left(\frac{dz}{du}\right)^2=z(z-1)(z-a)\ ,$$

quindi, per la (6), $\mathrm{R}(u)$ è funzione razionale di z, cioè di $p(u)$.

---

sarà la funzione coi periodi ω, ω' non coi periodi 2ω, $2\omega'$. Aggiungasi che in tutte le formule che seguono il segno di ω' può esser cambiato a piacere, talchè può sempre supporsi che quello della parte immaginaria di $\tau=\frac{\omega'}{\omega}$ sia positivo.

Digitized by Google

Vediamo ora come *dalle condizioni del problema la* $R(u)$ *resti determinata a meno d' una costante additiva.*

Incominciamo dal caso in cui il gruppo G_1 della ζ ha la segnatura $(2, 2, 2, 2\nu)$ e quindi gl' interi σ_i del n.° 20 valgono $(1, 1, 1, \nu)$; allora la ζ come funzione di u è diramata soltanto nei punti del piano u corrispondenti a $z = \infty$, cioè nei vertici della *rete parallelogrammica* (relativa ai periodi ω, ω') con indici tutti eguali a ν. Per le proprietà dell' equazione differenziale (4) le singolarità al finito della $R(u)$ cadono solo in quei punti α, e son poli di 2° ordine coi termini d' infinito (nella parte di 2° ordine)

$$\frac{\rho_\nu}{(u-\alpha)^2} .$$

Due funzioni ellittiche pari $R(u)$, $R_1(u)$ col comportamento predetto differiscono per una costante, giacchè $R_1(u) - R(u)$ può avere al più soltanto poli del 1° ordine nei vertici della rete, e si sa che non esistono funzioni ellittiche del 1° ordine. D' altra parte il comportamento indicato è quello della funzione $\rho_\nu p(u \mid \omega, \omega')$, quindi si ha $R(u) = \rho_\nu \{ p(u) + c \}$ ed in definitiva *l' equazione differenziale* (4) *relativa al problema considerato, è*

$$Y'' = \rho_\nu \{ p(u) + c \} Y ,$$

restando indeterminata la costante c che assolve le funzioni di *parametro accessorio*, ed in fatto si sostituisce al parametro accessorio λ dell' equazione $y'' = Q_1(z)\, y$ relativa al problema $(2, 2, 2, 2\nu)$ per effetto della trasformazione (11) operata:

Passiamo al caso più generale in cui G_1 ha la segnatura $(2\nu_1, 2\nu_2, 2\nu_3, 2\nu_4)$ che per opportunità riferiremo all' ordinamento $(\infty, 0, 1, a)$ della quaderna Δ. La funzione $R(u)$ ha allora poli di 2° ordine in tutti i punti (15) coi termini di 2° ordine

$$\frac{\rho_{\nu_i}}{(u-a)^2} ,$$

l' indice i dipendendo dal punto della quaderna Δ associato ad α. Ed anche ora è facile vedere che due funzioni ellittiche pari $R(u)$, $R_1(u)$ col comportamento indicato debbono differire per una costante, tutto riducendosi a provare che non può esistere una funzione ellittica pari $\varphi(u)$ con poli del 1° ordine nei punti (15).

Digitized by Google

Per il punto $u = 0$ e punti equivalenti (vertici della rete) ciò consegue immediatamente dalla parità di $\varphi(u)$, bastando perciò riferirci allo sviluppo nell'intorno di $u = 0$; mentre ad es. per il punto $u = \frac{\omega}{2}$ (ed equivalenti) si stabilisce ponendo $v = u - \frac{\omega}{2}$ e considerando la funzione $\psi(v) = \varphi\left(v + \frac{\omega}{2}\right)$ ch'è pure funzione ellittica pari dell'argomento v, perchè la $\varphi(u)$ è invariante per la sostituzione $u' = -u + \omega$.

Dopo ciò basta osservare che il comportamento della $R(u)$ è realizzato dalla funzione

$$\rho_{\nu_1} p(u) + \rho_{\nu_2} p\left(u + \frac{\omega}{2}\right) + \rho_{\nu_3} p\left(u + \frac{\omega'}{2}\right) + \rho_{\nu_4} p\left(u + \frac{\omega + \omega'}{2}\right) \tag{20}$$

per concludere che, *coll'aggiunta d'una costante (parametro accessorio) essa fornisce la cercata espressione della* $R(u)$.

In particolare per $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu_4 = \nu$, cioè nel caso del problema $(2\nu, 2\nu, 2\nu, 2\nu)$, ed ove si tenga conto che

$$p\left(u \,\middle|\, \frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right) = p(u) + p\left(u + \frac{\omega}{2}\right) + p\left(u + \frac{\omega'}{2}\right) + p\left(u + \frac{\omega + \omega'}{2}\right), \tag{21}$$

(34)

risulta

$$R(u) = \rho_\nu \left\{ p\left(u \,\middle|\, \frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right) + c \right\}. \tag{22}$$

A questa espressione si può pervenire anche per un'altra via, in certo senso più diretta, che ci sembra meriti d'esser segnalata.

---

(34) Quest'identità può ad es. verificarsi osservando che il 2° membro è una funzione ellittica pari coi periodi $\frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}$, che, nei poli, ha gli stessi termini d'infinito del 1° membro. S'intende che le p del 2° membro hanno i periodi ω, ω'.

Digitized by Google

Tutto si riduce a provare che la $R(u)$ è funzione ellittica pari, coi periodi $\frac{\omega}{2}$, $\frac{\omega'}{2}$, cioè è invariante per le sostituzioni

$$u' = u + \frac{\omega}{2}, \quad u' = u + \frac{\omega'}{2}, \tag{23}$$

giacchè dopo ciò la conclusione si stabilisce come nel caso $(2, 2, 2, 2\nu)$, tenendo conto del comportamento nei poli.

Ora ciascuna delle (23) muta in sè il gruppo dei punti di diramazione α della $\zeta(u)$ che hanno tutti lo stesso indice ν; e perciò vi corrispondono nel campo Ω_1 della ζ infinite sostituzioni lineari, permutabili con G_1, e deducibili da una fra esse facendone i prodotti per le operazioni di G_1. Ciò si stabilisce con un ragionamento che per il caso d' un numero finito di diramazioni (e di trasformazioni birazionali d' una curva algebrica in sè) fu svolto in dettaglio al n.° 18 della Memoria N.

Ed infine basta imitare il secondo ragionamento del numero 21, per dedurne che nel passaggio da u ad u' mediante una delle (23), la $R(u) = [\zeta]_u$ si riproduce moltiplicata per $\left(\frac{du}{du'}\right)^2$, quindi dato che $\frac{du}{du'} = 1$, è invariante per le (23).

25. La conclusione del n.° prec. espressa dalla (22) può così enunciarsi:

L' equazione differenziale fuchsiana del problema $(2\nu, 2\nu, 2\nu, 2\nu)$ *si riconduce, mediante la trasformazione* (11) *alla*

$$Y'' = \rho_\nu \left\{ p\left(u \,\middle|\, \frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right) + c \right\} Y, \tag{24}$$

indicandosi con ω, ω' *due periodi primitivi qualunque dell' integrale ellittico* (11).

Si è detto qualunque, giacchè si vede con estrema facilità che le conclusioni sono indipendenti dalle convenzioni (16) circa quei periodi.

Per effetto della trasformazione effettuata, al *parametro accessorio* λ dell' equazione primitiva $y'' = Q_1(z)y$ del problema, si sostituisce il *nuovo parametro* c. Ci proponiamo di precisare in maniera esplicita la relazione fra i due parametri.

Digitized by Google

A ciò giungeremo partendo dalla relazione (6) che ora si scrive

$$(25)\quad \rho_\nu \left\{ p\left(u \,\middle|\, \frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right) + c \right\} = \left(\frac{dz}{du}\right)^2 \left\{ Q_1(z) - Q(z) \right\}$$

ed esplicitando tutto in termini di z.

Intanto, come s'è già visto, $\left(\frac{dz}{du}\right)^2 = z(z-1)(z-a)$, poi per il n.° 4, tenendo conto che $Q(z)$, $Q_1(z)$ son relativi alle segnature $(2, 2, 2, 2)$ $(2\nu, 2\nu, 2\nu, 2\nu)$

$$(26)\quad \begin{aligned} Q(z) &= -\frac{3}{4}\,\frac{(z^2-a)^2 - \frac{4}{3}(a+1)\,z(z-1)(z-a)}{z^2(z-1)^2(z-a)^2}, \\ Q_1(z) &= \rho_{2\nu}\,\frac{(z-a)^2 + \lambda\, z(z-1)(z-a)}{z^2(z-1)^2(z-a)^2}, \end{aligned}$$

sicchè resta da esprimere in termini di z la funzione $p\left(u \,\middle|\, \frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right)$ tenendo conto che z è legato a $p(u \mid \omega, \omega')$ dalla relazione lineare (12).

Perciò si parta dall'espressione (21) di $p\left(u \,\middle|\, \frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right)$ e si ricordi che, posto

$$(27)\quad p\left(\frac{\omega}{2}\right) = e_1, \quad p\left(\frac{\omega+\omega'}{2}\right) = e_2, \quad p\left(\frac{\omega'}{2}\right) = e_3,$$

si hanno per i termini del 2° membro le espressioni [35]

$$(28)\quad \begin{aligned} p\left(u + \frac{\omega}{2}\right) &= e_1 + \frac{(e_1-e_2)(e_1-e_3)}{p(u) - e_1}, \\ p\left(u + \frac{\omega+\omega'}{2}\right) &= e_2 + \frac{(e_2-e_1)(e_2-e_3)}{p(u) - e_2}, \\ p\left(u + \frac{\omega'}{2}\right) &= e_3 + \frac{(e_3-e_1)(e_3-e_2)}{p(u) - e_3}. \end{aligned}$$

---

[35] Cfr. L. BIANCHI, *Lezioni sulla teoria delle funzioni di variabile complessa*, ecc. [Pisa, Spoerri (1901)], § 106.

Digitized by Google

D' altra parte per la (12) si ha $z = 4p(u) + \frac{a+1}{3}$, ed ai valori 0, a, 1 di z corrispondono per le (16) (27) i valori e_1, e_2, e_3 di $p(u)$ quindi

$$e_1 = -\frac{a+1}{12}, \quad e_2 = \frac{2a-1}{12}, \quad e_3 = \frac{2-a}{12},$$

$$4\{p(u) - e_1\} = z, \quad 4\{p(u) - e_2\} = z - a,$$

$$4\{p(u) - e_3\} = z - 1,$$

dopo di che sostituendo nelle (28), ed infine nella (21), tenuto conto che $p(u) = \frac{1}{4}\left\{z - \frac{a+1}{3}\right\}$ si trova

$$(29) \quad p\left(u \left| \frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right.\right) = \frac{1}{4} \frac{(z^2 - a)^2 - \frac{4}{3}(a+1)z(z-1)(z-a)}{z(z-1)(z-a)}.$$

Introducendo nella (25) le espressioni (26) (29), i due membri si presentano ciascuno come somma di un' identica parte razionale e di una parte indipendente da z. Eguagliando le due parti costanti si ha la relazione cercata, cioè si trova che:

I due parametri accessorî λ, c *inerenti alle due forme del nostro problema, son legati dalla relazione*

$$(30) \quad c = \frac{\rho_{2\nu}}{\rho_\nu}\left\{\lambda + \frac{4}{3}(a+1)\right\}.$$

Resta così precisata in termini formali la dipendenza tra c e λ, ed illustrato, anche in questo particolare, il collegamento tra le due equazioni differenziali del problema. In fondo nulla di nuovo ne risulta, almeno immediatamente, circa la funzione $\lambda_{2\nu}(a)$; ma il carattere per dir così tipico dell' equazione (24) e la distribuzione regolare dei suoi punti singolari, fanno pensare che la sua considerazione possa favorire i problemi inerenti alla funzione predetta. Qualcosa in proposito si dirà al § seguente; tuttavia l' equazione (24) si segnala come interessante e per quanto i caratteri più intimi del suo *gruppo* sembrino alquanto riposti, non è da disperare che attraverso alla considerazione di

Digitized by Google

quel gruppo si riesca ad assegnare un' espressione di c in funzione di trascendenti note, o di quadrature, od infine di algoritmi infiniti (sviluppi in serie).

Quel che ricava subito dalla (30) è il valore di c relativo ai casi particolari trattati al Cap. precedente. Così, notando che per $\lambda = -\frac{4}{3}(a+1)$ si ha $c = 0$, e ricordando che nei casi armonico ed equianarmonico il valore di λ è precisamente $-\frac{4}{3}(a+1)$ si deduce che:

L' equazione differenziale

$$Y'' = \rho_\nu p(u) Y \,, \tag{31}$$

è fuchsiana (in senso lato) quando la p è armonica od equianarmonica, qualunque sia ν. Ciò sarà tra poco confermato per altra via.

Notiamo infine come l' identità sostanziale delle equazioni (19) (24) riveli *l' equivalenza dei due problemi* $(2, 2, 2, 2\nu)$ $(2\nu, 2\nu, 2\nu, 2\nu)$. Più esattamente è il secondo che dipende dal primo, nel senso che si passa da questo a quello mediante una trasformazione razionale del tipo considerato al § 2 del Cap. prec., che il lettore potrà facilmente costruire.

§ 3. - Il parametro accessorio c come forma modulare.

26. Riprendiamo l' equazione (24) che ora scriveremo

$$Y'' = \rho_\nu \{ p(u) + c \} Y \,, \tag{32}$$

indicando con p la funzione relativa ai periodi ω, ω'. Dal § precedente risulta che, dato ν, quell' equazione è fuchsiana (in senso lato) per almeno un valore di c; ed il *teorema d' unicità di* POINCARÉ, applicabile anche alla (32) (in quanto nella sua dimostrazione interviene solo il carattere lineare delle operazioni, del gruppo, e la natura del campo Ω) assicura che quel valore di c è *unico*. Lo si potrà pertanto considerare come funzione di ω, ω', esprimendo tal dipendenza colla scrittura $c(\omega, \omega')$, o, quando occorra esser più precisi, $c_\nu(\omega, \omega')$.

Digitized by Google

Cambiando i periodi primitivi a norma della sostituzione unimodulare

$$\omega_1 = \alpha\,\omega + \beta\,\omega' , \qquad \omega_1' = \gamma\,\omega + \delta\,\omega' ,$$

la funzione $p(u)$ non muta, quindi neppur si altera l'equazione (32), e ciò val quanto dire che

$$c(\alpha\,\omega + \beta\,\omega',\ \gamma\,\omega + \delta\,\omega') = c(\omega,\ \omega') ,$$

cioè che *la funzione* $c(\omega, \omega')$ *è invariante per le sostituzioni del gruppo modulare omogeneo.*

Pongasi poi $v = \rho\,u$, $u = \dfrac{v}{\rho}$ (ρ costante) e si consideri la Y come funzione di v. L'equazione (32) si trasforma nella

$$\rho^2\,Y'' = p_v\left\{ p\left(\frac{v}{\rho}\,\middle|\,\omega,\ \omega'\right) + c \right\} Y , \tag{33}$$

le derivazioni essendo prese rispetto a v. Ma per la *formula d'omogeneità della* p si ha

$$\frac{1}{\rho^2}\,p\left(\frac{v}{\rho}\,\middle|\,\omega,\ \omega'\right) = p(v \mid \rho\,\omega,\ \rho\,\omega') ,$$

onde la (33) diviene

$$Y'' = p_v\left\{ p(v \mid \rho\,\omega,\ \rho\,\omega') + \frac{c}{\rho^2} \right\} Y . \tag{34}$$

Se la (32) è fuchsiana lo è anche la (34), ed il relativo parametro $c(\rho\,\omega,\ \rho\,\omega')$ è $\dfrac{c}{\rho^2}$, dunque

$$c(\rho\,\omega,\ \rho\,\omega') = \rho^{-2}\,c(\omega,\ \omega') , \tag{35}$$

ed infine, tenuto conto della precedente osservazione:

Il parametro accessorio c *è una forma modulare di grado* -2 [36].

---

[36] D'ora in poi *ammettiamo l'analiticità della funzione* $c(\omega, \omega')$. Con riferimento alla definizione generale di *forma modulare* (KLEIN-FRIKE, loco cit. [31] Bd. I, pag. 144) occorrerebbe aggiungere che c *appartiene al gruppo modulare, non ad un suo sottogruppo.*

Digitized by Google

Inoltre c è finito per tutti i valori di $\tau = \frac{\omega'}{\omega}$ che non dànno casi di degenerazione della rete parallelogrammica, cioè in tutti i punti del semipiano positivo τ, escluso naturalmente l'asse reale. Sappiamo poi da quanto precede che per $\tau = i$, $\tau = \varepsilon$ $\left(\varepsilon = e^{\frac{2\pi i}{3}}\right)$ si ha $c = 0$, la onde:

La forma modulare $c(\omega, \omega')$ si annulla nei vertici ellittici della rete modulare.

Quest'osservazione può confermarsi e completarsi per due vie.

1) Per le *formule di moltiplicazione complessa* si ha nei due casi ($\tau = i$, $\tau = \varepsilon$):

$$p(iu \mid i\omega, i\omega') = -p(u \mid \omega, \omega'),$$
$$p(\varepsilon u \mid \varepsilon\omega, \varepsilon\omega') = \varepsilon\, p(u \mid \varepsilon\omega, \varepsilon\omega')$$

dalle quali per la formula d'omogeneità della p si trae

$$p(u \mid i\omega, i\omega') = p(u \mid \omega, \omega'), \quad p(u \mid \varepsilon\omega, \varepsilon\omega') = p(u \mid \omega, \omega').$$

Si ha dunque rispettivamente

$$c(i\omega, i\omega') = c(\omega, \omega'), \qquad c(\varepsilon\omega, \varepsilon\omega') = c(\omega, \omega'),$$

ma d'altra parte la (35) dà

$$c(i\omega, i\omega') = -c(\omega, \omega'), \qquad c(\varepsilon\omega, \varepsilon\omega') = \varepsilon\, c(\omega, \omega'),$$

che confrontata colla precedente porge in ogni caso $c(\omega, \omega') = 0$.

2) In forza della (35) il prodotto $\omega^2 c(\omega, \omega')$ è funzione del rapporto $\frac{\omega'}{\omega} = \tau$, e precisamente risulta una *funzione thetamodulare* $\vartheta(\tau)$ (*funzione theta fuchsiana relativa al gruppo modulare*) del 1° ordine. Allora da un teorema di POINCARÉ [37] si apprende che i vertici ellittici della rete modulare son zeri per la $\vartheta(\tau)$ e più precisamente che i vertici d'indice 2 ($\tau = i$ e punti equivalenti) son zeri del 1° ordine o d'ordine dispari, e quelli d'indice 3 ($\tau = \varepsilon$, ecc.) son zeri d'ordine $2 + 3\mu$ (μ intero ≥ 0).

Il quoziente di $\vartheta(\tau)$ per un'altra funzione thetamodulare del primo ordine, è una *funzione modulare (appartenente al gruppo*

---

[37] Loco cit. [1] α) § III (Oeuvres II, pag. 191).

Digitized by Google

modulare). Scelto come divisore $\frac{dJ}{d\tau}$ che, come $\vartheta(\tau)$, è funzione olomorfa in tutto il semipiano positivo τ, e si annulla del 1° ordine nei vertici equivalenti a $\tau = i$, del 2° in quelli equivalenti a $\tau = \varepsilon$, e soltanto in tali punti (38), ne consegue che $\vartheta(\tau) : \frac{dJ}{d\tau}$ è una *funzione modulare* $\vartheta(\tau)$ *olomorfa in tutto il semipiano positivo*, e quindi *funzione uniforme* $\psi(J)$ dell'invariante assoluto J, olomorfa in tutto il piano complesso J fatta eccezione per il punto all'infinito (a cui corrispondono, sull'asse reale del piano τ i vertici parabolici della rete modulare). Ricordando che $\vartheta(\tau) = \omega^2 c(\omega, \omega')$ si conclude così che:

La forma modulare $c(\omega, \omega')$ *può rappresentarsi coll'espressione*

$$c(\omega, \omega') = \omega^{-2} \frac{dJ}{d\tau} \psi(J) , \tag{36}$$

dove J *è il solito invariante assoluto, e* ψ *è simbolo d'una trascendente intera.*

Naturalmente in c e ψ è sottinteso un indice ν; attribuendo ad esso due valori diversi ne risulta che il quoziente $\frac{c_\nu}{c_\mu}$ può esprimersi come quoziente di due funzioni intere dell'argomento J.

27. Sostituendo l'espressione (36) di c nella (30), se ne deduce *l'espressione del parametro accessorio* λ

$$\lambda = -\frac{4}{3}(a+1) + \frac{\rho_\nu}{\rho_{2\nu}} \omega^{-2} \frac{dJ}{d\tau} \psi(J) \text{ (39)} \tag{37}$$

nella quale i simboli hanno i significati predetti.

Va osservato che il secondo membro è perfettamente determinato quando sia dato a, in accordo colla natura di λ, in quanto:

---

(38) Cfr. BIANCHI, loco cit. (35) § 120.

(39) Il parametro c della (30) è $c\left(\frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right)$ ma la differenza con $c(\omega, \omega')$ è d'un fattore 16 che si può inglobare in ψ.

Digitized by Google

a) J *è l'invariante assoluto della quaderna* $\Delta(a, 1, 0, \infty)$ espresso dalla (64) (n.° 15) nella quale si scriva a al posto di x;

b) $\tau = \frac{\omega'}{\omega}$, *ed* ω, ω' *son due periodi primitivi qualunque dell'integrale ellittico*

$$\int \frac{dz}{\sqrt{z(z-1)(z-a)}} \quad (38)$$

(il cui segno sia scelto in modo che il coefficiente dell'immaginario in τ risulti positivo).

A più completa illustrazione dei rapporti considerati, ed in particolar modo della relazione (30) tra i due parametri λ, c, verifichiamo, in base alla definizione ed alla formula di omogeneità della c, le relazioni funzionali (57) del n.° 15.

1) Sia $a' = 1 - a$, quindi $\lambda(a') = -4 - \lambda(a)$ ed abbreviatamente $\lambda' = -4 - \lambda$; sostituendo nella (30) si trova $c' = -c$. Ora $c = c\left(\frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right)$ dove ω, ω' son relativi all'integrale (38), mentre $c' = c\left(\frac{\Omega}{2}, \frac{\Omega'}{2}\right)$ ove Ω, Ω' son periodi primitivi dell'integrale

$$\int \frac{dz}{\sqrt{z(z-1)(z-a')}} = \int \frac{dz}{\sqrt{z(z-1)(z-1+a)}}.$$

Ma col cambiamento di variabile $z = 1 - t$ quanto si trasforma nell'integrale

$$i \int \frac{dt}{\sqrt{t(t-1)(t-a)}},$$

quindi (attesa l'arbitrarietà di scelta dei periodi primitivi) si può prendere $\Omega = i\omega$, $\Omega' = i\omega'$, ed allora della (35) si ricava

$$c' = c\left(\frac{\Omega}{2}, \frac{\Omega'}{2}\right) = c\left(i\frac{\omega}{2}, i\frac{\omega'}{2}\right) = -c\left(\frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right) = -c,$$

che porge la verifica cercata.

2) Se $a' = \frac{1}{a}$ si ha $\lambda' = \frac{\lambda}{a}$, quindi, sostituendo nella

Digitized by Google

(30), $c' = \frac{c}{a}$. E ciò si conferma notando che, stavolta, Ω, Ω' son periodi primitivi dell' integrale

$$\int \frac{dz}{\sqrt{z(z-1)(z-a')}} = \int \frac{dz}{\sqrt{z(z-1)\left(z-\frac{1}{a}\right)}},$$

che colla posizione $z = \frac{1}{t}$ si trasforma in

$$-\sqrt{a}\int \frac{dz}{\sqrt{t(t-1)(t-a)}},$$

sicchè si può prendere $\Omega = \sqrt{a}\,\omega$, $\Omega' = \sqrt{a}\,\omega'$, avendosi in conseguenza

$$c' = c\left(\frac{\Omega}{2}, \frac{\Omega'}{2}\right) = c\left(\sqrt{a}\,\frac{\omega}{2}\,,\ \sqrt{a}\,\frac{\omega'}{2}\right) = \frac{1}{a}\,c\left(\frac{\omega}{2}, \frac{\omega'}{2}\right) = \frac{c}{a}\,.$$

PARTE III.

I gruppi fuchsiani (ν, ν, ν, ν).

§ 1. - Generalità. Determinazione mediante un triangolo T del piano iperbolico.

28. Partiamoci da uno dei nostri gruppi fuchsiani G di genere zero e segnatura (ν, ν, ν, ν), relativo ad una quaderna di diramazione normale $\Delta(0, 1, a, \infty)$ del piano z che ora supporremo ordinata come in parentesi. I suoi punti s'indicheranno più frequentemente, nell' ordine, con O, U, A, I.

Interpretiamo G come un *un gruppo di movimenti del piano iperbolico* Ω; il passaggio agli altri campi (*cerchio limite, semipiano di* POINCARÉ) effettuandosi a norma dei noti rapporti.

Immaginiamo tracciati sul piano z tre archi di linee τ_1, τ_2, τ_3 congiungenti rispettivamente O con U, U con A, A con I senza

Digitized by Google

intersecarsi tra di loro e consideriamo sul piano iperbolico Ω le linee corrispondenti. È noto (cfr. N, n.i 21, 23) che esse suddividono Ω in infiniti poligoni, ciascuno dei quali è un *campo fondamentale (poligono tipico)* per G.

Consideriamo uno, Π, di questi poligoni (Fig. 3). Esso è un *esagono* $o\,u\,a\,i\,a'\,u'$ (a lati in generale non rettilinei), i cui vertici corrispondono ai punti del piano z indicati colla stessa lettera (maiuscola) e perciò son *vertici ellittici d'indice* ν per G. Pertanto le *rotazioni in senso diretto* (antiorario) *d'ampiezza* $\frac{2\pi}{\nu}$ intorno a quei punti appartengono a G e s'indicheranno con S_o, S_u, S_a, ecc. (40).

Ricorderemo ancora che fra i lati e gli angoli *interni* del poligono Π hanno luogo le relazioni

$$(1) \qquad o\,u = o\,u' \,. \quad i\,a = i\,a' \,, \quad u\,a = u'\,a'$$

$$(1') \qquad \hat{o} = \hat{\imath} = \frac{2\pi}{\nu} \,, \qquad \hat{u} + \hat{u}' = \hat{a} + \hat{a}' = \frac{2\pi}{\nu} \,.$$

Le rotazioni S_o, S_i mutano rispettivamente $o\,u'$ in $o\,u$ ed $i\,a$ in $i\,a'$; mentre $u'\,a'$ è trasportato in $u\,a$ dalla *traslazione* $S = S_u\,S_o$ che appartiene pure a G. Poichè le S_o, S_i, S accoppiano a due a due i lati di Π, esse possono notoriamente assumersi come *generatrici del gruppo.*

Variando con continuità le linee τ_1, τ_2, τ_3 senza venire ad intersecarsi, varia la forma dei lati di Π; mentre i vertici restano fissi; ed è noto che mediante una tal variazione *si può ottenere che i lati di* Π *divengano rettilinei. D'ora in poi supporremo sempre che il poligono* Π *verifichi tal condizione.*

È da notarsi che per un dato gruppo G relativo ad una quaderna normale Δ, fissato come sopra l'ordinamento dei punti O U A I, si hanno infiniti tipi di poligoni fondamentali *a lati*

---

(40) Se $\nu = \infty$ i punti considerati sono improprî e son vertici parabolici per G; allora per S_o, S_u, ... si dovranno considerare le sostituzioni paraboliche (rotazioni intorno a punti improprî) atte a generare colle loro potenze il sottogruppo ciclico di G formato da tutte le sostituzioni paraboliche relative al punto considerato. Le considerazioni che seguono riguardano però essenzialmente il caso di ν *finito.*

Digitized by Google

rettilinei e coi caratteri precedenti, ma due a due non congruenti. Due poligoni di tipo diverso provengono da due *complessi* (τ_1, τ_2, τ_3) $(\tau_1', \tau_2', \tau_3')$ con *diverso schema di connessione* (41); e sul piano iperbolico posson dedursi l'uno dall'altro mediante un *cambiamento lecito*. È questo ad es. il caso dei due poligoni $o\,u\,a\,i\,a'\,u'$, $o\,u\,a''\,i''\,a\,u'$ della Fig. 3; per i corrispondenti complessi si ha $\tau_1 = \tau_1'$, $\tau_3 = \tau_3'$ mentre le linee τ_2, τ_2' sono *essenzialmente distinte*, cioè non si possono ridurre una all'altra per deformazione continua operata tenendo fissi gli estremi senza traversare punti del gruppo Δ. Il lettore vedrà facilmente che (sempre nel caso della figura) la riunione di τ_2, τ_2' dà una linea chiusa che divide la sfera complessa in due regioni l'una contenente il punto O, l'altra il punto I.

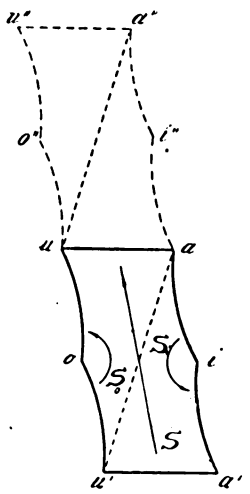


Fig. 3

Viceversa, dato nel piano iperbolico un poligono Π del tipo in discorso, per cui sian soddisfatte le (1) (1') ne resta individuato un gruppo fuchsiano G di genere zero e segnatura (ν, ν, ν, ν), quindi lo è, a meno d'una sostituzione lineare, la relativa funzione fuchsiana del 1° ordine z. Questa può essere *normata* in modo che ai vertici o, u, i di Π corrispondano sul piano z i punti O, U, I; allora al vertice a corrisponderà un punto A che coi precedenti completa il gruppo di diramazione Δ.

29. L'adeguamento alle condizioni (1) (1') fa acquistare al poligono Π notevoli caratteristiche geometriche. Ci proponiamo di provare che *il segmento rettilineo $o\,i$ divide Π in due quadrangoli eguali, ciascuno dei quali ha i lati e gli angoli opposti eguali,*

(41) In forza d'un teorema di FRICKE, per ogni assegnato schema di connessione esiste un poligono a lati rettilinei (N, n.° 23). Si dirà che i due complessi considerati hanno *diverso schema di connessione* se almeno per un valore di i le τ_i, τ_i' sono *essenzialmente distinte*, nel senso di cui appresso.

Digitized by Google

di guisa che *i segmenti rettilinei* $o\,a$, $o\,i$, $u'\,i$ (*oppure* $u\,i$, $o\,i$, $o\,a'$) *dividono* Π *in quattro triangoli eguali* (cfr. Fig. 4).

È chiaro che tal proprietà, ove, come asserito, sia conseguenza delle (1) (1') dev'esser suscettibile d'una deduzione elementare. Ma noi non ci porremo a ricercarla (nè essa sembra del tutto immediata) preferendo seguire una via indiretta ma alquanto espressiva che ci concederà di mettere in vista alcune proprietà del gruppo G e della corrispondenza tra il piano z ed il campo Ω, che sono essenziali per il nostro studio.

Indichiamo con J una qualunque delle tre involuzioni appartenenti al gruppo trirettangolo relativo a Δ, e con M, N i suoi punti doppî. Poichè J trasforma in se stesso il gruppo Δ e la relativa segnatura, vi corrispondono nel campo Ω infinite sostituzioni lineari, permutabili con G (N, n.° 18), aventi il quadrato in G (perchè J è involutoria) e deducibili da una tra esse moltiplicandola per le operazioni di G. Se m è una delle immagini di M in Ω, fra le sostituzioni predette ve n'ha una j avente il punto unito m [42]; e poichè m non è un vertice ellittico di G (perchè M non appartiene a Δ) così sarà $j^2 = 1$, onde j sarà una *rotazione di 180°* intorno ad m. In conclusione:

A ciascuna delle involuzioni del gruppo trirettangolo ammesso dalla quaderna di diramazione Δ *corrispondono sul piano iperbolico infiniti movimenti permutabili col gruppo* G. *Tra essi vi sono tutte le rotazioni a periodo 2 intorno alle immagini dei punti doppi di quelle involuzioni.*

Fissiamo ora le notazioni convenendo di indicare quelle involuzioni con $J = [(O\,I)\,(U\,A)]$, $K = [(O\,A)\,(U\,I)]$, $L = [(O\,U)\,(A\,I)]$ e rispettivamente con M N, P Q, R S i loro punti doppî: ciascuno di essi sarà rappresentato in Π (contorno incluso) da uno o due punti, a seconda che l'immagine cade nell'interno ovvero sul contorno.

Nel caso della coppia M N, posto che una delle relative immagini cada sul contorno, la rotazione di 180° che la ha per

---

[42] Si ricordi (N, n.° 18) che una, generica, j', tra le immagini di J deve mutare m in un punto m' equivalente (mod G) (perchè M è unito per J), dopo di che basta moltiplicare j' per l'operazione di G che muta m' in m per avere la j.

Digitized by Google

centro muterà in sè il lato a cui appartiene e (a motivo della permutabilità con G) dovrà scambiare tra di loro i relativi vertici; onde quel centro non potrà essere che il punto medio n del lato $u\,a$, o l'equivalente punto n' del lato $u'\,a$. L'immagine m dell'altro punto doppio sarà quindi interna a Π, anzi, dato il comportamento di J, dovrà cadere nel punto medio dal segmento $o\,i$ il quale risulterà contemporaneamente punto medio dei segmenti $u\,a'$, $u'\,a$. Si conclude che *il poligono* Π *è simmetrico rispetto al punto medio del segmento* $o\,i$ che ne verrà detto il *centro.*

Ragionando analogamente sulla coppia P Q, si vede che le immagini dei suoi punti in Π sono necessariamente interne, e

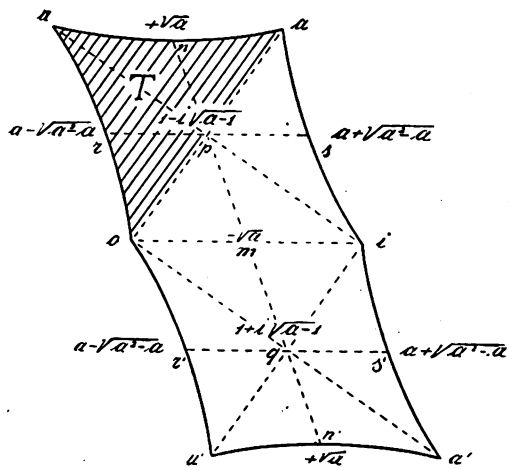


Fig. 4

quindi cadono in due punti p, q ben determinati. D'altra parte le rotazioni di 180° intorno a quei punti, devono, per il comportamento di K, scambiare punti equivalenti ad o con punti equivalenti ad a, e punti equivalenti ad u con punti equivalenti ad i; e tanto basta per concludere che p, q *son centri di simmetria dei due quadrangoli* $o\,i\,a\,u$, $o\,i\,a'\,u'$, il che, tenuto conto di quel che precede, conduce rapidamente alle proprietà asserite.

Da esse risulta che il quadrangolo $o\,u\,a\,i$ è diviso in due

Digitized by Google

parti eguali dalla retta $o\,a$ (come pure dalla $u\,i$) e che la somma degli angoli del triangolo $T = o\,a\,u$ è eguale a $\frac{2\pi}{\nu}$.

Dato quel triangolo, e fissata la designazione dei vertici, è individuato il poligono Π, quindi G [43]; se la designazione si lascia indeterminata, ad un T corrispondono tre tipi di poligoni Π, ma non per questo cambia G, in quanto, come si vede subito, quei poligoni si deducono uno dall' altro mediante un *cambiamento lecito*, che, come si vedrà meglio tra poco, può collegarsi ad un diverso ordinamento della quaderna di diramazione. In definitiva:

Un gruppo fuchsiano di genere zero, e segnatura (ν, ν, ν, ν) *può determinarsi mediante un triangolo T del piano iperbolico, la cui somma d' angoli sia eguale a* $\frac{2\pi}{\nu}$. Il gruppo stesso si dirà *associato* al triangolo T.

Va osservato che la corrispondenza fra T e G non è biunivoca, giacchè ad un G corrispondono, come s' è visto, infiniti Π non congruenti quindi infiniti T. Tuttavia sta sempre il fatto che al parametro complesso a da cui dipende G fanno riscontro i due parametri reali mediante cui può individuarsi il triangolo T.

30. Completando quello che abbiam detto al n.° prec. circa le immagini in Ω delle tre involuzioni fondamentali J, K, L, aggiungiamo che:

1) L' involuzione J può rappresentarsi con una qualunque delle simmetrie (rotazioni di 180°) intorno alle immagini di M, N quindi in particolare con quelle relative ad m, n, n'. Le affisse z di M, N sono i due valori di $\sqrt{a}$; ma non è determinato quale dei due sia da associarsi ad m e quale ad n, (ed n') ciò dipendendo dalla scelta del poligono Π. Ed invero se ad es. si passa dal poligono $o\,u\,a\,i\,a'\,u'$ al poligono $o\,u\,a''\,i''\,a\,u'$ mediante il cambiamento lecito della Fig 3, il punto n diviene il centro del nuovo poligono, mentre m passa sul contorno. Indicando con $\pm\sqrt{a}$ i due valori in discorso, fisseremo i riferimenti come nella

---

[43] Si fisserà la pagina positiva del piano iperbolico in modo che percorrendo il perimetro di T nel verso $o\,u\,a$ l' area rimanga a destra.

Digitized by Google

figura, in rispondenza al caso di a reale > 1 che verrà tra poco considerato; e così per gli altri punti di cui andiamo a parlare.

2) L'involuzione K può rappresentarsi mediante le simmetrie coi centri nei punti p, q (ed equivalenti) immagini dei punti P, Q del piano z, di affisse $1 \pm i\sqrt{a-1}$. Poichè J scambia tra di loro P, Q, e K scambia M, N così i punti n, p, m, q, n' sono allineati.

3) L'involuzione L può rappresentarsi mediante le simmetrie coi centri nei punti r, s, r', s' (ed equivalenti) immagini dei punti R, S di affisse $a \pm \sqrt{a^2 - a}$.

Aggiungasi che tutte le linee della Fig 4 (puramente schematica) stanno a rappresentare *segmenti rettilinei* del piano iperbolico. Ad essi corrispondono sul piano z, *archi di linee analitiche* non meglio precisati *in generale*, salvo per quel che riguarda:

a) Le appartenenze coi punti O, U, A, I, M, N, R, S, P, Q:

b) La conservazione degli angoli nelle intersezioni site in M, N, P, Q, R, S, e la loro moltiplicazione per ν in corrispondenza ad O, U, A, I;

c) L'accoppiamento di quegli archi nelle tre involuzioni J, K, L (cioè nelle affinità circolari che le rappresentano sul piano z) a norma del modo di operare delle corrispondenti simmetrie sui segmenti rettilinei del piano iperbolico risp. associati.

In base a tali rapporti si può costruire sul piano z una figura schematica, che nel caso generale non ha molto interesse, mentre ne acquista, a motivo della sua maggior determinazione (che le toglie in tutto od in parte il carattere schematico) nei casi particolari ohe andiamo a considerare.

§ 2. - Casi particolari notevoli.

A. Il triangolo T ha un angolo eguale a $\frac{\pi}{\nu}$.

31. Il vertice dell'angolo potrà essere u, oppure o od a. Supporremo dapprima che abbia luogo il 1° caso ch'è il più espressivo, ed al quale, come vedremo, si riconducono gli altri due.

Dalle rilevate proprietà del poligono Π risulta subito che

Digitized by Google

il quadrangolo o u a i è equiangolo, con tutti gli angoli eguali a $\frac{\pi}{\nu}$; e così pure il quadrangolo $o\,u'\,a'\,i'$ (Fig. 5).

Il poligono Π ammette ora la simmetria ortogonale Σ (ribalmento) rispetto alla retta $o\,i$, la quale, come si vede subito, è permutabile col gruppo G (e trasforma le tre generatrici S_o, S_u, S nelle inverse) e pertanto è l'immagine d'una simmetria (inversione, antiproiettività) σ del piano z. E poichè Σ muta ciascuno dei punti $o\,u\,a\,i$ in sè medesimo od in un punto equivalente, così σ lascia fissi i punti 0, 1, a, ∞ della quaderna Δ. Si tratta quindi del coniugio, ed inoltre si apprende che *il numero a è reale.*

Nelle condizioni di o, u, a, i si trovano tutti i punti dei segmenti $o\,u$, $u\,a$, $a\,i$, $i\,o$, quindi le relative immagini cadono sull'asse reale. Risultano così associati ai predetti, i segmenti O U, U A, A I, I O (44) di quell'asse, e ciò mostra che *il numero reale* a *è* > 1.

Viceversa, qualunque sia il numero reale $a > 1$ se gli archi τ_1, τ_2, τ_3 (n.° 28) son segmenti dell'asse reale si cade sopra un poligono Π del tipo considerato (N, n.° 24).

Dalla Fig. 5 e da facili considerazioni, risulta inoltre che il gruppo G è permutabile colle simmetrie ortogonali seguenti:

1) Σ_1 rispetto alla retta nn'. Questa è pertanto l'immagine dell'inversione σ_1 rispetto ad un circolo α che passa per i punti M, N $(\pm\sqrt{a})$ P, Q $(1 \pm i\sqrt{a})$, vale a dire rispetto al circolo α col centro nell'origine e raggio $\sqrt{a}$. Ai punti del segmento nn' corrispondono pertanto quelli del circolo nominato (Fig. 6, Tav. I.).

2) Σ_2 rispetto alla retta $r\,s$, o l'equivalente Σ_2' rispetto alla $r's'$. La relativa immagine sul piano z è l'inversione rispetto al circolo β che passa per P, Q, R, S (e quindi ha il centro in A); ed i segmenti $r\,s$, $r's'$ hanno per corrispondenti i due archi in cui quel circolo resta diviso dall'asse reale.

Alle otto regioni I, ... VIII in cui il poligono Π vien sud-

(44) Con O U s'indica quel segmento che non contiene A, I, ecc.

Digitized by Google

diviso dalle rette segnate a tratto continuo sulla Fig. 5, corrispondono le otto regioni in cui il piano z resta suddiviso dall'asse reale e dai circoli predetti (Fig. 6, Tav. I.). I segmenti tratteggiati della prima figura, son rappresentati da archi di curve analitiche fra di loro associati nelle varie simmetrie e non meglio precisati.

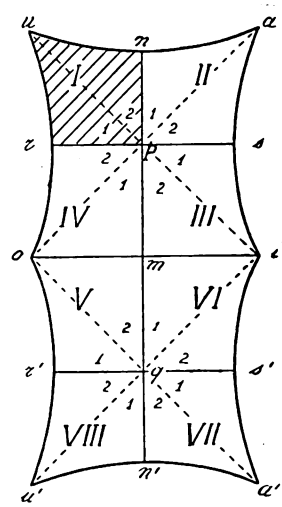


Fig. 5

Avvertasi infine che il quadrangolo equiangolo $o\,u\,a\,i$ non è in generale equilatero (pur avendo i lati opposti eguali). La Fig. 5 è però preparata anche per la considerazione di tal particolarità, che verrà intrapresa tra breve.

32. Si noterà ancora che il poligono Π, quindi *il gruppo* G, *è, nel caso attuale, individuato dal quadrangolo trirettangolo* $r\,p\,n\,u$. Da esso, mediante tre ribaltamenti intorno alle rette $m\,n$, $r\,s$ si deduce il quadrangolo equiangolo $o\,u\,a\,i$, ch'è un poligono fondamentale il *gruppo ampliato* $\overline{\mathrm{G}}$ dedotto da G aggiungendovi la simmetria rispetto alla retta $o\,i$ (immagine del coniugio) quindi i suoi prodotti per le operazioni di G. E dopo ciò la nota *costruzione di* KLEIN, conduce, attraverso una successione di ribaltamenti intorno ai lati del quadrangolo ed ai loro trasformati, alla generazione dell'intera rete poligonale.

Naturalmente tutto quel che si dice col linguaggio della geometria non euclidea, va interpretato al modo noto nelle altre rappresentazioni (cerchio limite, semipiano).

Mediante la funzione fuchsiana del primo ordine $z(\eta)$ *relativa a* G e normata nel modo convenuto, *il quadrangolo trirettangolo* $r\,p\,n\,u$ *vien rappresentato conformemente sul triangolo trirettangolo* $R\,P\,N$ della Fig. 6. La rappresentazione è conforme e regolare anche sul contorno, eccezion fatta per il passaggio da u ad U nel quale gli angoli restan moltiplicati per ν.

Inoltre una volta conosciuti i valori della funzione $z(\eta)$ nel campo $r\,p\,n\,u$, tutti gli altri si deducono a norma del *principio*

Digitized by Google

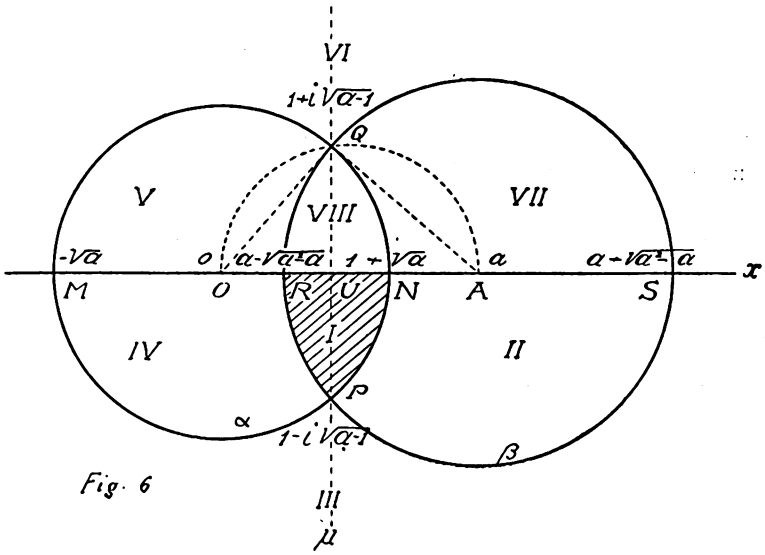


Fig. 6

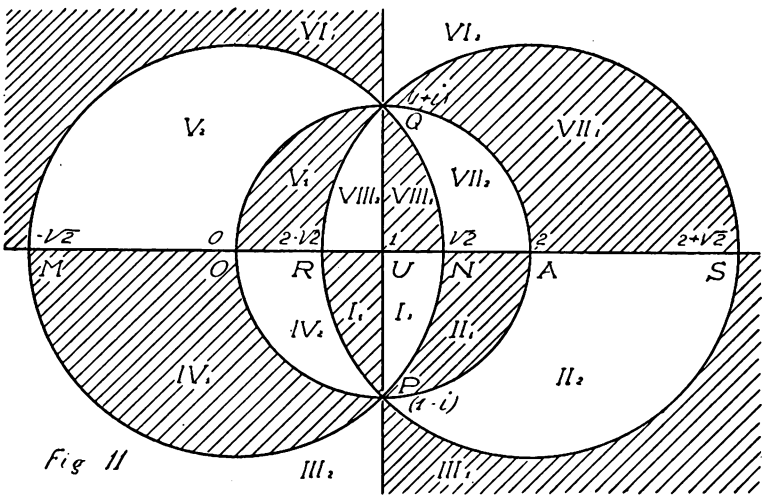


Fig II

TAVOLA I

Digitized by Google

di riflessione, tenendo conto che ai ribaltamenti intorno alle rette $m\,n$, $r\,s$ corrispondono le riflessioni sui circoli α, β, ed a quelli relativi ai lati del quadrangolo (ed equivalenti) la riflessione sull'asse delle x. La ripetuta applicazione di queste riflessioni porta il punto U nei punti O, A, I (e solo in quelli) dove fa difetto la conformità della rappresentazione, e risiedono le diramazioni della funzione polimorfa $\eta(z)$.

Se al posto della z si considera un'altra generica z_1 tra le funzioni fuchsiane del 1° ordine relative a G, poichè z_1 è una trasformata lineare di z, la Fig. 6 subisce la corrispondente trasformazione ed il triangolo R P N si muta in un triangolo $R_1 P_1 N_1$ ancora trirettangolo ma avente per lati archi di tre circonferenze α_1, β_1, x_1.

Viceversa suppongasi dato sul piano iperbolico un quadrangolo trirettangolo $r\,p\,n\,u$ col quarto angolo equale a $\frac{\pi}{\nu}$ (ν intero od infinito) e sul piano z un triangolo R_1 P_1 N_1 nelle condizioni predette, e per il resto arbitrario. Allora la funzione $z_1(\eta)$ della variabile complessa η (distesa sul piano iperbolico) che, a norma del *principio di* RIEMANN, dà la rappresentazione conforme del quadrangolo sul triangolo portando i punti r, p, n, in R_1, P_1, N_1 [45] è prolungabile a tutto il campo Ω della η ed è *funzione fuchsiana del 1° ordine relativa al gruppo* G *individuato dal quadrangolo* $r\,p\,n\,u$.

Per renderci precisa ragione di tal circostanza, si indichi con U il punto del lato R_1 N_1 immagine del vertice u del quadrangolo, con μ_1 il circolo passante per P_1 U_1 ed ortogonale ad x_1 in U_1. Mediante una sostituzione lineare sulla z_1 i due circoli x_1, μ_1 si possono trasformare in due rette x, μ ortogonali, ed allora il triangolo $R_1 P_1 N_1$ si muta in un triangolo R P N come quello della Fig. 6, ed U_1 nell'intersezione U di R N colla perpendicolare condotta da P. Dopo ciò per avere il prolungamento della funzione $z(\eta)$ trasformata di $z_1(\eta)$ basta affidarsi, nel modo accennato, al *principio di riflessione.*

---

[45] L'*esistenza* e l'*unicità* della funzione $z(\eta)$ (quest'ultima conseguente dalle condizioni relative ai contorni) sono facili conseguenze dei teoremi generali sulle rappresentazioni conformi.

Digitized by Google

È facile poi dimostrare che una volta fissato il parametro $\left(\text{ad es. il rapporto } \frac{ru}{nu}\right)$ da cui dipende per un dato ν il quadrangolo $rpnu$, e qualuque sia il triangolo trirettangolo $R_1 P_1 N_1$, il triangolo R P N è determinato a meno d' una similitudine, quindi è individuato il rapporto $\frac{U N}{R U}$, e conseguentemente il birapporto a della quaderna di diramazione (46).

In conclusione si vede che la determinazione delle funzioni fuchsiane di 1° ordine relative a gruppi del tipo in discorso può ricondursi ad un problema di rappresentazione conforme di tipo notevolmente semplificato.

33. Esaminiamo ora rapidamente i casi nei quali l' angolo eguale a $\frac{\pi}{\nu}$ del triangolo T, ha il vertice in a ovvero in o. Voglian provare che *il numero a è sempre reale, < 1 e positivo nel primo caso, negativo nel secondo*, di guisa che colle tre posizioni di quel vertice si esauriscono tutti i casi di a reale.

Si osservino le due Figure 7, 8, nelle quali il poligono Π è quello tratteggiato, e gli angoli eguali a $\frac{\pi}{\nu}$ sono debitamente contrassegnati. In entrambe le figure è segnato un secondo poligono fondamentale Π_1 (a contorno marcato) dedotto da Π mediante un cambiamento lecito, e presentante il caso della Fig. 5, con riferimento al vertice O ed al triangolo T_1.

Per quel che s' è visto al n.° 31 se alla z normata nel modo solito con riferimento ai vertici di Π si sostituisce una trasformata lineare z_1 che nei vertici $o\, i''\, u\, a$ di Π_1 (Fig. 7) assuma i valori $0, 1, a_1, \infty$ il numero a_1 risulterà reale e > 1. Ma nei vertici considerati la z assume i valori $0, \infty, 1, a$ (come mostrano le indicazioni letterali) dunque si ha $(0\ \infty\ 1\ a) = (0\ 1\ a_1\ \infty)$, cioè $a = 1 - \frac{1}{a_1}$, onde, come asserito, a risulta reale, positivo, e < 1.

(46) Dato un segmento finito B N ed un suo punto interno U, la determinazione dei punti O, A per cui sussistono i rapporti della Fig. 6 (e quindi di a) dipende da un *problema di 2° grado*, del quale però una sola soluzione fornisce *punti esterni al segmento R N*.

Digitized by Google

Nel caso della Fig. 8 ci si riconduce al tipo del n.° 31 imponendo alla z_1 di assumere i valori $0, 1, \infty$ in o, a, u'; ed allora il valore a_1 assoluto in i sarà reale e > 1. Ma la z ha

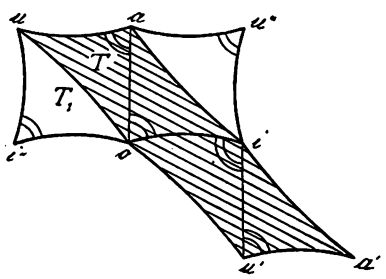


Fig. 7

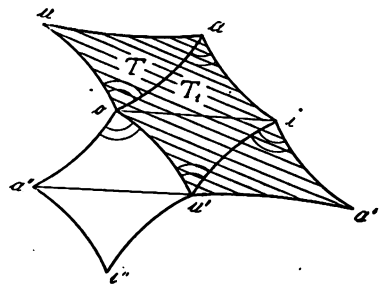


Fig. 8

nei punti o, a, i, u', i valori $0, a, \infty, 1$, dunque $(0\ a\ \infty\ 1) = (0\ 1\ a_1\ \infty)$, cioè $a = \dfrac{1}{1 - a_1}$, e pertanto il valore di a è reale e negativo, come asserito.

Resta in conclusione assodato come per ogni a reale si possa assegnare un poligono tipico Π del gruppo G nel quale il triangolo T ha un angolo eguale a $\dfrac{\pi}{\nu}$.

B. Il triangolo T è isoscele.

34. Suppongasi che il vertice (propriamente detto) di T cada in u, e quindi sia $u\,o = u\,a$. Allora *ciascuno dei due quadrangoli* $o\,u\,a\,i$, $o\,u'\,a'\,i$ *è equilatero,* ed inoltre, come sempre, ha gli angoli opposti eguali.

Il primo quadrangolo è trasformato in sè delle due simmetrie (ortogonali) Θ_1, Θ_2 rispetto alle rette $o\,a$, $u\,i$, le quali, come si vede facilmente, sono permutabili con G. Difatti ad esempio la Θ_1 trasforma Π nel poligono $o\,i'\,a''\,u\,a\,i$ ch'è ancora un campo fondamentale per G; e pertanto alle Θ_1, Θ_2 corrispondono sul piano z due simmetrie τ_1, τ_2 (inversioni, antiproiettività) che ora preciseremo.

Si vedrà anche che nulla di nuovo si ottiene considerando le simmetrie di assi $o\,a'$, $u'\,i$, in quanto esse appartengono alle classi di Θ_1, Θ_2, cioè son prodotti di quelle per operazioni di G.

Digitized by Google

Per caratterizzare τ_1 basta tener conto che Θ_1 lascia fissi i punti o, a e scambia u con i; onde τ_1 dovrà scambiare U con I e lasciar fissi O ed A. Ne consegue che τ_1 è l'inversione rispetto al circolo γ di centro U e raggio 1, ed inoltre che su quel circolo deve cadere A, dunque (ricordando anche il n.° 16) si conclude che:

Il numero a del caso attuale è legato al coniugato dalla relazione $(a-1)(\bar{a}-1)=1$, *vale a dire è della forma* $1+e^{i\vartheta}$.

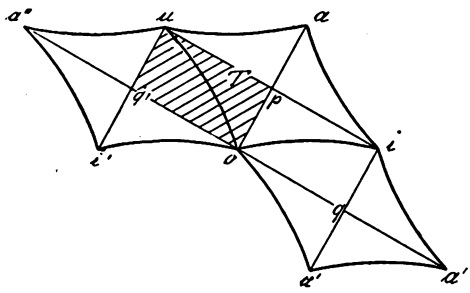


Fig. 9

Anche la simmetria di asse oa' ha per immagine un'inversione che lascia fissi O, A e scambia U con I, quindi la stessa τ_1. Ed ai due segmenti oa, oa' corrispondono i due archi in cui il circolo γ è diviso dai punti O, A (Fig. 10).

Analogamente si vede che τ_2 (immagine delle simmetrie di assi ui, $u'i$) è la simmetria rispetto alla retta g condotta per U perpendicolarmente ad OA; la quale taglia il circolo γ nei due punti P, Q corrispondenti a p, q, che hanno per affisse

$$1 \pm \sqrt{1-a} = 1 + a\, e^{i\frac{\vartheta \pm \pi}{2}}.$$

Ciò può verificarsi notando che il vettore $A - U$ è rappresentativo del numero complesso $e^{i\vartheta}$, quindi

$$A\hat{U}D = \vartheta,\quad A\hat{O}D = \frac{\vartheta}{2},\quad Q\hat{U}D = \frac{\vartheta+\pi}{2},\ \text{ecc.}$$

Dal confronto fra i due piani risulta poi che la *funzione fuchsiana* $z(\eta)$ *del caso attuale dà la rappresentazione conforme del quadrilatero* $o\,p\,u\,q'$ *sulla semicirconferenza* O P U Q. Il quadrilatero predetto ha i lati e gli angoli opposti eguali, e degli angoli, quelli in p, q' sono retti, mentre quelli in o, u valgono $\frac{\pi}{\nu}$. Invece il quadrilatero $opiq$ è rappresentato conformemente

Digitized by Google

sulla parte di semipiano (a sinistra della g) esterna alla semicirconferenza di cui sopra (47).

Viceversa, tenendo conto delle relazioni considerate, si può dimostrare che *qualunque sia il numero* a della forma $1 + e^{i\vartheta}$, per il corrispondente gruppo G si può assegnare un poligono tipico Π nel quale il triangolo T è isoscele. Al lettore i particolari.

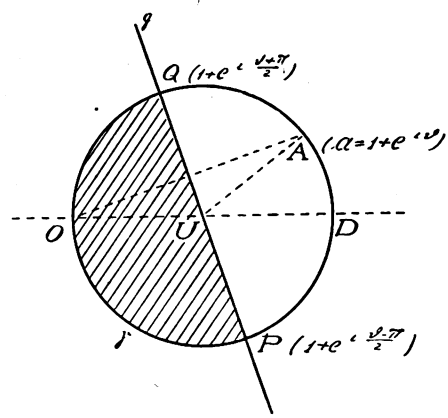


Fig 10.

Infine i casi in cui il vertice (propriamente detto) di T cade in a, oppure in o si trattano come al n.° prec., e ne consegue che nei due casi si ha

$$a = 1 - \frac{1}{a_1}, \quad a = \frac{1}{1 - a_1},$$

essendo a_1 della forma $1 + e^{i\vartheta}$, quindi rispettivamente:

1) $a + \bar{a} = 1$, vale a dire a è un numero complesso colla parte reale eguale ad $\frac{1}{2}$;

2) $a\bar{a} = 1$, quindi a è un numero complesso unimodulare.

Si ritrovano così, colla precedente, le tre relazioni (72) del n.° 17 da cui son caratterizzate le *quaderne che ammettono un gruppo di* 2^a *specie* $\overline{\Gamma}$ *del secondo tipo* (n.° 18), cioè quelle il cui *invariante assoluto* J *è reale e* < 1. I gruppi fuchsiani G corrispondenti son dunque alla loro volta caratterizzati dall' esistenza di poligoni tipici per cui il triangolo T è isoscele.

---

(47) Si badi che sarebbe errato ritenere che i due *settori* O U P, O U Q fossero le immagini dei triangoli $o\,u\,p$, $o\,u\,q$, perchè *l' immagine di* $o\,u$ (salvo il caso del n.° seg.te) *non è il segmento rettilineo* $O\,U$ ma un arco di linea analitica congiungente quei due punti, e tracciato entro alla semicirconferenza O P U Q.

Digitized by Google

C. Il triangolo T presenta entrambe le particolarità A, B.

35. Supporremo che i lati eguali siano quelli intorno all' angolo $\frac{\pi}{\nu}$, con che gli altri due angoli saranno, ciascuno, misurati da $\frac{\pi}{2\nu}$. Il quadrangolo $o\,u\,a\,i$ risulterà *equiangolo ed equilatero.*

Dovendo sussistere simultaneamente le relazioni dei casi A, B, il punto A si troverà sull' asse reale, e sul circolo γ della Fig. 10. Dunque sarà $a = 2$, quindi *il gruppo di diramazione* Δ *è armonico.*

Il gruppo G è attualmente permutabile colle simmetrie (ribaltamenti) rispetto a tutte le rette della Fig. 5 delle quali è già nota la rappresentazione sul piano z. Precisamente si tratta delle *cinque inversioni* rispetto ai tre circoli ed alle due rette della Fig. 11 (Tav. 1ª). Tra quest' ultime la $PQ\left(x = \frac{1}{2}\right)$ è la g della Fig. 10.

Oltre alle simmetrie centrali considerate ai n.i 29, 30 che corrispondono alle tre involuzioni fondamentali J, K, L, si presentano ora altri *movimenti* (*di 1 specie*) *permutabili con* G e precisamente:

1) Le rotazioni d' ampiezza $\frac{\pi}{\nu}$ intorno ad o, i (o le equivalenti intorno ad a, u). Ad esse corrispondono le due involuzioni coi punti doppî O, A risp. I, U, che mutano in sè la quaderna Δ;

2) Le due rotazioni, in senso opposto, di 45° gradi intorno a p (o le equivalenti intorno a q). Ad esse corrispondono le due proiettività cicliche di 4° ordine ammesse dalla quaderna Δ.

Tenendo conto delle relazioni segnalate, la Fig. 6 si completa ora nella 11, restando il piano z suddiviso in 16 triangoli a lati parte circolari e parte rettilinei, rispettivamente associati ai 16 triangoli rettilinei eguali della Fig. 5, a norma della numerazione segnata. I triangoli di ciascuna coppia sono in corrispondenza biunivoca conforme, anche lungo i rispettivi contorni, fatta eccezione per i vertici su cui influiscono le diramazioni del problema.

Digitized by Google

Infine osserveremo, agli scopi d' un ulteriore commento illustrativo, che la Fig. 11 è una *suddivisione di* KLEIN relativa al *gruppo diedrico ampliato* $\overline{\Gamma}_{16}$ ammesso dalla quaderna armonica Δ. Intendiamo di dire che ogni triangolo della figura è un campo fondamentale per $\overline{\Gamma}_{16}$, mentre il quadrangolo risultante dalla riunione di due triangoli l' uno bianco l' altro tratteggiato, è un campo fondamentale per il Γ_8 non ampliato di 1ª specie.

D. IL TRIANGOLO T È EQUIANGOLO (EQUILATERO).

36. Il poligono Π resta suddiviso dalle rette $o\,a$, $u'\,i$ in quattro triangoli equilateri eguali a T, ciascuno coi tre angoli eguali a $\frac{2\pi}{3\nu}$. In ciascun triangolo si conducano le altezze (Fig. 12, Tav. II) e siano e, f, g, h i relativi ortocentri; quanto ai piedi delle altezze medesime, essi vanno a cadere nei punti m, n, p, q, r, s già considerati. Il poligono Π resta così diviso in 24 triangoli rettangoli eguali, con angoli acuti di $\frac{\pi}{\nu}, \frac{\pi}{3\nu}$, numerati sulla figura dall' 1 al 24.

Si possono attualmente rintracciare *sei simmetrie* (ribaltamenti) essenzialmente distinte (mod G) e *permutabili con* G:

1) La simmetria rispetto ad $o\,i$. Essa trasforma Π nel poligono analogo $o\,a\,u''\,i\,u'\,a''$ ch' è pure un campo fondamentale per G; lascia fissi o, i e trasforma a in u'. Perciò la sua immagine sul piano z è una simmetria rispetto ad una retta per O, che muta U in A; e siccome (n.° 34) A deve cadere sul circolo γ col centro in U e raggio unitario, così risulta $a = e^{-\frac{\pi i}{3}} = -\varepsilon \left(\varepsilon = e^{\frac{2\pi i}{3}}\right)$ apprendendoci che *il gruppo di diramazione* Δ *è equianarmonico* (48).

All' asse di simmetria l del piano z corrispondono sul piano iperbolico i punti del segmento $o\,i$, e dei segmenti $o\,n$, $i\,n'$ che la simmetria rispetto ad $o\,i$ trasforma in punti equivalenti. Perciò l contiene i punti O, E, N, H, I, M (omologhi di o, e, n, h, i, m) che si succedono nell' ordine.

---

(48) A dir vero, circa la posizione di A rimane un' ambiguità (non potendosi a priori escludere per A la posizione del punto G) che si dirime tenendo conto del verso della Figura (Cfr. nota (43)).

Digitized by Google

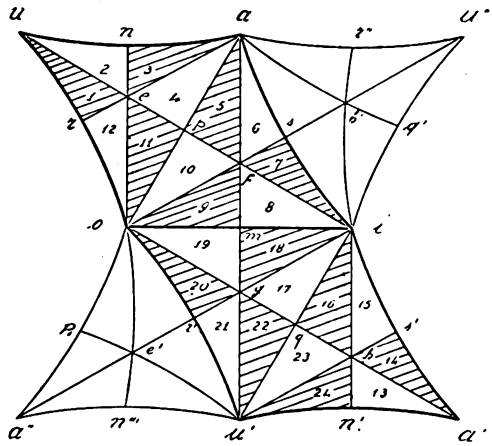


Fig 12

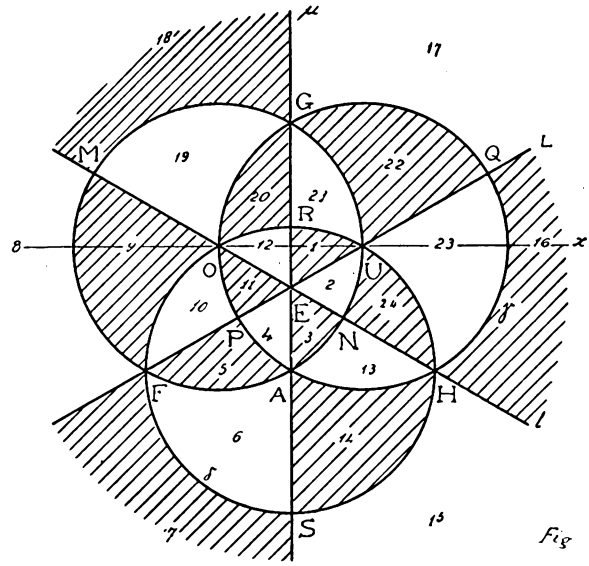


Fig 13

TAVOLA II

$O(0)$ $U(1)$ $A(-\varepsilon)$, $G(-\varepsilon^2)$, $M\left(e^{\frac{5\pi i}{6}}\right)$, $N\left(e^{-\frac{\pi i}{6}}\right)$

$P\left(1-e^{\frac{\pi i}{6}}\right)$ $Q\left(1+e^{\frac{\pi i}{6}}\right)$ $R(-\varepsilon+i)$, $S(-\varepsilon-i)$

$-\varepsilon = e^{-\frac{\pi i}{3}}$.

Digitized by Google

Sappiamo già che M, N, in quanto hanno per affisse i due valori di $\sqrt{-\varepsilon}$ stanno sul circolo unitario (di centro O); se di più osserviamo che, per le proprietà rilevate al caso B, H deve appartenere al circolo γ, con che resta determinato sulla l il verso in cui si succedono i punti considerati, vediamo che le affisse di M, N, H, sono $e^{-\frac{5\pi i}{6}}$, $e^{-\frac{\pi i}{6}}$, $1+e^{-\frac{\pi i}{3}}$.

2, 3) Le simmetrie rispetto ad oa, ui (oppure oa', ui') considerate precedentemente (n.° 34). L'immagine della prima è l'inversione rispetto al circolo γ, onde questo contiene i punti O, P, A, H, Q, G che si succedono nell'ordine scritto (come gli omologhi sul cammino spezzato $o\,a\,a'\,o$); e quella dalla 2ª è la simmetria rispetto alla retta λ per U perpendicolare ad O A sulla quale si succedono, pure nell'ordine, i punti U, E, P, F, I, Q. Pertanto E è il punto comune ad l, λ, e P, Q che stanno anche su γ, hanno le affisse $1 \pm e^{\frac{\pi i}{6}}$.

4) La simmetria rispetto ad ai. La Fig. 12, mostra che lascia fissi a, i, e muta o in u''; dunque la sua immagine è la simmetria rispetto all'asse μ del segmento O U $\left(\text{retta } x = \frac{1}{2}\right)$ che passa per A. Alla retta μ corrispondono in Π i punti della linea (spezzata) $a\,s\,i\,g\,r'\,r\,e\,a$, perchè la simmetria considerata muta i punti dei segmenti ir', ar, i punti equivalenti; dunque μ contiene, nell'ordine i punti A, S, I, G, R, E, onde l'affissa di G è $-\varepsilon^2$.

5) La simmetria rispetto ad ua; lascia fissi u, a, e muta o in i, e pertanto la sua immagine è la riflessione sul circolo unitario. Ai suoi punti corrispondono in Π quelli della linea (spezzata) $a\,n\,u\,u'\,g\,m\,f\,a$, onde sul circolo predetto s'incontrano, nell'ordine, i punti A, N, U, G, M, F, A.

6) La simmetria rispetto ad $u'o$; essa lascia fissi u', o muta i in a'', onde vi corrisponde l'inversione rispetto al circolo δ di centro A e raggio 1. Ai punti di δ corrispondono quelli della linea (spezzata) $o\,r'\,u'\,h\,s'\,s\,f\,o$, quindi su δ s'incontrano, nell'ordine, i punti O R U H S F, ecc.

È poi facile trovare sul piano iperbolico le immagini delle *proiettività cicliche di 3° ordine* che lasciano fisso ciascuno dei punti O, U, A, I, e permutano circolamento gli altri tre; sono

Digitized by Google

ad es. le rotazioni d' ampiezza $\frac{2\pi}{3\nu}$ intorno ai punti o, i, a, u, ciascuna delle quali è permutabile con G ed ha come terza potenza la rotazione di G collo stesso centro.

In particolare la rotazione d' ampiezza $\frac{2\pi}{3\nu}$ intorno ad i (nel verso antiorario) in quanto muta e in e' ha per immagine sul piano z una sostituzione ellittica a periodo 3 coi poli E, I, dunque (dato che I è improprio) una rotazione d' ampiezza $\frac{2\pi}{3}$ intorno ad E (pure nel verso antiorario) che permuta circolarmente A, O, U.

Infine, agli scopi prossimi, richiameremo l' attenzione del lettore sul fatto che *la Fig. 13 è una suddivisione di* KLEIN del piano complesso z relativa al *gruppo tetraedrico ampliato* $\overline{\Gamma}_{24}$ ammesso dalla quaderna equianarmonica Δ.

§ 3. - Illustrazioni relative ai casi armonici ed equianarmonico. Valori limiti della funzione $\lambda_\nu(a)$ per a reale.

37. La considerazione ed il confronto delle Fig. 5, 11 relative al caso *armonico,* e delle 12, 13 per quello *equianarmonico*, congiunte alle osservazioni finali dei n.i 35, 36, mettono in vista sotto una nuova forma, la *dipendenza del relativo problema d' uniformizzazione dalle funzioni triangolari*, già rilevata (però, come si vedrà, con diversa subordinazione) in questo, ed in altro lavoro (n.° 7, e Mem. D, n.° 10, II, III).

Incominciando dal *caso equianarmonico*, notiamo azitutto che *la relativa funzione fuchsiana* $z(\eta)$ *dà la rappresentazione conforme del triangolo* $u\,e\,r$ (Fig. 12) *sul triangolo* U E R (Fig. 13) *del piano* z, ovvero del quadrangolo $u\,r\,e\,n$ sul quadrangolo U R E N. Viceversa colla rappresentazione conforme dei due predetti triangoli uno sull' altro il nostro problema d' uniformizzazione è risolto, e si completa, prolungando, a norma del *principio di riflessione*, la funzione rappresentatrice (cfr. n.° 32).

Ora, atteso il significato della Fig. 13 come *suddivisione tetraedrica*, mediante una opportuna *funzione razionale* Z (z) si può rappresentare conformemente il triangolo U E R sul semi-

Digitized by Google

piano positivo Z, o il quadrangolo U R E N sull'intero piano Z. Cosicchè il nostro problema può risolversi rappresentando conforme mente il triangolo *u e r* sul semipiano positivo Z, ed estraendo una successiva *irrazionalità tetraedrica* (risoluzione dell' equazione $Z = Z(z)$).

Poichè il triangolo *u e r* ha gli angoli $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3\nu}$, così la sua rappresentazione si compie invertendo la *funzione triangolare* relativa alle diramazioni $(3, 2, 3\nu)$. E viceversa la funzione polimorfa $\eta(z)$ del problema si deduce dalla funzione triangolare $\eta = s(3, 2, 3\nu; Z)$ ponendo per Z la funzione razionale $Z(z)$.

Il significato dei rapporti considerati, può ulteriormente illustrarsi, con riferimento al *teorema di diramazione*, mediante le osservazioni seguenti:

Rispetto al *gruppo tetraedrico* Γ_{12} ammesso dalla quaderna Δ, i tre *gruppi eccezionali* sono O A U I, E F G H, M N P Q R S, riferibili ordinatamente al gruppo dei vertici, a quello dei vertici del tetraedro polare, ed al gruppo dei punti medî degli spigoli. Pertanto se $\psi(z) = 0$, $\varphi(z) = 0$ son le equazioni delle due prime quaderne, e si pone $Z = \frac{\varphi^3(z)}{\psi^3(z)}$ la z è una funzione a 12 valori di Z, che, per un dato Z rappresenta 12 punti del piano z equivalenti rispetto al gruppo Γ_{12}. Nei punti O, U, A, I è $Z = \infty$ ed in E, F, G, H, $Z = 0$; inoltre si può supporre scelto il fattore costante nella ψ in modo che in M, N, ..., S, risulti $Z = 1$.

In altre parole l' equazione $\varphi^3(z) - Z\psi^3(z) = 0$ rappresenta una *serie lineare* g^1_{12} dell' ente razionale z, che ha tre gruppi con punti multipli, e precisamente:

1) Il gruppo corrispondente a $Z = \infty$ coi 4 punti tripli O, U, A I;

2) Il gruppo corrispondente a $Z = 0$ coi 4 punti tripli E, F, G, H;

3) Il gruppo corrispondente a $Z = 1$ coi 6 punti doppî M, N, P, Q, R, S.

Nella rappresentazione del triangolo U E R sul semipiano positivo Z, fatta mediante la funzione razionale $Z = \frac{\varphi^3(z)}{\psi^3(z)}$, ai

Digitized by Google

vertici E, R, U corrispondono pertanto i punti 0, 1, ∞, e la funzione algebrica (a 12 valori) $z(Z)$ è quindi diramata in quei punti (e solo in essi) cogl'indici (3, 2, 3). Quest'indici sono ordinatamente divisori di (3, 2, 3ν), quindi, a norma del *teorema di diramazione*, l'uniformizzante fuchsiana $\eta = s(3, 2, 3\nu; Z)$, risulta tale anche per il piano z.

Tenendo presenti le modalità applicative del teorema ricordato (D, n.i 5, 10) si vede che nel passaggio dal piano Z al piano z le diramazioni in 0, 1 spariscono, mentre nascono quattro diramazioni d'indice ν nei punti O, U, A, I corrispondenti a $Z = \infty$. Si conferma così che *la funzione* $s(3, 2, 3\nu; Z(z))$ *è l'uniformizzante fuchsiana (propria) del problema* (ν, ν, ν, ν) *relativo alla quaderna equianarmonica* O, A, U, I.

Analogamente si procede nel caso del gruppo armonico partendo dal confronto fra i due triangoli $r\,p\,u$, R P U (Fig. 5, 11) dei quali il primo ha gli angoli $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2\nu}$.

In modo preciso si ha che:

Rispetto al *gruppo diedrico* Γ_8 ammesso dalla data quaderna, i tre gruppi eccezionali del piano z sono O U A I (vertici) M N R S (punti medî dei lati) P Q (poli); e pertanto se $\psi(z) = 0$, $\varphi(z) = 0$ son le equazioni delle due quaderne (scelto opportunamente in ψ il fattore costante) l'equazione $\varphi^2(z) - Z\psi^2(z) = 0$ rappresenta una *serie lineare* g_8^1 dell'ente razionale z, i cui punti multipli cadono:

1) Nel gruppo corrispondente a $Z = \infty$ con 4 punti doppî O, U, A, I;

2) Nel gruppo corrispondente a $Z = 0$ con 4 punti doppî M, N, R, S;

3) Nel gruppo corrispondente a $Z = 1$ con due punti quadrupli P, Q.

Dopo ciò basta ragionare come nel caso precedente per concludere che *la* $s(2, 4, 2\nu; Z(z))$ *è l'uniformizzante fuchsiana (propria) del problema* (ν, ν, ν, ν) *relativo alla quaderna armonica* O U A I.

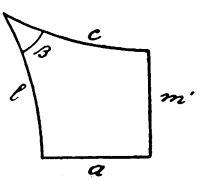
Digitized by Google

38. Riprendiamo infine a considerare il quadrangolo $o\,u\,a\,i$ del caso di a reale > 1 (Fig. 5), e posto, in valore assoluto

$$(2) \qquad o\,u = i\,a = 2\,\mathrm{A}\,, \quad o\,i = u\,a = 2\,\mathrm{B}\,,$$

ricerchiamo la relazione che intercede tra A, B e l'angolo $\frac{\pi}{\nu}$. Ci converrà allo scopo far riferimento al quadrangolo trirettangolo $r\,p\,n\,u$, in cui $r\,u = \mathrm{A}$, $n\,u = \mathrm{B}$, $\hat{u} = \frac{\pi}{\nu}$.

Designiamo perciò provvisoriamente gli elementi del nostro quadrangolo come nella Fig. 14 (superiore), ed inoltre conveniamo che due lettere corrispondenti, l'una italica, l'altra greca, come ad es., l e λ, indichino numeri legati dalla relazione [49]



$$(3) \qquad \lambda = \Pi(l)\,,$$

dove al solito è

$$(4) \qquad \operatorname{tang}\frac{1}{2}\Pi(l) = e^{-l}\,,$$

Fig. 14

talchè insomma λ sarà l'*angolo di parallelismo* relativo alla distanza l. Infine con λ, λ' (ed analogamente μ, μ', ecc.) designamo due numeri legati dalla relazione

$$(5) \qquad \lambda + \lambda' = \Pi(l) + \Pi(l') = \frac{\pi}{2}\,,$$

cioè insomma le misure di due angoli complementari.

Per un notevole teorema di geometria iperbolica [50], al quadrangolo dato si può associare un triangolo rettangolo i cui elementi stanno con quelli del quadrangolo nelle relazioni espresse dalle indicazioni della Fig. 14, con riguardo alle convenzioni

---

[49] Cfr. R. Bonola - H. Liebmann, *Die nichteuklidische Geometrie* [Collez. *Wissenschaft und Hypotese*, IV, Leipzig, Teubner, (1911)], § 52. La costante k che figura nelle formule di geometria non euclidea qui si fa eguale all'unità.

[50] Ibid, § 54.

Digitized by Google

espresse. E siccome tra gli elementi b, c, λ del triangolo si ha la relazione

$$\cos\lambda = \frac{\operatorname{th} b}{\operatorname{th} c}\,, \tag{6}$$

così non resta che passare da b, λ a β, l per dedurre quella cercata.

Ora il passaggio si eseguisce facilmente a norma della (3), giacchè le $\lambda = \Pi(l)$, $\beta = \Pi(b)$ equivalgono notoriamente alle $\cos\lambda = \operatorname{th} l$, $\cos\beta = \operatorname{th} b$, e pertanto la (6) porge

$$\operatorname{th} l \,.\, \operatorname{th} c = \beta\,,$$

quindi ritornando alle notazioni primitive

$$\operatorname{th} A \operatorname{th} B = \cos\frac{\pi}{\nu}\,, \tag{7}$$

ch' è la relazione cercata.

Suppongasi ora, che, fisso restando o e le due rette per esso che contengono i segmenti $o\,u\,a\,i$, quindi l' angolo ν, si faccia allontanare indefinitamente il punto u, conservando al quadrangolo $o\,u\,a\,i$ le sue caratteristiche in forza delle quali ne resta determinato il gruppo fuchsiano G. Il numero reale A crescerà indefinitamente, e perchè $\lim_{A \to +\infty} \operatorname{th} A = 1$, così la (7) mostra che B tenderà ad un limite $\overline{B}$, tale che

$$\operatorname{th}\overline{B} = \cos\frac{\pi}{\nu}\,, \qquad \text{cioè } \Pi(\overline{B}) = \frac{\pi}{\nu}\,;$$

e ciò viene a dire che all' allontanarsi di u il punto i tende ad una posizione $\bar{\imath}$ tale che $o\,\bar{\imath} = 2\,\overline{B}$ e che in tal posizione la retta a cui tende la $i\,a$ risulta parallela ad $o\,u$.

Durante la variazione di u, il gruppo G varia con continuità tendendo al gruppo triangolare G di segnatura (ν, ∞, ν), appunto perchè il quadrangolo $o\,u\,a\,i$ tende ad un triangolo con un vertice improprio e gli altri due angoli eguali a $\frac{\pi}{\nu}$. Daltronde sul piano z i punti 0, 1, ∞ sono fissi, e con G varia solo la costante a mantenendosi sempre reale e > 1; lo sparire

Digitized by Google

della diramazione in a ed il modificarsi di quella in 1 indica che, al limite, il punto a è andato a sovrapporsi al punto 1. Se poi nella figura si scambiano i punti u, a, si vede che allo stesso gruppo fuchsiano limite si perviene facendo tendere a ad 1 per valori reali minori di 1.

Ne consegue che se $Q(z)$ $Q_1(z)$ son le solite, funzioni razionali legate ai pruppi G, G_1 il parametro λ_ν che figura nella $Q(z)$ dovrà tendere ad un valore λ_0 tale che per $a = 1$, $\lambda_\nu = \lambda_0$ risulti $Q(z) \equiv Q_1(z)$. Ma facendo la posizione indicata nella (13) del n.° 4 si trova

$$\lim Q(z) = \rho_\nu \frac{(z+1)^2 + \lambda_0 z}{z^2 (z-1)^2} ,$$

mentre d'altra parte la (10) dello stesso numero porge

$$Q_1(z) = \rho_\nu \frac{(z+1)^2 + \dfrac{3\nu^2 - 4}{1-\nu^2} z}{z^2 (z-1)^2} ,$$

e quindi in definitiva risulta

$$\lambda_0 = \lim_{a \to 1} \lambda_\nu(a) = \frac{3\nu^2 - 4}{1-\nu^2} , \tag{8}$$

il limite essendo preso quando a tende ad 1 *per valori reali.*

Se poi nel quadrangolo di partenza si scambia u con a, e, tenendo fisso i colle due rette che contengono i lati io, iu si fa allontanare indefinitamente u, si trova che G tende al gruppo triangolare di segnatura (∞, ν, ν) e, procedendo in modo del tutto analogo si ottiene

$$\lim_{a \to 1} \lambda_\nu(a) = \frac{\nu^2}{1-\nu^2} , \tag{7}$$

formula che può anche dedursi dalla precedente per il tramite della $\lambda_\nu(1-a) = -4 - \lambda_\nu(a)$ trovata al n.° 17. Similmente applicando la $\lambda_\nu\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{\lambda_\nu(a)}{a}$ si trova che

$$\lim_{a \to \infty} \frac{\lambda_\nu(a)}{a} = \frac{\nu^2}{1-\nu^2} . \tag{8}$$

Digitized by Google

Una immediata conferma delle (6) (7) (8) può aversi per $\nu = 2$ ricorrendo alla nota espressione $-\frac{4}{3}(a+1)$ di $\lambda_2(a)$ (n.° 4) ([51]).

([51]) Si badi che ai limiti considerati non possono *in generale* sostituirsi valori $\lambda_\nu(0)$, $\lambda_\nu(1)$ della funzione $\lambda_\nu(a)$ giacchè i punti 0, 1, ∞ sono (in generale) per quella funzione *singolarità essenziali.*

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 23 ottobre 1929*)

Digitized by Google

Digitized by Google

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

Sopra una formula trinomia considerata come ipotesi relativa alla distribuzione della densità nell'interno della terra

GIOVANNI BOAGA

(presentata dal prof. E. Soler, m. e., nell'ad. ord. del 7 luglio 1929)

Sunto — L'A. immaginando una particolare formula trinomia, come ipotesi relativa alla distribuzione della densità nell'interno della terra, integra la classica equazione di Clairaut, e determina il valore delle costanti introdotte nella funzione di densità, avuto riguardo ai valori che adesso si tengono per lo schiacciamento e per la densità media superficiali. Egli così ritrova per i dati ordinariamente tenuti per le densità terrestri dei valori più approssimati di quelli che si ottengono con la formula binomia di Roche.

§ 1. — È noto, che trattando dell'equilibrio di una massa fluida nella quale la densità ρ cresce in modo continuo dalla superficie al centro, si prende a fondamento della teoria la celebre equazione di Clairaut

$$\left(a^2 \frac{d^2 e}{d a^2} - 6 e\right) \int_0^a \rho a^2 da + 2 \rho a^3 \left(a \frac{d e}{d a} + e\right) = 0 , \qquad (1)$$

che determina lo schiacciamento e dei vari strati del pianeta, supposto prossimamente ellissoidico ed in particolare la sua figura esterna.

La densità ρ si suppone funzione continua della distanza a dello strato considerato al centro del pianeta, presa come unitaria la distanza dal centro allo strato superficiale.

Conosciuta la legge della variazione della densità nell'interno del pianeta, si introduce questa nella (1), e si calcola un integrale particolare ξ tale che per $a = 0$ si riduca all'unità (1).

(1) Cfr. F. Tisserand, *Traité de Mécanique Céleste.* Tome II Chap. XIV. *Equilibre d'une masse fluide hétérogène*, p. 214.

Digitized by Google

L' equazione (1) è una equazione differenziale del secondo ordine, lineare ed omogenea; noti perciò due integrali particolari ξ e ξ', l' integrale generale dell' equazione è dato dalla

$$e = C \cdot \xi + C' \cdot \xi'$$

con C e C' costanti.

Ci proponiamo di integrare la (1) nella ipotesi da noi posta, che la variazione della densità nell' interno del pianeta segua la legge analitica:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta a^2 + \gamma a^4) , \qquad (2)$$

legge che si può riguardare come una generalizzazione della ipotesi di Roche. Dalla (2) avremo per $a = 0$: $\rho = \rho_0$; ossia ρ_0 rappresenta la densità al centro supposta finita.

Riguardo ai coefficienti β e γ dianzi introdotti, porremo la condizione che essi siano *positivi, minori di uno* e che tra essi interceda la relazione

$$\gamma < \beta$$

corrispondente al significato fisico che la densità alla superficie sia minore della densità al centro.

Dalla relazione (1):

$$\frac{\int_0^1 \rho a^2 \, da}{\int_0^1 \rho a^4 \, da} = \frac{A - C}{A} \cdot \frac{1}{e_1 - \frac{\varphi}{2}}$$

dove:

$\frac{A - C}{A}$ rappresenta il rapporto tra la differenza dei momenti di inerzia rispetto agli assi polare ed equatoriale ed il momento di inerzia rispetto all' asse polare,

e_1 lo schiacciamento superficiale della terra,

φ il rapporto tra la forza centrifuga e la gravità corrispondente,

attribuendo al rapporto $\frac{A - C}{C}$ il valore 1/305,6 generalmente

(1) Cfr. TISSERAND l. c.

Digitized by Google

adottato, e dedotto dalla teoria meccanica della rotazione terrestre e della osservazione del fenomeno della precessione luni - solare; allo schiacciamento e_1 il valore riferentesi all' ellissoide internazionale di Hayford, 1/297 ; al rapporto φ il valore 1/288 e tenendo conto della particolare distribuzione di densità (2), si perviene alla

$$\frac{105 - 65\,\beta + 45\,\gamma}{63 - 45\,\beta + 35\,\gamma} = 2{,}006$$

dalla quale discende ovviamente, la seguente relazione lineare fra i coefficienti β e γ:

$$\gamma = 1{,}081\ \beta - 0{,}848\ . \qquad (3)$$

Dalla (3), avendo posto $\gamma > 0$, risulta

$$\beta > 0{,}784\ .$$

Per tanto i limiti entro i quali possono variare i coefficienti β e γ, in base alle nostre posizioni, sono:

$$0{,}784 < \beta < 1 \qquad 0 < \gamma < \beta\ . \qquad (4)$$

Proveremo ora che per la particolare funzione di densità (2) esiste un solo integrale dell' equazione (1) che sia funzione continua in tutti i punti per tutti i valori di a dell' intervallo (0 , 1) gli estremi inclusi.

Con l' ipotesi suddetta, per la variazione della densità nell' interno del pianeta, l' integrale messo in evidenza nella (1) diviene:

$$\int_0^a \rho\, a^2\, .\, da = 1/105\, .\, \rho_o\, a^3 (35 - 21\,\beta\, a^2 + 15\,\gamma\, a^4)$$

e l' equazione fondamentale di Clairaut assume la forma:

$$\frac{d^2\xi}{da^2} + \frac{F_1}{\Psi}\frac{d\xi}{da} + \frac{F_2}{\Psi^2}\xi = 0 \qquad (5)$$

con

$$\Psi = a\,(35 - 21\,\beta\, a^2 + 15\,\gamma\, a^4)$$
$$F_1 = 210\,(1 - \beta\, a^2 + \gamma\, a^4)$$
$$F_2 = 12\, a^2\,(-7\,\beta + 10\,\gamma\, a^4)\,(35 - 21\,\beta\, a^2 + 15\,\gamma\, a^4)\ .$$

Digitized by Google

Le funzioni Ψ, F_1, F_2 sono rispettivamente di *quinto*, *quarto* e *ottavo* grado, dunque la (5) e del tipo Fuchsiano (1). Gli unici punti singolari dell' equazione sono costituiti dalle radici della

$$\Psi = 0$$

cioè

$$a = 0$$

e

$$a = \pm \left(\frac{21\beta \pm \sqrt{21\,(21\beta^2 - 100\gamma)}}{30\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} .$$

Per i limiti dianzi stabiliti entro i quali variano i coefficienti β e γ, nessuna delle precedenti radici risulta minore dell' unità e maggiore di zero; dunque la Ψ non ammette radici tra 0 e 1, perciò se esiste un integrale della (5) che sia funzione continua nel punto $a = 0$, essa sarà pure continua in tutto l' intervallo (0, 1).

Sostituendo allora nell' equazione (5) per ξ l' espressione

$$\xi = a^{\alpha} \sum_{0}^{\infty}{}_{s} \, c_s \, a^{2s} , \tag{6}$$

tenendo presente che:

$$\frac{d\xi}{da} = \alpha\, a^{\alpha-1} \sum_{0}^{\infty}{}_{s} c_s a^{2s} + a^{\alpha} \sum_{1}^{\infty}{}_{s} 2\, s c_s a^{2s-1}$$

$$\frac{d^2\xi}{da^2} = \alpha\,(\alpha - 1)\, a^{\alpha-2} \sum_{0}^{\infty}{}_{s} c_s a^{2s} + 2\,\alpha\, a^{\alpha-1} \sum_{1}^{\infty}{}_{s} 2\,s \,.\, c_s a^{2s-1} +$$

$$+ a^{\alpha} \sum_{2}^{\infty}{}_{s} 2\,s\,(2\,s - 1) \,.\, c_s a^{2s-2}$$

ed annullando il coefficiente della più piccola potenza di a si ottiene la seguente *equazione indiziale* della data equazione differenziale (3):

$$\alpha\,(35\,\alpha + 175)\, c_0 = 0 .$$

Supposto $c_0 \neq 0$ le radici dell' equazione indiziale sono:

$$\alpha = 0 , \qquad \alpha = -5 .$$

(1) Cfr. A. R. Forsyth, *Theory of Differential equations.* (Vol. IV, pag. 85).

Digitized by Google

Per $\alpha = -5$ l'integrale dell'equazione in esame non è continuo nell'estremo inferiore dell'intervallo di variabilità del parametro a: pertanto dovendo restare finito al centro lo schiacciamento, la costante C' deve essere nulla e rimane l'integrale corrispondente alla $\alpha = 0$.

Questo risultato coincide con quello dato dal Tisserand, solo la dimostrazione data dal Tisserand non si può dire completa in quanto non è dimostrata la convergenza della serie cui egli arriva per l'integrale ξ.

Tale dimostrazione invece sarà fatta nell'ipotesi più particolare in cui ci siamo posti.

Valgono per il caso da noi studiato le considerazioni fatte dal Tisserand in generale e quindi lo schiacciamento verrà da noi posto sotto la forma $e = C \cdot \xi$ dove ξ è l'integrale di cui sopra è fatta parola e la costante C inoltre ha il valore (1)

$$\frac{5}{2}\varphi : \left\{ \left(\frac{d\xi}{da}\right)_1 + 2\,\xi_1 \right\}$$

essendo φ, come è stato ricordato, il rapporto tra la forza centrifuga equatoriale e la gravità corrispondente.

Per $\alpha = 0$ l'integrale della equazione differenziale è della forma:

$$\xi = \sum_0^\infty{}_s\, c_s\, a^{2s} \tag{7}$$

con c_s coefficienti da determinare, e dipendenti necessariamente dai coefficienti β e γ della particolare distribuzione di densità.

Osserviamo poi che se per l'intervallo ξ si considerano tutte le potenze successive di a, anzichè limitare l'integrale stesso solo a quelle di grado pari, e se si suppone $c_o \neq 0$ e $\alpha = 0$, risultano nulli tutti i coefficienti di indice dispari.

Simbolicamente:

$$c_{2s+1} = 0$$

con $s = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Rileviamo ancora, come del resto è stato messo in evidenza in altra Nota (2), che per $\gamma = 0$ l'equazione (1), con opportuni

---

(1) Cfr. TISSERAND l. c,

(2) G. BOAGA, *Sull'ipotesi di Roche relativa alla distribuzione*

Digitized by Google

accorgimenti di calcolo, si trasforma nella classica " *equazione di Gauss* „ e l'integrale è dato dalla serie ipergeometrica $F(a, b, c, x)$ con $a = \frac{1}{4}(9 + \sqrt{65})$, $b = \frac{1}{4}(9 - \sqrt{65})$, $c = \frac{7}{2}$ ed $x < 1$.

Con la (7) l'equazione (5) assume la forma:

$$(245\, c_1 - 42\, \beta\, c_0)\, a^2 + \\ + \sum_2^\infty{}_s \Big\{ 35\, s\,(2\, s + 5)\, c_s - 21\, \beta\, [2 + (s-1)\,(2\, s + 7)]\, c_{s-1} + \\ + 15\, \gamma\, [4 + (s-2)\,(2\, s + 9)]\, c_{s-2} \Big\} a^{2s} = 0 .$$

Da tale equazione che deve aver luogo per qualunque valore di a, otteniamo:

$$245\, c_1 - 42\, \beta\, c_0 = 0$$

e la seguente formula ricorrente fra i coefficienti c_s per $s = 2, 3, 4, \ldots$

$$35\, s\,(2\, s + 5)\, c_s - 21\, \beta\, [2 + (s-1)\,(2\, s + 7)]\, c_{s-1} + \\ + 15\, \gamma\, [4 + (s-2)\,(2\, s + 9)]\, c_{s-2} = 0 . \qquad (8)$$

Dalla prima delle precedenti ricaviamo c_1 in funzione di c_0:

$$c_1 = \frac{6}{35}\, \beta\, c_0 . \qquad (9)$$

Tenuto conto di questo risultato, potremo dalla formula ricorrente (8) ricavare c_s (con s maggiore di 1) in funzione di c_0. Dunque di tutti i coefficienti c_s uno solo rimane arbitrario, il coefficiente c_0; tale coefficiente si determinerà perciò tenendo conto della condizione posta dianzi, ossia: che per $a = 0$ l'integrale ξ si riduca all'unità.

L'integrale ξ è della forma:

$$\xi = c_0 + c_1 \,.\, a^2 + c_2 \,.\, a^4 + \ldots , \qquad (10)$$

in base alla condizione ricordata risulta:

$$c_0 = 1 . \qquad (11)$$

---

della densità nell'interno della terra. — (Atti e Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova - Anno 1928 - Volume XLIV°).

Digitized by Google

Dall' equazione ricorrente (8) ricaviamo successivamente:

$$c_2 = \frac{13}{30}\beta c_1 - \frac{2}{21}\gamma \qquad c_6 = \frac{97}{170}\beta c_5 - \frac{44}{119}\gamma c_4$$

$$c_3 = \frac{28}{55}\beta c_2 - \frac{19}{77}\gamma c_1 \qquad c_7 = \frac{384}{665}\beta c_6 - \frac{51}{133}\gamma c_5$$

$$c_4 = \frac{141}{260}\beta c_3 - \frac{57}{182}\gamma c_2 \qquad c_8 = \frac{163}{280}\beta c_7 - \frac{11}{28}\gamma c_6 \quad (12)$$

$$c_5 = \frac{14}{25}\beta c_4 - \frac{61}{175}\gamma c_3 \qquad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; .$$

$$c_s = \frac{3}{5}\cdot\frac{2s^2+5s-5}{2s^2+5s}\beta c_{s-1} - \frac{3}{7}\cdot\frac{2s^2+5s-14}{2s^2+5s}\gamma c_{s-2}$$

Ancora, per ciascun coefficiente c_s tenendo conto dei due immediatamente precedenti, otteniamo le seguenti espressioni dipendenti dai soli coefficienti β e γ della funzione di densità (2):

$$c_1 = 0{,}1714\,\beta$$
$$c_2 = 0{,}0742\,\beta^2 - 0{,}0952\,\gamma$$
$$c_3 = 0{,}0377\,\beta^3 - 0{,}0906\,\beta\gamma$$
$$c_4 = 0{,}0204\,\beta^4 - 0{,}0723\,\beta^2\gamma + 0{,}0298\,\gamma^2$$
$$c_5 = 0{,}0114\,\beta^5 - 0{,}0535\,\beta^3\gamma + 0{,}0481\,\beta\gamma^2$$
$$c_6 = 0{,}0065\,\beta^6 - 0{,}0380\,\beta^4\gamma + 0{,}0541\,\beta^2\gamma^2 - 0{,}0110\,\gamma^3$$
$$c_7 = 0{,}0037\,\beta^7 - 0{,}0262\,\beta^5\gamma + 0{,}0517\,\beta^3\gamma^2 - 0{,}0247\,\beta\gamma^3 \quad (13)$$
$$c_8 = 0{,}0021\,\beta^8 - 0{,}0178\,\beta^6\gamma + 0{,}0452\,\beta^4\gamma^2 - 0{,}0357\,\beta^2\gamma^4 + 0{,}0043\,\gamma^4$$

. . . . . .

$$c_s = l_s\beta^s - m_s\beta^{s-2}\gamma + n_s\beta^{s-4}\gamma^2 - \ldots + (-1)^t \cdot p_s\gamma^{\frac{s-t}{2}}$$

con $t = 0$ o $t = 1$ a seconda della parità o disparità di s, ed l_s, m_s, n_s ... coefficienti numerici minori dell' unità.

Con ciò la ξ assume la forma:

$$= \sum_0^\infty{}_s\, l_s\beta^s a^{2s} - \gamma \sum_2^\infty{}_s\, m_s\beta^{s-2}a^{2s} + \gamma^2 \sum_4^\infty{}_s\, n_s\beta^{s-4}a^{2s} + \ldots$$

Digitized by Google

Per le serie messe in evidenza nel secondo membro della precedente, supposto $\beta < 1$, valgono le seguenti disuguaglianze:

$$\sum_0^\infty{}_s\, l_s \beta^s a^{2s} \leq \sum_0^\infty{}_s\, \beta^s a^{2s} = \frac{1}{1-\beta a^2} = L$$

$$\sum_2^\infty{}_s\, m_s \beta^{s-2} a^{2s} \leq \sum_2^\infty{}_s\, \beta^{s-2} a^{2s} = \frac{a^4}{1-\beta a^2} = L \cdot a^4$$

$$\sum_4^\infty{}_s\, n_s \beta^{s-4} a^{2s} \leq \sum_4^\infty{}_s\, \beta^{s-4} a^{2s} = \frac{a^8}{1-\beta a^2} = L \cdot a^8$$

$$\sum_6^\infty{}_s\, k_s \beta^{s-6} a^{2s} \leq \sum_6^\infty{}_s\, \beta^{s-6} a^{2s} = \frac{a^{12}}{1-\beta a^2} = L \cdot a^{12}$$

. . . . . .

di conseguenza:

$$\xi \leq L_1 - L \cdot a^4 \cdot \gamma + L \cdot a^8 \cdot \gamma^2 - L \cdot a^{12} \cdot \gamma^3 + \ldots$$

Per $|\gamma| < 1$ la serie del secondo membro è convergente (serie geometrica), pertanto risulta pure convergente la serie ξ.

§ **2.** — Dalle considerazioni esposte precedentemente abbiamo per lo schiacciamento superficiale:

$$e_1 = \frac{5}{4}\varphi \cdot \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d\xi}{da}\right)_1} \tag{14}$$

dalla quale deduciamo:

$$\frac{\left(\frac{d\xi}{da}\right)_1}{\xi_1} = \frac{5\varphi}{2e_1} - 2 \,. \tag{15}$$

Nel caso particolare della terra, introducendo per e_1 come nel § 1 il valore riferentesi all'ellissoide internazionale di Hayford e per φ il valore 1/288 si ottiene:

$$\frac{\left(\frac{d\xi}{da}\right)_1}{\xi_1} = 0{,}578 \,. \tag{16}$$

Digitized by Google

Tenendo conto delle speciali forme dei coefficienti c_0, c_1, c_2, ... di cui al § 1, e considerando soltanto i primi nove termini dell'integrale ξ si hanno per ξ e $\left(\frac{d\xi}{da}\right)$ alla superficie:

$$\xi_1 = 0{,}0021\,\beta^8 + 0{,}0037\,\beta^7 + 0{,}0065\,\beta^6 + 0{,}0114\,\beta^5 + 0{,}0204\,\beta^4 + \\ + 0{,}0377\,\beta^3 + 0{,}0742\,\beta^2 + 0{,}1714\,\beta + 1 - \\ - (0{,}0178\,\beta^6 + 0{,}0262\,\beta^5 + 0{,}0380\,\beta^4 + 0{,}0535\,\beta^3 + 0{,}0725\,\beta^2 + \\ + 0{,}0906\,\beta + 0{,}0952)\,\gamma + \\ + (0{,}0425\,\beta^4 + 0{,}0517\,\beta^3 + 0{,}0541\,\beta^2 + 0{,}0481\,\beta + 0{,}0298)\,\gamma^2 - \\ - (0{,}0357\,\beta^2 + 0{,}0247\,\beta + 0{,}0110)\,\gamma^3 + 0{,}0043\,\gamma^4$$

$$\left(\frac{d\xi}{da}\right)_1 = 0{,}0336\,\beta^8 + 0{,}0518\,\beta^7 + 0{,}0780\,\beta^6 + 0{,}1140\,\beta^5 + \\ + 0{,}1632\,\beta^4 + 0{,}2262\,\beta^3 + 0{,}2968\,\beta^2 + 0{,}3428\,\beta - \\ - (0{,}2848\,\beta^6 + 0{,}3668\,\beta^5 + 0{,}4560\,\beta^4 + 0{,}3550\,\beta^3 + 0{,}5784\,\beta^2 + \\ + 0{,}5436\,\beta + 0{,}3808)\,\gamma + \\ + (0{,}7232\,\beta^4 + 0{,}7238\,\beta^3 + 0{,}6492\,\beta^2 + 0{,}4810\,\beta + 0{,}2384)\,\gamma^2 - \\ - (0{,}5712\,\beta^2 + 0{,}3458\,\beta + 0{,}1320)\,\gamma^3 + 0{,}0688\,\gamma^4$$

e l'equazione (16) diviene:

$$0{,}0224\,\beta^8 + 0{,}0478\,\beta^7 + 0{,}0743\,\beta^6 + 0{,}1057\,\beta^5 + 0{,}1515\,\beta^4 + \\ + 0{,}2045\,\beta^3 + 0{,}2540\,\beta^2 + 0{,}2438\,\beta + 0{,}578 - \\ - (0{,}2746\,\beta^6 + 0{,}3517\,\beta^5 + 0{,}4341\,\beta^4 + 0{,}3241\,\beta^3 + 0{,}5367\,\beta^2 + \\ + 0{,}4913\,\beta + 0{,}3258)\,\gamma + \\ + (0{,}6971\,\beta^4 + 0{,}6940\,\beta^3 + 0{,}6180\,\beta^2 + 0{,}4532\,\beta + 0{,}2212)\,\gamma^2 - \\ - (0{,}5506\,\beta^2 + 0{,}3316\,\beta + 0{,}1257)\,\gamma^3 + 0{,}0664\,\gamma^4 = 0\ .$$

Introducendo nella precedente per γ il valore dato dalla (13) e ordinando si ottiene infine la equazione di *ottavo* grado in β:

$$0{,}0224\,\beta^8 - 0{,}2483\,\beta^7 + 0{,}7424\,\beta^6 - 1{,}2294\,\beta^5 + 1{,}4301\,\beta^4 - \\ - 0{,}9474\,\beta^3 + 0{,}3189\,\beta^2 - 0{,}0382\,\beta - 0{,}0319 = 0\ , \qquad (17)$$

che presenta nella successione dei coefficienti *sette variazioni* ed *una permanenza*, e quindi secondo la *Regola di Cartesio* sui se-

Digitized by Google

gni delle radici di una equazione, essa ammette *sette radici positive*, o ne differisce *in meno* per un numero pari.

Per le considerazioni esposte nel § 1 riguardo i coefficienti β e γ, si dovrà fra le radici positive della (17) scegliere quella eventualmente compresa nell' intervallo 0,784 . . . 1 .

Indicando con $f(\beta)$ il primo membro della (17) risulta da opportune sostituzioni numeriche:

$$f(0{,}784) = -0{,}0153 < 0 \qquad f(1) = +0{,}0195 > 0 \ ;$$

dunque effettivamente fra i limiti accennati esiste un valore di β che annulla la (17) ed esiste perciò una radice positiva che serve al nostro scopo.

Avvicinando i limiti suddetti, dopo alcune prove si è ottenuto:

$$f(0{,}901) = -0{,}0001 \qquad f(0{,}902) = +0{,}0002 \ ;$$

si può pertanto assegnare al coefficiente che annulla la (17) il valore:

$$\beta = 0{,}901 \ .$$

In corrispondenza a questo valore dalla (3) risulta:

$$\gamma = 0{,}127 \ .$$

Rimangono così determinate le costanti β e γ.

Con tali valori risulta soddisfatta anche la condizione $\frac{d\rho}{da} < 1$.

Dalla relazione:

$$\int_0^1 \rho \, a^2 \, da = \frac{\Delta}{3}$$

con Δ densità media, risulta nel nostro caso:

$$\rho_o = \frac{\Delta}{1 - \frac{3}{5}\beta + \frac{3}{7}\gamma} \ .$$

Assumendo per densità media il valore generalmente adottato 5,56, si ottiene per la densità al centro

$$\rho_o = 10{,}84$$

Digitized by Google

alla quale corrisponde come densità media alla superficie il volore:

$$\rho_1 = \rho_o (1 - \beta + \gamma) = 2{,}45$$

prossimo a 2,5 *relativo alla densità delle rocce componenti la crosta terrestre*, assumendo l'ipotesi della fluidità primitiva del pianetà.

Dalla combinazione delle formule esposte, nota all'incontro la densità superficiale ρ_1, si potranno ricavare la densità al centro ρ_o ed i coefficienti β e γ; avuti questi si potranno ancora calcolare $\left(\frac{d\xi}{da}\right)_1$ e ξ_1 ed infine il valore dello schiacciamento superficiale e_1.

Assumendo per densità media superficiale il valore 2,6 e per densità media 5,56 seguendo il ragionamento esposto abbiamo trovato successivamente:

$$\rho_o = 11{,}29 \qquad e_1 = \frac{1}{300}$$

(al valore $e_1 = 1/300$ corrisponde con molta approssimazione l'ellissoide di Bessel).

In ultima analisi osserviamo ancora che: con i valori trovati per β e γ (rispetto all'ellissoide di Hayford) e assumendo per densità superficiale il valore 2,6 si ottiene per densità media il valore 5,88 che si avvicina a quello generalmente adottato.

§ **3.** — Ponendo in tutte le considerezioni analitiche dei paragrafi precedenti: $\gamma = 0$, la (2) si riduce all'ipotesi di Roche, e ripetendo i calcoli si trova, come del resto è stato messo in evidenza in altra Nota (1), assumendo per e_1 il valore 1/297, una densità media superficiale pari a 2,2 molto lontana dal vero. Mentre ponendo per ρ_1 il valore 2,6 si trova per lo schiacciamento terrestre 1/288 molto superiore a quello oggi adottato.

Ancora, tenendo conto dei coefficienti della densità dell'ipotesi di Roche, riferiti all'ellissoide di Hayford e assumendo per densità superficiale 2,6 si ottiene come densità media il valore 5,02.

---

(1) Cfr. Nota citata.

Digitized by Google

Concludendo, e secondo i risultati precedenti, si vede come sia da ritenere preferibile nelle ricerche geofisiche la formula trinomia rispetto a quella binomia, che permette la determinazione di un solo coefficiente, e che quindi, come si mostrò per quella di Roche, non è sufficiente a riprodurre entrambi i valori opportuni per e_1 e ρ_1.

Ci proponiamo in seguito di applicare alla fondamentale teoria svolta dallo Schweydar (1) sulle maree terrestri, la nostra speciale funzione di densità e di vedere se i procedimenti analitici da lui indicati sono suscettibili di ulteriori generalizzazioni.

Dall' Istituto di Geodesia della R. Università di Padova
Marzo 1929, VII.

---

(1) W. SCHEYDAR, *Theorie der deformation der Erde durch Flutkräfte.* Potsdam, 1916.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 24 ottobre 1929)

Digitized by Google

INDICE GENERALE DEL TOMO LXXXVIII

DELLA PARTE SECONDA

PER AUTORI, PER NOMI E PER MATERIE

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1928-1929 - Tomo LXXXVIII - Parte seconda.

INDICE GENERALE

PER AUTORI, PER NOMI E PER MATERIE

INDICE DELLA PARTE SECONDA

PER AUTORI E PER NOMI

ALBERTOTTI GIUSEPPE - La mortificazione di G. Cesare Cordara poeta, p. 173-217.

ALIGHIERI DANTE - (Le stimate di) - Antonio Medin, p. 761-769.

AMADORI MARIO - I fenomeni di ossidazione delle soluzioni tartriche alcaline di manganese. Nota, p. 325-335.

ANTI CARLO - Archeologia d'oltremare, p. 421-435.

ARNOBIO - Questioni Arnobiane - C. Marchesi, p. 1009-1032.

BARONI BRISEIDE - Correnti longitudinali in strati cilindrici di ferro per variazioni di magnetizzazioni longitudinali e circolari, p. 1-11. — Sull'equilibrio di una porzione di superficie rigata sviluppabile, 895-902.

BARSANTI e MATTEUCCI - (Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano) A. Levi-Cases, p. 1237-1290.

BERINII - Un documento ignorato della flora friulana. L'" Herbarium forojuliense Berinii „ della raccolta Contarini „ - Minio Michelangelo - p. 147-171

BIANCOLINI G. B. e L. PASINI - (Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi) - L. Simeoni, pp. 1033-1048.

BOAGA G. - Sopra una formola trinomia considerata come variazione della densità nell'interno della terra, p. 1399-1410.

BRENZONI R. - Francesco Lorenzi e uno dei suoi gioielli d'arte: " Il trionfo dell'aurora „ nel palazzo dei conti Giusti del Giardino in Verona, p. 1193-1207.

CATELLANI ENRICO - Sulle vie della pace. La conferenza di Genova, p. 437-470.

CESSI ROBERTO - " Nova Aquileia „ p. 543-594. — Il Costituto di Costantino I. (Il testo), p. 915-1007.

CHERUBINO SALVATORE - Sul problema della normalizzazione nella teoria generale della varietà abeliane reali, p. 369-409.

COEN GIORGIO - Sulla pretesa pre-

Digitized by Google

senza nel Mediterraneo del genere " Hindius „ H. & A. Adams e di due rarissime forme tirrene di " Pseudomurex „., p. 1103-1117.

COMESSATTI ANNIBALE - Curve algebriche e funzioni fuchsiane. Nota introduttiva, p. 771-834. — Studi sulle equazioni differenziali fuchsiane di genere zero, p. 1307-1397.

CONTARINI - Un documento ignorato della flora friulana. L' " Herbarium forojuliense Berinii „ della raccolta Contarini - M. Minio, p. 147-171.

CORDARA G. CESARE - La mortificazione di) poeta - Giuseppe Albertotti, p. 173-217.

COSTANTINO I - (Il Costituto di). (Il testo) - R. Cessi, p. 915-1007.

CRESCINI VINCENZO, ERMINI FILIPPO, FEDELE PIETRO, GIARRATANO CESARE, LAZZARINI VITTORIO, LEICHT P. SILVERIO, MEDIN ANTONIO, SILVAGNI ANGELO, TAMASSIA NINO, USSANI VINCENZO - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell' alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell' anno 1928, p. 505-509.

CURLI GRAZIELLA - Sopra le vibrazioni di risonanza dei corpi elastici isotropi, p. 63-85.

DELL' AGNOLA C. A. - Intorno alle successioni di variabili casuali discontiuue tendenti ad una variabile casuale limite, p. 41-62.

DOLFINI G. - Ricerche sul ricambio delle cellule cordali nel digiuno, p. 1049-1059.

ERMINI FILIPPO, FEDELE PIETRO, GIARRATANO CESARE, LAZZARINI VITTORIO, LEICHT P. SILVERIO, MEDIN ANTONIO, SILVAGNI ANGELO, TAMASSIA NINO, USSANI VINCENZO, CRESCINI VINCENZO - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell' alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell' anno 1928, p. 505-509.

EURIPIDE - Appunti critici e linguistici a due antiche versioni armene di un frammento euripideo, Zanolli Almo, p. 471-475.

FABRIS EMMA - Sul potere rifrangente del ioduro di Cadmio, p. 1087-1102.

FEDELE PIETRO, GIARRATANO CESARE, LAZZARINI VITTORIO, LEICHT P. SILVERIO, MEDIN ANTONIO, SILVAGNI ANGELO, TAMASSIA NINO, USSANI VINCENZO, CRESCINI VINCENZO, ERMINI FILIPPO, Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell' alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell' anno 1928, p. 505-509.

FORTI ACHILLE - Il basilisco esistente nel Museo Civico di storia naturale a Venezia e gli affini simulacri finora conosciuti. Contributo alla storia della ciarlataneria, p. 225-238.

FRATTINI FERDINANDO - La differenziazione tra diritto pubblico e privato secondo un criterio generico, p. 651-659.

FUBINI - VITALI - (Sulla forma F_2 del) - Nota di Liceni Rita, p. 903-008.

FURLANI GIUSEPPE - Sul concetto dell' eroe di Babilonia, p. 671-682.

GEROLA GIUSEPPE - Gli stemmi cretesi dell' Università di Padova, p. 239-278. — Alcuni documenti sul paese dei Mòcheni, p. 1119-1190.

GIARRATANO CESARE, LAZZARINI VIT-

Digitized by Google

TORIO, LEICHT P. SILVERIO, MEDIN ANTONIO, SILVAGNI ANGELO, TAMASSIA NINO, USSANI VINCENZO, CRESCINI VINCENZO, ERMINI FILIPPO, FEDELE PIETRO - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell'alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell'anno 1928, p. 505-509.

GNESOTTO TULLIO - Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili. Ricerche sperimentali. Nota IV (Parte prima), p. 725-760.

GREGORIO DI TOURS (Omero e) - N. Tamassia, p. 1209-1236.

LAURA ERNESTO - Sui moti spontanei di particolari sistemi a vincoli anolonomi, Nota, p, 909-913.

LAZZARINI VITTORIO, LEICHT P. SILVERIO, MEDIN ANTONIO, SILVAGNI ANGELO, TAMASSIA NINO, USSANI VINCENZO, CRESCINI VINCENZO, ERMINI FILIPPO, FEDELE PIETRO GIARRATANO CESARE - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell'alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell'anno 1928, p. 505-509.

LAZZARINI VITTORIO - Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni, p. 873-894.

LEICHT P. SILVERIO, MEDIN ANTONIO, SILVAGNI ANGELO, TAMASSIA NINO, USSANI VINCENZO, CRESCINI VINCENZO, ERMINI FILIPPO, FEDELE PIETRO, GIARRATANO CESARE, LAZZARINI VITTORIO - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell'alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell'anno 1928, p. 505-509.

LEVI-CASES A. - Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano Barsanti e Matteucci, p. 1237-1290.

LICENI RITA - Sulla forma F_2 del Fubini-Vitali. Nota, p. 903-908.

LORENZI FRANCESCO e uno dei suoi gioielli d'arte: " Il trionfo dell'aurora „ nel palazzo dei conti Giusti del Giardino in Verona - R. Brenzoni, p. 1193-1207.

MARCHESI C. - Questioni Arnobiane p. 1009-1032.

MALTHUS T. R. - (Le disponibilità di alimenti e la densità della popolazione nei postulati di) - Rilievi critici - O. Munerati, p. 535-542.

MANCINI AUGUSTO - Un quaderno di scuola di un umanista celebre. (Contributo alla critica dei testi scolastici medioevali), p. 279-288.

MARCHESINI GIOVANNI - La filosofia del " come se „ è irrazionale. p. 87-115.

MATTEUCCI e BARSANTI - (Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano) - A. Levi-Cases, p. 1237-1290.

MATTIOLI GIAN DOMENICO - Sui moti permanenti rotazionali i cui vortici sono rettilinei e paralleli alla velocità. Nota, p. 411-419.

MEDIN ANTONIO, SILVAGNI ANGELO, TAMASSIA NINO, USSANI VINCENZO, CRESCINI VINCENZO, ERMINI FILIPPO, FEDELE PIETRO, GIARRATANO CESARE, LAZZARINI VITTORIO, LEICHT P. SILVERIO - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell'alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell'anno 1928, p. 505-509.

MEDIN ANTONIO - Le stimate di Dante, p. 761-760.

Digitized by Google

MESSEDAGLIA LUIGI - Una bolla d'oro del doge Michele Steno. Con 2 tavole, p. 683-693.

MINIO MICHELANGELO - Un documento ignorato della flora friulana. L'" Herbarium foroiuliense Berinii „ della raccolta Contarini, p. 147-172.

MUNERATI OTTAVIO - Le disponibilità di alimenti e la densità della popolazione nei postulati di T. R. Malthus. Rilievi critici, p. 535-542.

OMERO e GREGORIO di Tours - N. Tamassia, p. 1209-1236.

ONGARO DANTE - La concentrazione idrogenionica nell'uovo del filugello, p. 715-724.

OSELLADORE G. - Il tessuto vescicologo glicogenico nell'intossicazione fosforica, p. 1103-1117.

OVIO GIUSEPPE - Teoria ottica della retina, p. 321-324. — Influenza del nero sulla visione. Con 2 tavole, p. 699-714.

PASINI LODOVICO e G B. BIANCOLINI - (Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi). L. Simeoni, p. 1033-1048.

PENNATO PAPINIO - Contributo allo studio della poliomielite acuta dell'adulto, p. 661-670.

RIZZOLI LUIGI - Contraffazioni barbariche di Dramme massaliote rinvenute recentemente a Padova, p. 219-223.

SACILOTTO INES - Normali associate alle direzioni di una varietà generica a tre dimensioni giacente in uno spazio lineare a sei dimensioni, p. 355-359.

SOREMIN L. - Ricerche sull'azione combinata dei farmaci convulsivanti, p. 835-859.

SEGRE BENIAMINO - Studio dei complessi quadratici di rete di S_4, p. 595-650.

SILVAGNI ANGELO, TAMASSIA NINO, USSANI VINCENZO, CRESCINI VINCENZO, ERMINI FILIPPO, FEDELE PIETRO, GIARRATANO CESARE, LAZZARINI VITTORIO, LEICHT P. SILVERIO, MEDIN ANTONIO - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell'alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell'anno 1922, p. 505-509.

SIMEONI L. - Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi Lodovico Pasini e G. B. Biancolini, p. 1033-1048.

SONA LUIGI - Sulle formule di rappresentazioni degli integrali della Dinamica Elastica. Nota, p. 511-533.

STENO MICHELE - (Una bolla d'oro del doge). - Messedaglia Luigi. Con 2 tavole, p. 683-693.

TAMASSIA NINO, USSANI VINCENZO, CRESCINI VINCENZO, ERMINI FILIPPO, FEDELE PIETRO, GIARRATANO CESARE, LAZZARINI VITTORIO, LEICHT P. SILVERIO, MEDIN ANTONIO, SILVAGNI ANGELO - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell'alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell'anno 1928, p. 505-509.

TAMASSIA NINO - Omero e Gregorio di Tours, p. 1209-1236.

USSANI VINCENZO, CRESCINI VINCENZO, ERMINI FILIPPO, FEDELE PIETRO, GIARRATANO CESARE, LAZZARINI VITTORIO, LEICHT P. SILVERIO, MEDIN ANTONIO, SILVAGNI ANGELO, TAMASSIA NINO - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell'alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell'anno 1928, p. 505-509.

Digitized by Google

DELLA PARTE SECONDA

VITALI GIUSEPPE - Calcolo indiretto di alcuni determinanti, p. 289-294. — Forme differenziali a carattere proiettivo associate a certe varietà. Nota, p. 361-368.

VITALI-FUBINI - (Sulla forma F_2 del) Nota di Liceni Rita, p. 903-908.

ZANCAN P. - Il diagramma di Cyrene, a. 1291-1305.

ZANETTI RENZO - Sulle possibili applicazioni cinematiche di un teorema di geometria. Nota, p. 861-871.

ZANOLLI ALMO - Appunti critici e linguistici a due antiche versioni armene di un frammento euripideo, p. 471-475.

ZANON FRANCESCO SAVERIO - Osservatorio Geofisico del Seminario Patriarcale di Venezia. Bollettino mensile Gennaio, Febbraio, Marzo 1928, p. 13-40. — Aprile, Maggio, Giugno 1928, p. 117-136. — Luglio, Agosto, Settembre 1928 p. 295-320. — Ottobre, Novembre, Dicembre 1928, p. 477-504.

ZWIRNER GIUSEPPE - Dimostrazione analitica di un teorema relativo alle forme quadratiche a discriminante diverso da zero. Nota, p. 695-697.

PER MATERIE

Aquileia - " Nova Aquileia „. Cessi Roberto, p. 543-594.

Araldica - Gli stemmi cretesi dell' Università di Padova. G. Gerola, p. 239-278.

Archeologia - Gli stemmi cretesi dell' Università di Padova. Gerola Giuseppe, p. 239-278. — Archeologia d' oltremare. Anti Carlo, p. 421-435. — Rapporto tra le opere di due eruditi veronesi L. Pasini e G. B. Biancolini. L. Simeoni, p. 1033-1048.

Arte - Francesco Lorenzi e uno dei suoi gioielli d' arte: " Il trionfo dell' aurora „ nel palazzo dei conti Giusti del Giardino a Verona. R. Brenzoni, p. 1193-1207.

Babilonia - Sul concetto dell' eroe di Babilonia. Furlani Giuseppe, p. 671-682.

Botanica - Un documento ignorato della flora friulana. L' " Herbarium forojuliense Berinii „ della raccolta Contarini. M. Minio, p. 147-172.

Chimica - I fenomeni di ossidazione delle soluzioni tartriche alcaline di manganese. Nota. Amadori Mario, p. 325-335. — Sul potere rifrangente del ioduro di Cadmio. E. Fabris, p. 1087-1102.

Creta - Gli stemmi cretesi dell'Università di Padova. G. Gerola, p. 239-278.

Demografia - Le disponibilità di alimenti e la densità della popolazione nei pestulati di T. R. Malthus. Rilievi critici. Munerati Ottavio, p. 535-542.

Diplomatica - Una bolla d' oro del doge Michele Steno. L. Messedaglia, p. 683-693 con 2 tav.

Filologia - Il diagramma di Cyrene. P. Zancan, p. 1291-1305.

Filosofia - La filosofia del " come se „ è irrazionale? Marchesini Giovanni, p. 87-115.

Digitized by Google

Fisica - Correnti longitudinali in strati cilindrici di ferro per variazioni di magnetizzazioni longitudinali e circolari. Baroni Briseide, p. 1-11. — Sopra le vibrazioni di risonanza dei corpi elastici isotropi. Curli Graziella, p. 63-85. — Intorno a fenomeni elettromagnetici dovuti a magnetizzazioni elicoidali variabili. Ricerche sperimentali. Nota IV. (Parte prima). Gnesotto Tullio, p. 725-760.

Fisiologia - La concentrazione idrogenionica nell'uovo del filugello. Ongaro Dante, p. 715-724.

Friuli - Un documento ignorato della flora friulana. L' Herbarium forojuliense Berinii della Raccolta Contarini. M. Minio, p. 147-172.

Istruzione - Un quaderno di scuola di un umanista celebre. (Contributo alla critica dei testi scolastici medioevali). Mancini Augusto, p. 279-288.

Legislazione - La differenziazione tra diritto pubblico e privato secondo un criterio generico. Frattini Ferdinando, p. 651-559. — Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni. V. Lazzarini, p. 873-894.

Letteratura - La mortificazione di G. Cesare Cordara poeta. Albertotti Giuseppe, p. 173-217. — Appunti critici e linguistici a due antiche versioni armene di un frammento euripideo. Zanolli Almo, p. 471-475. — Questioni Arnobiane. C. Marchesi, p. 1009-1032.

Linguistica - Comitato Nazionale Italiano per il Dizionario Latino dell' alto medioevo. Relazione dei lavori compiuti nell' anno 1928. Crescini Vincenzo, Ermini Filippo, Fedele Pietro, Giarratano Cesare, Lazzarini Vittorio, Leicht P. Silverio, Medin Antonio, Silvagni Angelo, Tamassia Nino, Ussani Vincenzo, p. 505-509.

Matematica - Intorno alle successioni di variabili casuali discontinue tendenti ad una variabile casuale limite. Dell'Agnola C. A., p. 41-62. — Calcolo indiretto di alcuni determinanti. G. Vitali, p. 289-294. — Normali associate alle direzioni di una varietà generica a tre dimensioni giacente in uno spazio lineare a sei dimensioni. Sacilotto Ines, p. 355-359. — Forme differenziali a carattere proiettivo associate a certe varietà. Nota. Vitali Giuseppe, p. 361-368. — Sul problema della normalizzazione nella teoria generale della varietà abeliane reali. Cherubino Salvatore, p. 369-409. — Sui moti permanenti rotazionali i cui vortici sono rettilinei e paralleli alla velocità. Nota. Mattioli Gian Domenico, p. 411-419. — Sulle formule di rappresentazioni degli integrali della Dinamica Elastica. Nota. Sona Luigi, p. 511-533. — Studio dei complessi quadratici di rette di S_4. Segre Beniamino, p. 595-650. — Dimostrazione analitica di un teorema relativo alle forme quadratiche a discriminante diverso da zero. Nota. Zwirner Giuseppe, p. 695-697. — Curve algebriche e funzioni fuchsiane. Nota introduttiva. Comessatti Annibale, p. 771-834. — Sulle possibili applicazioni cinematiche di un teorema di geo-

Digitized by Google

metria. Nota. Zanetti Renzo, p. 861-871. — Sull'equilibrio di una porzione di superficie rigata sviluppabile. Baroni Briseide, p. 895-902. — Sulla forma F_2 del Fubini - Vitali. Nota di Liceni Rita, p. 903-908. — Sui moti spontanei di particolari sistemi a vincoli anolonomi. Nota. Laura Ernesto, p. 909-913. — Considerazioni sul principio di termodinamica tecnica fondamento alla costruzione del motore italiano Barsanti Matteucci. A. Levi - Cases, p. 1237-1290. — Studi sulle equazioni differenziali fuchsiane di genere zero. A. Comessatti, p. 1307-1397. — Sopra una formola trinomia considerata come variazione della densità nell'interno della terra. G. Boaga, p. 1399-1410.

Medicina - Sul presunto assorbimento intestinale di polveri inerti. Chinaglia Alcide, p. 337-354. — Contributo allo studio della poliomielite acuta dell'adulto. Pennato Papinio, p 661-670. — Influenza del nero sulla visione. Con 2 tavole. Ovio Giuseppe, p. 699-714. — Ricerche sull'azione combinata dei farmaci convulsivanti. Scremin L., p. 835-859. — Ricerche sul ricambio delle cellule cordali nel digiuno. G. Dolfini, p. 1049-1059. — Il tessuto vescicoloso glicogenico nell'intossicamento fosforico. G. Oselladore, p. 1103-1117.

Meteorologia - Osservatorio Geofisico del Seminario Patriarcale di Venezia. Bollettino mensile Gennaio, Febbraio, Marzo 1928, p. 13-40. — Aprile, Maggio, Giugno 1928, p. 117-146. — Luglio, Agosto, Settembre 1928, p. 295-320. — Ottobre, Novembre, Dicembre 1928, p. 477-504. Zanon Francesco Saverio. — Osservatorio geofisico del Seminario Patriarcale di Venezia. Bollettino mensile Gennaio, Febbraio, Marzo 1929, p. 1061-1084.

Mócheni - (Alcuni documenti sul paese dei). G. Gerola, p. 1119-1190.

Numismatica - Contraffazioni barbariche di "Dramme„ massaliote rinvenute recentemente a Padova. L. Rizzoli, p. 219-223.

Oculistica - Teoria ottica della retina. Ovio Giuseppe, p. 321-324.

Padova - (Gli stemmi cretesi dell'Università di). G. Gerola, p. 239-278.

Politica - Sulle vie della pace. La conferenza di Genova. Catellani Enrico, p. 437-470.

Storia - "Nova Aquileia„. Cessi Roberto, p. 543-594. — Sul concetto dell'eroe di Babilonia. Furlani Giuseppe, p. 671-682. — Una bolla d'oro del doge Michele Steno. Con 2 tavole. Messedaglia Luigi, p. 683-693. — Le stimate di Dante. Medin Antonio, p. 761-769. — Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni. Lazzarini Vittorio, p. 873-894. — Il Costituto di Costantino I°. (Il testo). R. Cessi, p. 915-1007. — Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi Lodovico Pasini e G. B. Biancolini. L. Simeoni, p. 1033-1048. — Alcuni documenti sul paese dei Mócheni. G. Gerola, p. 1119-1190. — Omero e Gregorio di Torus. N. Tamassia, p. 1209-1236. — Il diagramma di

Digitized by Google

Cyrene. P. Zancan, p. 1291-1305.

Università di Padova - (Gli stemmi cretesi dell'). G. Gerola, p. 239-278.

Venezia - Osservatorio Geofisico del Seminario Patriarcale di Venezia. Bollettino mensile Gennaio, Febbraio, Marzo 1928, p. 13-40. — Aprile, Maggio, Giugno 1928, p. 117-146. — Luglio, Agosto, Settembre 1928, p. 295-320. — Ottobre, Novembre, Dicembre 1928, p. 477-504. — Gennaio, Febbraio, Marzo 1929, p. 1061-1084. — Una bolla d'oro del doge Michele Steno. L. Messedaglia, p. 683-693 con 2 tav. — Antichi ordinamenti veneziani a tutela del lavoro dei garzoni. V. Lazzarini, p. 873-894.

Verona - Rapporti tra le opere di due eruditi veronesi Lodovico Pasini e G. B. Biancolini. L. Simeoni, p. 1033-1048.

Zoologia - Il " Basilisco „ esistente al Museo Civico di Storia Naturale a Venezia e gli affini simulàcri finora conosciuti. Contributo alla storia della Ciarlataneria. Forti Achille, p. 225-238. — Sulla pretesa presenza nel Mediterraneo del genere " Hindias „ H. X A. Adams e di due rarissime forme tirrene di " Pseudomurex „. G. Coen, p. 1103-1117.

Digitized by Google

Digitized by Google

PREM. OFF. GRAFICHE CARLO FERRARI - VENEZIA 1929 (ANNO VIII° E. F.)

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

DEC 15 1922

Digitized by Google